



پیش‌بینی جریان آشفته در کانال‌های U-شکل با استفاده از مدل‌های اغتشاش خطی و غیر خطی

محمد واعظی¹، مهرداد رئیسی دهکردی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

*تهران، صندوق پستی 11155-4563 mraisee@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 اردیبهشت 1396

پذیرش: 25 اردیبهشت 1396

ارائه در سایت: 08 تیر 1396

کلید واژگان:

مدل سازی اغتشاش

مدل غیر خطی

کانال U-شکل

چکیده

در این مقاله به بررسی عملکرد مدل اغتشاشی $k - \varepsilon$ خطی عدد رینولدز پایین، مدل ناحیه‌ای $k - \varepsilon/1 - eq$ و مدل غیرخطی عدد رینولدز پایین در پیش‌بینی جریان آشفته در کانال U شکل سه بعدی مربوط به مسیر خنک‌کاری داخلی پره توربین گازی پرداخته می‌شود. برای حل معادلات حاکم بر جریان متوسط از روش حجم محدود استفاده شده است. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که مدل‌های $k - \varepsilon$ خطی و ناحیه‌ای در پیش‌بینی پروفیل‌های سرعت و تنش‌های رینولدز مشابه عمل می‌کنند و در بخش‌هایی از ناحیه‌ی جدایش جریان، تنش‌های رینولدز را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کنند اما مدل غیرخطی عملکرد بهتری را در پیش‌بینی پروفیل‌های سرعت و تنش‌های رینولدز در بیشتر مناطق از جمله ناحیه‌ی جدایش نشان می‌دهد. همچنین هر سه مدل خطی، غیرخطی و ناحیه‌ای تقریباً پیش‌بینی مشابهی در مورد نقطه‌ی جدایش جریان داشته‌اند ولی مدل غیرخطی در پیش‌بینی سطوح تنش‌های رینولدز و نحوه‌ی تغییرات آن از سطح داخلی به سمت سطح خارجی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های ناحیه‌ای و خطی داشته است و نقاط مربوط به بیشینه‌ی تنش‌های رینولدز را خصوصاً در صفحه‌ی نزدیک به دیواره دقیق تر پیش‌بینی کرده است.

Prediction of fluid flow through U-bend channels using linear and nonlinear models of turbulence

Mohammad Vaezi, Mehrdad Raisee*

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran,

* P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, mraisee@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 02 May 2017

Accepted 15 May 2017

Available Online 29 June 2017

Keywords:

Turbulence modeling

nonlinear model

U-bend channel

ABSTRACT

In the present paper, the performance of zonal, linear and nonlinear low-Reynolds $k - \varepsilon$ models of turbulence in prediction of turbulent flow through three-dimensional U-bend channels of internal cooling passage of gas turbine blades is investigated. The finite volume method is to solve the governing equations of mean fluid flow and turbulence fields. Results show that the zonal and linear $k - \varepsilon$ models are able to predict the velocity profiles in a similar manner but both linear models overestimate the turbulent levels in some region of flow domain including the separation zone. All three turbulence models yield similar predictions for the location of separation point. In general, the mean flow and turbulence field predictions of the nonlinear model show improvement in comparison to the linear models everywhere including the separation zone. Furthermore, the nonlinear low-Reynolds turbulence $k - \varepsilon$ model yields more accurate predictions for not only the level of Reynolds stresses but their variations from the inner-side toward the outer-side of the duct. The maximum values of turbulent stresses are better reproduced by the nonlinear model than the zonal and linear turbulence models.

1- مقدمه

شکل و همچنین هزینه‌ی بالای اجرای آزمایش‌های مربوطه، همواره تحلیل محاسباتی این نوع جریان‌ها مد نظر پژوهشگران بوده است. ماهیت این جریان‌ها به دلیل سه‌بعدی بودن جریان و انحنای شدید خطوط جریان و عدد رینولدز بالا بسیار پیچیده است. لذا اطلاعات آزمایشگاهی موجود برای بررسی عملکرد مدل‌های مختلف اغتشاش بسیار کارآمد خواهد بود. در یکی از اولین پژوهش‌های تجربی، تیلور و همکاران [1] به بررسی آزمایشگاهی اثر انحنای خطوط جریان بر جریان آرام و آشفته در کانال‌های خمیده پرداختند. آن‌ها دو کانال با خمیدگی 90 درجه و نسبت انحنای ملایم و شدید در نظر گرفتند و مشخصات جریان را برای حالت آرام و آشفته ثبت کردند. نتایج آزمایش

کانال‌های خمیده کاربرد گسترده‌ای در مبدل‌های حرارتی و سیستم‌های خنک‌کاری داخلی پره توربین دارند. در توپین‌های گازی هوای خنک برای خنک‌کاری پره از بخش کمپرسور وارد ریشه‌ی پره در بخش توربین می‌شود که در صورتی که نتوان تحلیل دقیقی از میزان انتقال حرارت داخلی پره توربین ارائه داد، نمی‌توان میزان بهینه برای دبی هوای خنک ورودی پره را تعیین کرد. از این رو جریان و انتقال حرارت مغشوش در این نوع از هندسه‌ها موضوع پژوهشی بسیاری از کارهای تجربی و عددی بوده است. به دلیل اهمیت بررسی جریان و انتقال حرارت مغشوش در کانال‌های خمیده U

Please cite this article using:

M. Vaezi, M. Raisee, Prediction of fluid flow through U-bend channels using linear and nonlinear models of turbulence, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 423-432, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نشان داد که با افزایش ضخامت لایه مرزی در ورودی بخش خمیدگی، بیشینه‌ی جریان ثانویه در بخش خمیدگی افزایش می‌یابد. نتایج آزمایش آن-ها همچنین نشان داد که در صورت افزایش نسبت انحنا، شدت جریان ثانویه نیز افزایش می‌یابد. چانگ و همکاران [2] جزئیات میدان جریان آشفته درون یک کانال خمیده‌ی U شکل با نسبت انحنای ملایم $R_c/D_h = 3.357$ و مقطع مربعی را مورد بررسی آزمایشگاهی قرار دادند. نتایج آن‌ها شباهت کیفی بین رفتار جریان متوسط و نتایج حاصل از محاسبات جریان غیرلزج را نشان می‌داد. همچنین پژوهش آن‌ها عدم تقارن در توزیع سرعت متوسط در راستای جریان در بخش خمیدگی کانال را نشان می‌داد که دلیل آن را مرتبط با جریان ثانویه ناشی از انحنای خطوط جریان گزارش کرده‌اند. آن‌ها همچنین نشان دادند که در حالتی که نسبت انحنا شدید باشد، جریان روی دیواره داخلی ناپایدار شده و جدایش رخ خواهد داد. چه و همکاران [3] خصوصیات جریان آشفته مربوط به یک کانال خمیده با نسبت انحنای $R_c/D_h = 0.65$ را به صورت آزمایشگاهی اندازه‌گیری کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که در ناحیه‌ی نزدیک دیواره، به دلیل سرعت محوری پایین، نیروی گریز از مرکز ضعیف بوده، و گرادیان فشار شعاعی نیرویی رو به سطح بیرونی کانال ایجاد می‌کند. در هسته کانال، جایی که سرعت محوری قوی است، نیروی گریز از مرکز غالب بوده و نیرویی روی به سطح بیرونی کانال خمیده به سیال وارد می‌شود. تأثیر انحنای خطوط جریان بر توسعه‌ی لایه مرزی دو بعدی برای اولین بار توسط برداشا [4] بررسی گردید و نشان داد که بر خلاف لایه مرزی صفحه‌ای تخت که تنها تحت تأثیر کرنش اصلی (du/dy) است، پارامترهای دیگری مانند انحنای خطوط جریان، گرادیان فشار عمودی، گرادیان فشار در راستای جریان و نرخ کرنش اضافی بر لایه مرزی تأثیرگذار می‌باشند. محاسبات جریان و انتقال حرارت آشفته در کانال‌های U شکل، با استفاده از مدل‌های لزجت مؤثر با پژوهش‌های هامفری و چانگ [5] [6] آغاز گردید. آن‌ها در پژوهش‌های خود به تحلیل و محاسبات مربوط به جریان آشفته در یک کانال U شکل، با استفاده از مدل لزجت مؤثر پرداختند. در بخش مدل‌سازی، از یک مدل $k - \varepsilon$ رینولدز پایین و $c_{\mu} = 0.09$ استفاده کردند. نتایج عددی آن‌ها، حساسیت مدل به نرخ اتلاف در صفحه ورودی را نشان داد و نتایج به جز ناحیه‌ی جدایش جریان، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشت. یکی از مشکلات عمده‌ی تحلیل جریان آشفته توسط مدل‌های تنش رینولدز، این است که گرچه دقیق‌تر از مدل‌های لزجت مؤثر عمل می‌کنند ولی هزینه‌ی محاسباتی بالایی دارند که برای کاربردهای صنعتی و هندسه‌های پیچیده، این مسأله اهمیت بیشتری نیز پیدا می‌کند. یک راه جایگزین استفاده از مدل‌های غیرخطی است که به لحاظ محاسباتی ارزان‌تر بوده و قابلیت پیش‌بینی ناهمسانگرد میدان اغتشاش را دارند. ایده‌ی رابط‌های غیرخطی تنش-کرنش را ابتدا پوپ [7] برای اولین بار مطرح کرد و دلیل معرفی این مدل‌ها، مزیت نسبی آن‌ها در هزینه‌های محاسباتی پایین نسبت به مدل‌های انتقال تنش رینولدز در عین داشتن عملکرد مناسب آن‌ها می‌باشد. در مدل‌های غیرخطی اغتشاش، با معرفی ترم‌های اضافی برای رابط‌های تنش-کرنش، می‌توان تنش‌های رینولدز را به صورت تابعی عمومی‌تر از میدان کرنش و چرخش تعریف کرد. تعریف ترم‌های اضافی باید به گونه‌ای باشد که اولاً تقارن تانسور تنش رینولدز حفظ شود و ثانیاً جمع مؤلفه‌های قطر اصلی تانسور تنش رینولدز دو برابر انرژی جنبشی اغتشاش گردد (تعریف انرژی جنبشی اغتشاش). اولین مدل‌های غیرخطی اغتشاشی، مدل‌های درجه دوم بودند که با سه ترم اضافی با ضرایب ثابت به رابط‌های تنش کرنش،

تنش‌های رینولدز را مدل می‌کنند. تفاوت این مدل‌ها در ضرایب ثابت c_{μ} است اما حتی با تعریف ترم‌های درجه دوم نیز نمی‌توان اثرات ناشی از انحنا در خطوط جریان و چرخش را به طور دقیق پیش‌بینی کرد. لذا برای حل این مشکلات، ترم‌های غیرخطی درجه سوم معرفی شدند که ترم‌های جدید، حساسیت به چرخش و انحنای خطوط جریان را در نظر می‌گیرند. سوگا [8] یک مدل درجه سوم برای رابط‌های تنش-کرنش ارائه کرد و ضرایب آن را برای طیفی از جریان‌ها اعم از جریان برشی ساده، جریان برخوردی و جریان چرخشی بهینه کرد. نسخه‌ی جدیدتر این مدل که توسط کرفت و همکاران [9] ارائه گردید. رئیسی و همکاران [10] نیز از این مدل برای محاسبه‌ی جریان و انتقال حرارت آشفته در کانال‌های ریب دار استفاده کرده‌اند که در در مناطقی که جدایش رخ می‌دهد، در عین پایین بودن هزینه‌ی محاسباتی، نتایج محاسبات تطابق نزدیکی با نتایج تجربی داشت. همچنین در مقایسه با نتایج محاسبات ایاکوویدس و رئیسی [11] در کانال‌های ریب‌دار، نتایج محاسبات انتقال حرارت توسط مدل غیرخطی لزجت مؤثر مشابه مدل‌های ممان دوم بوده است. رئیسی و همکاران [12] از این مدل غیرخطی برای پیش‌بینی جریان آشفته در کانال خمیده 90 درجه با مقطع مربع و مستطیل استفاده کردند. نتایج محاسبات آن‌ها نشان می‌دهد که مدل $k - \varepsilon$ خطی و غیرخطی عملکرد مشابهی در پیش‌بینی جریان متوسط داشته‌اند. با توجه به اهمیت بررسی عملکرد مدل اغتشاشی لزجت مؤثر غیرخطی در جریان‌هایی که دارای انحنای شدید خطوط جریان هستند و جدایش جریان اتفاق می‌افتد، این مقاله برای اولین بار به بررسی عملکرد مدل کرفت و همکارا [9] در پیش‌بینی جریان در کانال سه‌بعدی U-شکل دارای انحنای شدید می‌پردازد و در ادامه نتایج حاصل از محاسبات مربوط به سه مدل خطی، ناحیه-ای و غیرخطی با هم مقایسه می‌شوند.

1-1- هندسه‌ی مورد بررسی

همان‌گونه که در شکل 1 نشان داده شده است، در این پژوهش جریان آشفته درون کانال U شکل سه‌بعدی با مقطع مربعی مورد بررسی قرار گرفته است. در این کانال نسبت شعاع انحنای خمیدگی به قطر هیدرولیکی کانال برابر 0.65 است. عدد رینولدز جریان بر اساس سرعت میانگین جریان و قطر هیدرولیکی کانال تعریف می‌شود که برابر 10^5 است. با توجه به تقارن جریان، نیمی از کانال مورد بررسی قرار گرفته است. بخش بالادست جریان تا قبل از ورود به بخش خمیده 3 برابر قطر و بخش پایین دست جریان که بعد از بخش خمیده است، طولی معادل 9 برابر قطر هیدرولیکی کانال دارد. هندسه‌ی مورد استفاده مشابه هندسه‌ی چه و همکاران [3] است و نتایج محاسبات با نتایج آزمایشگاهی آن‌ها مقایسه شده است.

2- معادلات جریان

1-2- معادلات جریان متوسط

معادلات بقای جرم و مومنتم برای سیال تراکم‌ناپذیر حالت پایدار به صورت روابط (2,1) است:

پیوستگی:

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

مومنتم:

$$\frac{\partial (U_j U_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - u_i u_j \right) \quad (2)$$

مدل در جدول 1 ارائه شده اند.

در معادله‌ی اتلاف ترم چشمه (S_e) بیان‌گر ترم اصلاح Yap است که در بخش بعدی مورد استفاده قرار گرفته است. جمله‌ی E اولین بار توسط لاندرو جونز [14] به صورت رابطه (10) بیان شده است:

$$E = 2\nu v_t \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \quad (10)$$

3-2- مدل $k-\varepsilon$ ناحیه‌ای

در این مدل از مدل $k-\varepsilon$ عدد رینولدز بالا برای مرکز جریان و مدل یک معادله‌ای برای ناحیه‌ی نزدیک دیواره استفاده می‌گردد. در این مدل رابطه‌ی لزجت گردابه‌ای بر اساس نرخ اتلاف در نواحی عدد رینولدز بالا به صورت رابطه (11) است:

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (11)$$

معادلات انتقال انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف نیز بر اساس نرخ اتلاف به صورت روابط (12) و (13) تعریف می‌شوند:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

در ناحیه‌ی نزدیک دیواره مدل ارائه شده توسط ولفشتاین [15] به کار گرفته شده است که تنها یک معادله‌ی انتقال برای انرژی جنبشی اغتشاشی مطابق معادله‌ی (12) حل می‌شود و نرخ اتلاف توسط روابط (14) و (15) بر اساس فاصله از دیواره Y محاسبه می‌گردد:

$$\varepsilon = k^3 / l_\varepsilon^3 \quad (14)$$

$$l_\varepsilon = 2.55Y [1 - \exp(-0.263y^*)] \quad (15)$$

که در آن $y^* = 2.55Yk^{1/2}/\nu$ می‌باشد. همچنین لزجت اغتشاش به صورت روابط (16) و (17) محاسبه می‌گردد:

$$\nu_t = c_\mu l_\mu k^{1/2} \quad (16)$$

$$l_\mu = 2.55Y [1 - \exp(0.016y^*)] \quad (17)$$

3-3- مدل $k-\varepsilon$ رینولدز پایین غیرخطی

سوگا [8] با توجه به این نکته که جملات مرتبه‌ی دوم تأثیر چندانی بر تنش برشی در جریان‌های نزدیک به دیواره و جریان‌های دارای انحنا ندارند، مدل غیرخطی عددی سوم رینولدز پایین را با جملاتی از مرتبه مقادیر کرنش و چرخش به صورت رابطه‌ی (18) ارائه کرد:

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t S_{ij} + c_1 \frac{\nu_t k}{\varepsilon} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} S_{ij} \right) \\ & + c_2 \frac{\nu_t k}{\varepsilon} (\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}) \\ & + c_3 \frac{\nu_t k}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{lk} \Omega_{lk} \delta_{ij} \right) \\ & + c_4 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} (S_{ki} \Omega_{ij} - S_{kj} \Omega_{ik}) \\ & + c_5 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} (\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} \\ & - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij}) + c_6 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} \\ & + c_7 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \end{aligned} \quad (18)$$

جدول 1 ثابت‌های تجربی مدل $k-\varepsilon$

Table 1 Experimental constants of $k-\varepsilon$ model

c_μ	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
0.09	1.44	1.92	1	1.3

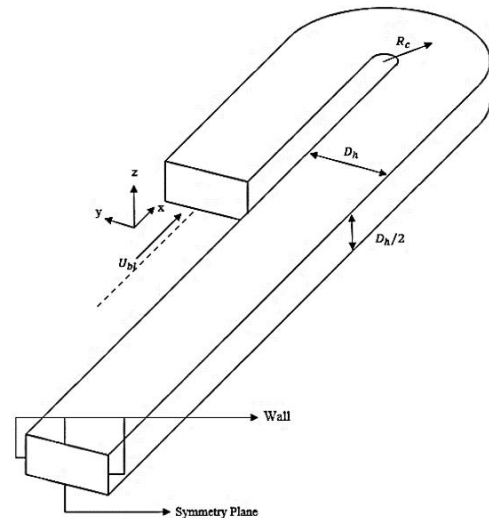


Fig. 1 Flow geometry

شکل 1 هندسه‌ی جریان

3- مدل سازی اغتشاش

مدل‌های اغتشاش مورد استفاده در این پژوهش مدل $k-\varepsilon$ رینولدز پایین لاندرو و شارما [13] و مدل ناحیه‌ای $k-\varepsilon$ و مدل $k-\varepsilon$ غیرخطی گرفت و همکاران [9] می‌باشند.

3-1- مدل $k-\varepsilon$ رینولدز پایین خطی

در این مدل تانسورهای تنش رینولدز با استفاده از تقریب لزجت گردابه‌ای¹ موسوم به تقریب بوزینسک به صورت رابطه (3) بیان می‌گردند:

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (3)$$

لزجت گردابه‌ای ν_t به صورت رابطه (4) بیان می‌گردد:

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

در رابطه (4)، c_μ دارای مقدار ثابت برابر 0.09 است.

به منظور محاسبه‌ی ν_t ، معادلات انتقال انرژی جنبشی اغتشاشی، k و نرخ اتلاف ε ، با استفاده از تقریباتی حل می‌شوند. معادله‌ی انتقال انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف آن به صورت روابط (5) و (6) است:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + E + S_\varepsilon \quad (6)$$

در رابطه‌ی بالا ε ، نرخ اتلاف همگن بوده و توسط رابطه‌ی (7) به نرخ اتلاف واقعی مرتبط می‌گردد:

$$\varepsilon = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (7)$$

جمله‌ی تولید (P_k) که در معادله‌ی بالا وجود دارد به صورت رابطه (8) تعریف می‌گردد:

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

توابع میرایی f_μ ، f_1 و f_2 توسط روابط (9) زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_\mu &= \exp \left[-\frac{3.4}{(1 + 0.02R_t)^2} \right] \\ f_1 &= 1, \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp[-R_t^2] \end{aligned} \quad (9)$$

در این رابطه $\bar{R}_t = k^2/\nu\varepsilon$ عدد رینولدز موضعی اغتشاش بوده و ثابت‌های این

¹ Turbulent Viscosity

به منظور کاهش مقدار تصحیح در ناحیه‌هایی با η زیاد، نسخه اصلاح شده‌ای برای جمله‌ی تصحیح دیفرانسیلی توسط گرفت و همکاران [9] پیشنهاد کردند که در آن ضریب C_ω به صورت رابطه‌ی (28) تعریف می‌شود:

$$C_\omega = \frac{0.83 \min(1, \bar{R}_t/5)}{0.8 + 0.7(\eta'/3.33)^4 \exp(-\bar{R}_t/125)} \quad (28)$$

در رابطه‌ی فوق پارامتر η' دارای تعریفی مشابه η بوده ولی به منظور بهبود پایداری، مقیاس زمانی کلموگروف به عنوان حد پایینی مقیاس زمانی k/ε در عبارات مربوط به $\bar{S}$ رابطه‌ی (29) و $\bar{\Omega}$ رابطه‌ی (30) مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\bar{S} = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right] \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}} \quad (29)$$

$$\bar{\Omega} = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right] \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (30)$$

4- روش حل عددی

محاسبات مربوط به پژوهش حاضر توسط نسخه‌ی توسعه‌یافته‌ی کد استریم مربوط به لین و لشراینر [20] صورت گرفته است که در این کد از یک شبکه‌ی کاملاً متمرکز و منطبق بر بدنه استفاده شده است. در این سیستم مختصات شکل عمومی معادلات حاکم برای یک متغیر مستقل به صورت رابطه‌ی (31) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho U^c \Phi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho V^c \Phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho W^c \Phi) \right] \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Gamma^\Phi J_{q11} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Gamma^\Phi J_{q22} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\Gamma^\Phi J_{q33} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right) \right] + JS^\Phi \end{aligned} \quad (31)$$

که در آن Γ^Φ نفوذ مؤثر¹ و S^Φ ترم چشمه کلی می‌باشد. البته یکی از نواقص این آرایش شبکه این است که گسسته‌سازی معادلات مومنتم باعث ایجاد میدان‌های سرعت و فشار نوسانی می‌گردد. این حل‌های غیرواقعی از آن‌جا ناشی می‌شود که جملات گرادیان فشار گسسته شده در معادلات مومنتم، مبتنی بر اختلاف بین مقادیر فشار در گره‌های غیر هم‌جوار می‌باشند که در این کد به منظور رفع این مشکل از الگوریتم ارتباط فشار-سرعت ری و چاو [21] استفاده شده است. همچنین به منظور بهبود دقت حل از طرح کوئیک² مرتبه‌ی دوم که توسط لئونارد [22] پیشنهاد شده است، استفاده شده است.

با توجه به این نکته که در حالت آزمایشگاهی، جریانی که وارد بخش ابتدایی کانال می‌گردد، توسعه یافته است بنابراین شرط مرزی جریان توسعه یافته در ورودی در نظر گرفته می‌شود که محاسبات مربوط به آن به صورت جداگانه برای یک کانال مستقیم به دست آمده است. مطابق شکل 1 شرط مرزی در سه وجه از کانال به صورت دیوار (شرط عدم نفوذ و لغزش) در نظر گرفته شده است. با توجه به تقارن هندسه‌ی جریان، تنها نیمی از جریان در کانال در نظر گرفته می‌شود و شرط تقارن در صفحه‌ی زیرین اعمال شده است.

برای بررسی اسقلال حل از شبکه، سه شبکه به کار گرفته شده است که دارای $85 \times 55 \times 29$ ، $104 \times 67 \times 35$ و $127 \times 83 \times 43$ گره در راستای x و y و z می‌باشند. استقلال حل از شبکه در شکل 2 برای تنش‌های نرمال در راستای جریان برای مدل غیرخطی نمایش داده شده است. برای اینکه بتوان اثرات دیواره و جدایش جریان را بهتر محاسبه کرد، در این مناطق شبکه

با مقایسه‌ی تقریب (18) با تقریب بوزینسک [16] می‌توان دریافت که دو جمله‌ی اول بیان گر تقریب بوزینسک بوده و بقیه‌ی جملات، ناهمسان‌گردی را فراهم می‌آورند. در این رابطه S_{ij} و Ω_{ij} به ترتیب تانسورهای کرنش و چرخش هستند:

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (19)$$

ضرایب c_1 تا c_7 مدل با توجه به گستره‌ی وسیعی از جریان‌ها نزدیک دیواره شامل جریان‌های چرخشی کاملاً توسعه یافته و جریان‌هایی با انحنای خط جریان کالبره شدند که مقادیر آنها در جدول 2 آورده شده‌اند.

معادلات انتقال انرژی جنبشی اغتشاش، نرخ اتلاف همگن و فرمولاسیون لزجت گردابه‌ای مشابه مدل $k-\varepsilon$ لاندرو و شارما می‌باشد. شکل تابعی (20) برای c_μ توسط گرفت و همکاران [9] پیشنهاد شده است:

$$c_\mu = \min \left[0.09, \frac{1.2}{1 + 3.5\eta + f_{RS}} \right] \quad (20)$$

که در آن f_{RS} به صورت رابطه‌ی (21) بیان می‌شود:

$$f_{RS} = 0.235 [\max(0, \eta - 3.333)]^2 \exp \left(-\frac{\bar{R}_t}{400} \right) \quad (21)$$

علاوه بر این، شکل تابع میرایی نیز به صورت رابطه‌ی (22) تغییر می‌کند:

$$f_\mu = 1 - \exp \left[-\left(\frac{\bar{R}_t}{90} \right)^{0.5} - \left(\frac{\bar{R}_t}{400} \right)^2 \right] \quad (22)$$

همچنین جمله‌ی E به صورت رابطه‌ی (23) بیان ارائه می‌شود:

$$E = \begin{cases} 0.0022 \frac{\bar{S} \nu k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_l} \right)^2 & \bar{R}_t \leq 250 \\ 0 & \bar{R}_t > 250 \end{cases} \quad (23)$$

مدل $k-\varepsilon$ لاندرو و شارما نسبت به انحنای خطوط جریان حساسیت ندارد لذا در جریان‌هایی که دچار جدایش شده اند، مقیاس طول در نزدیکی دیواره خیلی بزرگ می‌شود و این مسئله سبب افزایش سطح اغتشاش در نزدیکی دیواره می‌شود. به منظور اصلاح این رفتار، یپ [17] یک ترم چشمه اضافی، ε_k مبتنی بر فاصله از دیواره، y ، در معادله‌ی نرخ اتلاف همگن به صورت رابطه‌ی (24) تعریف کرده است:

$$S_\varepsilon = \max \left[0.83 \frac{\varepsilon^2}{k} \left(\frac{k^{1.5}}{2.55 y \varepsilon} - 1 \right) \left(\frac{k^{1.5}}{2.55 y \varepsilon} \right)^2, 0 \right] \quad (24)$$

هنجالیگ [18] پیشنهاد نمود که با استفاده از گرادیان مقیاس طول عمود بر سطح دیواره، وابستگی ترم چشمه به فاصله از دیواره حذف گردد. این روش توسط ایاکوویدس و رئیسی [19] به صورت رابطه‌ی (25) ارائه و توسعه یافت:

$$[NYP] = \max \left[C_\omega F (F + 1)^2 \frac{\varepsilon^2}{k}, 0 \right] \quad (25)$$

که در آن:

$$F = \left[\left[\left(\frac{\partial l}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial l}{\partial x_j} \right) \right]^{0.5} - \frac{dl_\varepsilon}{dy} \right] / c_1 \quad (26)$$

رابطه‌ی (26) بیانگر اختلاف گرادیان مقیاس طول پیش‌بینی شده با مقیاس طول مغشوش $l = k^{1.5}/\varepsilon$ و گرادیان مقیاس طول تعادلی، dl_ε/dy ، است که گرادیان مقیاس طول تعادلی به صورت رابطه‌ی (27) تعریف می‌شود:

$$\frac{dl_\varepsilon}{dy} = c_1 [1 - \exp(-B_\varepsilon R_t)] + c_1 B_\varepsilon R_t \exp(-B_\varepsilon R_t) \quad (27)$$

که در این رابطه، $c_1 = 2.55$ ، $B_\varepsilon = 0.1069$ و $C_\omega = 0.83$ می‌باشد.

جدول 2 مقادیر ثابت در رابطه‌ی تنش-کرنش غیرخطی

Table 2 Constants values in nonlinear stress-strain relation

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
-0.1	0.1	0.26	$-10c_\mu^2$	0	$-5c_\mu^2$	$5c_\mu^2$

¹ Effective Diffusion

² Quadratic Interpolation for Convection Kinetics (QUICK)

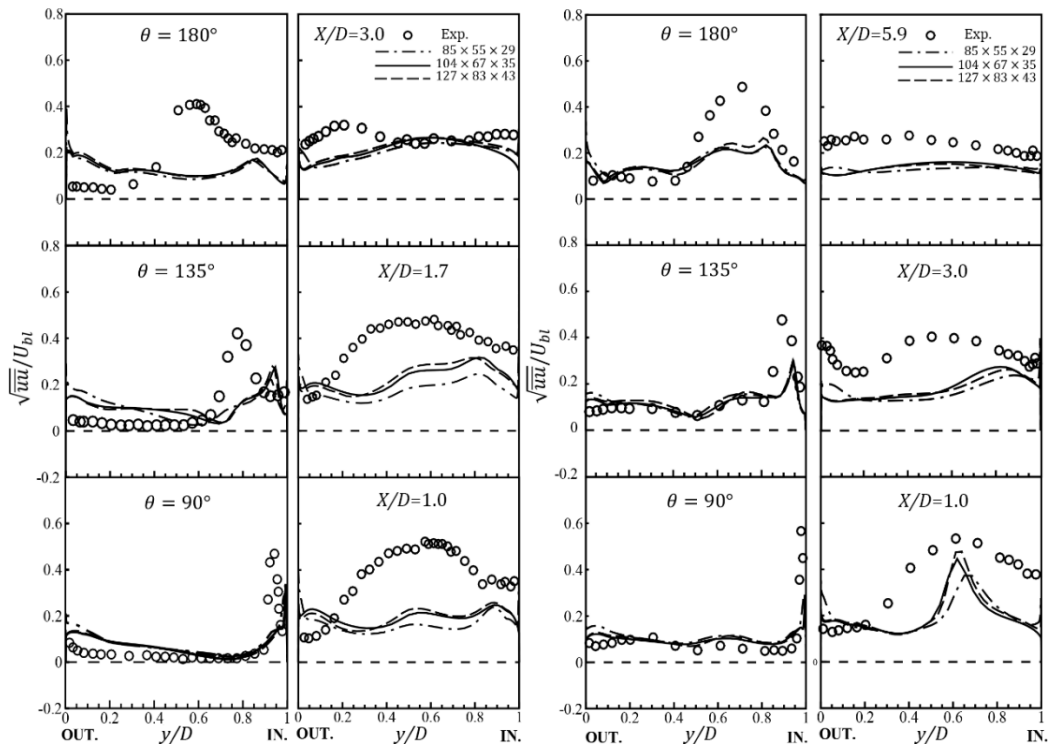


Fig. 2 Grid independency analysis (Comparison between results of nonlinear model and experimental data [3])

شکل 2 بررسی استقلال حل از شبکه (مقایسه نتایج حاصل از مدل غیر خطی با نتایج آزمایشگاهی [3])

بهتری در پیش‌بینی توسعه یافتگی لایه مرزی جریان در پایین دست کانال داشته است. طبق شکل 3، تمامی مدل‌ها عملکرد تقریباً مشابهی در پیش‌بینی ضخامت ناحیه‌ی جدا شده در صفحه تقارن داشته‌اند و همگی جریان برگشتی را به خصوص در مقطع $X/D = 1.0$ کمتر از داده‌های آزمایشگاهی پیش‌بینی کرده‌اند. نتایج محاسبات مربوط به مدل غیرخطی در صفحه‌ی نزدیک دیواره تطابق بهتری در محاسبه‌ی بردارهای سرعت در ناحیه‌ی خروجی بخش خمیدگی نسبت به مدل‌های ناحیه‌ای و خطی نشان می‌دهد. در حالت کلی طبق شکل 3 نتایج مربوط به محاسبات بردارهای سرعت در راستای جریان در صفحه‌ی تقارن و صفحه‌ی نزدیک دیواره در هر سه مدل به جز در موارد فوق تفاوت بسیار زیادی با یکدیگر ندارند. در شکل 4 بردارهای سرعت جریان ثانویه و سرعت در راستای جریان برای $\theta = 135^\circ$ (ستون چپ) و $X/D = 1.0$ (ستون راست) و نمایش داده شده‌اند. مطابق شکل 4 در زاویه‌ی 135 درجه نتایج مدل‌های $k - \varepsilon$ خطی و غیرخطی تشابه بیشتری نسبت به مدل ناحیه‌ای دارند. در زاویه‌ی 135 درجه عملکرد مدل ناحیه‌ای و خطی در پیش‌بینی ناحیه‌ی سرعت بالا شبیه به هم بوده و در این بخش و صفحه‌ی یک برابر قطر در پایین دست جریان، مدل غیرخطی ناحیه‌ی سرعت بالای وسیع‌تری نسبت به سایر مدل‌ها پیش‌بینی می‌کند.

در نمودارهای شکل 4 سرعت منفی بیانگر جریان برگشتی است که مطابق آن مدل‌های خطی و غیرخطی نتایج تقریباً مشابهی در پیش‌بینی وسعت این ناحیه در نزدیکی سطح داخلی پیش‌بینی می‌کند. مطابق شکل 4 در زاویه‌ی 135 درجه، جریان دارای 2 گردابه اصلی در سطح مقطع است و با پیش روی در جهت جریان، تعداد گردابه‌ها بیشتر و به تدریج از بین می‌روند. شکل 5 پروفیل‌های سرعت در راستای جریان در مقاطع مختلف نمایش داده شده‌اند. با توجه به نتایج، بخشی از جریان زاویه 135 درجه دچار جدایش

بندی دارای تراکم بیشتری است. مقدار y^+ روی دیواره در حدود واحد می‌باشد تا بتوان اطمینان حاصل کرد که گره‌های نزدیک دیواره در ناحیه‌ی زیرلایه‌ی لزج¹ واقع شده‌اند. در نمودارهای مربوط به سرعت‌های بی‌بعد و تنش‌های رینولدز بی‌بعد در این مقاله، دو ستون از نمودارهای سمت راست هر شکل مربوط به صفحه‌ی نزدیک به دیواره ($2y/D = 0.75$) و دو ستون سمت چپ هر شکل مربوط به صفحه‌ی تقارن ($2y/D = 0$) است.

5- نتایج و بحث

در شکل 3 میدان جریان پیش‌بینی شده توسط مدل‌های ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی $k - \varepsilon$ با میدان سرعت اندازه‌گیری شده توسط چه و همکاران [3] مقایسه شده و برای صفحه نزدیک به دیواره (ستون راست) و صفحه تقارن (ستون چپ) ارائه شده است. این مقایسه در دو صفحه‌ی تقارن و نزدیک دیواره (صفحه‌ای که قطر از صفحه‌ی بالایی فاصله دارد) صورت گرفته است. از داده‌های آزمایشگاهی موجود در 3(a) می‌توان دریافت که در ورودی کانال U شکل، در بخش داخلی، سرعت سیال افزایش یافته و با گسترش در بخش خمیده از این سرعت کم شده است و جریان در $\theta = 90^\circ$ در صفحه‌ی تقارن از روی دیواره‌ی داخلی جدا می‌شود. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که هر سه مدل اغتشاش به درستی نقطه‌ی شروع جدایش را پیش‌بینی کرده‌اند. طبق شکل‌های 3(a) تا 3(c) که به ترتیب نتایج حاصل از محاسبات مربوط به مدل‌های ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی را نشان می‌دهند، مدل ناحیه‌ای ضخامت ناحیه‌ی جدا شده در صفحه‌ی نزدیک به دیواره را کمتر از دو مدل دیگر نشان می‌دهد.

طبق شکل 3، مدل $k - \varepsilon$ غیرخطی در بین مدل‌های فوق عملکرد

¹ Viscous Sublayer

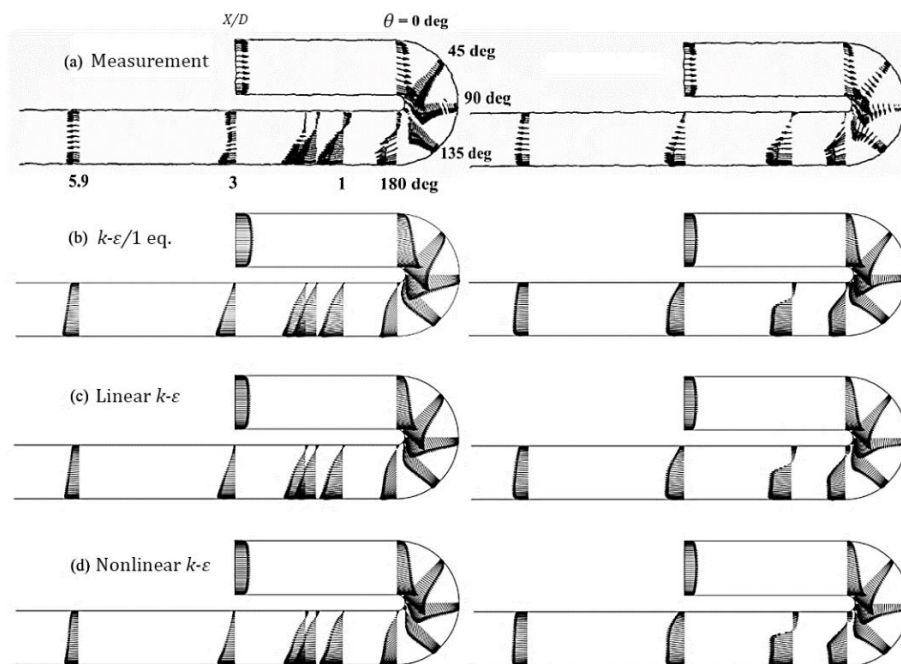


Fig. 3 Comparison between flow development on symmetry and near-wall plane using zonal, linear and nonlinear models and reference [3]

شکل 3 مقایسه‌ی گسترش جریان روی صفحه‌ی تقارن و نزدیک دیواره با استفاده از مدل‌های ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی با مرجع [3]

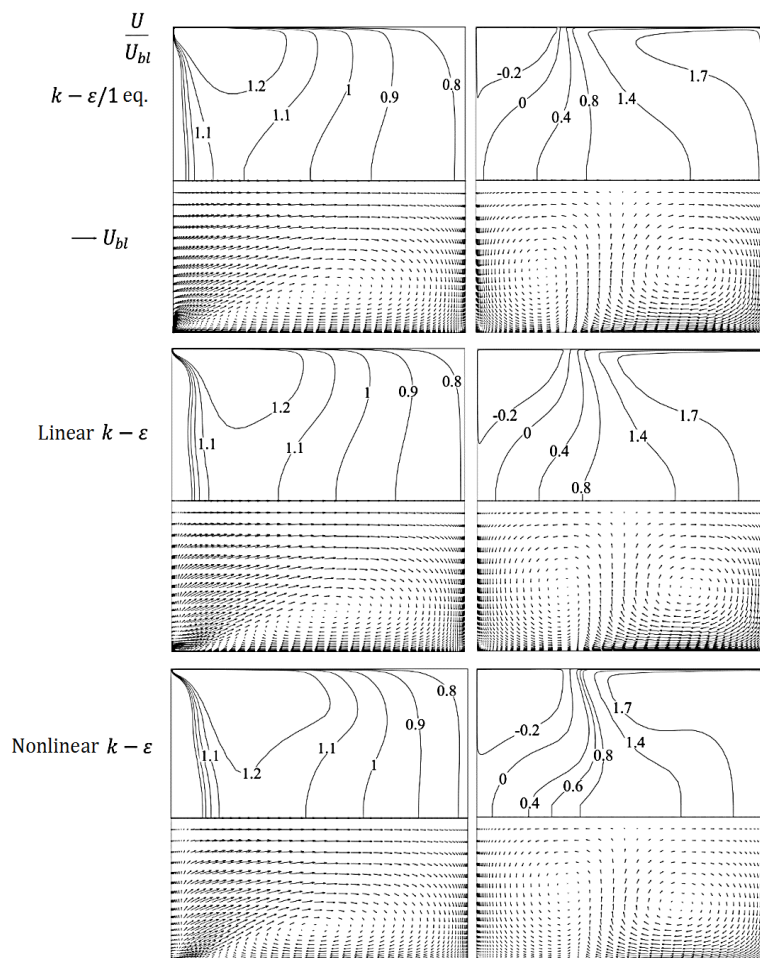


Fig. 4 Comparison of secondary flow vectors and streamwise velocity contours using three investigated models

شکل 4 مقایسه‌ی بردارهای جریان ثانویه و کانتور سرعت در راستای جریان در سه مدل مورد بررسی

ناحیه‌ای پیش‌بینی می‌کند. به همین دلیل نیز جریان پیش‌بینی شده نیز نسبت به مدل خطی و ناحیه‌ای سریع‌تر گسترش پیدا کرده است. مطابق اطلاعات بخش نزدیک به صفحه‌ی تقارن از شکل 5، تغییرات سرعت پیش-بینی شده برای جریان در نزدیکی سطح داخلی که توسط مدل‌های خطی و غیرخطی پیش‌بینی می‌شوند تقریباً برابر است. شکل 6 نتایج محاسبات مربوط به سرعت (V) در امتداد خمیدگی و بعد از خم U شکل در دو صفحه‌ی تقارن و نزدیک به دیواره نشان داده شده‌اند. مطابق شکل 6 در ورودی کانال ($X/D = -3.0$) سرعت در راستای مقطع (V) برابر صفر می‌باشد. پروفیل سرعت (V) در حدود ورودی خم غیر صفر است که دلیل آن تأثیر انحنای خطوط جریان می‌باشد. تا مقطع 45 درجه نیز نتایج حاصل از مدل‌های ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی در پیش‌بینی مؤلفه‌ی سرعت در راستای مقطع (V) تقریباً یکسان می‌باشند و عمده‌ی تفاوت بین مدل‌ها بعد از شروع جدایش اتفاق می‌افتد.

در تمامی مقاطع بعد از جدایش در صفحه‌ی نزدیک به دیواره و صفحه‌ی تقارن، مدل غیرخطی عملکرد بهتری نسبت به مدل خطی و ناحیه‌ای داشته است. بیشینه‌ی مؤلفه‌ی سرعت V در ناحیه‌ی نزدیک به دیواره‌ی داخلی کانال اتفاق می‌افتد. در زاویه‌ی 45 درجه این بیشینه‌ی نسبی در پروفیل سرعت ایجاد شده و با ادامه‌ی جریان سیال در راستای خم به تدریج این بیشینه‌ی نسبی از ناحیه‌ی نزدیک به دیواره‌ی داخلی به سمت ناحیه‌ی نزدیک به دیواره‌ی خارجی حرکت می‌کند. در هر مقطع، مدل غیرخطی در پیش‌بینی این بیشینه، عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های ناحیه‌ای و خطی داشته است. در ناحیه‌ی نزدیک به دیواره نتایج مدل خطی و غیرخطی تفاوت کمتری نسبت به صفحه‌ی تقارن دارند. در صفحه‌ی نزدیک به دیواره و در نیمه دوم خم U شکل در ناحیه‌ی نزدیک به دیواره‌ی داخلی سطح پروفیل سرعت در راستای مقطع پایین است زیرا در این ناحیه جدایش جریان وجود دارد و مدل - غیرخطی عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها در پیش‌بینی این پدیده دارد.

شده است. میزان جدایش در صفحه‌ی تقارن بیشتر از ناحیه‌ی جدا شده در زاویه‌ی مشابه در صفحه‌ی نزدیک دیواره است که احتمالاً به علت بالاتر بودن گرادیان فشار معکوس در این زاویه در صفحه‌ی تقارن نسبت به صفحه‌ی نزدیک به دیواره است. در پیش‌بینی مکان جدایش تقریباً هر سه مدل ناحیه-ای و خطی و غیرخطی مشابه هم عمل می‌کنند اما در زاویه‌ی 135 درجه مدل غیرخطی بهتر از مدل خطی و ناحیه‌ای قادر به پیش‌بینی شیب کاهش سرعت در نزدیکی دیواره داخلی است. نتایج عددی میدان سرعت در صفحه‌ی تقارن دقیق‌تر می‌باشد. مطابق شکل 5 مدل غیرخطی عملکرد بهتری در محاسبه‌ی سرعت در راستای جریان در ناحیه‌ی نزدیک به دیواره‌ی داخلی در مقاطع مربوط به بخش خمیدگی در هر دو صفحه‌ی تقارن و نزدیک دیواره داشته است.

مطابق شکل 5 هر سه مدل ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی در صفحه‌ی نزدیک به دیواره در بخش خمیدگی، نتایج بهتری را نسبت به صفحه‌ی تقارن ارائه داده‌اند. در مقاطعی که جریان برگشتی مشاهده می‌شود، مدل‌های خطی و غیرخطی نتایج تقریباً مشابهی در پیش‌بینی نقطه‌ی جدایش داشته‌اند اما میزان جریان برگشتی متفاوتی دارند. با توجه به شکل 5 در صفحه‌ی نزدیک به دیواره و در مقطع خروجی خم U شکل بیشینه‌ی سرعت پیش‌بینی شده در راستای جریان، توسط مدل غیرخطی بهتر از مدل‌های ناحیه‌ای و خطی پیش‌بینی شده است. همچنین هر دو مدل خطی و غیرخطی میزان جریان برگشتی تقریباً برابری برای سطح مقطع خروجی خم U شکل پیش‌بینی می‌کنند که این مسأله در مورد مقطع 135 درجه در صفحه‌ی نزدیک به دیواره نیز دیده می‌شود. هر دو مدل خطی و غیرخطی میزان جریان بازگشتی تقریباً برابری پیش‌بینی کرده‌اند. مدل ناحیه‌ای در زاویه‌ی 135 درجه میزان جریان برگشتی کمتری نسبت به دو مدل خطی و غیرخطی پیش‌بینی می‌کند. در صفحه‌ی نزدیک به دیواره و در مقاطع بعد از خروجی از خم در نزدیکی سطح داخلی، مدل غیرخطی تغییرات سرعت بیشتری نسبت به مدل‌های خطی و

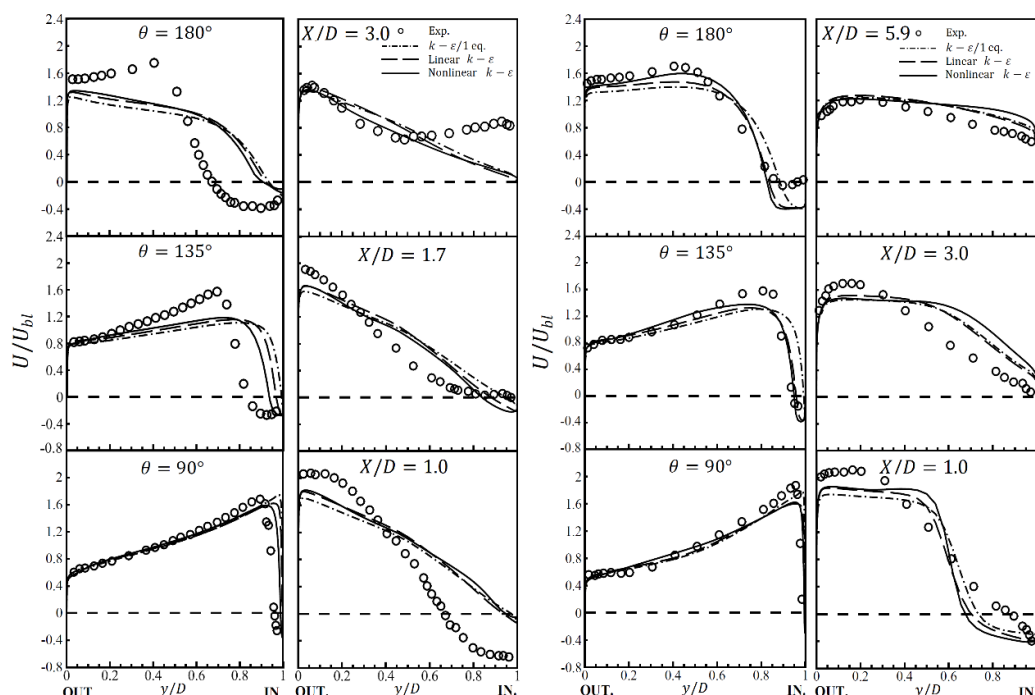


Fig. 5 Comparison between computation of streamwise velocity along U-bend on symmetry and near-wall plane, and reference [3]

شکل 5 مقایسه‌ی محاسبات سرعت در راستای جریان در طول خم U شکل در سطح تقارن و نزدیک دیواره با مرجع [3]

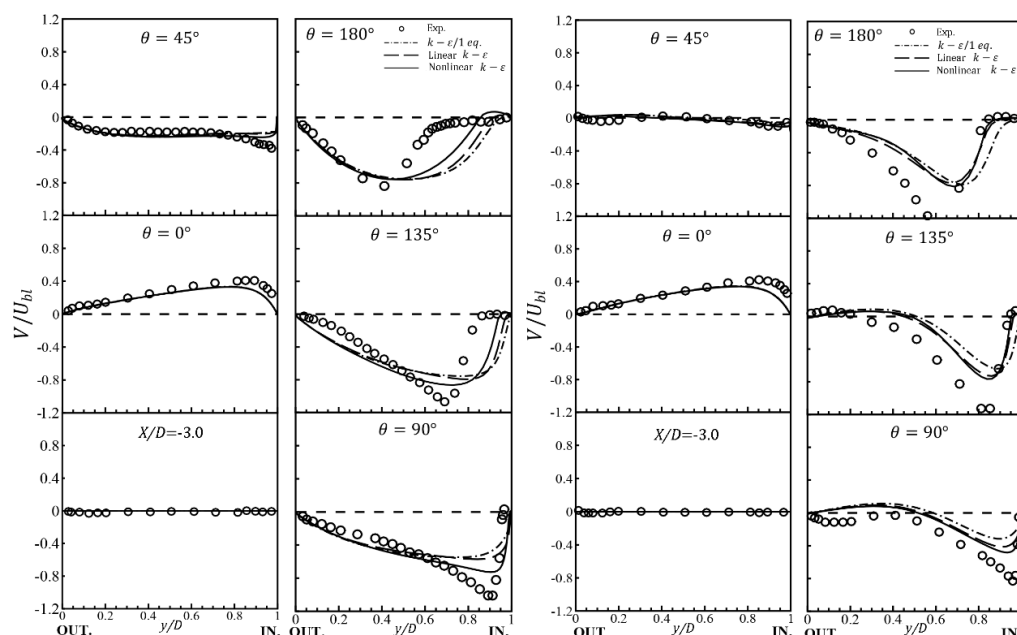


Fig. 6 Comparison between computation of cross-duct velocity along U-bend on symmetry and near-wall plane, and reference [3]

شکل 6 مقایسه‌ی محاسبات سرعت در راستای مقطع کانال در طول خم U شکل در سطح تقارن و نزدیک دیواره با مرجع [3]

دید می‌شود که این مدل به خصوص در نواحی نزدیک به دیواره نتایج بهتری را نسبت به مدل‌های خطی و ناحیه‌ای پیش‌بینی کرده است. به طور کلی در مورد مدل غیرخطی می‌توان گفت در نواحی صفحه‌ی نزدیک به دیواره عملکرد بهتری نسبت به نواحی صفحه‌ی تقارن داشته است. همچنین تغییرات شدید سطح تنش‌های رینولدز را بهتر از مدل‌های خطی و ناحیه‌ای پیش‌بینی می‌کند ولی در نواحی مربوط به پایین دست جریان و بعد از بخش خمیدگی به دلیل عدم وجود انحنای شدید و تغییرات شدید میدان تنش و کرنش، ترم‌های غیرخطی در تقریب مربوط به مدل غیرخطی بی‌اثر شده است. نتایج آن‌ها تقریباً با نتایج حاصل از مدل‌ها ناحیه‌ای و خطی برابر است. در نمودارهای مربوط به شکل 8 نتایج محاسبات مربوط به تنش‌های برشی رینولدز با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده است. مطابق شکل 8، مدل‌های ناحیه‌ای و خطی و غیرخطی در نواحی بعد از خم U شکل در پایین دست جریان، در صفحه‌ی تقارن و صفحه‌ی نزدیک به دیواره عملکرد تقریباً یکسانی در پیش‌بینی تنش‌های برشی رینولدز داشته اند. به نظر می‌رسد دلیل آن کم اثر شدن بخش غیرخطی مربوط به معادلات مدل‌سازی رابطه‌ی تنش-کرنش می‌باشد. این شباهت در عملکرد در پایین دست جریان در تنش‌های رینولدز در جهت جریان نیز مشاهده شده بود. مطابق شکل 8 در بخش خمیدگی کانال، در صفحه‌ی نزدیک دیواره، مدل‌های خطی و ناحیه‌ای عملکرد تقریباً یکسانی داشته‌اند ولی مدل غیرخطی عملکرد بهتری در پیش‌بینی نحوه‌ی تغییرات سطح تنش برشی رینولدز و بیشینه‌ی آن داشته است. این مسأله را می‌توان به حساسیت بیشتر مدل غیرخطی به میدان تنش و کرنش ارتباط داد همچنین در بین نتایج مربوط به مدل‌های موجود در نیمه‌ی دوم خم U شکل در صفحه‌ی نزدیک به دیواره، تنها مدل غیرخطی توانسته است اعوجاج سطح تنش برشی در نزدیکی سطح داخلی را پیش‌بینی کند. در تمامی مدل‌ها در بخش انتهایی کانال که جریان بازچسبیده است و اثرات جریان ثانویه کاهش پیدا کرده است، نتایج مشابهی را برای تنش‌های برشی پیش‌بینی می‌کنند و در صفحه‌ی نزدیک به دیواره در پایین دست جریان، سطح تنش برشی را کمتر از میزان واقعی پیش‌بینی می‌کنند.

در صفحه‌ی نزدیک به دیواره در زاویه‌ی 90 درجه و در نزدیکی سطح بیرونی افت سطح پروفیل سرعت V در داده‌های آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. هر سه مدل ناحیه‌ای و خطی و غیرخطی عملکرد یکسانی در پیش‌بینی پروفیل سرعت جریان در این ناحیه داشته‌اند. در شکل 7 نتایج حاصل برای تنش‌های رینولدز در راستای جریان با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده است. همان طور که در مقاطع مربوط به زوایای 90 و 135 و 180 درجه مشاهده می‌شود، سطح تنش‌های رینولدز در نزدیکی سطح داخلی به تدریج بالا می‌رود. در خروجی خم U شکل در نزدیکی دیواره‌ی داخلی، جدایش باعث افزایش شدت اغتشاش جریان می‌شود ولی در نزدیکی سطح خارجی به دلیل شتاب جریان، سطح اغتشاشات کاهش پیدا می‌کند. طبق شکل 7 در بسیاری از مقاطع کانال در ناحیه‌ی صفحه‌ی نزدیک به دیواره یا صفحه‌ی تقارن مشاهده می‌شود که مدل‌های خطی و ناحیه‌ای یک سطح تنش اغتشاشی تقریباً یکنواختی را پیش‌بینی کرده‌اند. به دلیل ماهیت همسانگرد بودن تقریب بوزینسک در این مدل‌ها، سطح تنش‌های رینولدز تغییرات شدیدی را بین دو صفحه‌ی داخلی و خارجی در نواحی نزدیک به دیواره یا سطح تقارن تجربه نمی‌کند. تنش‌های رینولدز دارای یک بیشینه در زاویه‌ی 90 درجه در هر دو سطح نزدیک به دیواره و صفحه‌ی تقارن می‌باشد و به تدریج با حرکت سیال در راستای خم U شکل این بیشینه‌ی تنش نیز از سطح داخلی کانال به سمت سطح خارجی پیش‌روی می‌کند. از دلایل آن می‌توان به شروع جدایش جریان از زاویه 90 درجه اشاره کرد، تمامی مدل‌های ناحیه‌ای و خطی و غیرخطی این پیش‌روی را پیش‌بینی کرده‌اند اما مطابق شکل 7 مدل غیرخطی در این امر موفق‌تر عمل کرده است.

سطح تنش‌ها نیز تغییرات شدیدی را از سطح داخلی به سمت سطح خارجی تجربه می‌کند که دلیل آن می‌تواند جدایش جریان و جریان ثانویه و ماهیت ناهمسانگردی اغتشاش باشد. با توجه به وجود ترم‌های غیرخطی در تقریب لزجت اغتشاش در مدل غیرخطی، این مدل ماهیت ناهمسانگردی بهتری را برای تنش‌های رینولدز در نظر می‌گیرد و حساسیت بیشتری نسبت به انحنای خطوط جریان و میدان تنش و کرنش دارد. لذا در نمودارها هم

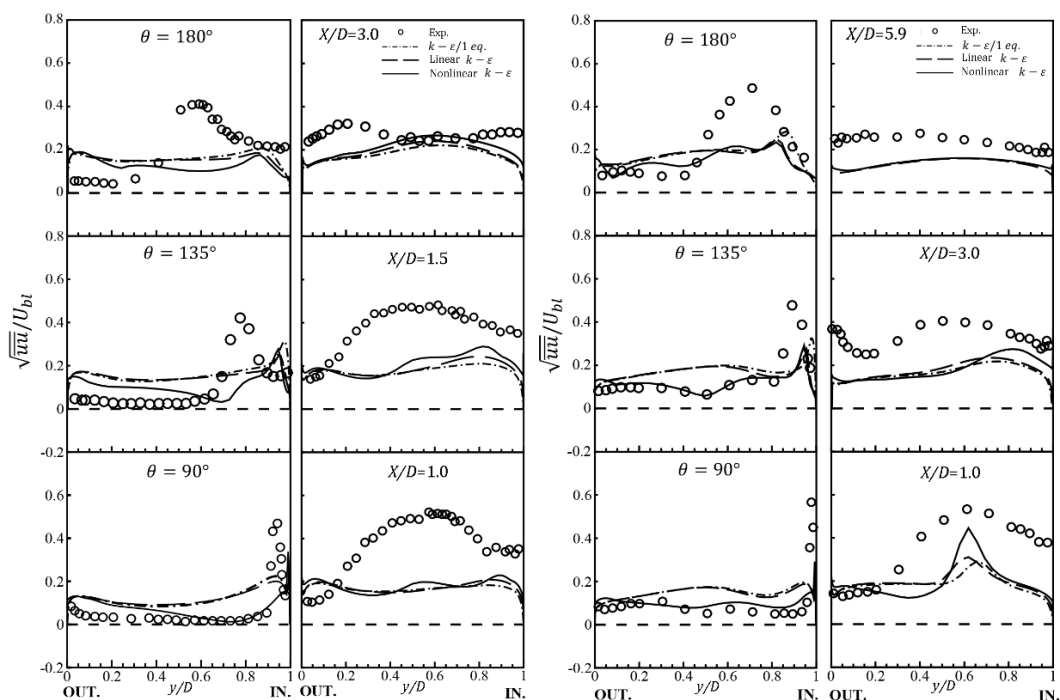


Fig. 7 Comparison between computation of streamwise normal turbulent stress along U-bend on symmetry and near-wall plane, and reference [3]

شکل 7 مقایسه‌ی محاسبات تنش آشسته نرمال در راستای جریان در طول خم U شکل در سطح تقارن و نزدیک دیواره با مرجع [3]

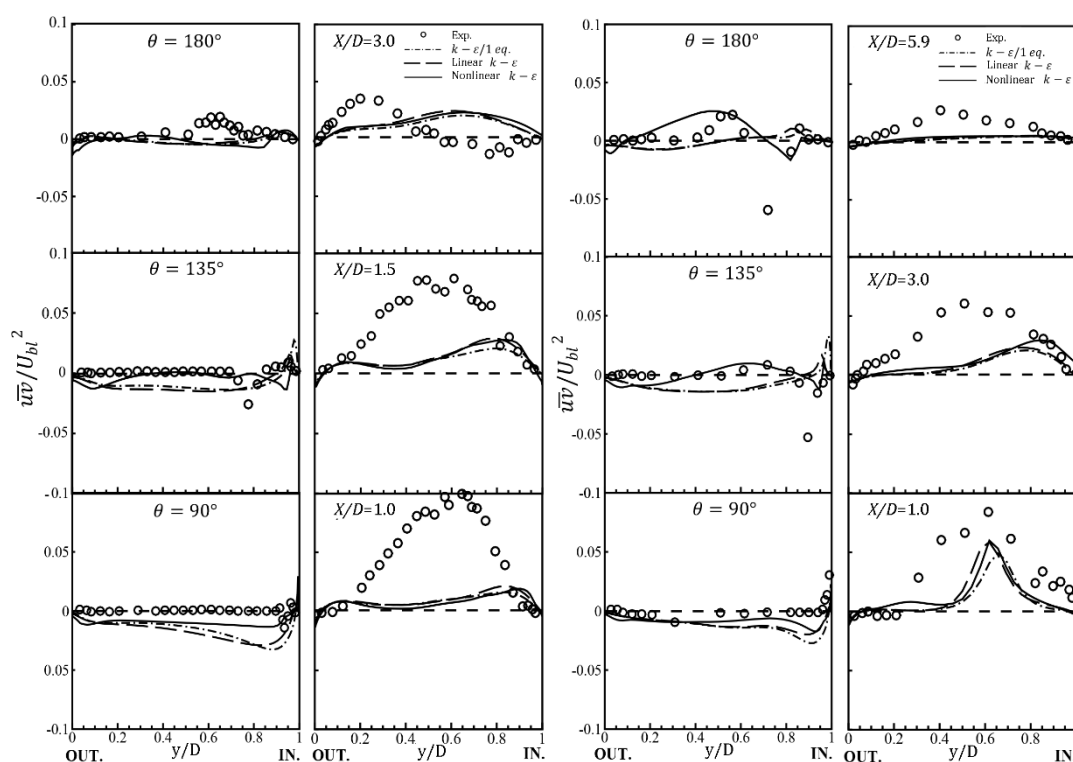


Fig. 8 Comparison between computation of turbulent shear stress along U-bend on symmetry and near-wall plane, and reference [3]

شکل 8 مقایسه‌ی محاسبات تنش برشی آشسته در طول خم U شکل در سطح تقارن و نزدیک دیواره با نتایج مرجع [3]

نتایج زیر دست یافت:

- مدل‌های ناحیه‌ای و خطی در پیش‌بینی مربوط به میدان سرعت عملکرد تقریباً مشابهی دارند و عملکرد مدل غیرخطی در پیش-بینی میدان سرعت تطابق بهتری نسبت به مدل‌های خطی و ناحیه‌ای با نتایج آزمایشگاهی دارد.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش محاسبات مربوط به جریان آشسته درون کانال U شکل سه-بعدی با استفاده از سه مدل اغتشاشی ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی ارائه گردید. به منظور بررسی عملکرد مدل‌ها، نتایج حاصل از هریک از مدل‌ها با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید و با توجه به این بررسی‌ها می‌توان به

- using non-linear $k - \varepsilon$ model, *Flow Turbulence and Combustion*, Vol. 82, No. 1, pp. 121-153, 2009.
- [11] H. Iacovides, M. Raisee, Computation of flow and heat transfer in 2D rib-roughened passages. In: Hanjalic, K. and Peeters, T. (eds), Proceedings of the Second International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Delft. Delft University Press (1997) Addendum pp. 21-30.
- [12] M. Raisee, H. Alemi, H. Iacovides, Prediction of developing turbulent flow in 90°-curved ducts using linear and non-linear low-Re $k - \varepsilon$ models, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 51, No. 12, pp. 1379-1405, 2006.
- [13] B. E. Launder, B. I. Sharma, Application of the energy dissipation model of turbulence to the, *Letters in Heat Mass Transfer*, Vol. 1, No. 2, pp. 131-138, 1977.
- [14] W. P. Jones, B. E. Launder, The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Journal of Fluid Mechanic*, Vol. 15, No. 2, pp. 301-314, 1972.
- [15] M. Wolfstein, The velocity and temperature distribution in a one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, No. 3, pp. 301-318, 1969.
- [16] J. Boussinesq, Théorie de l'écoulement tourbillant, *Member Présentés par Divers Savants Academy of Science Institute of French*, Vol. 23, No. 1, pp. 5-6, 1877.
- [17] C. R. Yap, *Turbulent Heat and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows*, Ph.D. thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, 1987.
- [18] K. Hanjalic, Some resolved and unresolved issues in modelling non-equilibrium and unsteady turbulent flows, *proceeding of 3rd International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, Crete, Greek, 1996.
- [19] H. Iacovides, M. Raisee, Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, No. 0, pp. 320-328, 1999.
- [20] F. S. Lien, M. A. Leschziner, Upstream monotonic interpolation, *International Journal for Numerical Method in Fluids*, Vol. 19, No. 6, pp. 527-548, 1994.
- [21] C. M. Rhie, W. L. Chow, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *Journal of AIAA*, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532, 1983.
- [22] B. P. Leonard, A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 1, No.1, pp. 59-98, 1979.

- هر سه مدل ناحیه‌ای و خطی و غیر خطی طول ناحیه‌ای جدایش را در صفحه‌ی تقارن بیشتر از حالت واقعی پیش‌بینی می‌کنند.
- مدل غیرخطی در پیش‌بینی سطوح تنش‌های رینولدز و نحوه‌ی تغییرات آن از سطح داخلی به سمت سطح خارجی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های ناحیه‌ای و خطی داشته است و نقاط مربوط به بیشینه‌ی تنش‌های رینولدز را خصوصاً در صفحه‌ی نزدیک به دیواره بهتر پیش‌بینی کرده است.

7- مراجع

- [1] A. M. K. P. Taylor, J. H. Whitelaw, M. J. Yianneskis, Curved ducts with strong secondary motion: Velocity measurements of laminar and turbulent flow, *ASME Journal of Fluid Engineering*, Vol. 104, No. 3, pp. 350-359, 1982.
- [2] S. M. Chang, J. A. C. Humphrey, A. Modvi, Turbulent flow in a strongly curved u-bend, *Physico Chemical Hydrodynamics*, Vol. 4, No. 3, pp. 243, 1983.
- [3] S. C. Cheah, H. Iacovides, D. C. Jackson, H. Ji, B. E. Launder, LDA investigation of the flow development through rotating u-ducts, *Transactions of ASME*, Vol. 118, No.3, pp. 590-596, 1996.
- [4] P. Bradshaw, *The Effect of Streamline Curvature On Turbulent Flows*, AGARDograph Report, No. 1690, USA, 1973.
- [5] J. A. C. Humphrey, S. M. Chang, *Measurement And Calculation Of Developing Turbulent Flow In A U-Bend And Downstream Tangent Of Square Cross-Section*, Department of Mechanical Engineering, University of California Berkeley, CA, Report No. N00014-80-C-0031A, 1981.
- [6] J. A. C. Humphrey, S. M. Chang, *Turbulent Flow In Passage Around A 180 Bend; An Experimental And Numerical Study*, University of California Berkeley, CA, Report No. N00014-80-C-0031A, 1983.
- [7] S. B. Pope, A more general effective-viscosity hypothesis, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 72, No. 1, pp. 331-340, 1975.
- [8] K. Suga, *Development and Application of a Non-Linear Eddy Viscosity Model Sensitized to Stress and Strain Invariants*, Ph.D. Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, 1995.
- [9] T. J. Craft, H. Iacovides, J. H. Yoon, Progress in the use of non-linear two-equation models, *Flow Turbulence and Combustion*, Vol. 63, No.1, pp. 59-80, 1999.
- [10] M. Raisee, H. Naeimi, M. Alizadeh, H. Iacovides, Prediction of flow and heat transfer through stationary and rotating ribbed ducts