



کنترل وضعیت گام به عقب تطبیقی مدولار فیلتر شده فضاپیما در حضور گشتاور اغتشاشی

محمد نوابی^{1*}، سینا سلیمانپور²

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، صندوق پستی 198396313، m_navabi@sbu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 فروردین 1394

پذیرش: 08 اردیبهشت 1394

ارائه در سایت: 19 خرداد 1394

کلید واژگان:

کنترل تطبیقی

گام به عقب تطبیقی مدولار

فضاپیما

فیلترینگ فرمان پیوسته

چکیده

کنترل وضعیت فضاپیما یکی از مسائل حائز اهمیت در حوزه هوافضا می‌باشد. از آنجا که معادلات وضعیت فضاپیما غیرخطی هستند روش‌های کنترل خطی جوابگو نخواهند بود و بنابراین باید از روش‌های غیرخطی استفاده کرد. روش گام به عقب که شامل تکنیک‌های تطبیقی و غیرتطبیقی می‌باشد یکی از روش‌هایی است که دارای ویژگی‌های مناسبی جهت کنترل وضعیت می‌باشد. روش گام به عقب تطبیقی مدولار یک روش تطبیقی غیرخطی است که دارای یک قانون تنظیم پارامتر است و در این روش می‌توان با استفاده از تخمین‌گرهای مختلف پارامترهای مجهول سیستم را تخمین زد. همچنین می‌توان به منظور کاهش بار مشتق‌گیری از قوانین کنترل مجازی در طول روند گام به عقب، از فیلترینگ فرمان بهره برد. در این مقاله، بر خلاف تحقیقات مشابه که در اکثر آن‌ها از فیلترینگ گسسته استفاده شده، از روش فیلترینگ فرمان پیوسته استفاده شده است که با تعیین فرکانس طبیعی و ضریب دمپینگ فیلتر از بار مشتق‌گیری کنترلرهای مجازی در طول روند گام به عقب کاسته می‌شود. با استفاده از روش‌های گام به عقب استاتیک و تطبیقی مدولار فیلتر شده، دو کنترلر پایدار وضعیت برای سیستم غیرخطی فضاپیما طراحی و پایداری آن توسط تئوری لیاپانوف اثبات می‌شود و نتایج حاصل از شبیه‌سازی این دو کنترلر با یکدیگر مقایسه می‌گردند. نتایج شبیه‌سازی، دقت تعقیب وضعیت و همچنین موفقیت‌آمیز بودن روش گام به عقب تطبیقی در حضور گشتاور اغتشاشی را نشان می‌دهند.

Command Filtered Modular Adaptive Backstepping Attitude Control of Spacecraft in Presence of Disturbance Torque

Mohammad Navabi*, Sina Soleymannpour

New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

* P.O.B. 198396313 Tehran, Iran, m_navabi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 06 April 2015
Accepted 28 April 2015
Available Online 09 June 2015

Keywords:

Adaptive Control
Modular Backstepping
Spacecraft

ABSTRACT

Attitude control of spacecraft is one of the most important issues in aerospace. Different control methods for this purpose have been proposed, each of which has different behavior against disturbances. One of these methods is backstepping which is divided to adaptive and nonadaptive techniques. Since the spacecraft equations are nonlinear, linear control methods will not work in this case so the nonlinear control methods should be used. The modular adaptive backstepping method is a nonlinear adaptive control method and has a parameter update law that enables the use of different estimators to estimate system's unknown parameters. It is also possible to reduce the differentiation load of virtual control laws by using command filtering method. In this paper, contrary to other works which mostly use discrete command filtering method, continuous command filtering is used, in which the natural frequency and damping coefficient can be determined to bring down the computation of the time derivatives of virtual controls laws to differentiation. In this paper, after deriving spacecraft equations in terms of Modified Rodrigues Parameters, we design two stable attitude controllers for spacecraft using standard and command filtered modular adaptive backstepping methods and prove the stability of system using the Lyapunov theory and then simulation results of these controllers are compared with each other. Simulation results show good attitude tracking accuracy and success of adaptive backstepping method in having robustness against disturbance torque is proved.

1- مقدمه

ایجاب می‌کند که طراحی کنترل برای یک مدل غیرخطی از فضاپیما انجام گیرد که این مدل غیرخطی به طور معمول توسط معادله دینامیکی اولر که بیانگر تکامل زمانی بردار سرعت زاویه‌ای می‌باشد و معادله سینماتیکی که مرتبط با مشتقات زمانی زوایای چرخش و بردار سرعت دورانی است بیان می‌شود. تلاش‌های زیادی برای توسعه طرح‌های کنترلی با عملکرد بالا برای سیستم‌های با عدم قطعیت انجام‌شده و ثابت شده است که کنترل تطبیقی

در دو دهه گذشته، مسئله کنترل وضعیت سیستم‌های صلب به یک زمینه تحقیقاتی فعال تبدیل شده است و در میان کاربردهای فراوان آن، کنترل وضعیت سیستم فضاپیمای صلب هم وجود دارد. این فضاپیماها اغلب نیازمند اجرای مانورهای سریع و دقیق و مانورهای جهتی هستند که فضاپیما را مجبور به دوران در طول یک مسیر با نوسان زیاد می‌کند. این نیازمندی‌ها

Please cite this article using:

M. Navabi, S. Soleymannpour, Command Filtered Modular Adaptive Backstepping Attitude Control of Spacecraft in Presence of Disturbance Torque, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 285-296, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

کنترل معرفی شده خطای تعقیب وضعیت را بصورت مجانبی به صفر همگرا می‌کند.

در زمینه روش کنترلی گام به عقب تطبیقی مدولار، مقاله چاپ شده در داخل کشور مشاهده نشد و مقالات خارجی کمی در این زمینه به چاپ رسیده است. به عنوان مثال در مراجع [5] و [6] نویسندگان از روش کنترل تطبیقی غیر مستقیم گام به عقب مدولار برای کنترل سیستم‌های غیرخطی استفاده کرده‌اند و در مرجع [7] نیز از همین روش برای کنترل مدلی غیرخطی از موشک استفاده شده است اما در همه این مراجع هیچگونه قیدی بر روی متغیرهای حالت و ورودی کنترل وجود ندارد که در این مقاله سعی شده است به این موضوع پرداخته شود. در مرجع [8] از فیلترینگ فرمان در روش گام به عقب تطبیقی مدولار استفاده شده است. اما فیلتر استفاده شده در این مرجع بر پایه دیفرانسیل محدود گسسته طراحی شده است و بنابراین فرکانس طبیعی و ضریب دمپینگ فیلتر در این مرجع مانند حالت فیلتر پیوسته تعریف نشدند.

در مقاله حاضر، از روش کنترلی گام به عقب تطبیقی مدولار با فیلتر فرمان¹ برای طراحی کنترلر پایدار وضعیت فضایی استفاده شده است. تفاوت این روش با روش گام به عقب تطبیقی مدولار ساده این است که در این روش حالات سیستم و همچنین ورودی کنترلر فیلتر می‌شوند. خاصیت این فیلترینگ در کم شدن بار مشتق‌گیری از کنترل‌های مجازی پدیدار می‌شود. همچنین این فیلترهای استفاده شده می‌توانند شامل محدوده اندازه و نرخ برای ورودی کنترل و متغیرهای حالت سیستم باشند. روش فیلترینگ استفاده شده در این مقاله برخلاف مراجع ذکر شده از نوع پیوسته است که در این روش با معرفی و تعیین ضریب دمپینگ و فرکانس طبیعی، از بار مشتق‌گیری قوانین کنترل مجازی در روند گام به عقب کاسته می‌شود. علاوه بر این در این مقاله یک دیسک دوار با سرعت بالا که باعث ایجاد گشتاور اغتشاشی می‌شود در نظر گرفته شده تا عملکرد کنترلر تطبیقی در حضور گشتاور اغتشاشی بالا مورد ارزیابی قرار گیرد. همچنین در قسمت نتایج مشاهده می‌گردد که این روش نسبت به روش گام به عقب تطبیقی با توابع تنظیم که در مراجع [9] و [10] از آن استفاده شده است دارای عملکرد بهتری می‌باشد. همچنین در این مقاله از پارامترهای اصلاح شده رودریگز برای استخراج معادلات فضایی استفاده شده است که مزایایی نسبت به زوایای اولر، پارامترهای رودریگز و کوآرنیون‌ها دارد. یکی از مزایای این بیان نسبت به پارامترهای کوآرنیون این است که از سه مولفه به جای چهار مولفه استفاده می‌کند و عملکرد بسیار نزدیکی به پارامترهای کوآرنیون دارد. مزیت دیگر این روش این است که تکنیکی‌ها در زوایای 360 درجه اتفاق می‌افتند که نسبت به روش‌های زوایای اولر و پارامترهای رودریگز بسیار بهتر است.

ساختار این مقاله بدین شکل است که پس از استخراج معادلات سینماتیک و دینامیک فضایی، به تشریح روش‌های گام به عقب استاندارد و تطبیقی مدولار پرداخته می‌شود. سپس این روش‌ها بر روی معادلات فضایی پیاده‌سازی می‌شوند و در طراحی کنترلر وضعیت فضایی از سیگنال‌های فیلتر شده استفاده می‌گردد. در نهایت نیز نتایج شبیه‌سازی تعقیب وضعیت فضایی با استفاده از روش‌های گام به عقب استاتیک و تطبیقی مدولار ارائه می‌شوند.

2- معادلات فضایی

در این بخش به استخراج معادلات سینماتیک و دینامیک فضایی بر حسب

یکی از بهترین تکنیک‌هاست که می‌تواند برای طیف وسیعی از سیستم‌ها و فرایندها بکار گرفته شود. تئوری کنترل تطبیقی تلاش می‌کند تا رفتار یا عملکرد سیستم‌های فیزیکی را توسط استخراج و به‌کارگیری دانش عملکرد سیستم بهبود بخشد. این دانش عملکرد سیستم معمولاً به صورت یک مدل ریاضی توصیفی از سیستم بیان می‌شود که طراحی کنترلر از آن استخراج می‌شود. یکی از مهم‌ترین روش‌های کنترل تطبیقی، روش کنترلی گام به عقب است که یک تکنیک طراحی کنترل مرحله‌ای بر پایه تئوری لیاپانوف می‌باشد که برای سیستم‌های غیرخطی بکار می‌رود. ایده این روش گسترش تابع لیاپانوف از یک سیستم ساده به سیستم‌هایی شامل متغیرهای حالت اضافه و بطور همزمان طراحی کنترلر پس‌خورده برای تضمین پایداری است [1]. روش گام به عقب یک الگوریتم پله‌ای را دنبال می‌کند که برای دسته‌ای از سیستم‌ها به نام سیستم‌های بازخورد صریح کاربرد دارد. یکی از مهم‌ترین مزایای روش گام به عقب، قابلیت حذف دلخواه المان‌های غیرخطی است. این قابلیت باعث می‌شود که با استفاده از این روش، المان‌های غیرخطی کاربردی حفظ شوند. این تکنیک بطور کلی به دو روش تطبیقی و غیرتطبیقی تقسیم‌بندی می‌شود. گام به عقب استاتیک در واقع اصلی‌ترین روش گام به عقب است که در این روش از حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات صرف‌نظر می‌شود. اما روش‌های گام به عقب تطبیقی قابلیت مقاومت در برابر اغتشاشات را نیز دارا هستند و بنابراین در این روش‌ها می‌توان گشتاورهای اغتشاشی را در نظر گرفت. یکی از این روش‌های تطبیقی روش گام به عقب تطبیقی مدولار است که یک تکنیک کنترل تطبیقی غیرمستقیم محسوب می‌گردد. برخلاف طراحی‌های گام به عقب غیرتطبیقی، تکنیک‌های گام به عقب تطبیقی از یک نوع پس‌خورده غیرخطی انتگرالی استفاده می‌کنند. این انتگرال‌گیری نهفته در تخمین پارامتر که در مقابل قوانین پس‌خورده غیرخطی استاتیکی قرار می‌گیرد، یک نوع پس‌خورده دینامیک محسوب می‌شود. روش گام به عقب تطبیقی مدولار در ساختارش شامل یک قانون کنترل مقاوم است و پارامتر مجهول را جداگانه تخمین می‌زند. بنابراین این روش طراحی به عنوان روش گام به عقب تطبیقی پایدار ورودی به حالت شناخته می‌شود.

در زمینه روش‌های کنترل تطبیقی بر پایه تکنیک گام به عقب تحقیقات خوبی در سال‌های اخیر انجام گرفته است. در مرجع [2] یک روش تطبیقی با استفاده از تکنیک‌های گام به عقب و مد لغزشی، به منظور کنترل تعقیب وضعیت دقیق و همچنین مقاومت در برابر اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های اینرسی ارائه شد. کنترلر پیشنهاد شده پیوسته است و پدیده چترینگ در عملکرد آن اتفاق نمی‌افتد. علاوه بر این، چون کنترلر معرفی شده در این تحقیق حاوی اطلاعات مربوط به ماتریس اینرسی نامعلوم نیست بنابراین در عمل نیز کاربرد بالایی دارد.

در مرجع [3] از ژیروسکوپ‌ها برای تولید مومنوم‌های کنترل وضعیت به منظور اجرای مانورهای سریع وضعیت فضایی با کنترل پایداری بالا استفاده می‌شود. با توجه به پارامترهای مجهول اینرسی و همچنین حضور اغتشاشات خارجی، سیستم کنترل تطبیقی بر پایه روش گام به عقب پیشنهاد شده است که می‌تواند پارامترهای نامعلوم را تخمین زند.

در مرجع [4] یک چهارچوب تئوری برای کنترل پرواز توسعه داده شد و به دینامیک‌های وضعیت یک وسیله فضایی نزدیک اعمال گردید. سپس یک مشاهده‌گر شبکه عصبی پیشنهاد شد که خطای همگرایی مجانبی مشاهده‌گر حالت را در حضور خرابی عملکرد و عدم قطعیت تضمین می‌کند. سپس یک کنترلر گام به عقب بر پایه مشاهده‌گر شبکه عصبی تطبیقی طراحی گردید. در نهایت نیز با استفاده از شبیه‌سازی عددی انجام گرفته نشان داده شد که

1- Command Filter

پارامترهای اصلاح شده رودریگز پرداخته می‌شود.

2-1- معادلات سینماتیک فضایی

سینماتیک، حرکت جسم را با توجه به سرعت آن تشریح می‌کند. در اینجا تنها حرکت دورانی فضایی در نظر گرفته می‌شود. معادله سینماتیکی فضایی بصورت رابطه (1) نوشته می‌شود:

$$\dot{\alpha} = N(\alpha)\omega^{BO} \quad (1)$$

ω^{BO} سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه دورانی و $N(\alpha)$ ماتریس سینماتیکی بر حسب α می‌باشد.

با فرض اینکه دستگاه مختصات دورانی با نرخ n دوران می‌کند، رابطه (2) بین بردارهای سرعت زاویه‌ای برقرار می‌باشد:

$$\omega^{BO} = \omega^{BI} + nc_2(\alpha) \quad (2)$$

ω^{BI} سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی و $c_2(\alpha)$ ستون دوم ماتریس کسینوس‌های هادی انتقال بردار از دستگاه دورانی به دستگاه بدنی می‌باشد. محورهای دستگاه‌های بدنی و دورانی در شکل 1 به خوبی نشان داده شده‌اند. معادله (1) را می‌توان بصورت رابطه (3) نوشت:

$$\dot{\alpha} = N(\alpha)(\omega^{BI} + nc_2(\alpha)) \quad (3)$$

رابطه (3) فرم اصلی معادله سینماتیک فضایی می‌باشد.

برای استخراج ماتریس $N(\alpha)$ بردار v در دستگاه بدنی در نظر گرفته می‌شود. برای بدست آوردن مشتق زمانی این بردار نسبت به دستگاه دورانی، ابتدا بردار را به دستگاه دورانی انتقال داده، مشتق زمانی آن را محاسبه کرده و سپس به دستگاه بدنی انتقال داده می‌شود. با روش گفته شده و با توجه به رابطه (4):

$$\frac{dv^O}{dt} = \frac{dv^B}{dt} + \omega^{BO} \times v \quad (4)$$

رابطه (5) نتیجه خواهد شد:

$$CC^T = S_{\omega^{BO}} \quad (5)$$

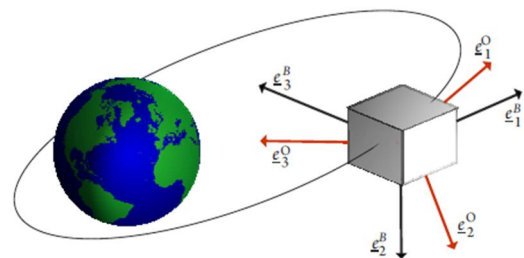
که C همان ماتریس کسینوس‌های هادی انتقال بردار از دستگاه دورانی به دستگاه بدنی و $S_{\omega^{BO}}$ ماتریس پادمتقارن ω^{BO} می‌باشد که برابر است با رابطه (6):

$$S_{\omega^{BO}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3^{BO} & \omega_2^{BO} \\ \omega_3^{BO} & 0 & -\omega_1^{BO} \\ -\omega_2^{BO} & \omega_1^{BO} & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

معادله (5) را می‌توان بصورت معادله (7) بازنویسی کرد:

$$(CC^T)^T = (S_{\omega^{BO}})^T \Rightarrow \dot{CC}^T = -S_{\omega^{BO}C} \quad (7)$$

و از این معادله دیفرانسیل می‌توان ماتریس $N(\alpha)$ را بدست آورد. در ادامه برای استخراج معادلات فضایی از پارامترهای اصلاح شده رودریگز استفاده می‌شود.



شکل 1 دستگاه‌های مختصات بدنی و دورانی

1- Skew Symmetric

پارامترهای اصلاح شده رودریگز یک نمایش زاویه‌ای سه مولفه‌ای بدست آمده از پارامترهای کواترنین هستند [11]. دلیل استفاده از پارامترهای اصلاح شده رودریگز مزیت این روش نسبت به روش کلاسیک پارامترهای رودریگز است که در این روش سینگولاریته‌ها در زوایای 360 درجه اتفاق می‌افتند که بسیار کاربردی‌تر از زمانی است که در 180 درجه این اتفاق می‌افتد [12,13]. همچنین این روش عملکرد بسیار نزدیکی به پارامترهای کواترنین دارد با این مزیت که تنها از سه مولفه استفاده می‌کند. بردار پارامترهای اصلاح شده رودریگز بصورت رابطه (8) نوشته می‌شود:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{q}}{1+q_4} \quad (8)$$

که $\bar{q}$ برداری شامل سه پارامتر ابتدایی کواترنین و q_4 نیز مولفه چهارم آن است. رابطه بین پارامترهای کواترنین و زاویه اولر به شکل معادله (9) می‌باشد:

$$q = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{k} \sin(\frac{\theta}{2}) \\ \cos(\frac{\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

با استفاده از روابط ذکر شده و ارتباط پارامترهای کواترنین با پارامترهای اصلاح شده رودریگز، ماتریس کسینوس‌های هادی انتقال از دستگاه دورانی به دستگاه بدنی به شکل رابطه (10) نوشته می‌شود [14,15]:

$$C(\sigma) = I - \frac{4(1-|\bar{\sigma}|^2)}{(1+|\bar{\sigma}|^2)^2} S_{\sigma} + \frac{8}{(1+|\bar{\sigma}|^2)^2} S_{\sigma}^2 \quad (10)$$

که S_{σ} ماتریس پادمتقارن σ می‌باشد و برابر است با رابطه (11) [16]:

$$S_{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

همچنین در روابط پیش رو، از $c_2(\sigma)$ و $c_3(\sigma)$ به ترتیب برای نشان دادن ستون‌های دوم و سوم ماتریس فوق استفاده خواهد شد. بنابراین، معادله سینماتیکی فضایی بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز براحتی بدست می‌آید و برابر با رابطه (12) است:

$$\dot{\bar{\sigma}} = N(\sigma)\omega^{BO} = N(\sigma)(\omega^{BI} + nc_2(\sigma)) \quad (12)$$

در بخش بعدی، معادلات دینامیکی فضایی به همراه گشتاور گرایان جاذبه بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز استخراج می‌شوند.

2-2- معادلات دینامیک فضایی

در یک جسم صلب، مجموع مومنتوم‌های وارد شده برابر است با مشتق زمانی مومنتوم زاویه‌ای حول مرکز جرم نسبت به دستگاه اینرسی که به صورت رابطه (13) نوشته می‌شود [17]:

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = \bar{M} \quad (13)$$

که مومنتوم زاویه‌ای $\bar{H}$ طبق رابطه (14) محاسبه می‌گردد:

$$\bar{H} = J\omega^{BI} \quad (14)$$

به دلیل اینکه در معادلات دینامیک و سینماتیک فضایی تنها از ω^{BI} استفاده می‌شود، در ادامه برای نشان دادن آن از $\bar{\omega}$ استفاده می‌شود. ماتریس اینرسی فضایی به شکل رابطه (15) است:

$$J = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix} \quad (15)$$

بنابراین برای مشتق زمانی مومنومم زاویه‌ای کل معادله (16) برقرار خواهد بود:

$$\bar{M} = \frac{d\bar{H}^I}{dt} = \frac{d\bar{H}^B}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{H} = \frac{d}{dt} (J\bar{\omega}) + \bar{\omega} \times J\bar{\omega} = J\dot{\bar{\omega}} + S_{\omega} J\bar{\omega} \quad (16)$$

که S_{ω} ماتریس پادمتقارن $\bar{\omega}$ می‌باشد. مومنومم کل را می‌توان مانند رابطه (17) به سه مومنومم اصلی تجزیه کرد [18]:

$$M = T_g + T_c + T_d \quad (17)$$

که T_g گشتاور گرادیان جاذبه، T_c گشتاور کنترل و T_d گشتاور اغتشاشی است. بنابراین معادله دینامیک نهایی فضاییما برابر است با رابطه (18):

$$J\dot{\bar{\omega}} = -S_{\omega} J\bar{\omega} + T_g + T_c + T_d \quad (18)$$

گشتاور گرادیان جاذبه نیز از معادله (19) بدست می‌آید [19] که البته در این مقاله در نظر گرفته نشده:

$$T_g = 3 \frac{GM}{|\bar{R}|^5} \bar{R} \times J\bar{R} \quad (19)$$

که ترم‌های این معادله در رابطه (20) آورده شده‌اند:

$$n = \sqrt{\frac{GM}{|\bar{R}|^3}}, \quad \bar{R} = -|\bar{R}|c_3 \quad (20)$$

و c_3 برابر است با ستون سوم ماتریس کسینوس‌های هادی.

در بخش‌های بعدی، روش گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم برای سیستم‌هایی با درجات دلخواه توضیح داده می‌شود.

3- معرفی روش گام به عقب استاتیک

در این بخش به تشریح روش گام به عقب غیرتطبیقی یا استاتیک در سیستم‌های با درجه دلخواه پرداخته می‌شود [20]. روش گام به عقب برای اولین بار در سال 1990 بعنوان یک روش لیپانوفی بازگشتی معرفی شد. دلیل نامگذاری گام به عقب برای این روش از این حقیقت سرچشمه می‌گیرد که در طول روند طراحی، طراح از معادله اسکالری که دورترین نسبت به ورودی کنترل است (از لحاظ تعداد انتگرال‌گیری) یک گام به عقب به سمت این ورودی کنترل بازمی‌گردد و این موضوع بصورت یک روند بازگشتی تکرار می‌شود [21]. این روش بصورت موفقیت‌آمیزی در مسئله کنترل وضعیت فضاییما در ترم‌های کواترنین بکار گرفته شده است که در این مقاله بعنوان ابزاری برای طراحی کنترلر پایدار وضعیت فضاییما در ترم‌های پارامترهای اصلاح شده رودریگز از آن استفاده خواهد شد. اکنون با ذکر یک مثال به تشریح این روش کنترلی پرداخته می‌شود.

سیستم درجه n به شکل رابطه (21) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n)u \end{aligned} \quad (21)$$

که در این سیستم $(x_1, \dots, x_n, u) \in R^{n+1}$ و به ازای $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ داریم: $g_i \neq 0$.

هدف این است که x_1 بتواند x_r را بصورت مجانبی تعقیب کند. روند کار با تعریف مختصات خطای تعقیب آغاز می‌شود که در رابطه (22) آورده شده است:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (22)$$

$$V_i(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i) = V_{i-1}(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}) + \frac{1}{2}z_i^2 \quad (23)$$

مشتق تابع لیپانوف (23) برابر است با رابطه (24):

$$\dot{V}_i(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i) = \dot{V}_{i-1}(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}) + z_i \dot{z}_i \quad (24)$$

و دینامیک مختصات در رابطه (25) آورده شده است:

$$\dot{z}_i = \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = f_i + g_i z_{i+1} + g_i \alpha_i - \dot{\alpha}_{i-1} \quad (25)$$

و $x_{n+1} = u$ را می‌توان به صورت رابطه (26) محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{g_1}(-c_1 z_1 - f_1 + \dot{x}_r) \\ \alpha_j &= \frac{1}{g_j}(-c_j z_j - f_j - g_{j-1} z_{j-1} + \dot{\alpha}_{j-1}) \\ u &= \frac{1}{g_n}(-c_n z_n - f_n - g_{n-1} z_{n-1} + \dot{\alpha}_{n-1}) \\ j &\in \{2, 3, \dots, n-1\}, c_n > 0 \end{aligned} \quad (26)$$

اگر در سیستم (21) از سیگنال‌های کنترلی (26) برای پس‌خورد استفاده شود، آنگاه x_1 می‌تواند x_r را بصورت مجانبی تعقیب کند. اثبات این موضوع، با جایگذاری (26) در (24) و محاسبه مشتق زمانی مرتبه اول n امین تابع لیپانوف انجام می‌شود که در رابطه (27) نمایش داده شده است:

$$\dot{V}_n = -\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 \quad (27)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، رابطه (27) در $z_i \neq 0$ منفی معین است که با توجه به تئوری لاسال، پایداری مجانبی کلی را نتیجه می‌دهد [22]. بطور کلی نمودار بلوکی طراحی کنترلر گام به عقب را می‌توان در شکل 2 نشان داد.

4- معرفی روش گام به عقب تطبیقی مدولار

برخلاف طراحی گام به عقب استاتیک، گام به عقب‌های تطبیقی از یک نوع بازخورد غیرخطی انتگرالی استفاده می‌کنند. این انتگرال‌گیری نهفته در تخمین پارامتر که در مقابل قوانین بازخورد غیرخطی استاتیکی قرار می‌گیرد، یک نوع بازخورد دینامیک محسوب می‌گردد [23, 24].

طراحی گام به عقب تطبیقی که در اینجا مورد مطالعه قرار گرفته در ساختارش شامل یک قانون کنترل مقاوم است و پارامتر مجهول را جداگانه تخمین می‌زند. این قانون کنترل مقاوم شامل یک ترم دمپینگ غیرخطی است. برای توضیح مفهوم دمپینگ غیرخطی، سیستم مغشوش غیرخطی اسکالر به صورت رابطه (28) در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \varphi(x)\Delta(t) \quad (28)$$

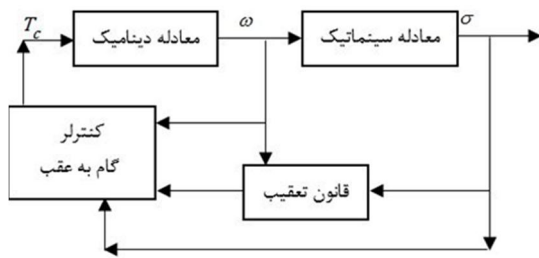
در این سیستم $\Delta(t) \in R$ یک تابع کراندار متغیر با زمان است و $(x, u) \in R^2, g(x) \neq 0$ در حقیقت نقش گشتاورهای اغتشاشی وارد شده به سیستم را ایفا می‌کند که در مورد فضاییما برابر است با گشتاور اغتشاشی T_d . هدف کنترل، تنظیم متغیر x می‌باشد.

تابع کنترل لیپانوف رابطه (29) برای طراحی گام به عقب در نظر گرفته می‌شود:

$$V = \frac{1}{2}x^2 \quad (29)$$

که مشتق زمانی آن برابر است در رابطه (30) نشان داده شده است:

$$\dot{V} = x\dot{x} = x[f(x) + g(x)u + \varphi(x)\Delta(t)] \quad (30)$$



شکل 2 نمودار بلوکی طراحی کنترل گام به عقب

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} \left(x_1, \dots, x_{i-1}, y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(i-1)}, \hat{\theta} \right) \\ &= f_i + g_i x_{i+1} + \varphi_i^T \hat{\theta} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1} + \varphi_k^T \hat{\theta}) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \\ &= f_i + g_i z_{i+1} + g_i \alpha_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) \\ &\quad + \left(\varphi_i^T - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \varphi_k^T \right) \hat{\theta} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \end{aligned} \quad (37)$$

به منظور ساده‌سازی رابطه (38) در نظر گرفته می‌شود:

$$\omega_i^T = \varphi_i^T - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \varphi_k^T \quad (38)$$

اگر سیگنال‌های کنترل α_i با پارامترهای تخمین زده شده و ترم‌های دمپینگ غیرخطی به صورت رابطه (39) تعریف شود:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{1}{g_i} [-c_i z_i - f_i - g_{i-1} z_{i-1} - \omega_i^T \hat{\theta} - s_i z_i \\ &\quad + \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right)] \end{aligned} \quad (39)$$

آنگاه ترم دمپینگ غیرخطی برابر است با رابطه (40):

$$s_i = \kappa_i |\omega_i|^2 + \mu_i \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \right|^2, \quad \kappa_i > 0, \mu_i > 0 \quad (40)$$

اگر یک تابع لیپانوف به صورت $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$ در نظر گرفته شود آنگاه مشتق زمانی مرتبه n آن برابر خواهد بود با معادله (41):

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \sum_{i=1}^n z_i \dot{z}_i = \sum_{i=1}^n \left[-c_i z_i^2 + z_i \omega_i^T \hat{\theta} - s_1 z_1^2 - z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right] = \\ &= -\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 - \sum_{i=1}^n \left(\kappa_i |\omega_i|^2 + \mu_i \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \right|^2 \right) z_i^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \left(\omega_i^T \hat{\theta} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right) z_i = -\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 - \kappa_i \sum_{i=1}^n \left| z_i \omega_i - \frac{\dot{\hat{\theta}}}{2\kappa_i} \right|^2 \\ &\quad - \mu_i \sum_{i=1}^n \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} + \frac{\dot{\hat{\theta}}}{2\mu_i} \right|^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\|\dot{\hat{\theta}}\|^2}{\kappa_i} + \frac{\|\dot{\hat{\theta}}\|^2}{\mu_i} \right) \leq -\sum_{i=1}^n c_i z_i^2 \\ &\quad + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\|\dot{\hat{\theta}}\|_\infty^2}{\kappa_i} + \frac{\|\dot{\hat{\theta}}\|_\infty^2}{\mu_i} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

اگر از وجود $\Delta(t)$ صرف‌نظر و مانند گذشته کنترلر طراحی شود، برای معادله (30)، رابطه (31) برقرار خواهد بود:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{g(x)} [f(x) + c(x)], \quad c > 0 \Rightarrow \\ \dot{V} &= -cx^2 + x\varphi(x)\Delta(t) \leq x\varphi(x)\Delta(t) \end{aligned} \quad (31)$$

که با توجه به مقادیر ممکن برای $\varphi(x)$ و $\Delta(t)$ ، احتمال ناپایدار شدن مبدا بسیار زیاد است.با معرفی یک ترم $-xs(x)$ در پس‌خورد (31)، این معادله برابر می‌شود با معادله (32):

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{g(x)} [f(x) + c(x) + xs(x)] \Rightarrow \\ \dot{V} &= -cx^2 + x\varphi(x)\Delta(t) - x^2 s(x) \end{aligned} \quad (32)$$

هدف ترم $xs(x)$ ، تضمین کرانداری پاسخ (28) توسط منفی معین کردن مشتق تابع لیپانوف خارج از یک ناحیه متراکم کوچک است. این امر با انتخاب $s(x)$ بصورت رابطه (33) اتفاق می‌افتد:

$$s(x) = \kappa \varphi^2(x), \quad \kappa > 0 \quad (33)$$

که $\varphi(x)$ یک بردار از توابع غیرخطی معلوم و هموار می‌باشد.

با جایگذاری در (32)، رابطه (34) برقرار خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -cx^2 + x\varphi(x)\Delta(t) - \kappa x^2 \varphi^2(x) = -cx^2 - \kappa \left[x\varphi(x) - \frac{\Delta(t)}{2\kappa} \right]^2 \\ &\quad + \frac{\Delta^2(t)}{4\kappa} \leq -cx^2 + \frac{\Delta_\infty^2}{4\kappa} \end{aligned} \quad (34)$$

از معادله (34) واضح است که انتخاب (33) برای تکمیل مربعات بود. برای اینکه $\dot{V}$ در (34) منفی معین باشد، باید شرط رابطه (35) برقرار باشد:

$$-cx^2 + \frac{\|\Delta_\infty\|^2}{4\kappa} < 0 \Rightarrow |x(t)| > \frac{\|\Delta_\infty\|^2}{2\sqrt{c\kappa}} \quad (35)$$

رابطه (35) به این معنی است که جواب‌های خارج از محدوده

$$S = \left\{ x(t) \mid |x(t)| \leq \frac{\|\Delta_\infty\|^2}{2\sqrt{c\kappa}} \right\}$$

بنابراین جواب‌های سیستم (28) کراندار مجانبی کلی هستند. به دلیل اینکه فرض شد $\Delta(t)$ کراندار است، S می‌تواند با افزایش C و K به اندازه دلخواه کوچک شود. علاوه بر این، ترم غیرخطی دمپینگ تنها نیازمند اطلاعاتی از $\varphi(x)$ می‌باشد و نیازی به دانستن کران $\Delta(t)$ ندارد.

4-1- طراحی گام به عقب تطبیقی مدولار برای سیستم‌های با درجات بالا

به منظور تشریح الگوریتم بکار رفته در این طراحی، سیستم مرتبه n رابطه (36) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \varphi_1(x_1)^T \hat{\theta}(x, u, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u + \varphi_n(x_1, \dots, x_n)^T \hat{\theta}(x, u, t) \end{aligned} \quad (36)$$

که در این سیستم $u \in R$ و $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ و به ازای $x_i \in R$ و همچنین $g_i(x_1, \dots, x_i) \neq 0$ و $\varphi_i(x_1, \dots, x_i)$ یک بردار $(p \times 1)$ از توابع هموار، و $\hat{\theta}$ یک بردار $(p \times 1)$ از توابع نامعلوم می‌باشد. هدف طراحی این است که x_1 سیگنال هموار y_r را تعقیب کند. همانند روند تمامی طراحی‌های گام به عقب، در اینجا نیز اولین قدم تعریف مختصات خطای تعقیب به شکل $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ است که دینامیک آن برابر است با رابطه (37):

برای اعمال مشاهده گر توصیف شده به گام به عقب تطبیقی مدولار، لازم است که مقادیر تخمین و مشتق زمانی آن کران دار باشند. برای رسیدن به این هدف، از عملکرد تصویر استفاده می شود که می تواند محدودیت را به این دو مقدار اعمال کند و در نتیجه تخمین کران دار می شود. بنابراین قوانین تطبیق به صورت روابط (46) و (47) خواهند بود:

$$\dot{\hat{x}} = \text{Proj} \left(f_i(x_i) + g_i(x_i)x_{i+1} + \hat{\xi}_i - \bar{\beta}_i^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_i, \delta_i) \right) \quad (46)$$

$$\dot{\hat{x}} = \text{Proj} \left(f_i(x_i) + g_i(x_i)x_{i+1} + \hat{\xi}_i - \bar{\beta}_i^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_i, \delta_i) \right) \quad (47)$$

5- طراحی کنترلر وضعیت فضایی با استفاده از روش گام به عقب
 اکنون می توان از روش های گام به عقب غیر تطبیقی و تطبیقی که در قسمت های قبل توضیح داده شد برای طراحی کنترلر وضعیت فضایی استفاده کرد. با داشتن معادلات سینماتیکی و دینامیکی فضایی، یک سیستم مرتبه شش به شکل رابطه (48) بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= nN(\sigma)c_2(\sigma) + N(\sigma)\omega \\ \omega &= J^{-1} \left(-S_{\omega}J\bar{\omega} + 3n^2S_{c_3}(\sigma)Jc_3(\sigma) \right) + J^{-1}\bar{T}_c + J^{-1}T_d \end{aligned} \quad (48)$$

با مقایسه این سیستم با یک مدل نامی از فضایی به فرم رابطه (49):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(\bar{x}_1) + g_1(\bar{x}_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + g_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2)u + g_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2)d \end{aligned} \quad (49)$$

رابطه (50) بدست می آید:

$$\begin{aligned} x_1 &= \bar{\sigma}, x_2 = \bar{\omega}, u = T_c, d = T_d \\ f_1(\bar{x}_1) &= f_1 = nN(\sigma)c_2(\sigma) \\ f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= f_2 = J^{-1} \left(-S_{\omega}J\bar{\omega} + 3n^2S_{c_3}(\sigma)Jc_3(\sigma) \right) \\ g_1(\bar{x}_1) &= g_1 = N(\sigma) \\ g_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= g_2 = J^{-1} \end{aligned} \quad (50)$$

با استفاده از معادل سازی های ذکر شده در رابطه (50)، می توان در ادامه به طراحی کنترلرهای گام به عقب استاتیک و تطبیقی برای فضایی پرداخت.

5-1- طراحی کنترلر وضعیت فضایی با استفاده از روش گام به عقب غیر تطبیقی

همانطور که قبلاً توضیح داده شد، در روند طراحی گام به عقب استاتیک اغتشاشات هیچ نقشی ندارند، بنابراین از ترمی که شامل گشتاور اغتشاشی است چشم پوشی می شود. روند طراحی با تعریف مختصات خطا به صورت روابط (51) و (52) آغاز می شود:

$$\bar{z}_1 = \bar{\sigma}_e \quad (51)$$

$$\bar{z}_2 = \bar{\omega} - \bar{x}_{2,c} \quad (52)$$

که در رابطه (51)، $\bar{\sigma}_e$ برابر است با خطای زاویه ای بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز که بصورت معادله (53) بیان می شود:

$$\bar{\sigma}_e = \frac{(1 - |\bar{\sigma}|^2)\bar{\sigma}_r - (1 - |\bar{\sigma}_r|^2)\bar{\sigma} - 2S_{\sigma}\bar{\sigma}_r}{1 + |\bar{\sigma}|^2|\bar{\sigma}_r|^2 + 2\bar{\sigma}^T\bar{\sigma}_r} \quad (53)$$

مختصات خطای (51) و (52) دارای دینامیک های ذکر شده در روابط (54) و (55) می باشد:

$$\dot{\bar{z}}_1 = \dot{\bar{\sigma}}_e = \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} \dot{\bar{\sigma}} + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}_r} \dot{\bar{\sigma}}_r = \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N(\bar{\omega} + n\bar{c}_2) + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}_r} \dot{\bar{\sigma}}_r \quad (54)$$

$$\dot{\bar{z}}_2 = \dot{\bar{\omega}} - \dot{\bar{x}}_{2,c} = J_0^{-1} \left(-S_{\bar{\omega}}J_0\bar{\omega} + 3n^2S_{c_3}J_0c_3 \right) + J_0^{-1}\bar{T}_c - \dot{\bar{x}}_{2,c} \quad (55)$$

سیگنال $\bar{x}_{2,c}$ و مشتق زمانی آن از فیلترینگ فرمان $\bar{x}_{2,c}^0$ بدست می آیند [27,28]. سیگنال ورودی فیلتر $\bar{x}_{2,c}^0$ نیز توسط رابطه (56) بدست می آید:

معادله (41) پایداری ورودی به حالت Z_i را با توجه به $\hat{\theta}$ و $\bar{\theta}$ ثابت می کند. این ویژگی بدون توجه به استفاده از تخمین گر به دست آمد، به شرط اینکه خطای تخمین و قانون تنظیم هر دو کران دار باشند.

4-2- مشاهده گر حالت توسعه یافته غیر خطی

در میان تخمین گرهای موجود، مشاهده گر حالت توسعه یافته غیر خطی یکی از مناسب ترین ها برای تخمین عدم قطعیت های مجهول متغیر با زمان می باشد زیرا ثابت شده است که این مشاهده گر نسبت به مشاهده گرهای مد لغزشی و بهره بالا عملکرد بهتری در موارد عدم قطعیت های با تغییرپذیری بالا دارد [25,26]. این مشاهده گر در حقیقت یک مشاهده گر حالت توسعه یافته با تابع بهره غیر خطی است. متغیر حالت اضافی برای تخمین قسمت خاصی از مدل دینامیکی که مجهول است می باشد. دوباره سیستم (36) در نظر گرفته می شود. مشاهده گر حالت توسعه یافته می تواند با اضافه کردن n متغیر حالت در رابطه (42):

$$\xi_i = \bar{\varphi}_i^T(x_1, \dots, x_i)^T \bar{\theta}(\bar{x}, u, t), \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (42)$$

بصورت رابطه (43) نوشته شود:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \hat{\xi}_1 - \bar{\beta}_1^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_1, \delta_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 + \hat{\xi}_2 - \bar{\beta}_2^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_2, \delta_2) \end{aligned}$$

.

.

.

$$\dot{\hat{x}}_n = f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u + \hat{\xi}_n - \bar{\beta}_n^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_n, \delta_n)$$

$$\dot{\hat{\xi}}_1 = -\bar{\beta}_{n+1}^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_{n+1}, \delta_{n+1})$$

$$\dot{\hat{\xi}}_2 = -\bar{\beta}_{n+2}^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_{n+2}, \delta_{n+2})$$

.

.

.

$$\dot{\hat{\xi}}_n = -\bar{\beta}_{2n}^T \text{fal}(\bar{x}, \alpha_{2n}, \delta_{2n}) \quad (43)$$

در معادلات (43) بردارهای بهره تخمین $\bar{\beta}_i$ ، n پارامتر دارند که تمامی آن ها مثبت هستند. فرض شده است که تمامی متغیرهای حالت اندازه گیری شده اند، بنابراین بردار خطای تخمین $\bar{x} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n]^T$ از رابطه $\bar{x}_i = \hat{x}_i - x_i$ محاسبه می شود. علاوه بر این در رابطه (44):

$$\text{fal}(\bar{x}, \alpha_i, \delta_i) = \begin{bmatrix} \text{fal}(\bar{x}_1, \alpha_i, \delta_i) \\ \text{fal}(\bar{x}_2, \alpha_i, \delta_i) \\ \vdots \\ \text{fal}(\bar{x}_n, \alpha_i, \delta_i) \end{bmatrix} \quad (44)$$

تابع fal برابر با رابطه (45) است:

$$\text{fal}(\bar{x}_j, \alpha_i, \delta_i) = \begin{cases} |\bar{x}_j|^{\alpha_i} \text{sign}(\bar{x}_j), & |\bar{x}_j| > \delta_i \\ \frac{\bar{x}_j}{\delta_i^{1-\alpha_i}}, & |\bar{x}_j| \leq \delta_i \end{cases} \quad (45)$$

که در این رابطه، $\delta_i > 0$ و $0 < \alpha_i \leq 1$ می باشد. اگر $\alpha_i = 1$ باشد، آنگاه معادله (45) خطی می شود و مشاهده گر حالت توسعه یافته غیر خطی به مشاهده گر لونبرگر حالت توسعه یافته ($\text{fal} = \bar{x}$) تبدیل می شود. در این حالت، بهره های $\bar{\beta}_i$ به صورت اولیه می توانند همانند مشاهده گر خطی معمولی، توسط روش جابدهی قطب طراحی شوند.

بنابراین قوانین کنترل به صورت روابط (71) و (72) می‌باشند:

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{g_1} (-c_1 \bar{z}_1 + \dot{\bar{x}}_{1,c} - f_1 - s_1 \bar{z}_1 - \phi_1^T \hat{\theta}) \quad (71)$$

$$\bar{c} = \frac{1}{g_2} (-c_2 \bar{z}_2 + \dot{\bar{x}}_{2,c} - f_2 - g_1 \bar{z}_1 - s_2 \bar{z}_2 - \phi_2^T \hat{\theta}) \quad (72)$$

با محاسبه دینامیک خطاهای اصلاح شده، روابط (73) و (74) برقرار خواهند بود:

$$\dot{\bar{z}}_1 = -c_1 \bar{z}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N \bar{z}_2 \quad (73)$$

$$\dot{\bar{z}}_2 = -c_2 \bar{z}_2 - j_0^{-1} \kappa j_0^{-1} \bar{z}_2 + j_0^{-1} \bar{T}_d - N^T \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T \bar{z}_1 \quad (74)$$

اکنون یک تابع کنترل لیاپانوف به صورت رابطه (75) انتخاب می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} (\bar{z}_1^T \bar{z}_1 + \bar{z}_2^T \bar{z}_2) \quad (75)$$

مشتق زمانی این تابع برابر است با رابطه (76):

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \bar{z}_1^T \left(-c_1 \bar{z}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N \bar{z}_2 \right) \\ &+ \bar{z}_2^T \left(-c_2 \bar{z}_2 - j_0^{-1} \kappa j_0^{-1} \bar{z}_2 + j_0^{-1} \bar{T}_d - N^T \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T \bar{z}_1 \right) \\ &= -\bar{z}_1^T c_1 \bar{z}_1 - \bar{z}_2^T c_2 \bar{z}_2 - \left(j_0^{-1} \bar{z}_2 - \frac{\kappa^{-1} \bar{T}_d}{2} \right)^T \\ &\quad \kappa \left(j_0^{-1} \bar{z}_2 - \frac{\kappa^{-1} \bar{T}_d}{2} \right) + \frac{\bar{T}_d^T \kappa^{-1} \bar{T}_d}{4} \\ &\leq -\bar{z}_1^T c_1 \bar{z}_1 - \bar{z}_2^T c_2 \bar{z}_2 + \frac{\bar{T}_d^T \kappa^{-1} \bar{T}_d}{4} \end{aligned} \quad (76)$$

همانطور که گفته شد، مشاهده‌گر حالت توسعه‌یافته غیرخطی یکی از مناسب‌ترین تخمین‌گرها برای اغتشاشات متغیر با زمان می‌باشد. از آنجا که در مدل شبیه‌سازی شده فضاییما تنها در معادلات دینامیکی آن شاهد حضور گشتاور اغتشاشی هستیم، بنابراین این تخمین‌گر می‌تواند با درجه پایین‌تر به صورت رابطه (77) تعریف شود:

$$\begin{aligned} \hat{\bar{\omega}} &= \text{Proj}(-j_0^{-1} \bar{\omega} \times j_0 \bar{\omega} + 3n^2 j_0^{-1} \bar{c}_3 \times j_0^{-1} \bar{c} + j_0^{-1} \bar{T}_c + j_0^{-1} \bar{\xi}) \\ &\quad - \beta_1 \text{fal}(\bar{\omega}, \alpha_1, \delta_1) \\ \hat{\bar{\xi}} &= \text{Proj}(-\beta_2 \text{fal}(\bar{\omega}, \alpha_2, \delta_2)) \end{aligned} \quad (77)$$

که متغیر حالت اضافی تعریف شده برابر با $\hat{\bar{\xi}} = \bar{T}_d$ و خطای تخمین برابر با $\bar{\omega} = \hat{\bar{\omega}} - \bar{\omega}$ و بهره غیرخطی برابر است با رابطه (78):

$$\begin{aligned} \text{fal}(\bar{\omega}, \alpha_i, \delta_i) &= \begin{bmatrix} \text{fal}(\bar{\omega}_1, \alpha_i, \delta_i) \\ \text{fal}(\bar{\omega}_2, \alpha_i, \delta_i) \\ \text{fal}(\bar{\omega}_3, \alpha_i, \delta_i) \end{bmatrix}, \quad i=1,2 \\ \text{fal}(\bar{\omega}_j, \alpha_i, \delta_i) &= \begin{cases} |\bar{\omega}_j|^{\alpha_i} \text{sign}(\bar{\omega}_j), & |\bar{\omega}_j| > \delta_i \\ \frac{\bar{\omega}_j}{\delta_i^{1-\alpha_i}}, & |\bar{\omega}_j| \leq \delta_i \end{cases} \end{aligned} \quad (78)$$

دینامیک تخمین‌گر معرفی شده در رابطه (77) می‌تواند برحسب ترم‌های خطای تخمین به صورت رابطه (79) نوشته شود:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\omega}} &= j_0^{-1} \bar{\xi} - \beta_1 \text{fal}(\bar{\omega}, \alpha_1, \delta_1) \\ \dot{\bar{\xi}} &= -h - \beta_2 \text{fal}(\bar{\omega}, \alpha_2, \delta_2) \end{aligned} \quad (79)$$

که در این رابطه $h = \bar{T}_d$ است و اگر $\alpha_i = 1$ باشد، آنگاه معادله (79) برابر می‌شود با معادله (80):

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{\omega}} \\ \dot{\bar{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & j_0^{-1} \\ -\beta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\omega} \\ \bar{\xi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} h \quad (80)$$

$$\bar{x}_{2,c}^0 = \bar{\alpha}_1 - \bar{x}_2 \quad (56)$$

مختصات خطای اصلاح شده بصورت روابط (57) و (58) می‌باشند:

$$\bar{z}_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_1 \quad (57)$$

$$\bar{z}_2 = \bar{x}_2 - \bar{x}_2 \quad (58)$$

تأثیر فیلترها بر روی خطاها توسط معادلات (59) و (60) مشخص می‌شود:

$$\dot{\bar{x}}_1 = -c_1 \bar{x}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N (\bar{x}_{2,c} - \bar{x}_{2,c}^0) \quad (59)$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = -c_2 \bar{x}_2 + j_0^{-1} (\bar{c} - \bar{c}^0) \quad (60)$$

با انتخاب قوانین کنترل بصورت روابط (61) و (62):

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{g_1} (-c_1 \bar{x}_1 + \dot{\bar{x}}_{1,c} - f_1) \quad (61)$$

$$\bar{c} = \frac{1}{g_2} (-c_2 \bar{x}_2 + \dot{\bar{x}}_{2,c} - f_2 - g_1 \bar{x}_1) \quad (62)$$

و با انتخاب ماتریس‌های بهره بزرگتر از صفر و دانستن اینکه $\dot{\bar{x}}_{1,c} = \ddot{x}_r$ ، دینامیک خطاهای اصلاح شده برابرند با روابط (63) و (64):

$$\dot{\bar{z}}_1 = -c_1 \bar{z}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N \bar{z}_2 \quad (63)$$

$$\dot{\bar{z}}_2 = -c_2 \bar{z}_2 + N^T \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T \bar{z}_1 \quad (64)$$

با انتخاب یک تابع لیاپانوف بصورت $V = \frac{1}{2} (\bar{z}_1^T \bar{z}_1 + \bar{z}_2^T \bar{z}_2)$ ، مشتق زمانی تابع لیاپانوف برابر با رابطه (65) است:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \bar{z}_2^T \left(-c_2 \bar{z}_2 + N^T \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T \bar{z}_1 \right) + \bar{z}_1^T \left(-c_1 \bar{z}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N \bar{z}_2 \right) \\ &= -\bar{z}_1^T c_1 \bar{z}_1 - \bar{z}_2^T c_2 \bar{z}_2 < 0, \quad \bar{z}_1, \bar{z}_2 \neq 0 \end{aligned} \quad (65)$$

معادله (65) بیان‌کننده پایداری مجانبی کلی مبدا مختصات خطای اصلاح شده برای حالت بدون اغتشاش می‌باشد.

بنابراین کنترلر پایدار فضاییما توسط روش گام به عقب استاتیک طراحی گردید و پایداری آن نیز توسط تئوری پایداری لیاپانوف اثبات شد. در قسمت بعد، با استفاده از روش گام به عقب تطبیقی مدولار در حضور گشتاور اغتشاشی به طراحی کنترلر وضعیت فضاییما پرداخته می‌شود.

2-5- طراحی کنترلر وضعیت فضاییما با استفاده از روش گام به عقب تطبیقی مدولار

همانطور که قبلاً توضیح داده شد، در طراحی تطبیقی گام به عقب مدولار اغتشاشات نیز در نظر گرفته می‌شوند. در این روش تخمین خطا به صورت جداگانه توسط یک مشاهده‌گر انجام می‌گیرد. پارامتری که در مدل فضاییما باید تخمین زده شود همان گشتاور اغتشاشی است که در رابطه (66) مشخص است:

$$\varphi^T \bar{\theta} = j_0^{-1} \bar{T}_d \quad (66)$$

روند طراحی با معرفی مختصات خطا به صورت روابط (67) و (68) آغاز می‌شود:

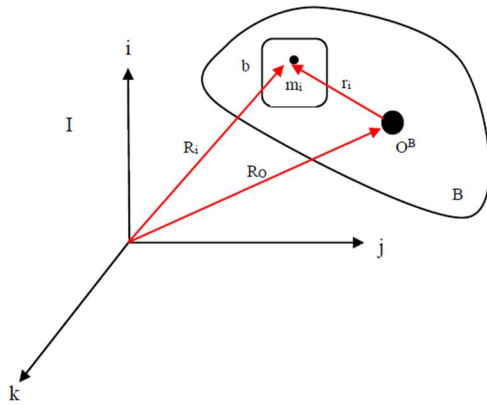
$$\bar{z}_1 = \bar{\sigma}_e \quad (67)$$

$$\bar{z}_2 = \bar{\omega} - \bar{x}_{2,c} \quad (68)$$

ترم‌های اصلاحی برای اثر فیلترینگ دارای دینامیک‌های نمایش داده شده در روابط (69) و (70) می‌باشند:

$$\dot{\bar{x}}_1 = -c_1 \bar{x}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N (\bar{x}_{2,c} - \bar{x}_{2,c}^0) \quad (69)$$

$$\dot{\bar{x}}_1 = -c_1 \bar{x}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N (\bar{x}_{2,c} - \bar{x}_{2,c}^0) \quad (70)$$



شکل 3 بدنه صلب فضایی همراه با قطعه متحرک

با جایگذاری معادله (87) در رابطه (88)، رابطه (89) بدست می آید:

$$\begin{aligned} \bar{M} = & J_b(\bar{\omega}_b + \bar{\omega}) + J_b(\bar{\omega}_b + \bar{\omega}) + J_b\bar{\omega} + \bar{\omega} \times J_b(\bar{\omega}_b + \bar{\omega}) \\ & + \bar{\omega} \times J_b\bar{\omega} = (J_b + J_b)\bar{\omega} + \bar{\omega} \times (J_b + J_b)\bar{\omega} + \bar{\omega} \times J_b\bar{\omega}_b \\ & + J_b(\bar{\omega} + \bar{\omega}_b) + J_b\bar{\omega}_b \end{aligned} \quad (89)$$

فرض می شود که b ماتریس اینرسی معلومی در $\bar{\omega}_b = 0$ دارد، بنابراین J_b و مشتق زمانی آن به صورت رابطه (90) نوشته می شوند:

$$J_b = J_{b0} + \Delta J_b(t), \quad \dot{J}_b = \dot{\Delta J}_b(t) \quad (90)$$

معکوس قسمت های معلوم و مجهول ماتریس اینرسی کل به صورت روابط (91) و (92) بیان می شود:

$$J^{-1}(t) = (J_b + J_{b0} + \Delta J_b(t))^{-1} = (J_0 + \Delta J_b(t))^{-1} = J_0^{-1} + \Delta J^*(t) \quad (91)$$

$$J_0^{-1} = (J_b + J_{b0})^{-1}, \quad \Delta J^*(t) = (J_b + J_{b0} + \Delta J_b(t))^{-1} - (J_b + J_{b0})^{-1} \quad (92)$$

بنابراین معادله دینامیکی فضایی به صورت رابطه (93) به دست می آید که ترم های گشتاوری آن در روابط (94) و (95) نمایش داده شده است:

$$\bar{\omega} = -J_0^{-1}\bar{\omega} \times J_0\bar{\omega} + J_0^{-1}\bar{T}_c + J_0^{-1}\bar{T}_{g0} + J_0^{-1}\bar{T}_d \quad (93)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_d = & J_0\Delta J^*(t)(-\bar{\omega} \times J(t)\bar{\omega} + \bar{T}_c + \bar{T}_g) + (-\bar{\omega} \times \Delta J_b(t)\bar{\omega} + \Delta \bar{T}_g) \\ & - J_0J^{-1}(t)(\bar{\omega} \times J_b(t)\bar{\omega}_b + \dot{\Delta J}_b(t)(\bar{\omega} + \bar{\omega}_b) + J_b(t)\dot{\bar{\omega}}_b) \end{aligned} \quad (94)$$

$$\bar{T}_g = \bar{T}_{g0} + \Delta \bar{T}_g = 3n^2\bar{c}_3 \times J_0\bar{c}_3 + 3n^2\bar{c}_3 \times \Delta J_b(t)\bar{c}_3 \quad (95)$$

6-1- استخراج گشتاور اغتشاشی ناشی از دوران دیسک دوار

برای توضیح گشتاور اغتشاشی ناشی از دوران چرخ عکس العملی کنترل نشده، یک دیسک دوار با سرعت بالا در نظر گرفته می شود که تصویر آن در شکل 4 آمده است. با تعریف دستگاه مختصات A' متصل شده به دستگاه بدنی که محور سوم آن منطبق بر محور دوران دیسک و مرکز آن بر روی مرکز جرم دیسک دوار قرار دارد، ماتریس اینرسی دیسک b در این دستگاه به صورت رابطه (96) تعریف می شود:

$$(J_b)^{A'} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(3r^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(3r^2 + h^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{2}r^2 \end{bmatrix} \quad (96)$$

که در این رابطه، m جرم، r شعاع و h ارتفاع دیسک است. ماتریس معرفی شده در رابطه (96) را می توان با دوران و استفاده از تئوری محورهای موازی، در دستگاه مرجع بدنی B به شکل رابطه (97) نوشت:

$$J_b = (J_b)^B = C^{A'B}(J_b)^{A'}(C^{A'B})^T - mS_{\bar{r}}^2 \quad (97)$$

6- معرفی گشتاور تولید شده از دوران قطعه متحرک

یکی از اغتشاشات به وجود آمده می تواند گشتاور ناشی از حرکت یک قسمت مکانیکی درون فضایی باشد. فرض می شود که در بدنه صلب فضایی B یک جسم (b) حول یک نقطه ثابت نسبت به دستگاه مرجع بدنی B دوران می کند. همچنین فرض می شود که b حول مرکز جرمش دوران می کند بنابراین مرکز جرم کل فضایی بر روی دستگاه بدنی B فیکس شده است و مرکز جرم کل را بر روی مبدا دستگاه مختصات بدنی در نظر گرفته می شود که در شکل 3 قابل مشاهده است. در این شکل موقعیت جرم m_i نسبت به دستگاه مرجع اینرسی I توسط رابطه $\bar{R}_i = \bar{R}_0 + \bar{r}_i$ به دست می آید که مشتق زمانی آن برابر است با رابطه (81):

$$\dot{\bar{R}}_i = \dot{\bar{R}}_0 + \dot{\bar{r}}_i + \bar{\omega} \times \bar{r}_i \quad (81)$$

که در این رابطه، $\bar{\omega}$ سرعت زاویه ای مطلق B می باشد. مومنوم زاویه ای ذره m_i نسبت به دستگاه I به صورت رابطه (82) نوشته می شود:

$$\begin{aligned} H_i = & \bar{r}_i \times m_i \dot{\bar{R}}_i = \bar{r}_i \times m_i (\dot{\bar{R}}_0 + \dot{\bar{r}}_i + \bar{\omega} \times \bar{r}_i) \\ = & \bar{r}_i \times m_i \dot{\bar{R}}_0 + \bar{r}_i \times m_i \dot{\bar{r}}_i + \bar{r}_i \times m_i (\bar{\omega} \times \bar{r}_i) \end{aligned} \quad (82)$$

اگر فرض شود که تنها حرکت جرم b حرکت دورانی در دستگاه B باشد، آنگاه مشتق زمانی $\bar{r}_i$ به صورت رابطه (83) محاسبه خواهد شد:

$$\dot{\bar{r}}_i = \begin{cases} \bar{\omega}_b \times \bar{r}_i & m_i \in b \\ 0 & \end{cases} \quad (83)$$

که در این رابطه، $\bar{\omega}_b$ سرعت زاویه ای m_i نسبت به m_i است. بنابراین معادله (82) به صورت معادله (84) نوشته می شود:

$$H_i = \begin{cases} \bar{r}_i \times m_i \dot{\bar{R}}_0 + \bar{r}_i \times m_i (\bar{\omega}_b \times \bar{r}_i) + \bar{r}_i \times m_i (\bar{\omega} \times \bar{r}_i) & m_i \in b \\ \bar{r}_i \times m_i \dot{\bar{R}}_0 + \bar{r}_i \times m_i (\bar{\omega} \times \bar{r}_i) & \end{cases} \quad (84)$$

مومنوم زاویه ای کل بدنه برابر است با رابطه (85):

$$\bar{H} = -\dot{\bar{R}}_0 \times \sum_{m_i} m_i \bar{r}_i + \sum_{m_i \in b} \bar{r}_i \times m_i (\bar{\omega}_b \times \bar{r}_i) + \sum_{m_i} \bar{r}_i \times m_i (\bar{\omega} \times \bar{r}_i) \quad (85)$$

با توجه به فرض قرارگیری مرکز جرم کل بر روی مبدا دستگاه مرجع بدنی، عبارت $\sum_{m_i} m_i \bar{r}_i$ برابر با صفر می شود. با استفاده از خاصیت

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = \bar{b}(\bar{a}^T \bar{c}) + \bar{c}(\bar{a}^T \bar{b}) \quad (86)$$

$$\begin{aligned} \bar{H} = & \sum_{m_i \in b} m_i (\bar{r}_i^T \bar{r}_i I - \bar{r}_i \bar{r}_i^T) \bar{\omega}_b + \sum_{m_i \in b} m_i (\bar{r}_i^T \bar{r}_i I - \bar{r}_i \bar{r}_i^T) \bar{\omega} \\ & + \sum_{m_i \in B} m_i (\bar{r}_i^T \bar{r}_i I - \bar{r}_i \bar{r}_i^T) \bar{\omega} = - \sum_{m_i \in b} m_i S_{\bar{r}_i}^2 \bar{\omega}_b - \sum_{m_i \in b} m_i S_{\bar{r}_i}^2 \bar{\omega} \\ & - \sum_{m_i \in B} m_i S_{\bar{r}_i}^2 \bar{\omega} \end{aligned} \quad (86)$$

معادله (86) را می توان با توجه به تعریف ماتریس ممان اینرسی به صورت معادله (87) نوشت:

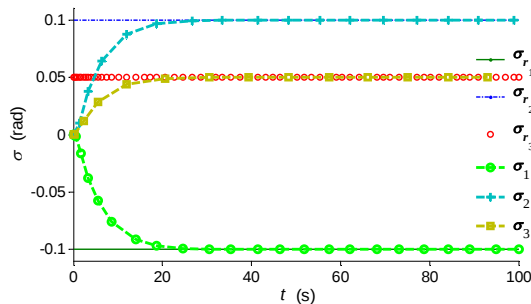
$$\bar{H} = J_b \bar{\omega}_b + J_b \bar{\omega} + J_B \bar{\omega} \quad (87)$$

همانطور که قبلاً بیان شد، مجموع ممان های وارد بر یک جسم صلب برابر است با مشتق زمانی مومنوم زاویه ای آن جسم حول مرکز جرمش در فضای اینرسی طبق رابطه (88):

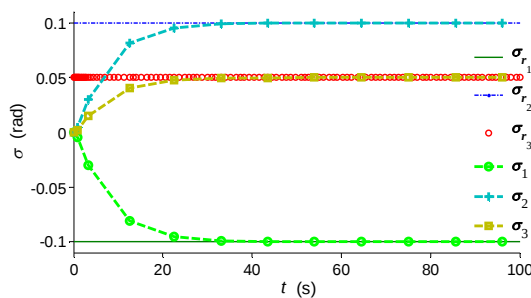
$$\bar{M} = \frac{d\bar{H}}{dt} \quad (88)$$

مدولار را در حالت نامی نمایش می‌دهند. همانطور که از این دو شکل پیداست، مقادیر گشتاور کنترلی کاملاً منطقی و قابل اجرا توسط عملگرهای فضایی هستند. همانطور که مشاهده می‌شود در ثانیه‌های ابتدایی گشتاور نسبتاً زیادی تولید می‌گردد که این موضوع به دلیل متفاوت بودن مقادیر اولیه سیگنال مرجع با سیگنال تولیدی است.

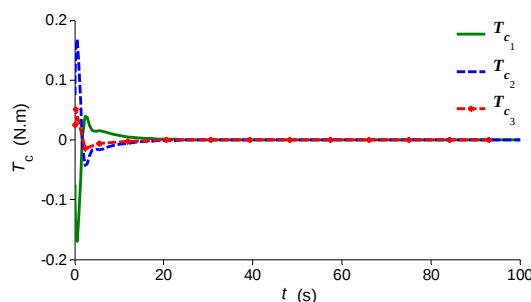
شکل 9 بیانگر خطای تعقیب وضعیت فضایی در حالت نامی است. همانطور که از این شکل پیداست، به دلیل عدم وجود اغتشاش و عدم قطعیت هر دو کنترلر دارای خطای تعقیب بسیار کم و قابل قبولی می‌باشند و فضایی با استفاده از این دو کنترلر طراحی شده توانسته با کمترین خطا به تعقیب سیگنال مرجع ثابت بپردازد.



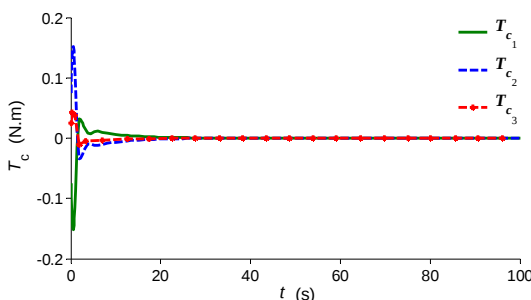
شکل 5 تعقیب وضعیت فضایی در حالت نامی با استفاده از کنترلر گام به عقب غیر تطبیقی



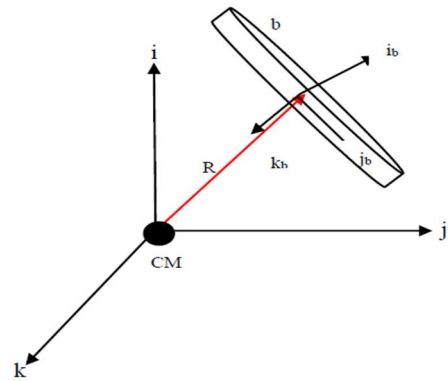
شکل 6 تعقیب وضعیت فضایی در حالت نامی با استفاده از کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار



شکل 7 گشتاور کنترلی فضایی در حالت نامی با کنترلر گام به عقب غیر تطبیقی



شکل 8 گشتاور کنترلی فضایی در حالت نامی با کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار



شکل 4 دیسک دوار درون بدنه فضایی

که در این رابطه، ماتریس $C^{A/B}$ یک ماتریس معلوم و ثابت است که بیانگر انتقال دستگاه A' به B می‌باشد. این انتقال می‌تواند توسط زوایای اولر صورت بگیرد.

از آنجا که ماتریس اینرسی b نسبت به A' ثابت است و A' نیز متصل به B می‌باشد، بنابراین ماتریس ممان اینرسی J_b ثابت و رابطه (98) برقرار خواهد بود:

$$\Delta J_b(t) = 0, \quad \dot{\Delta J_b}(t) = 0 \Rightarrow J_{b0} = J_b, \quad J = J_0 = J_B + J_{b0},$$

$$\Delta J^*(t) = 0$$

$$\dot{\omega} = -J_0^{-1} \bar{\omega} \times J_0 \bar{\omega} + J_0^{-1} \bar{T}_c + J_0^{-1} \bar{T}_g + J_0^{-1} \bar{T}_d \quad (98)$$

بنابراین، اغتشاش تولید شده توسط این دیسک تنها ناشی از اثر ژایروسکوپی و شتاب زاویه‌ای می‌باشد که به صورت رابطه (99) بیان می‌شود:

$$\bar{T}_d = -\bar{\omega} \times J_b \bar{\omega} + J_b \dot{\bar{\omega}} \quad (99)$$

که سرعت زاویه‌ای دیسک در دستگاه بدنی به صورت رابطه (100) می‌باشد:

$$\bar{\omega}_b \triangleq (\bar{\omega}_b)^B = C^{A/B} \bar{\omega}_3^{A'} = \bar{\omega}_b C_3^{A/B} \quad (100)$$

که در رابطه بالا، $\bar{C}_3^{A/B}$ ستون سوم ماتریس کسینوس هادی $C^{A/B}$ می‌باشد.

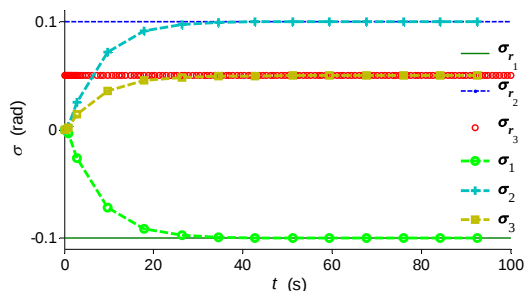
7- نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش، روش کنترل غیرخطی گام به عقب استاتیک و گام به عقب تطبیقی مدولار که در قسمت‌های قبل ارائه شد، بر روی فضایی با ارتفاع 650 کیلومتر و ممان‌های اینرسی $J_1 = 3 \text{ kg.m}^2$ ، $J_2 = 2$ و $J_3 = 2$ پیاده‌سازی می‌شود. فرکانس طبیعی و ضریب دمپینگ در فیلتر فرمان به کار رفته به ترتیب برابر با 2 و 0/5 در نظر گرفته شدند. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (5) تا (16) ارائه شده‌اند.

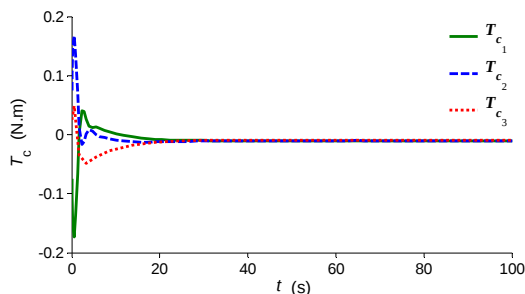
این شبیه‌سازی با یک سیگنال مرجع ثابت انجام شده است. شبیه‌سازی‌ها در دو حالت انجام گرفته که در حالت اول از اغتشاشات صرف‌نظر و در حالت دوم گشتاور اغتشاشی ناشی از دوران چرخ عکس‌العملی کنترل نشده در نظر گرفته شده است. ابتدا به مرور نتایج حاصل از شبیه‌سازی در حالت بدون اغتشاش پرداخته می‌شود.

شکل‌های 5 و 6 تعقیب وضعیت فضایی را در حالت نامی به ترتیب با استفاده از گام به عقب غیر تطبیقی و گام به عقب تطبیقی مدولار نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، کنترلرهای طراحی شده توسط هر دو روش گام به عقب غیر تطبیقی و تطبیقی توانسته‌اند تعقیب کامل سیگنال مرجع را نتیجه دهند.

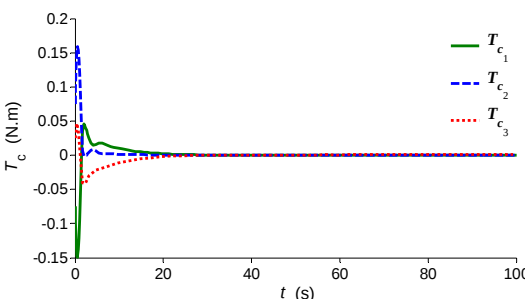
شکل‌های 7 و 8 تلاش کنترلرهای گام به عقب غیر تطبیقی و تطبیقی



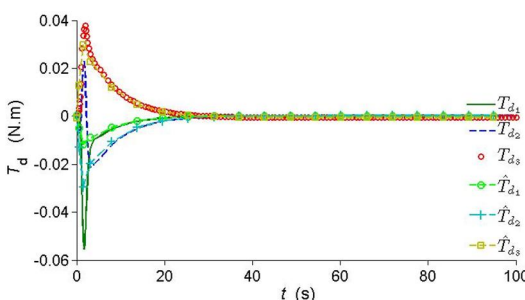
شکل 11 تعقیب وضعیت فضایی در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده با استفاده از کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار



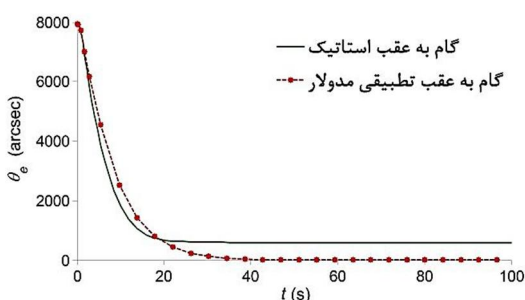
شکل 12 گشتاور کنترلی فضایی در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده با کنترلر گام به عقب غیرتطبیقی



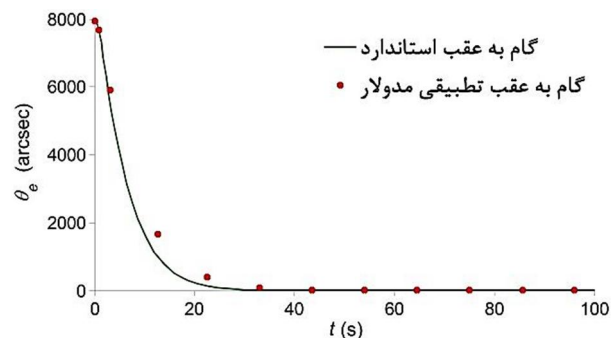
شکل 13 گشتاور کنترلی فضایی در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده با کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار



شکل 14 تخمین گشتاور اغتشاشی ناشی از دوران چرخ عکس‌العملی کنترل نشده



شکل 15 مقایسه خطای زاویه‌ای تعقیب روش‌های گام به عقب استاتیک و تطبیقی مدولار در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده



شکل 9 خطای زاویه‌ای تعقیب در حالت بدون اغتشاش

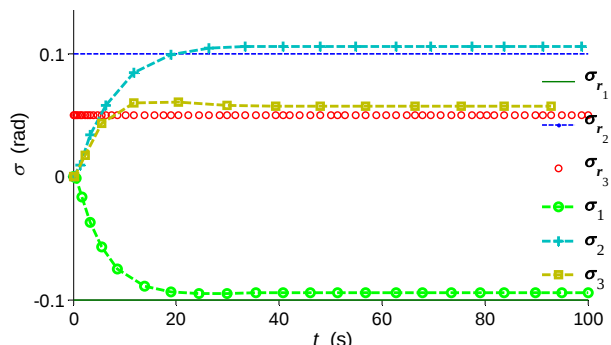
در ادامه به بررسی نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده پرداخته می‌شود.

شکل‌های 10 و 11 به ترتیب نمودارهای تعقیب وضعیت فضایی با استفاده از کنترلرهای گام به عقب غیرتطبیقی و تطبیقی مدولار را در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده نشان می‌دهند. همانطور که از این نمودارها پیداست، کنترلر گام به عقب استاندارد نتوانسته به خوبی سیگنال مرجع ثابت را تعقیب کند و به دلیل حضور اغتشاشات ناشی از دوران دیسک دوار درون فضایی تعقیب حاصله دارای خطا می‌باشد اما کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار به دلیل دارا بودن خاصیت تطبیق توانسته به خوبی بر اغتشاشات موجود غلبه و سیگنال مرجع ثابت را با کمترین خطا تعقیب کند.

شکل‌های 12 و 13 به ترتیب گشتاور کنترلی کنترلرهای گام به عقب غیرتطبیقی و تطبیقی مدولار را نشان می‌دهند. همانطور که قبلاً ذکر شد، گشتاورهای تولیدی توسط کنترلرها دارای مقادیر منطقی و قابل اجرا توسط عملگرهای فضایی هستند و بالا بودن این گشتاور در لحظات ابتدایی به دلیل متفاوت بودن شرایط اولیه سیگنال‌های مرجع و تولیدی است.

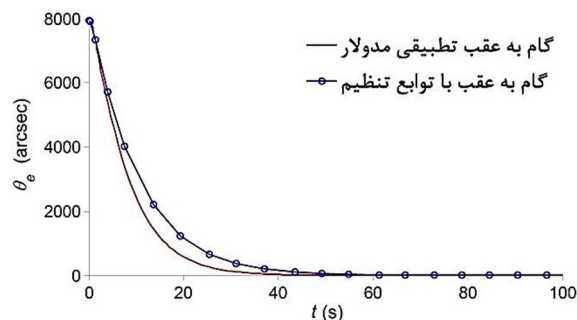
شکل 14 تخمین گشتاور کنترلی تولید شده از چرخ عکس‌العملی کنترل نشده را نمایش می‌دهد. همانطور که از این شکل پیداست، مشاهده‌گر حالت توسعه‌یافته غیرخطی به خوبی توانسته بردار گشتاور اغتشاشی تولید شده را تخمین بزند.

شکل‌های 15 و 16 خطای زاویه‌ای تعقیب را در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده نشان می‌دهند. همانطور که از شکل 15 پیداست، کنترلر گام به عقب غیرتطبیقی در مقایسه با کنترلر تطبیقی مدولار، تعقیب را با خطای زیادی انجام می‌دهد اما کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار به دلیل خاصیت تطبیقی خود خطای بسیار کم و قابل قبولی در تعقیب سیگنال مرجع دارد. شکل 16 نیز بیانگر عملکرد تعقیب بهتر کنترلر گام به عقب تطبیقی مدولار نسبت به کنترلر تطبیقی انتگرال گیر با توابع تنظیم است.



شکل 10 تعقیب وضعیت فضایی در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده با استفاده از کنترلر گام به عقب غیرتطبیقی

σ_r	بردار مرجع پارامترهای رودریگز بهبود یافته
φ	تابع رگرسیون
χ	فیلتر حالت
ω	سرعت زاویه‌ای
ω_b	سرعت زاویه‌ای قطعه b
B	دستگاه بدنی
c	بهره کنترل
H	مومنوم زاویه‌ای کل
I	دستگاه اینرسی
J	تنسور اینرسی فضایی
J_0	تنسور اینرسی مدل شده فضایی
n	سرعت زاویه‌ای مداری
O	دستگاه دورانی
T_c	گشتاور کنترلی
T_d	گشتاور اغتشاشی
$\hat{T}_d$	گشتاور اغتشاشی تخمینی
ν	تابع لیاپانوف



شکل 16 مقایسه خطای زاویه‌ای تعقیب روش‌های تطبیقی مدولار و انتگرال گیر در حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده

8- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش گام به عقب تطبیقی مدولار فیلتر شده برای طراحی کنترلر تعقیب وضعیت فضایی استفاده شد. روش فیلترینگ استفاده شده یک روش فیلترینگ فرمان پیوسته بود که با تعیین ضریب دمپینگ و فرکانس طبیعی فیلترها از بار مشتق‌گیری کنترل‌های مجازی در طول روند گام به عقب کاسته شد. با مشاهده نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده می‌توان به دقت بالای روش کنترل غیرخطی گام به عقب تطبیقی مدولار پی برد. با توجه به نمودارهای ارائه شده مشاهده می‌شود که هر دو کنترلر طراحی شده توسط روش‌های گام به عقب استاندارد و تطبیقی مدولار، تعقیب سیگنال مرجع ثابت توسط فضایی را در حالت بدون اغتشاش با دقت بالایی نتیجه دادند. اما کنترلرهای طراحی شده توسط این دو روش در حضور دیسک دوار که باعث تولید گشتاور اغتشاشی زیادی می‌شود عملکرد متفاوتی را از خود نشان دادند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی کنترلر تطبیقی مدولار در حالت حضور چرخ عکس‌العملی کنترل نشده، خطای کمتر و تعقیب بهتری را نسبت به روش گام به عقب غیرتطبیقی نشان داد. این روش حتی نسبت به روش گام به عقب تطبیقی انتگرال گیر با توابع تنظیم نیز عملکرد بهتری را از خود نشان داد. علاوه بر این، مشاهده شد که هیچگونه ناپایداری و چترینگی در نتایج شبیه‌سازی وجود ندارد. همچنین با توجه به استفاده از فیلتر بر روی متغیرهای حالت، محاسبات مربوط به مشتقات کنترل‌های مجازی کاهش پیدا کرد و این قابلیت رو در اختیار طراح گذاشت تا محدوده فرکانس طبیعی فیلترینگ حالات سیستم را انتخاب کند. بنابراین با توجه به نتایج شبیه‌سازی می‌توان نتیجه گرفت که روش کنترل گام به عقب تطبیقی مدولار فیلتر شده برای سیستم‌های غیرخطی‌ای که به فرم پس‌خور صریح هستند، حتی در حضور گشتاور اغتشاشی بالا نیز دارای دقت بسیار خوبی می‌باشد.

9- فهرست علائم

α	کنترل مجازی
β	تابع دیفرانسیل پیوسته
Γ, γ	بهره تخمین
Δt	گام زمانی
θ	پارامتر مجهول
$\hat{\theta}$	پارامتر تخمین زده شده
$\bar{\theta}$	خطای تخمین پارامتر
κ	بهره دمپینگ غیرخطی
σ	بردار پارامترهای رودریگز بهبود یافته
σ_e	بردار خطای پارامترهای رودریگز بهبود یافته

- [24] E. R. van Oort, L. Sonneveldt, Q. P. Chu, J. A. Mulder, Modular Adaptive Input-to-State Stable Backstepping of a Nonlinear Missile Model, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2007.
- [25] W. Wang, Z. Gao, A Comparison Study of Advanced State Observer Design Techniques, American Control Conference, 2003.
- [26] J. Pomet, L. Praly, Adaptive Nonlinear Regulation: Estimation from the Lyapunov Equation, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, pp. 729-740, 1992.
- [27] J. A. Farrell, M. Polycarpou, M. Sharma, W. Dong, Command Filtered Backstepping, American Control Conference, Seattle, Washington, USA, 2008.
- [28] J. A. Farrell, M. Polycarpou, M. Sharma, W. Dong, Command Filtered Backstepping, Automatic Control, IEEE Transaction on, Volume 54, Issue 6, pp. 1391-1395, 2009
- [16] J. L. Crassidis, F. L. Markley, Attitude Estimation Using Modified Rodrigues Parameters, 1996.
- [17] M. J. Sidi, Spacecraft Dynamics and Control, Cambridge University Press, 1997.
- [18] B. Wei, Space Vehicle Dynamics and Control, AIAA, 2nd ed., 2008.
- [19] H. Schaub, J. L. Junkins, Analytical Mechanics of Aerospace Systems, AIAA Aerospace Series, AIAA, 2002.
- [20] J. E. Slotine, W. Li., Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, 1991.
- [21] Petar Kokotovic, Murat Arcak, Constructive Nonlinear Control: a historical perspective, Automatica, Vol. 37, pp. 637-662, 2001.
- [22] H. k. Khalil, Nonlinear Systems, Prentice Hall, 3rd Edition, 2002.
- [23] S. S. GE, C. Wang, T. H. Lee, Adaptive Backstepping Control of a Class of Chaotic Systems, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 10, Iss. 05, 2000.