



# بررسی اثرات نیروی اینرسی روی انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای واگرا با انبساط ناگهانی متقارن

امین شهبانی‌ظهیری<sup>1</sup>، حسن حسن‌زاده<sup>2</sup>، محمد محسن شاه‌مردان<sup>3\*</sup>، محمود نوروزی<sup>4</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

4- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

\* شاهرود، صندوق پستی 3619995161، mmshahmardan@shahroodut.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 16 بهمن 1395

پذیرش: 19 اردیبهشت 1396

ارائه در سایت: 13 خرداد 1396

کلید واژگان:

سیال ویسکوالاستیک

نیروی اینرسی

عدد ناسلت

نواحی گردابه‌ای شکل

جریان نامتقارن

## چکیده

در این مقاله انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای متقارن با انبساط ناگهانی 1:3 به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. برای مدل‌سازی رفتار رئولوژیکی و غیرخطی جریان اینرسی سیال ویسکوالاستیک، از فرم نمایی مدل فن-تین-تنر استفاده شده است. شرط مرزی حرارتی در ورود و روی دیوارهای کانال، دما ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین سرعت در ورودی کانال یکنواخت و ثابت است و مقدار آن با توجه به عدد رینولدز جریان تعیین می‌شود. با توجه به تأثیر قابل ملاحظه دما بر خواص سیال ویسکوالاستیک، لزجت، زمان آسودگی از تنش، ظرفیت گرمایی ویژه و ضریب هدایت حرارتی به صورت توابعی از دما در نظر گرفته شده و جمله تلفات در معادله انرژی لحاظ شده است. برای حل هم‌زمان معادلات حاکم از الگوریتم پی‌زو و برای گسسته‌سازی از روش حجم محدود استفاده شده است. در این مطالعه تأثیر نیروی اینرسی روی توزیع سرعت، توزیع دما و تغییرات اعداد ناسلت محلی و میانگین در بخش انبساطی کانال بررسی می‌شود. افزایش عدد رینولدز با وجود متقارن بودن کانال صفحه‌ای سبب تشکیل جریان‌های متقارن و نامتقارن داخل بخش انبساطی کانال می‌شود. افزایش عدد رینولدز برای جریان‌های نامتقارن از 40 تا 100 (رشد 2.5 برابری عدد رینولدز) سبب افزایش 1.7 برابری مقادیر بیشینه اعداد ناسلت محلی در مجاورت دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال می‌شود.

## Investigation of inertial force effects on the heat transfer of viscoelastic fluid flow inside expanded planar channel with the symmetric abrupt expansion

Amin Shahbani Zahiri<sup>1</sup>, Hassan Hassanzadeh<sup>1</sup>, Mohammad Mohsen Shahmardan<sup>2\*</sup>, Mohmood Norouzi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

\* P.O.B. 3619995161 Shahrood, Iran, mmshahmardan@shahroodut.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 February 2017  
Accepted 09 May 2017  
Available Online 03 June 2017

**Keywords:**  
Viscoelastic Fluid  
Inertial Force  
Nusselt Number  
Recirculation Regions  
Asymmetric Flow

## ABSTRACT

In this paper, the heat transfer of viscoelastic fluid flow has been numerically simulated inside a symmetric planar channel with 1:3 abrupt expansions. For modeling the rheological and nonlinear behavior of inertial flow related to the viscoelastic fluid, exponential form of the Phan Thien-Tanner (EPTT) model has been used. The thermal boundary condition of constant temperature has been considered at the inlet and on the walls of channel. Also, velocity is uniform and constant at the inlet of channel and its value is determined by the Reynolds number of flow. Due to the significant effect of temperature on the viscoelastic fluid properties, viscosity, relaxation time, specific heat capacity and thermal conductivity have been taken as a function of temperature and dissipation term has been employed in the energy equation. For coupling the governing equations, the PISO algorithm is utilized and finite volume method (FVM) is employed for discretizing these equations. In this study, the effect of inertial force is investigated on the velocity distribution, temperature distribution and variation of local and average Nusselt numbers in the expanded part of channel. Despite the symmetry in the planar channel, increasing the Reynolds number forms the symmetric and asymmetric flows inside the expanded part of channel. For asymmetric flows, increase of Reynolds number from 40 to 100 (growth of 2.5 times the Reynolds number) resulted in a 1.7-fold increase for the maximum values of local Nusselt numbers in the vicinity of the upper and lower walls of the channel expanded part.

Please cite this article using:

A. Shahbani Zahiri, H. Hassanzadeh, M. M. Shahmardan, M. Norouzi, Investigation of inertial force effects on the heat transfer of viscoelastic fluid flow inside expanded planar channel with the symmetric abrupt expansion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 139-148, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

سیالات غیرنیوتنی برخلاف سیالات نیوتنی طبیعت پیچیده‌ای دارند و در هنگام جریان خصوصیات و رفتارهای خاصی را از خود بروز می‌دهند. جریان سیالات غیرنیوتنی کاربرد وسیعی در صنایعی چون پتروشیمی، داروسازی، مواد بهداشتی و غذایی، رنگ و پلاستیک دارند که در بیشتر موارد جریان سیال غیرهمدماست. مذاب‌های پلیمری در صنعت پلاستیک دارای رفتارهای رئولوژیکی پیچیده از نوع سیالات ویسکوالاستیک هستند که این رفتارها وابسته به دما و نرخ کرنش برشی است، همچنین برای انتقال و جابه‌جایی محصولات مایع پلیمری غیرهم‌دما نیاز به کانال‌هایی با سطح مقطع دایره یا مربعی است که در آن‌ها از تبدیلات انبساطی ناگهانی یا تدریجی استفاده می‌شود. مطالعه الگوی جریان و تغییرات دما در بخش انبساطی کانال به دلیل افت فشار و تغییرات انرژی گرمایی در این تبدیلات مهم و ارزشمند است.

در دهه‌های اخیر محققین زیادی جریان هم‌دما و غیرهم‌دمای سیال غیرنیوتنی داخل کانال‌ها و لوله‌های مستقیم مورد مطالعه قرار داده‌اند. الیورا [1]، روچا و همکاران [2]، شاه‌مردان و همکاران [3]، نوروزی و همکاران [4,5] جریان غیرخزشی و همدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با تبدیلات انبساطی ناگهانی و تدریجی را با مدل‌های غیرخطی و پیچیده غیرنیوتنی به صورت عددی شبیه‌سازی کردند، و این در حالی است که تحقیقات انجام شده روی جریان غیر همدمای سیال غیرنیوتنی در کانال با انبساط ناگهانی بسیار کم است.

پینهو و الیورا [6] با انجام حل تحلیلی برای جابه‌جایی اجباری جریان سیال ویسکوالاستیک داخل لوله و کانال صفحه‌ای مستقیم، توزیع دما و عدد ناسلت را به‌دست آوردند. آن‌ها برای مدل‌سازی رفتار غیرنیوتنی سیال از فرم ساده‌شده معادله رئولوژیکی فن-تین-تر<sup>1</sup> استفاده کرده و تغییرات عدد ناسلت و دما را برای اعداد دبرای مختلف ( $0 \leq De \leq 10$ ) به‌دست آوردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با رشد خاصیت الاستیک (عدد دبرای)، نرخ انتقال حرارت جریان افزایش می‌یابد. کوئلهو و همکاران [7] جابه‌جایی اجباری جریان آرام سیال ویسکوالاستیک را داخل لوله و کانال صفحه‌ای مستقیم با استفاده از حل تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با به‌کارگیری فرم ساده‌شده معادله فن-تین-تر و تحت شرط مرزی حرارتی دما ثابت نشان دادند که رشد خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش انتقال حرارت می‌شود و افزایش اتلافات ناشی از لزجت با رشد عدد ناسلت همراه است. در ادامه کوئلهو و همکاران [8] مسئله گراتز<sup>2</sup> را برای جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای مستقیم و لوله متقارن محوری را با استفاده از همان معادله متشکله مدل‌سازی کرده و تأثیر اتلافات ناشی از لزجت و خواص الاستیک را روی تغییرات عدد ناسلت مطالعه کردند.

نوبرگا و همکاران [9] انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال مستقیم را با استفاده از فرم خطی مدل فن-تین-تر به صورت عددی و تحلیلی بررسی کردند. ایشان خواصی نظیر ظرفیت گرمایی ویژه، ضریب هدایت حرارتی، لزجت و زمان‌هایی از تنش را هم به صورت خواصی ثابت و هم وابسته به دما در نظر گرفتند و با اعمال شرط مرزی دما ثابت، عدد ناسلت و ضریب اصطکاک را برای جریان حرارتی در حال توسعه و کاملاً توسعه یافته محاسبه کردند. کروز و همکاران [10] جریان سیال غیرنیوتنی داخل لوله مستقیم را با کمک روش‌های تقریبی بررسی کردند. آن‌ها عدد ناسلت و ضریب اصطکاک را با استفاده از معادلات متشکله مختلف از قبیل کیسون<sup>4</sup>،

کاریو-یاسودا<sup>5</sup>، هرشل-بالکلی<sup>6</sup>، بینگهام<sup>7</sup> و فرم خطی مدل فن-تین-تر<sup>8</sup> محاسبه کردند. جلالی و همکاران [11] جریان در حال توسعه سیال ویسکوالاستیک همراه با انتقال حرارت را در کانال مستطیلی به صورت عددی با استفاده از فرم ساده‌شده مدل رئولوژیکی فن-تین-تر شبیه‌سازی کردند. آن‌ها توزیع دما و تغییرات عدد ناسلت در محدوده اعداد برینکمن  $10 \leq Br \leq 10$  را با در نظر گرفتن خواص سیال به صورت تابعی از دما بررسی کردند. نتایج ایشان نشان می‌دهد که عدد ناسلت با افزایش عدد برینکمن برای جریان در حال توسعه کاهش می‌یابد.

بایتیستا و همکاران [12] بین صفحات موازی و داخل لوله با استفاده از مدل قانون توانی<sup>9</sup> و با در نظر گرفتن شرط مرزی حرارتی دما ثابت برای جریان آرام سیال غیرنیوتنی رابطه‌ای برای عدد ناسلت برحسب مقدار شاخص قانون توانی به‌دست آوردند. آلوز و همکاران [13] جریان آرام سیال نیوتنی تعمیم‌یافته<sup>10</sup> و سیال ویسکوالاستیک را داخل لوله با شرط مرزی حرارتی دما ثابت ارزیابی کردند. آن‌ها با به‌کارگیری روش کروز و همکارانش [10] و با کمک نتایج بایتیستا و همکارانش [12] عدد ناسلت را برای مدل‌های مختلفی از قبیل کیسون، کاریو-یاسودا، هرشل-بالکلی، بینگهام و فرم ساده‌شده مدل فن-تین-تر محاسبه کردند. لیتلیر و همکاران [14] مسئله گراتز را برای جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال مستقیم با سطح مقطع عرضی اختیاری به صورت تحلیلی و با استفاده از فرم اصلاح‌شده مدل فن-تین-تر، جریان ثانویه<sup>11</sup>، نحوه تغییرات دما و عدد ناسلت را بررسی کردند. منتهایی و همکاران [15] از فرم غیرخطی مدل فن-تین-تر برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک داخل لوله متقارن محوری استفاده کردند. آن‌ها توزیع فشار و عدد ناسلت جریان را با صرف نظر از ترم اتلافات ناشی از لزجت در معادله انرژی به‌دست آوردند. نتایج ایشان نشان می‌دهد که فشار جریان با افزایش خاصیت الاستیک کاهش می‌یابد، همچنین عدد ناسلت با افزایش عدد پرانتل برای جریان حرارتی در حال توسعه افزایش می‌یابد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود بیشتر تحقیقات انجام‌شده روی انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی مربوط به جریان داخل کانال و لوله مستقیم است. نکته قابل توجه در مطالعات گذشته این است که الگوی جریان برای جریان آرام سیال غیرنیوتنی در داخل لوله واگرا دارای تقارن، در حالی که این جریان در کانال صفحه‌ای واگرا دارای الگوی نامتقارن است؛ بنابراین نحوه تغییرات الگوی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک داخل لوله با تقارن محوری و کانال صفحه‌ای بسیار با یکدیگر متفاوتند. مطالعه درباره انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای واگرا با انبساط ناگهانی بسیار کم صورت گرفته است.

وازر و زندانسی [16] با استفاده از روش اختلاف محدود کاملاً ضمنی، جریان خزشی مذاب پلیمری را داخل کانال صفحه‌ای و انبساط ناگهانی نامتقارن مدل‌سازی کردند. آن‌ها توزیع دما را با به‌کارگیری معادله نیوتنی تعمیم‌یافته کراس و با در نظر گرفتن وابستگی دمایی برای لزجت و زمان‌هایی از تنش بررسی کردند. زندانسی و وازجر [17] جریان خزشی مذاب پلیمری را داخل انبساط ناگهانی نامتقارن با نسبت انبساط 1:2 به صورت عددی با استفاده مدل کراس شبیه‌سازی کردند. نتایج ایشان نشان می‌دهد که اتلافات ناشی از لزجت در جریان خزشی تأثیر کمی روی افزایش دما و

<sup>5</sup> Carreau-Yasuda model

<sup>6</sup> Herschel-Bulkley model

<sup>7</sup> Bingham model

<sup>8</sup> Linear Phan Thien-Tanner (LPTT) model

<sup>9</sup> Power-law model

<sup>10</sup> Generalized Newtonian fluid

<sup>11</sup> Secondary flow

<sup>1</sup> Simplified Phan Thien-Tanner (SPTT) model

<sup>2</sup> Deborah number

<sup>3</sup> Graetz problem

<sup>4</sup> Casson model

داخل کانال صفحه‌ای متقارن با انبساط ناگهانی در محدوده عدد رینولدز  $10 \leq Re \leq 100$  شبیه‌سازی شده است.

## 2- معادلات حاکم و روش حل

برای شبیه‌سازی عددی جریان آرام و غیرهمدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای واگرا با انبساط ناگهانی متقارن نیاز به حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی است که شکل بدون بعد این معادلات به ترتیب با روابط (3-1) بیان شده‌اند.

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(u_i^* u_i^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re} \left[ -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial \tau_{ij}^{s*}}{\partial x_j^*} + \frac{\partial \tau_{ij}^{p*}}{\partial x_j^*} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial(u_i^* T^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{RePr} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left( \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} \right) + \frac{Br}{RePr} \left[ \tau_{ij}^{p*} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \tau_{ij}^{s*} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} \right] \right] \quad (3)$$

پارامترهای  $u_i^*$ ،  $p^*$  و  $T^*$  به ترتیب متغیرهای سرعت، فشار و دمای بدون بعد را نشان می‌دهند. همچنین کمیت‌های بدون بعد  $Re$ ،  $Pr$  و  $Br$  به ترتیب اعداد رینولدز، پرانتل و برینکمن است که به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود [19].

$$Re = \frac{\rho U_{in} D_h}{\eta_0}, \quad Pr = \frac{\eta_0 C_p}{k_f}, \quad Br = \frac{\eta_0 U_{in}^2}{k_f (T_w - T_{in})} \quad (4)$$

پارامترهای  $\rho$ ،  $U_{in}$ ،  $D_h$ ،  $\eta_0$ ،  $C_p$ ،  $k_f$ ،  $T_w$  و  $T_{in}$  به ترتیب چگالی، سرعت سیال در ورودی کانال، ظرفیت حرارتی ویژه، ضریب هدایت حرارتی، دمای دیوارهای کانال و دمای سیال در ورودی کانال است. همچنین  $D_h$  قطر هیدرولیکی کانال که دو برابر ارتفاع بخش بالادست کانال است.  $\eta_0$  لزجت کل سیال در نرخ کرنش برشی صفر که برابر مجموع لزجت نیوتنی ( $\eta_s$ ) و لزجت پلیمری ( $\eta_p$ ) است ( $\eta_0 = \eta_s + \eta_p$ ) است. از طرف دیگر اعداد بدون بعد پرانتل و برینکمن ثابت و برابر با 1 در نظر گرفته شده‌اند، ولی عدد رینولدز در محدوده 10 تا 100 تغییر می‌کند. پارامترهای  $\tau_{ij}^{p*}$  و  $\tau_{ij}^{s*}$  به ترتیب تانسور تنش نیوتنی و تانسور تنش پلیمری است. تانسور تنش نیوتنی توسط رابطه (5) بیان می‌شود.

$$\tau_{ij}^{s*} = \beta \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} \right) \quad (5)$$

هنگامی که نسبت لزجت نیوتنی به لزجت کل ( $\beta$ ) برابر 0.5 یا بیشتر است، خاصیت الاستیک به عنوان یک عامل پایدارکننده (در رابطه با تشکیل گردابه‌های متقارن) برای جریان سیال ویسکوالاستیک عمل می‌کند. در حالی که خاصیت الاستیک برای لزجت پلیمری زیاد ( $\beta \ll 1$ ) به عنوان یک عامل ناپایدارکننده در تشکیل نواحی گردابه‌ای شکل نامتقارن عمل می‌کند [5]. در این تحقیق مقدار نسبت لزجت نیوتنی به لزجت کل بسیار کوچک ( $\beta = \eta_s / (\eta_s + \eta_p) \approx 1/15$ ) در نظر گرفته شده است تا رفتار سیال ویسکوالاستیک در لزجت پلیمری بالا بررسی شود. از فرم نمایی مدل رئولوژیکی فن تین-تنر برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی و پیچیده سیال پلیمری استفاده شده است. در این مدل رئولوژیکی دو ثابت قابل تنظیم مربوط به خواص سیال ( $\epsilon$  و  $\gamma$ ) وجود دارد که از داده‌های تجربی به دست می‌آیند؛ بنابراین برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت مواد مورد استفاده در صنایع مختلف مانند حلال‌های غلیظ و مذاب‌های پلیمری، مدل فن تین-تنر با داشتن دو ثابت قابل تنظیم دارای دقت کافی و لازم است [21,20]. معادله متشکله فن تین-تنر به صورت رابطه (6) تعریف می‌شود [22].

تغییرات لزجت دارد؛ در حالی که نرخ کرنش برشی (تغییرات سرعت) بیشترین تأثیر را روی تغییرات دما دارد. هم‌زمان در تحقیقی دیگر زندانسی و وازجر [18] اثر نسبت انبساط‌های مختلف و دماهای ورودی متفاوت را روی ضریب افت فشار جریان خزشی مذاب پلیمری داخل کانال واگرای نامتقارن با انبساط ناگهانی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با استفاده از معادلات نیوتنی تعمیم‌یافته کراس و فرم اصلاح‌شده قانون توانی نشان دادند که ضریب افت فشار با افزایش نسبت انبساط افزایش می‌یابد.

با توجه به تحقیقات گذشته بیشتر مطالعات صورت گرفته مربوط به انتقال حرارت جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی نامتقارن است و مقدار عدد وایزنبرگ جریان و اختلاف دما بین ورودی و دیواره کانال بسیار کم در نظر گرفته شده است. اثرات نیروی اینرسی (عدد رینولدز) جریان به دلیل خزشی بودن جریان ناچیز است و نواحی گردابه‌ای شکل بسیار ضعیف و کوچکی تشکیل می‌شوند. خواص لزجت و زمان رهایی از تنش وابستگی زیادی به دما دارند. انرژی حرارتی در جریان به دلیل اتلافات ناشی از لزجت سیال تولید شده، و انرژی گرمایی نیز به دلیل خاصیت الاستیک سیال در آن ذخیره می‌شود. هنگامی که تغییرات دما زیاد باشد، در نظر گرفتن وابستگی دمایی برای خواص سیال و اعمال ترم اتلافات تنش‌های نیوتنی و پلیمری در معادله انرژی تأثیرات قابل ملاحظه‌ای روی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک دارند [9].

در تحقیق کنونی انتقال حرارت جریان‌های متقارن و نامتقارن سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن 1:3 شبیه‌سازی شده است. برای مدل‌سازی اثرات هر دو خواص لزجت و الاستیک در رفتار سیال ویسکوالاستیک از فرم نمایی مدل رئولوژیکی فن تین-تنر استفاده شده است. اثرات وابستگی خواص سیال به دما و همچنین جمله اتلافات ناشی از لزجت در معادله انرژی لحاظ شده است. بررسی جریان غیرخزشی و غیرهمدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن توسط فرم غیرخطی مدل رئولوژیکی فن تین-تنر همراه با خواص وابسته به دما و اختلاف دمای زیاد بین ورودی و دیوارهای کانال قابل توجه، ارزشمند و از نوآوری‌های این مطالعه است.

شبیه‌سازی مسئله در نرم‌افزار کد باز این فوم<sup>1</sup> با استفاده از روش حجم محدود<sup>2</sup> و الگوریتم پی‌زو<sup>3</sup> انجام شده است. طرح شماتیک هندسه کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن در شکل 1 نشان داده شده است. براساس شکل 1 ارتفاع و طول بخش‌های اول و دوم کانال به ترتیب با  $L_1$ ،  $h$  و  $L_2$ ،  $H$  نام‌گذاری شده‌اند. در این مطالعه طول مربوط به بخش‌های اول و دوم کانال به ترتیب 60 و 120 برابر ارتفاع بخش بالادست کانال در نظر گرفته شده است تا شرایط توسعه یافتگی کامل برای جریان هیدروپنایمیک و حرارتی کانال حاصل شود. در این مقاله اثر نیروی اینرسی روی الگوی جریان، پروفیل دما و تغییرات عدد ناسلت محلی و میانگین بررسی می‌شود. به این جهت انتقال حرارت جریان غیرخزشی سیال ویسکوالاستیک با لزجت پلیمری زیاد

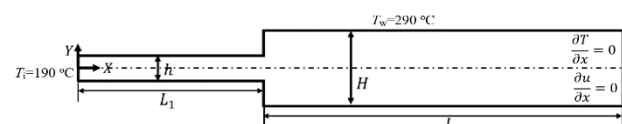


Fig. 1 Geometry of the symmetric planar channel with 1:3 abrupt expansion

شکل 1 هندسه کانال صفحه‌ای متقارن با انبساط ناگهانی 1:3

<sup>1</sup> Open FOAM

<sup>2</sup> Finite element method (FVM)

<sup>3</sup> Pressure-Implicit with Splitting of Operators (PISO)

ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای متقارن با انبساط ناگهانی 1:3 از نرم‌افزار کد باز این فوم و برای گسسته‌سازی معادلات از روش حجم محدود استفاده شده است.

در نرم‌افزار کد باز این فوم قابلیت دسترسی به تمام کدها و امکان تغییر و توسعه حلگرها و روابط وجود دارد. با توجه به وابستگی خواص سیال ویسکوالاستیک به دما نیاز است، همه معادلات حاکم هم‌زمان حل شوند. به همین منظور معادله انرژی و معادلات وابستگی دمایی مربوط به خواص سیال در حلگر ویسکوالاستیک نرم‌افزار این فوم اضافه شده و به صورت هم‌زمان با معادلات بقای جرم و مومنتوم در داخل الگوریتم پیرو حل شده است [28]. برای گسسته‌سازی ترم جابه‌جایی معادلات حاکم از روش اختلاف بالادست خطی و برای ترم‌های دیورژانس و لاپلاسیان از روش تفاضل مرکزی استفاده شده است [30,29].

برای مرزها و ترم جابه‌جایی، مقدار متغیرها روی وجوه سلول با روش درونیابی خطی روی مقادیر مرکز سلول‌ها تخمین زده می‌شوند. این دستگاه معادلات خطی با گسسته‌سازی معادلات حاکم به وجود می‌آید. این دستگاه معادلات با استفاده از روش گرادیان مزدوج<sup>۲</sup> با شروع کننده چند شبکه‌ای جبری<sup>۳</sup> برای متغیر فشار و روش گرادیان غیرمزدوج<sup>۴</sup> با شروع کننده چولسکی<sup>۵</sup> برای مؤلفه‌های بردار سرعت، تانسور تنش و دما حل می‌شوند [32,31]. برای حل دستگاه معادلات خطی با روش‌های صریح و تکراری نیاز به مقدار خطای مجاز برای توقف حلقه تکرار است. مقدار خطای مجاز برای متغیر فشار برابر با  $10^{-8}$  و برای مؤلفه‌های سرعت، تانسور تنش و دما برابر با  $10^{-7}$  در نظر گرفته شده است. ضریب مادون تخفیف مورد استفاده در این مطالعه برای متغیرهای فشار، سرعت، تنش و دما برابر 0.5 است.

توزیع سرعت و دما در ورودی کانال ثابت و یکنواخت و مقدار تنش و گرادیان فشار نیز صفر در نظر گرفته شده است. مقدار سرعت در ورودی کانال با توجه به عدد رینولدز و مقدار پارامترهای موجود در جدول 1 تعیین می‌شود. در خروجی کانال مقدار فشار نسبی و مقادیر گرادیان متغیرهای سرعت، تنش و دما صفر در نظر گرفته شده است. به دلیل شرط عدم لغزش، سرعت سیال روی دیوارهای کانال صفر و دما روی دیوار کانال ثابت و یکنواخت فرض شده است. مقادیر دما در ورودی و روی دیوار کانال در جدول 1 نشان داده شده است. مقدار گرادیان فشار و تنش اصلاح شده صفر در راستای عمود بر دیوارهای کانال در نظر گرفته شده است. روند الگوریتم پیرو مورد استفاده در این تحقیق به صورت خلاصه در شکل 2 نشان شده است.

### 3- ارزیابی استقلال حل از شبکه

برای بررسی استقلال حل عددی از شبکه‌بندی هندسه در جریان غیرهم‌دمای سیال ویسکوالاستیک در کانال صفحه‌ای متقارن با انبساط ناگهانی، توزیع سرعت بدون بعد روی خط مرکزی کانال مورد بررسی قرار گرفته

جدول 1 مقادیر ثوابت مورد استفاده در اعداد بدون بعد و روابط (8,9) [27,9]

| $k_{f,s}^*$ ( $\frac{1}{\text{Pa}\cdot\text{s}}$ ) | $k_{f,0}^*$ | $\alpha$ (K)         | $\rho$ ( $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) | $\eta_{0,\text{in}}$ (Pa. s) |
|----------------------------------------------------|-------------|----------------------|-------------------------------------------|------------------------------|
| 0.00118                                            | 0.7753      | 1720                 | 1226                                      | 4.07                         |
| $C_{p,s}^*$ ( $\frac{1}{\text{Pa}\cdot\text{s}}$ ) | $C_{p,0}^*$ | $T_{\text{in}}$ (°C) | $h$ (m)                                   | $T_w$ (°C)                   |
| -0.00112                                           | 1.2122      | 190                  | 0.1                                       | 290                          |

<sup>2</sup> Conjugated gradient (CG)

<sup>3</sup> Algebraic multigrid (AMG) preconditioner

<sup>4</sup> Bi-conjugate gradient stabilized (BiCGstab)

<sup>5</sup> Cholesky preconditioner

$$F(\text{tr}\tau_{ij}^{P*})\tau_{ij}^{P*} + \text{We}\left(u_k^* \frac{\partial \tau_{ij}^{P*}}{\partial x_k^*} - \tau_{ik}^{P*} \frac{\partial u_j^*}{\partial x_k^*} - \frac{\partial u_i^*}{\partial x_k^*} \tau_{kj}^{P*}\right) + \frac{\text{We}\xi}{2}\left(\tau_{ij}^{P*}\left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*}\right) + \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*}\right)\tau_{ij}^{P*}\right) = (1 - \beta)\left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*}\right) \quad (6)$$

پارامتر We عدد بدون بعد وایزنبرگ،  $(\text{We} = \lambda U_{\text{in}}/D_h)$  که مقدار آن برابر با 10 در نظر گرفته شده و  $\lambda$  ضریب رهایی از تنش سیال ویسکوالاستیک است. در مطالعه حاضر تابع ضریب تنش پلیمری  $(F(\text{tr}\tau_{ij}^{P*}))$  به فرم نمایی به صورت رابطه (7) تعریف می‌شود [23].

$$F(\text{tr}\tau_{ij}^{P*}) = \exp\left(\frac{\varepsilon \text{We}}{1 - \beta} \text{tr}\tau_{ij}^{P*}\right) \quad (7)$$

رفتار کششی سیال ویسکوالاستیک وابسته به مقدار  $\varepsilon$  است و تابع ضریب تنش پلیمری  $(F(\text{tr}\tau_{ij}^{P*}))$  نحوه تأثیرگذاری انرژی جنبشی جریان سیال روی خاصیت کششی سیال ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد. هنگامی که فرم نمایی برای تابع ضریب تنش پلیمری انتخاب می‌شود، بیشترین لزجت کششی با تغییرات نرخ کشسانی سیال حاصل می‌شود؛ بنابراین رفتار لزجت کششی و رقیق شونده سیال برای جریان‌های قوی با نرخ کرنش بالا به درستی مدل می‌شود [24]. نتایج تحقیقات گذشته نشان می‌دهند که مقادیر ثابت‌های قابل تنظیم مدل فن تین-تر باید کوچک باشند تا مطابقت خوبی با داده‌های تجربی داشته باشند [26,25]. به این دلیل در مطالعه حاضر مقادیر این ثابت‌ها مطابق با مقادیر تحقیق کروز و پینهو [26] ( $\xi = 0.04$ ,  $\varepsilon = 0.02$ ) انتخاب شده است. خواص سیال از قبیل لزجت  $(\eta_0(T))$ ، زمان رهایی از تنش  $(\lambda(T))$ ، ظرفیت حرارتی ویژه  $(C_p(T))$  و ضریب هدایت حرارتی  $(k_f(T))$  با دما تغییر می‌کنند و وابستگی دمایی این خواص به صورت رابطه (8) بیان می‌شوند [27,9].

$$\eta_0(T) = \eta_{0,\text{in}} a(T), \quad k_f(T) = k_{f,\text{in}}(k_{f,0}^* + k_{f,s}^* T) \\ \lambda(T) = \lambda_{\text{in}} a(T), \quad C_p(T) = C_{p,\text{in}}(C_{p,0}^* + C_{p,s}^* T) \quad (8)$$

پارامترهای  $\eta_{0,\text{in}}$ ،  $\lambda_{\text{in}}$  و  $k_{f,\text{in}}$  نشان‌دهنده لزجت کلی، زمان رهایی از تنش، ضریب هدایت حرارتی و ظرفیت حرارتی ویژه سیال در دمای ورودی کانال هستند. مقدار  $\eta_{0,\text{in}}$  در جدول 1 داده شده است و مقادیر پارامترهای  $\lambda_{\text{in}}$  و  $k_{f,\text{in}}$  با توجه به اعداد بدون بعد و جدول 1 به دست می‌آیند. همچنین تابع آرنیوس<sup>۱</sup>  $a(T)$  به صورت رابطه (9) بیان می‌شود [27,9].

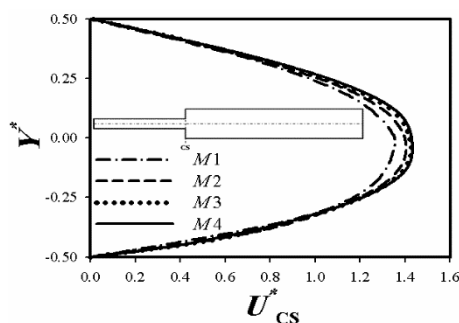
$$a(T) = \exp\left[\alpha\left(\frac{1}{T + 273.15} - \frac{1}{T_0 + 273.15}\right)\right] \quad (9)$$

پارامتر  $T_0$  دمای مرجع که مقدار آن ثابت و برابر با مقدار دمای ورودی کانال است، همچنین ثوابت مورد استفاده در اعداد بدون بعد و روابط (8,9) در جدول 1 آورده شده است. عدد ناسلت محلی از رابطه (10) و عدد ناسلت میانگین با انتگرال گیری از عدد ناسلت محلی در طول بخش دوم کانال محاسبه می‌شود.

$$\text{Nu} = \frac{k_{f,w} D_h \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w}{k_{f,b} (T_w - T_b)}, \quad T_b = \frac{\int C_p u T dA}{\int C_p u dA} \quad (10)$$

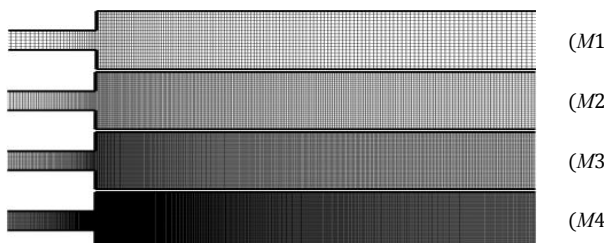
$u$  مؤلفه افقی بردار سرعت و  $T_b$  دمای متوسط سیال در سطح مقطع عرضی کانال ( $A$ ) است. پارامتر  $k_{f,b}$  ضریب هدایت حرارتی سیال در مجاورت دیوار کانال و پارامتر  $k_{f,w}$  ضریب هدایت حرارتی متوسط سیال در سطح مقطع عرضی کانال است. برای شبیه‌سازی جریان غیر هم‌دمای سیال

<sup>1</sup> Arrhenius function



**Fig. 4** The dimensionless velocity profile of viscoelastic fluid flow on cross-section area at onset of channel expanded part for four different grids

شکل 4 پروفیل سرعت بدون بعد جریان سیال ویسکوالاستیک روی سطح مقطع عرضی در ابتدای بخش انبساطی کانال برای چهار شبکه مختلف



**Fig. 5** Enlarged view of the channel part with 1:3 abrupt expansion for four different grids

شکل 5 نمای بزرگ شده قسمتی از کانال با انبساط ناگهانی 1:3 برای چهار شبکه مختلف

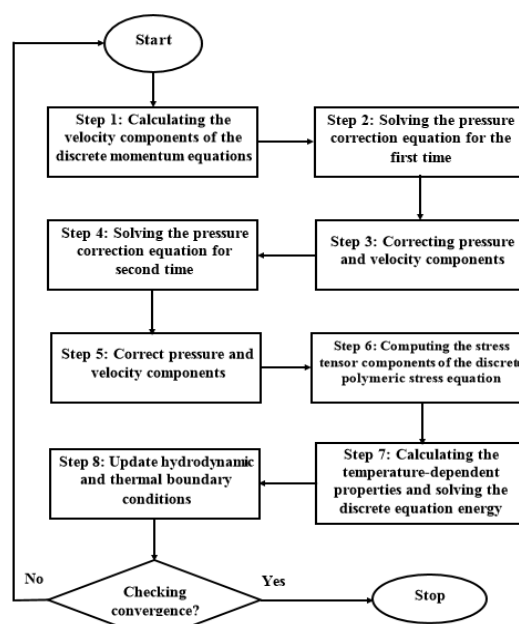
بسیار اندکی با هم دارند. دقت حل با زیاد شدن تعداد سلول‌های شبکه افزایش یافته و افزایش هزینه محاسباتی را نیز به همراه دارد؛ بنابراین شبکه  $M3$  برای بررسی این مسئله انتخاب شده است.

#### 4- صحت‌سنجی نتایج حل عددی

نتایج مربوط به توزیع دما و پروفیل سرعت برای اعتبارسنجی نتایج تحقیق حاضر با نتایج منتشرشده در مقالات مقایسه شده است. جریان غیر مدمای سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای مستقیم با فرم ساده‌شده معادله متشکله فن تین-تنر و عدم وابستگی دمایی خواص سیال شبیه‌سازی و با نتایج به‌دست‌آمده از حل تحلیلی در تحقیقات پیشین مقایسه شده است. ابتدا توزیع سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک مربوط به نتایج عددی مطالعه حاضر با نتایج حل تحلیلی الیورا و پینهو [33] برای  $\epsilon = 0.01$ ،  $Re = 10$  و  $We = 3$  مقایسه و نتیجه آن در شکل 6 نشان داده شده است. مقایسه توزیع دمای نتایج عددی مطالعه حاضر با نتایج حل تحلیلی کوئلپو و همکاران [7] برای  $Re = 10$ ،  $Pr = 100$ ،  $Br = -1$  و  $\epsilon We^2 = 0.1$  در شکل 7 نشان داده شده است. در شکل‌های 6 و 7 مشاهده می‌شود که بین نتایج عددی مطالعه حاضر و نتایج حل تحلیلی مطابقت بسیار خوبی وجود دارد.

#### 5- ترسیم و تفسیر نتایج

هدف این تحقیق بررسی تأثیر نیروی اینرسی روی انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی 1:3 است. در این تحقیق وابستگی دمایی خواص و تأثیر اتلافات ناشی از لزجت در معادله انرژی لحاظ شده است. بدین منظور تأثیر نیروی اینرسی بر خطوط جریان، توزیع سرعت، پروفیل دما، اعداد ناسلت محلی و میانگین در محدوده اعداد رینولدز  $10 \leq Re \leq 100$  مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل 8 خطوط جریان غیرمدمای سیال ویسکوالاستیک در کانال متقارن با انبساط ناگهانی

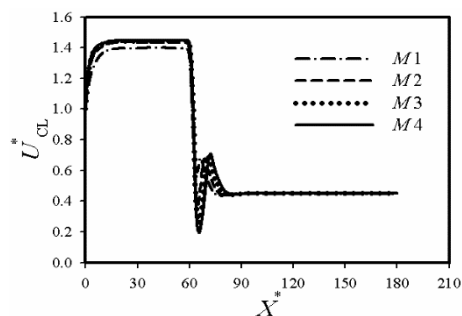


**Fig. 2** The numerical solution procedure with the PISO algorithm

شکل 2 روند حل عددی با الگوریتم پی‌زیو

است. براساس شکل‌های 3 و 4 توزیع سرعت در راستای خط مرکزی کانال و پروفیل سرعت روی سطح مقطع عرضی در ابتدای بخش انبساطی کانال برای 4 شبکه مختلف در عدد برینکمن 1، عدد وایزنبرگ 10 و عدد رینولدز 60 با هم مقایسه شده‌اند. این چهار شبکه از شبکه درشت تا شبکه بسیار ریز به ترتیب با  $M1$ ،  $M2$ ،  $M3$  و  $M4$  نام‌گذاری شده‌اند. نمای بزرگ‌شده از مش‌بندی قسمتی از کانال برای چهار شبکه مختلف در شکل 5 نشان داده شده است. مشخصات مربوط به چهار شبکه همراه با جزئیات آن‌ها در جدول 2 آورده شده است. تعداد سلول‌های شبکه در جهت محور عمودی برای بخش‌های اول و دوم کانال به ترتیب با پارامترهای  $Ny1$  و  $Ny2$  نشان داده شده‌اند، همچنین تعداد سلول‌های شبکه در جهت محور افقی برای بخش‌های بالادست و پایین‌دست جریان نیز به ترتیب با پارامترهای  $Nx1$  و  $Nx2$  نشان داده شده‌اند.

پارامترهای  $\delta x_{min}$  و  $\delta y_{min}$  نشان‌دهنده کمترین اندازه سلول‌های شبکه در جهت محورهای افقی و عمودی مختصات است. تعداد کل سلول‌های شبکه نیز با پارامتر  $NT$  نشان داده شده است. همچنان که در شکل‌های 3 و 4 نشان داده شده است اختلاف کمی در توزیع سرعت مربوط به شبکه‌های  $M2$  و  $M4$  وجود دارد، ولی توزیع سرعت در شبکه‌های  $M3$  و  $M4$  اختلاف

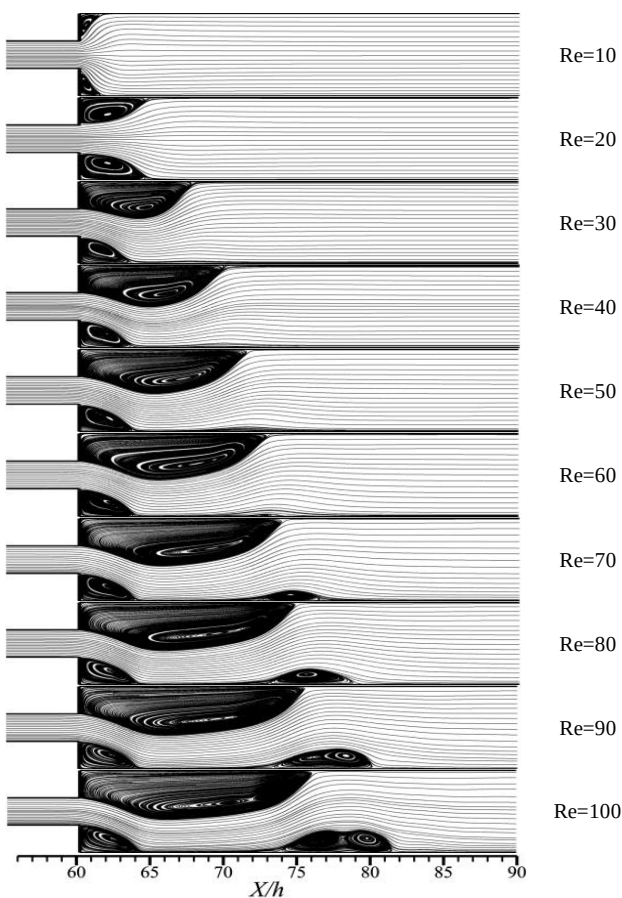


**Fig. 3** The dimensionless velocity distribution of viscoelastic fluid flow on the centerline of symmetric channel with abrupt expansion for four different grids

شکل 3 توزیع سرعت بدون بعد جریان سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی کانال متقارن با انبساط ناگهانی برای چهار شبکه مختلف

رشد بیشتر طول گردابه‌ها در مجاورت دیواره‌های کانال می‌شود. از طرف دیگر جریان سیال داخل بخش انبساطی کانال با غلبه اختلالات نامتقارن سرعت محوری بالادست به سمت یکی از دیوارهای کانال (در این‌جا دیواره پایین کانال است) منحرف شده و گردابه بزرگ‌تر در مجاورت دیوار مقابل (دیوار بالا) تشکیل می‌شود.

افزایش بیشتر نیروی اینرسی سبب رشد اندازه گردابه‌ها به خصوص گردابه بزرگ‌تر در مجاورت دیوار بالایی کانال می‌شود. گردابه سوم با افزایش عدد رینولدز و تشدید اختلالات سرعت محوری جریان در کانال تشکیل شده و سبب تغییر مسیر و انحراف جریان سیال به سمت دیوار بالایی کانال می‌شود. اندازه گردابه سوم نیز با افزایش هرچه بیشتر نیروی اینرسی افزایش می‌یابد. برای مشاهده تأثیر خطوط جریان بر توزیع دما، خطوط هم‌دماي جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال با انبساط ناگهانی برای اعداد رینولدز مختلف در شکل 8 ترسیم شده است. در شکل 9 دمای بدون بعد در مقدار اختلاف دمای بین ورودی و دیواره کانال ( $T_w - T_{in} = 100$ ) ضرب شده است تا خطوط هم‌دما تنها نشان‌دهنده اختلاف دمای جریان سیال با دمای دیواره کانال باشد. بیشترین اختلاف دما بین جریان سیال ویسکوالاستیک و دیوار کانال مربوط به ناحیه مرکزی کانال در ابتدای بخش انبساطی کانال است. این تغییرات توزیع دما در اعداد رینولدز مختلف به دلیل تشکیل نواحی گردابه‌ای شکل متقارن و نامتقارن است و تشکیل گردابه سوم تأثیر بسیار کمی در روند تغییرات توزیع دما دارد.



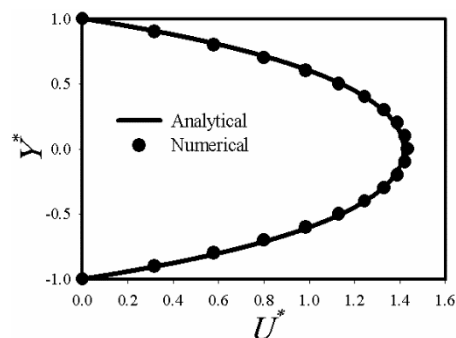
**Fig. 8** Streamlines of non-isothermal viscoelastic fluid inside planar channel with symmetric abrupt expansion for various Reynolds numbers

شکل 8 خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک غیرهم‌دما داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن برای اعداد رینولدز مختلف

**جدول 2** مشخصات سلول‌های شبکه برای کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی

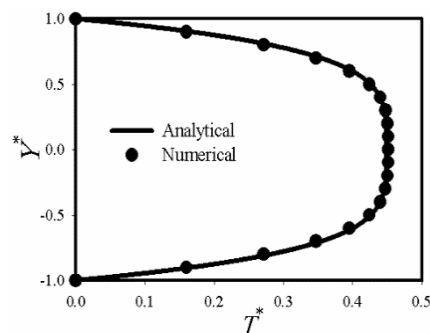
**Table 2** Characteristics of mesh cells for planar channel with abrupt expansion

| $NT$   | $\delta y_{min}$ | $Ny2$ | $Ny1$ | $\delta x_{min}$ | $Nx2$ | $Nx1$ | شبکه |
|--------|------------------|-------|-------|------------------|-------|-------|------|
| 8040   | 0.0167           | 18    | 6     | 0.0100           | 400   | 140   | $M1$ |
| 21440  | 0.0010           | 30    | 10    | 0.0062           | 640   | 224   | $M2$ |
| 54880  | 0.0063           | 48    | 16    | 0.0039           | 1024  | 358   | $M3$ |
| 142662 | 0.0039           | 78    | 26    | 0.0025           | 1638  | 573   | $M4$ |



**Fig. 6** Comparison of the velocity distribution in the current study with the analytical research of Oliveira and Pinho [33] for viscoelastic fluid flow inside a planar straight channel

شکل 6 مقایسه توزیع سرعت در مطالعه حاضر با حل تحلیلی الیویرا و پینو [33] برای جریان سیال ویسکوالاستیک داخل یک کانال مستقیم صفحه‌ای

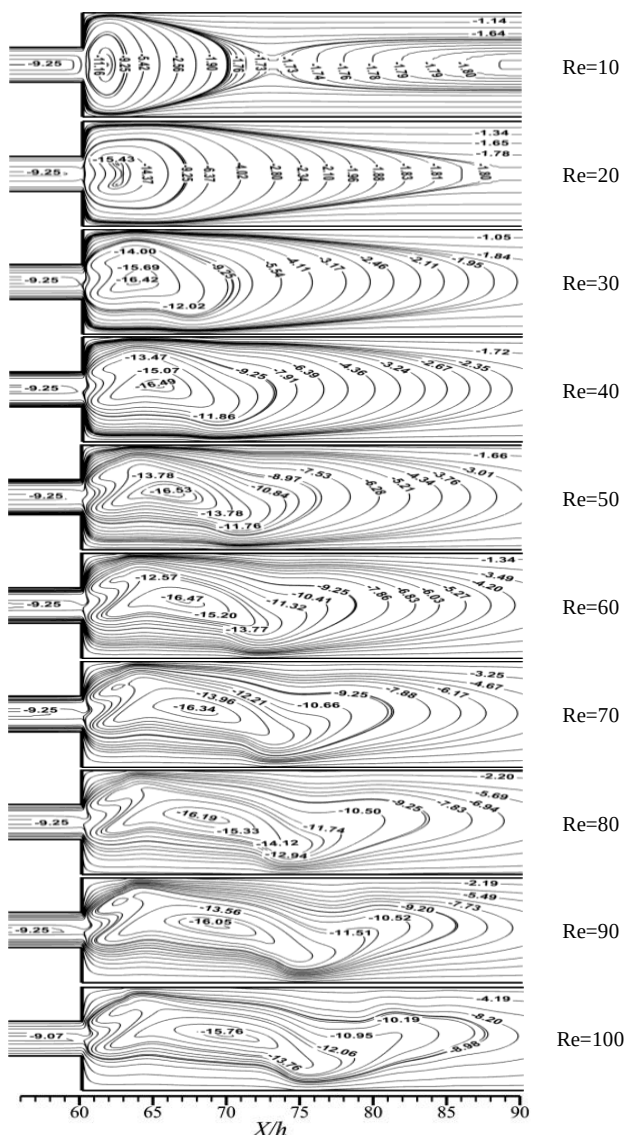


**Fig. 7** Comparison of the temperature distribution in the current study with the analytical research of Coelho et al. [7] for non-isothermal flow of viscoelastic fluid inside a planar straight channel

شکل 7 مقایسه توزیع دما در مطالعه حاضر با حل تحلیلی کوئلپو و همکاران [7] برای جریان غیر هم‌دماي سیال ویسکوالاستیک داخل یک کانال مستقیم صفحه‌ای

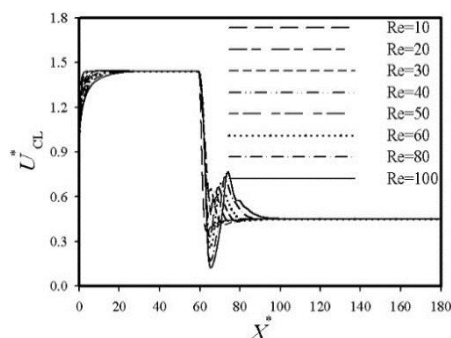
برای اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است. جریان نامتقارن با افزایش نیروی اینرسی در کانال واگرای متقارن تولید می‌شود. حالت‌های متقارن و نامتقارن جریان سیال مربوط به تعامل بین اثرات اختلالات سرعت محوری جریان بالادست، جابه‌جایی اختلالات نواحی گردابه‌ای شکل در جریان پایین دست، اتلافات لزجت و حافظه سیال است. در اعداد رینولدز کوچک، اثرات اختلالات متقارن پایین دست و اتلافات لزجت بر اختلالات نامتقارن جریان بالادست غلبه کرده و گردابه‌ها متقارن باقی می‌مانند، ولی با افزایش نیروی اینرسی اثر اختلالات سرعت محوری بالادست بر اثرات اختلالات نواحی گردابه‌ای شکل در پایین دست و اتلافات لزجت غلبه کرده و جریان نامتقارن می‌شود. هنگامی که جریان سیال وارد بخش انبساطی کانال می‌شود، المان‌های سیال در جهت عمود بر جریان کشیده شده و در جهت جریان فشرده می‌شود و این تغییر شکل المان‌های سیال در حافظه سیال به دلیل خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک ذخیره می‌شود. اثرات نوسان و تغییر شکل در ساختار مولکولی سیال سبب

بخش انبساطی کانال از نواحی مرکزی کانال به سمت دیوارهای کانال انتقال



**Fig. 9** Isothermal lines of non-isothermal viscoelastic fluid flow inside planar channel with symmetric abrupt expansion for various Reynolds numbers

شکل 9 خطوط هم‌دمای جریان سیال ویسکوالاستیک غیرهم‌دمای داخل کانال صافه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن برای اعداد رینولدز مختلف



**Fig. 10** Velocity of non-isothermal flow related to the viscoelastic fluid on the centerline of planar channel with symmetric abrupt expansion for different Reynolds numbers

شکل 10 سرعت جریان غیرهم‌دمای سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی کانال صافه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن برای اعداد رینولدز مختلف

در شکل 10 توزیع سرعت بدون بعد جریان سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی کانال با انبساط ناگهانی در اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است. در تمام شکل‌ها سرعت بدون بعد ( $U^*$ ) توسط سرعت یکنواخت ورودی و مختصات محورها ( $X^*$ ,  $Y^*$ ) توسط ارتفاع بخش اول کانال بدون بعد شده‌اند. هنگامی که جریان سیال وارد بخش انبساطی کانال می‌شود سرعت آن به دلیل افزایش ناگهانی سطح مقطع کاهش می‌یابد. گردابه‌ها در نیروی اینرسی کم متقارن بوده و اندازه آن‌ها کوچک است. در نتیجه کاهش سرعت در بخش انبساطی کانال تا انتهای گردابه ادامه دارد، ولی سرعت با اتمام گردابه‌ها اندکی افزایش یافته و سپس به مقدار ثابتی می‌رسد.

نواحی گردابه‌ای شکل نامتقارن با افزایش نیروی اینرسی ایجاد شده که این سبب افزایش طول و ارتفاع گردابه‌ها (به خصوص برای گردابه بزرگ‌تر در مجاورت دیوار بالایی کانال) می‌شود. افزایش ارتفاع برای گردابه بزرگ‌تر از مجاورت دیوار بالا شروع شده و تا بعد از خط مرکزی کانال ادامه دارد. سرعت سیال روی خط مرکزی کانال تا پیش از ورود به ناحیه گردابه بزرگ‌تر کاهش می‌یابد، ولی سرعت آن با وارد شدن سیال به ناحیه گردابه بزرگ‌تر افزایش یافته و پس از خروج از آن کاهش می‌یابد و این کاهش سرعت تا پس از نواحی گردابه‌ای ادامه دارد. در نهایت سرعت سیال با رسیدن به حالت توسعه‌یافتگی کامل هیدرودینامیکی به مقدار ثابتی میل می‌کند؛ بنابراین با زیاد شدن نیروی اینرسی (از عدد رینولدز 10 تا عدد رینولدز 100)، مقادیر بیشینه و کمینه سرعت روی خط مرکزی بخش انبساطی کانال به ترتیب به میزان 1.7 برابر صعود و 2.8 برابر نزول می‌کند و مکان آن در جهت جریان جابه‌جا می‌شود.

در شکل 11 توزیع دما بدون بعد در مقاطع عرضی مختلف کانال و در اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است. در تمام شکل‌ها دمای بدون بعد به صورت  $T^* = (T_w - T) / (T_w - T_{in})$  تعریف شده که بیانگر اختلاف دمای بین جریان سیال و دمای دیواره که بر اختلاف دمای بین ورودی و دیواره کانال تقسیم شده است. دمای بدون بعد ( $T^*$ ) در مقدار اختلاف دمای بین ورودی و دیواره کانال ( $T_w - T_{in} = 100$ ) ضرب شده است تا دمای بدون بعد تنها نشان‌دهنده اختلاف دمای جریان سیال با دمای دیواره کانال باشد؛ به همین دلیل در کنار محور توزیع دما برای تمام شکل‌ها ضریب 0.01 وجود دارد.

دمای سیال در بخش انبساطی کانال به دلیل اعمال جمله اتلاف ناشی از لزجت در معادله انرژی بیش از دمای روی دیواره کانال است؛ به همین دلیل دمای بدون بعد منفی است. مقطع عرضی CS1 در فاصله 10 برابری ارتفاع بخش اول کانال از ورودی بخش انبساطی در جهت منفی محور مختصات افقی قرار دارد. مقطع عرضی CS2 در ورودی بخش انبساطی کانال قرار گرفته است، همچنین مقاطع عرضی CS3، CS4 و CS5 به ترتیب در فواصل 10، 30 و 50 برابری ارتفاع بخش اول کانال از ورودی بخش انبساطی در جهت مثبت محور مختصات افقی قرار گرفته‌اند. بیشترین اختلاف دمای جریان سیال با دیواره کانال مربوط به نواحی گردابه‌ای شکل و در مرکز کانال (به میزان 16 درجه سانتی‌گراد) است. در این نواحی انرژی گرمایی تولید شده به دلیل اتلافات ناشی از لزجت سیال و به سبب خاصیت الاستیک سیال در داخل آن ذخیره می‌شود. افزایش نیروی اینرسی سبب تقویت نواحی گردابه‌ای شکل شده و جریان چرخشی داخل گردابه‌ها سبب اختلاط سیال غیرهم‌دمای می‌شود. شیب تغییرات دما در مجاورت دیوارهای پایین و بالای کانال با افزایش دما بیشتر است.

از طرف دیگر این تغییرات دمایی به دلیل وجود حافظه در سیال ویسکوالاستیک در آن ذخیره می‌شود. گرما با پیشروی جریان سیال در طول

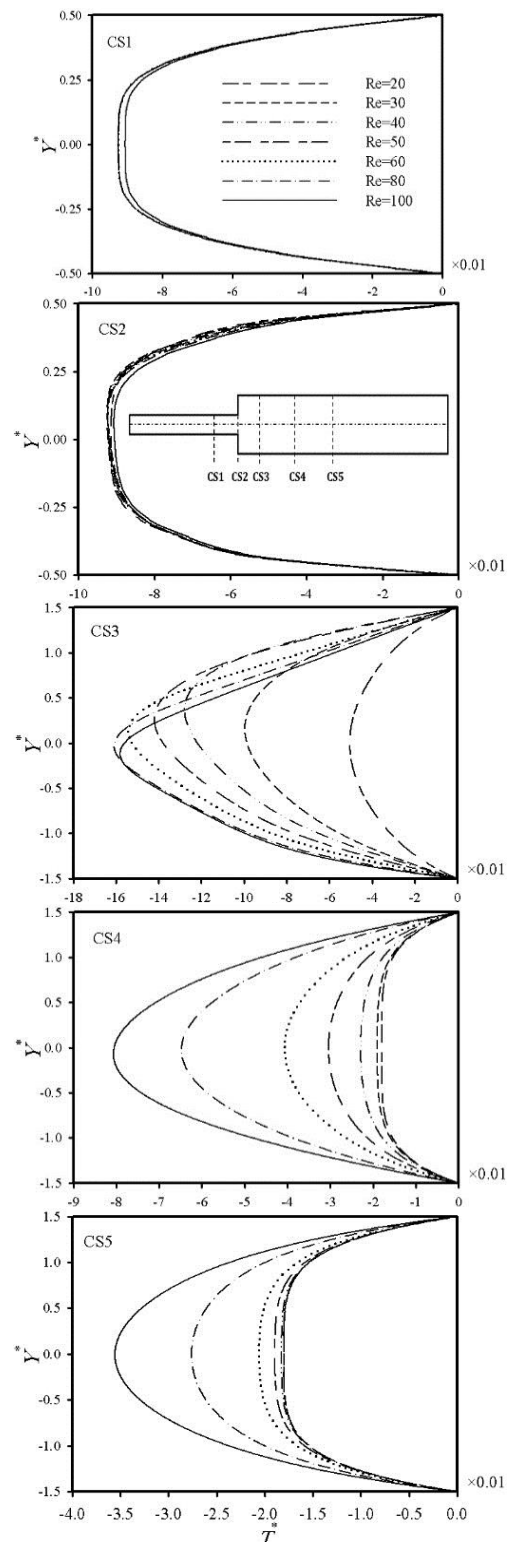
بیشترین اختلاف دما در مجاورت دیوارهای بخش انبساطی کانال در انتهای گردابه اول (برای دیوار پایین) و گردابه دوم (برای دیوار بالا) به دلیل عمل اختلاط سیال در نواحی گردابه‌ای شکل اتفاق می‌افتد. افزایش نیروی اینرسی سبب افزایش قدرت و طول گردابه‌ها می‌شود. افزایش نیروی اینرسی سبب افزایش قدرت و طول گردابه‌ها می‌شود؛ بنابراین مقدار بیشینه اختلاف دما در مجاورت دیوارهای کانال با افزایش عدد رینولدز در بخش انبساطی کانال افزایش یافته و در جهت جریان جابه‌جا می‌شوند.

اختلاف دما با پیشروی جریان سیال در امتداد بخش دوم کانال و دور شدن از نواحی گردابه‌ای شکل ثابت می‌شود. از آنجایی که شیب تغییرات اختلاف دما در مجاورت دیوارهای کانال بیش از ناحیه مرکزی کانال است؛ در نتیجه اختلاف دما در مجاورت دیوارهای کانال با پیمودن طول کمتری از کانال (نسبت به ناحیه مرکزی) به مقدار ثابتی می‌رسد. اختلاف دما در ناحیه مرکزی، در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته حرارتی، به دلیل تولید و ذخیره انرژی گرمایی ناشی از اتلافات لزجت و خاصیت الاستیک بیشتر از اختلاف دما در مجاورت دیوارهای کانال است. بیشینه دمای سیال در مجاورت دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال با 10 برابر شدن سرعت جریان در ورودی کانال به ترتیب به میزان 3 و 2.2 برابر دمای دیوارهای پایین و بالا افزایش می‌یابد.

همان‌طور که در شکل 13 مشاهده می‌شود توزیع اعداد ناسلت محلی برای دیوارهای پایین و بالای کانال در اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است. اتلافات ناشی از لزجت (به سبب لزجت نیوتنی) و تولید گرما (به واسطه خاصیت الاستیک) با ایجاد گردابه‌ها در ابتدای بخش انبساطی کانال افزایش می‌یابد؛ بنابراین در ناحیه در حال توسعه بیشترین مقدار عدد ناسلت محلی برای دیوارهای بالا و پایین بخش انبساطی کانال به ترتیب در انتهای گردابه اول (در مجاورت دیوار پایینی کانال) و در انتهای گردابه دوم (در مجاورت دیوار بالایی کانال) واقع می‌شود. تشکیل گردابه‌ها و کاهش لزجت (به واسطه افزایش دما) سبب افزایش سرعت و کشیدگی بیشتر المان سیال در ناحیه مرکزی کانال می‌شود؛ در نتیجه گرمای زیادتری در این ناحیه تولید و ذخیره می‌شود. گرمای ذخیره شده در سیال با پیشروی در طول کانال و اتمام گردابه‌ها از ناحیه مرکزی به سمت دیوارهای کانال انتقال یافته و عدد ناسلت محلی بعد از اتمام گردابه‌ها افزایش یافته و در نهایت در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته حرارتی به مقدار ثابتی می‌رسد. افزایش نیروی اینرسی سبب رشد طول و ارتفاع گردابه‌ها شده و افزایش اختلاف دما در مجاورت دیوارهای کانال را به همراه دارد. افزایش عدد رینولدز برای جریان هیدرودینامیکی و گرمایی در حال توسعه سبب رشد و جابه‌جایی نقطه حداکثر عدد ناسلت محلی برای دیوارهای پایین و بالای بخش انبساطی کانال می‌شود.

این جابه‌جایی مکان نقطه حداکثر عدد ناسلت برای دیوار پایینی کانال به دلیل رشد بسیار کم طول گردابه کوچک‌تر در مجاورت دیوار پایینی کانال بسیار نامحسوس است؛ بنابراین برای نواحی گردابه‌ای شکل نامتقارن در ابتدای بخش انبساطی کانال، با افزایش عدد رینولدز از 40 تا 100 (رشد 2.5 برابری)، مقدار بیشینه اعداد ناسلت محلی برای دیوارهای پایینی و بالایی کانال به میزان 1.7 برابر افزایش می‌یابد. در شکل 14 منحنی تغییرات عدد ناسلت میانگین برای دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال در اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است.

مقدار عدد ناسلت میانگین برای دیوار پایینی و دیوار بالایی بخش انبساطی کانال با افزایش عدد رینولدز و تشکیل گردابه‌های نامتقارن متفاوت است. تغییرات عدد ناسلت میانگین با عدد رینولدز در بخش انبساطی کانال



**Fig. 11** Temperature distribution of viscoelastic fluid flow in different cross sections of an abrupt expanded channel for various Reynolds numbers

شکل 11 توزیع دمای جریان سیال ویسکوالاستیک در مقاطع عرضی متفاوت کانال واگرای ناگهانی برای اعداد رینولدز مختلف

یافته و اختلاف دمای سیال با دمای دیواره کانال در مقاطع عرضی CS4 و CS5 کاهش می‌یابد. در شکل 12 توزیع دمای بدون بعد روی خط مرکزی و در مجاورت دیوارهای کانال برای اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است.



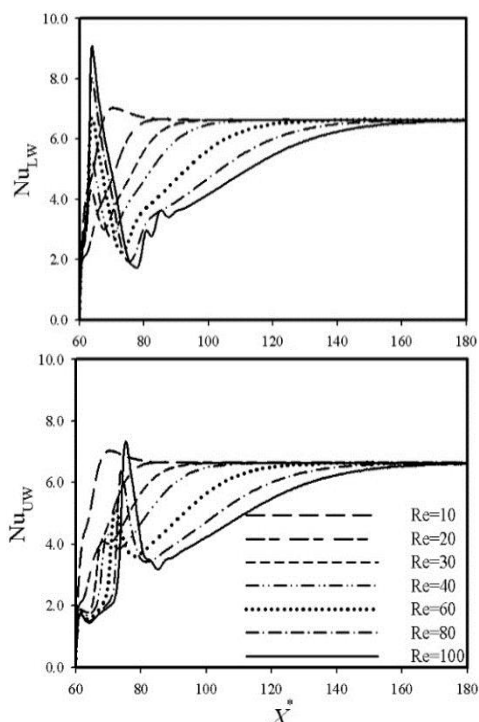


Fig. 13 Distribution of local Nusselt numbers for lower and upper walls of the channel expanded part in different Reynolds numbers

شکل 13 توزیع اعداد ناسلت محلی برای دیوارهای پایین و بالای بخش انبساطی کانال در اعداد رینولدز مختلف

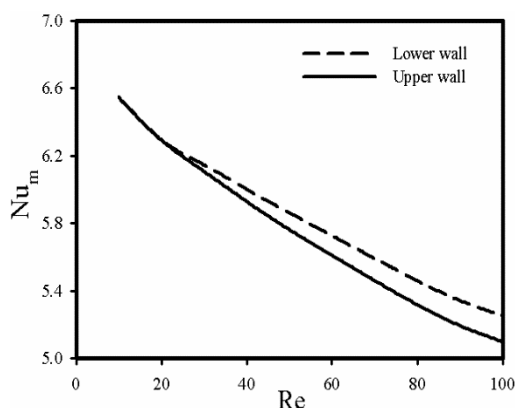


Fig. 14 The curve of mean Nusselt number changes for lower and upper walls of the channel expanded part in different Reynolds numbers

شکل 14 منحنی تغییرات عدد ناسلت میانگین برای دیوارهای پایین و بالای بخش انبساطی کانال در اعداد رینولدز مختلف

پلیمری زیاد داخل کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی متقارن 1:3 شبیه‌سازی و بررسی شده است. برای مدل‌سازی اثرات هر دو خواص لزجت و الاستیک در رفتار سیال ویسکوالاستیک از فرم نمایی مدل رئولوژیکی فن-تین-تر استفاده شده است. اثر تغییر خواص سیال ویسکوالاستیک با دما و ترم اتلافات ناشی از لزجت در معادله انرژی لحاظ شده است. در این تحقیق تأثیر نیروی اینرسی روی الگوی جریان، پروفیل دما و تغییرات عدد ناسلت محلی و میانگین در محدوده اعداد رینولدز  $10 \leq Re \leq 100$  بررسی شده است. نتایج حاصل از این تحقیق به صورت خلاصه در ادامه بیان می‌شود:

1- با افزایش نیروی اینرسی و زیاد شدن عدد رینولدز از مقدار 10 تا 100 در عدد وایزنبرگ 10، عدد برینکمن 1 و عدد پراکتل 1، مقادیر بیشینه و کمینه سرعت روی خط مرکزی بخش انبساطی کانال به

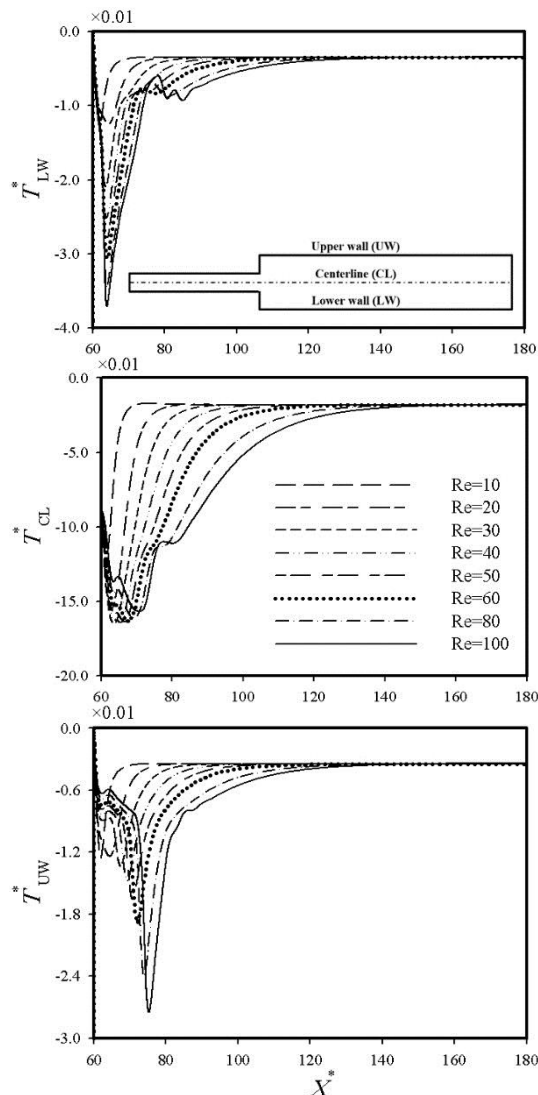


Fig. 12 Temperature distribution of viscoelastic fluid flow on the centerline and in adjacent to the walls of the expanded part of channel for various Reynolds numbers

شکل 12 توزیع دمای جریان سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی و در مجاورت دیوارهای بخش انبساطی کانال برای اعداد رینولدز مختلف

تقریباً به صورت خطی و شیب تغییرات عدد ناسلت محلی برای دیوار بالایی بیشتر از دیوار پایینی کانال است. شیب تغییرات اختلاف دما در مجاورت دیوار بالایی کانال بیشتر از دیوار پایینی کانال است. همچنین با زیاد شدن نیروی اینرسی و تشکیل گردابه بزرگ‌تر در مجاورت دیوار بالایی کانال، مقدار بیشینه اختلاف دما در مجاورت دیوار پایینی کانال بزرگ‌تر از مقدار بیشینه اختلاف دما در مجاورت دیوار بالایی کانال است (شکل 12). مقدار عدد ناسلت میانگین برای دیوار پایینی کانال بیشتر از مقدار عدد ناسلت میانگین برای دیوار بالایی کانال است؛ بنابراین نسبت عدد ناسلت میانگین به عدد رینولدز برای نواحی گردابه‌ای شکل نامتقارن به ترتیب 0.013 و 0.015 برای دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال واگرای ناگهانی و به صورت رابطه (11) است.

$$\begin{aligned} Nu_{m,LW} &= 0.013 \times Re \\ Nu_{m,UW} &= 0.015 \times Re \end{aligned} \quad (11)$$

## 6- جمع‌بندی نتایج

در این تحقیق انتقال حرارت جریان اینرسی سیال ویسکوالاستیک با لزجت

- [8] P. M. Coelho, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, Thermal entry flow for a viscoelastic fluid: the Graetz problem for the PTT model, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 20, pp. 3865-3880, 2003.
- [9] J. M. Nóbrega, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, O. S. Carneiro, Accounting for temperature-dependent properties in viscoelastic duct flows, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 6, pp. 1141-1158, 2004.
- [10] D. A. Cruz, P. M. Coelho, M. A. Alves, A simplified method for calculating heat transfer coefficients and friction factors in laminar pipe flow of non-Newtonian fluids, *Heat Transfer*, Vol. 134, No. 9, pp. 1-6, 2012.
- [11] A. Jalali, M. A. Hulsen, M. Norouzi, M. H. Kayhani, Numerical simulation of 3D viscoelastic developing flow and heat transfer in a rectangular duct with a nonlinear constitutive equation, *Korea-Australia Rheology Journal*, Vol. 25, No. 2, pp. 95-105, 2013.
- [12] A. Baptista, M. A. Alves, P. M. Coelho, Heat transfer in fully developed laminar flow of power law fluids, *Heat Transfer*, Vol. 136, No. 4, pp. 1-8, 2014.
- [13] M. A. Alves, A. Baptista, P. M. Coelho, Simplified method for estimating heat transfer coefficients: constant wall temperature case, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 7, pp. 1041-1047, 2015.
- [14] M. F. Letelier, C. B. Hinojosa, D. A. Siginer, Analytical solution of the Graetz problem for non-linear viscoelastic fluids in tubes of arbitrary cross-section, *Thermal Sciences*, Vol. 111, No. 1, pp. 369-378, 2017.
- [15] A. Montahae, M. M. Shahmardan, M. Norouzi, The numerical simulation of flow and heat transfer of temperature dependent properties of viscoelastic fluid in an axisymmetric sudden expansion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 39-49, 2016. (in Persian)
- [16] M. Vaz Jr, P. S. B. Zdzanski, A fully implicit finite difference scheme for velocity and temperature coupled solutions of polymer melt flow, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 285-294, 2007.
- [17] P. S. B. Zdzanski, M. Vaz Jr, Three-dimensional polymer melt flow in sudden expansions: Non-isothermal flow topology, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 15, pp. 3585-3594, 2009.
- [18] P. S. B. Zdzanski, M. Vaz Jr, Non-isothermal polymer melt flow in sudden expansions, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 161, No. 1, pp. 42-47, 2009.
- [19] R. B. Bird, R. C. Armstrong, O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids: Fluid mechanics*, Second edition, pp. 10-91, New York: John Wiley and Sons Inc., 1987.
- [20] G. W. Peters, J. F. Schoonen, F. P. Baaijens, H. E. Meijer, On the performance of enhanced constitutive models for polymer melts in a cross-slot flow, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 82, No. 2, pp. 387-427, 1999.
- [21] L. Quinzani, R. Armstrong, R. Brown, Use of coupled birefringence and LDV studies of flow through a planar contraction to test constitutive equations for concentrated polymer solutions, *Journal of Rheology*, Vol. 39, No. 6, pp. 1201-1228, 1995.
- [22] N. Phan-Thien, R. I. Tanner, A new constitutive equation derived from network theory, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 2, No. 4, pp. 353-365, 1977.
- [23] N. Phan-Thien, A nonlinear network viscoelastic model, *Rheology*, Vol. 22, No. 3, pp. 259-283, 1978.
- [24] R. B. Bird, J. M. Wiest, Constitutive equations for polymeric liquids, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 27, No. 1, pp. 169-193, 1995.
- [25] M. Alves, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, Viscoelastic flow in a 3D square/square contraction: visualizations and simulations, *Rheology*, Vol. 52, No. 6, pp. 1347-1368, 2008.
- [26] D. O. A. Cruz, F. T. Pinho, Fully-developed pipe and planar flows of multimode viscoelastic fluids, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 141, No. 2, pp. 85-98, 2007.
- [27] J. E. Mark, *Physical Properties of Polymers Handbook*, pp. 379-397, New York: American Institute of Physics, 1996.
- [28] P. Oliveira, F. T. Pinho, G. Pinto, Numerical simulation of non-linear elastic flows with a general collocated finite-volume method, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 79, No. 1, pp. 1-43, 1998.
- [29] J. Favero, A. Secchi, N. Cardozo, H. Jasak, Viscoelastic flow analysis using the software OpenFOAM and differential constitutive equations, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 165, No. 23, pp. 1625-1636, 2010.
- [30] S. V. Patankar, D. B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, pp. 1787-1806, 1972.
- [31] M. Ajiz, A. Jennings, A robust incomplete Choleski-conjugate gradient algorithm, *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, No. 5, pp. 949-966, 1984.
- [32] J. Lee, S. Yoon, Y. Kwon, S. Kim, Practical comparison of differential viscoelastic constitutive equations in finite element analysis of planar 4: 1 contraction flow, *Rheologica Acta*, Vol. 44, No. 2, pp. 188-197, 2004.
- [33] P. J. Oliveira, F. T. Pinho, Analytical solution for fully developed channel and pipe flow of Phan-Thien-Tanner fluids, *Fluid Mechanics*, Vol. 387, No. 1, pp. 271-280, 1999.

ترتیب به میزان 1.7 برابر صعود و 2.8 برابر نزول می‌کند و مکان آن نیز در جهت جریان جابه‌جا می‌شود.

2- بیشترین اختلاف دمای جریان در حال توسعه سیال ویسکوالاستیک با دیواره کانال مربوط به نواحی گردابه‌ای شکل و در مرکز بخش انبساطی کانال و مقدار آن 16 درجه سانتی‌گراد است.

3- بیشترین اختلاف دمای جریان سیال ویسکوالاستیک در مجاورت دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال به ترتیب در انتهای گردابه‌های اول و دوم جریان واقع است.

4- با 10 برابر شدن عدد رینولدز و افزایش نیروی اینرسی در جریان غیرهم‌دمای سیال ویسکوالاستیک، بیشینه دمای سیال در مجاورت دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال به ترتیب به میزان 3 و 2.2 برابر دمای دیوارهای پایین و بالا افزایش یافته و مکان آن‌ها نیز در جهت جریان جابه‌جا می‌شود.

5- افزایش نیروی اینرسی سبب تولید گردابه‌های نامتقارن در جریان سیال ویسکوالاستیک می‌شود؛ در نتیجه عدد ناسلت محلی و میانگین برای دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال متفاوت است.

6- نقطه بیشینه عدد ناسلت محلی برای دیوارهای بالا و پایین کانال در ناحیه در حال توسعه در بخش انبساطی کانال به ترتیب در انتهای گردابه اول و در انتهای گردابه دوم واقع می‌شود.

7- رشد 2.5 برابری عدد رینولدز برای نواحی گردابه‌ای شکل نامتقارن در ابتدای بخش انبساطی کانال سبب افزایش 1.7 برابری مقدار بیشینه عدد ناسلت محلی برای دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال شده و مکان آن نیز در جهت جریان جابه‌جا می‌شود.

8- تغییرات عدد ناسلت میانگین با عدد رینولدز در بخش انبساطی کانال واگرا ناگهانی متقارن تقریباً به صورت خطی است و در ناحیه گردابه بزرگ‌تر مقدار عدد ناسلت میانگین کوچک‌تر است، همچنین شیب تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب عدد رینولدز برای دیوارهای پایینی و بالایی بخش انبساطی کانال به ترتیب 0.013 و 0.015 است.

## 7- مراجع

- [1] P. J. Oliveira, Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 114, No. 1, pp. 33-63, 2003.
- [2] G. N. Rocha, R. J. Poole, P. J. Oliveira, Bifurcation phenomena in viscoelastic flows through a symmetric 1: 4 expansion, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 141, No. 1, pp. 1-17, 2007.
- [3] M. M. Shahmardan, M. Norouzi, H. Hassanzadeh, A. Shahbani Zahiri, The influence of elastic property and inertial force on the length of vortices in viscoelastic fluid flow inside planar channel with the gradual expansion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 281-291, 2015. (in Persian)
- [4] M. Norouzi, A. Shahbani Zahiri, M. M. Shahmardan, H. Hassanzadeh, M. Davoodi, Investigation of stresses and normal stress differences behavior on symmetric and asymmetric polymeric fluid flow through planar gradual expansions, *Meccanica*, Vol. 52, No. 8, pp. 1889-1909, 2017.
- [5] M. Norouzi, M. M. Shahmardan, A. Shahbani Zahiri, Bifurcation phenomenon of inertial viscoelastic flow through gradual expansions, *Rheologica Acta*, Vol. 54, No. 5, pp. 423-435, 2015.
- [6] F. T. Pinho, P. J. Oliveira, Analysis of forced convection in pipes and channels with the simplified Phan-Thien-Tanner fluid, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 13, pp. 2273-2287, 2000.
- [7] P. M. Coelho, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, Fully developed forced convection of the Phan-Thien-Tanner fluid in ducts with a constant wall temperature, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 7, pp. 1413-1423, 2002.