



# تحلیل عددی جریان و مکانیزم تولید حرارت در یک لوله تشدید هارتمن - اسپرنجر

حسن کریمی<sup>1\*</sup>، بابک افضلی<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 3381-16765، karimi@kntu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 15 فروردین 1394

پذیرش: 31 اردیبهشت 1394

ارائه در سایت: 16 خرداد 1394

کلید واژگان:

لوله هارتمن-اسپرنجر

تولید حرارت متمرکز

امواج تراکمی

لوله تشدید

## چکیده

لوله تشدید هارتمن-اسپرنجر دستگاهی است که در آن یک جت فرومنبسط وارد لوله‌ای با انتهای بسته می‌شود که در فاصله‌ای مشخص از دهانه خروجی نازل قرار دارد. با توجه به بسته بودن انتهای لوله و تداوم جریان جت، تحت شرایط خاصی این جریان می‌تواند منجر به تولید حرارت و افزایش دمای قابل توجه در گاز به دام افتاده داخل لوله شود. پژوهش حاضر به تحلیل عددی جریان در فازهای مختلف فرآیند نوسانی در یک لوله تشدید نمونه می‌پردازد. روش کار بدین ترتیب است که ابتدا با توجه به شناخت فیزیکی از مسأله، مدل عددی مناسب تولید شده و سپس با انجام مراحل حل عددی، نتایج حاصله در بخش‌های مختلف جریان مورد تحلیل قرار می‌گیرند. نتایج این تحلیل‌ها تطابق قابل قبولی با آزمایشات انجام شده دارد. نتایج نشان می‌دهد که فرآیند از دو بخش گذرا و شبه پایدار تشکیل شده است. در بخش گذرای جریان، تغییرات به مراتب شدیدتر از بخش شبه دائم است. میزان تولید و اتلاف حرارت در هر یک از این دو بخش با دیگری متفاوت است. در مجموع عامل اصلی تولید حرارت، عبور موج های تراکمی از نقاط درون لوله تشدید است که به طور دوره‌ای تکرار می‌شوند. همچنین مکانیزم اصلی اتلاف حرارت، جابجایی جرم و انتقال حرارت از دیواره‌های لوله است. تحلیل‌های انجام گرفته منجر به افزایش آگاهی از مکانیزم جریان و تولید حرارت درون لوله تشدید هارتمن-اسپرنجر شده و ابهامات موجود را کاهش می‌دهد.

## Numerical analysis of flow and heat generation mechanism in a Hartmann-Sprenger resonance tube

Hassan Karimi\*, Babak Afzali

Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, karimi@kntu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 April 2015  
Accepted 21 May 2015  
Available Online 06 June 2015

### Keywords:

Hartmann-Sprenger Tube  
Intensive Heat Generation  
Compression Waves  
Resonance Tube

## ABSTRACT

Hartmann-Sprenger tube is a device in which an under-expanded jet enters a closed-end tube which is placed a specific distance from the nozzle. Because the tube is closed at its end and the jet flow continues, the oscillating flow could produce an intensive heat in the taped gas inside the tube. The present study focuses on the numerical analysis of the flow in various phases of the oscillatory process in a sample resonance tube. First, the numerical model is generated with respect to the physical knowledge of the problem. Then, the problem is solved numerically and the results will be discussed in various steps of the process. Numerical results are in good agreement with the experiments. The analysis shows that the process consists of two major phases; the transient flow and semi-steady flow. In the transient phase, the changes are more intense than the second phase. On the other hand, the amount of heat generation and dissipation is different in these two phases. In fact, the most important factor in the heat generation process is the compression waves passing through the points inside the tube, which is repeated periodically. Also, the main mechanisms for heat dissipation in the tube are the mass displacement and the heat transfer from the walls. Finally, the flow analysis will lead to increasing the insight for the flow and heat generation mechanism in a Hartmann-Sprenger tube and decreasing the uncertainties.

## 1- مقدمه

مشاهده کرد. اصول کلی کار این دستگاه بدین ترتیب است که جریان گاز تحت فشار (در حدود چند اتمسفر) از مجرای یک نازل صوتی عبور کرده و در خروجی نازل به صورت جریان جت فرومنبسط در یک فضای خالی تخلیه می‌گردد. این فضا در حقیقت یک فاصله‌ی کوچک مابین مقطع خروجی نازل و مقطع ورودی لوله‌ی تشدید می‌باشد. لوله‌ی تشدید شامل یک مجرای لوله مانند با یک انتهای بسته است که ابتدای باز آن درست روبروی مقطع

لوله‌ی تشدید دستگاهی است که براساس نوسان تشدید شده‌ی دسته‌ای از امواج تراکمی، امواج صوتی با فرکانس بالا تولید می‌کند. در لوله تشدید هارتمن-اسپرنجر، با دمیدن یک جت گازی فرومنبسط به دهانه لوله‌ای که از یک سمت بسته است، در شرایط خاصی می‌توان در کنار حرکت نوسانی قوی از گاز داخل لوله، افزایش متمرکز دما در گاز محبوس در انتهای بسته لوله را

Please cite this article using:

H. Karimi, B. Afzali, Design, Numerical analysis of flow and heat generation mechanism in a Hartmann-Sprenger resonance tube, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 227-238, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

افزایش دمای گاز را نخواهند داشت. دومین رژیم اشاره شده در نتایج این تحقیق، رژیم جریان برون ریز<sup>3</sup> است که به کرات در مطالعات بعدی نیز به آن اشاره شده است. در این رژیم جریان که در حضور جت فرومنبسط اتفاق می‌افتد، جریان جت در دهانه لوله به همراه یک شوک تراکمی به حرکت نوسانی می‌پردازد که در طی آن بخشی از جت گازی به طور متناوب در دهانه‌ی لوله‌ی تشدید بلعیده شده و از آن بیرون می‌ریزد. توضیحات بیشتر در خصوص مشخصات این رژیم جریان که مشابه رژیم مطالعه شده در این مقاله است در بخش "تشریح فیزیک جریان" ارائه شده است. در رژیم جریان برون‌ریز، امکان افزایش دما در انتهای بسته دیواره لوله وجود دارد. فرکانس نوسانات و دمای قابل حصول گاز درون لوله علاوه بر فاصله لوله از نازل و مشخصات جریان جت، به طول لوله نیز وابسته است. رژیم سوم عملکردی دستگاه نیز رژیم اسکریچ<sup>4</sup> یا جیغ کشنده است. تشکیل رژیم جریان اسکریچ به دلیل بروز پدیده‌ی تشدید بین یک موج ضربه‌ای منحنی شکل (مستقر در دهانه‌ی لوله) و شبکه‌ای از سلول‌های موج ضربه‌ای در جریان جت خروجی از نازل است. در این رژیم، نوسان موج ضربه‌ای در مقابل ورودی لوله منجر به حرکت امواج ضربه‌ای جدا از هم و قوی در طول لوله خواهد شد. تداخل امواج ضربه‌ای متحرک در طول لوله، بر گاز حبس شده درون لوله اثر گذاشته و منجر به گرم شدن شدید گاز درون لوله می‌شوند. فرکانس نوسانات در این رژیم از مرتبه چند ده کیلو هرتز و دمای قابل حصول در انتهای لوله تا حد محسوسی بیشتر از رژیم جریان برون‌ریز است. مشخصات فرکانسی و حرارتی دستگاه در این رژیم مستقل از طول لوله است.

در سال 2001 اس.ام.شانگ و اس.لی [5] در تحقیقات خود رژیم کاری برون‌ریز را درون یک لوله‌ی تشدید هارتمن – اسپرنجر مورد مطالعه‌ی دقیق قرار دادند. آن‌ها یک مدل مفهومی ساده شده از لوله‌ی هارتمن – اسپرنجر ارائه کردند که توسط آن امکان بررسی جداگانه‌ی رژیم برون‌ریز امکان‌پذیر بود. فرض آنها این بود که لوله‌ی تشدید با انتهای بسته بصورت متقارن و هم محور به کمک حرکت سینوسی یک پیستون با فرکانس مشخص تحریک می‌شود. آن‌ها معادلات اوایلر متقارن محوری را برای این جریان به روش عددی حل نمودند و تأثیر چهار پارامتر اصلی و مهم را بر مشخصات جریان بررسی کردند. این چهار پارامتر عبارت بودند از: فرکانس نوسانات، عدد ماخ جریان، فاصله‌ی میان منبع نوسان تا ورودی لوله و نسبت طول به قطر لوله. نتایج تحقیقات آنها نشان داد که مهم‌ترین عوامل تأثیر گذار بر فرکانس تشدید سیستم (در رژیم برون‌ریز)، در درجه‌ی اول طول لوله و در درجه‌ی دوم فاصله‌ی لوله از منبع تولید نوسانات می‌باشد. هرچه فاصله‌ی لوله با مولد نوسانات کمتر باشد، تأثیر آن بزرگ‌تر خواهد بود.

در سال 2002 و 2003، حامد و همکارانش [6] و [7] در تحقیقات خود موفق به شبیه‌سازی عددی جریان ناپایدار درون لوله‌ی تشدید شدند. آنها در کد محاسباتی خود مدلی ساختند که در آن معادلات ناویر – استوکس جریان ناپایای تراکم‌پذیر لزج به کمک روش حل وَن – لیر مرتبه دو با عملکرد کاهش مجموع اختلافات<sup>5</sup> به همراه روش پیشروی در زمان رانگ – کوتا مرتبه چهار و نیز یک مدل توربولانس دو متغیره حل می‌شد. از جمله نتایج بدست آمده از این تحقیق می‌توان به نمودارهای فشار بر حسب زمان و نیز عدد ماخ، سرعت و ورتیسسته جریان در مقاطع نازل، فاصله میان نازل و لوله، و نیز در داخل لوله اشاره نمود. نکته قابل ذکر در خصوص مستندات منتشر شده از

خروجی نازل و هم محور با آن قرار گرفته است. قطر دهانه ورودی این لوله اندکی بزرگتر از دهانه انتهایی نازل بوده و نسبت طول به قطر آن از مرتبه 1 تا 10 می‌باشد. با برقراری جریان شرایط به گونه‌ای خواهد بود که علاوه بر ایجاد نوسانات تشدید شده، افزایش محسوس دما در انتهای بسته لوله قابل مشاهده است.

این پدیده اولین بار توسط هارتمن [1] در سال 1922 کشف شد. ایده‌ی این دستگاه که در ابتدا توسط هارتمن به عنوان "نوسان‌کننده‌ی جت هوا" نام‌گذاری شد، در جریان یک سری آزمایشات تجربی وی بر روی جت آزاد فرومنبسط خروجی از یک نازل صوتی بدست آمد. در حقیقت او اولین بار این پدیده را در یک لوله‌ی پیتوت که جهت اندازه‌گیری فشار نقاط مختلف جریان جت خروجی از نازل از آن استفاده می‌کرد مشاهده نمود و دریافت که وقتی دهانه‌ی لوله‌ی ته بسته‌ای که با آن آزمایش را انجام می‌داد درست در منطقه‌ی ناپایداری جت قرار می‌گیرد، لوله شروع به تشدید نوسان می‌کند. در سال 1954 اسپرنجر [2] نتایج آزمایشات گسترده‌ی خود را در ارتباط با یک لوله‌ی تشدید با قطر و طول مشخص منتشر نمود. او دریافت که انتشار نوسانات به وجود آمده درون لوله و انعکاس پی‌درپی امواج ضربه‌ای از انتهای بسته‌ی لوله به دلیل وجود اتلافات بازگشت‌ناپذیر می‌تواند منجر به تولید اثرات حرارتی و افزایش دمای متمرکز در انتهای لوله‌ی تشدید شود. وی در آزمایشات خود در شرایط عادی به دمای دیواره‌ی  $500^{\circ}\text{C}$  و پس از اضافه کردن ذرات ریز معلق (لحیم مذاب)، به دمای دیواره‌ی حدوداً  $1000^{\circ}\text{C}$  دست یافت. وی همچنین مطالعات تجربی گسترده‌ای را بر روی اثرات عواملی چون فاصله‌ی نازل و دهانه‌ی لوله، فشار سکون جریان بالادست نازل و طول لوله‌ی تشدید بر دمای دیواره‌ی انتهایی لوله داشته است. شایان ذکر است که به دلیل تلاش‌های گسترده‌ی این دو دانشمند (هارتمن و اسپرنجر) در شناسایی و توسعه‌ی کاربری اثرات حرارتی، دستگاه مورد اشاره با نام لوله‌ی هارتمن – اسپرنجر شناخته می‌شود.

در سال 2009 رامان و همکارش مقاله‌ای را منتشر نمودند [3] که در آن به مرور تمامی فعالیت‌های مهم انجام شده بر روی دستگاه لوله تشدید هارتمن - اسپرنجر از بدو اکتشاف تا کاربردهای مختلف این لوله در دستگاه‌های مختلف در سال‌های اخیر پرداخته‌اند. آن‌ها در این تحقیق، به اصول کارکرد دستگاه، توان مصرفی، اثرات حرارتی، پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد و کاربردهای قدیمی و جدید این دستگاه اشاره نموده و توضیحات مناسبی را در ارتباط با تحقیقات انجام شده در این زمینه‌ها ارائه کرده‌اند. از جمله کاربردهای مهم این دستگاه می‌توان به طور خلاصه به استفاده به عنوان منبع تولید حرارت، منبع تولید صوت، منبع تولید جریان پالسی، آتشزنه‌های موتورهای راکتی، عملگرهای فرکانس بالا<sup>1</sup> و کنترل‌کننده‌های فعال جریان<sup>2</sup> اشاره نمود.

ساروهیا و بک در آزمایشات خود [4] بر روی جریان ناپایدار درون لوله‌ی هارتمن موفق به تشخیص و تفکیک سه رژیم مختلف جریان با توجه به مشخصات لوله، فاصله‌ی بین نازل و لوله و نیز عدد ماخ جریان جت شدند. آنها دریافتند که اولین رژیم جریان تنها در جت‌های مادون صوت اتفاق می‌افتد. این رژیم کاری به رژیم جت ناپایدار شهرت دارد که در آن، گردابه‌های بزرگ جریان به طور متناوب در خروجی نازل تشکیل می‌شوند. این گردابه‌ها با حرکت به سمت لوله منجر به تشکیل امواج تراکمی ضعیفی درون لوله خواهند شد. این امواج تا حدی ضعیف هستند که توان لازم جهت

3- Jet Regurgitant Mode

4- Jet Screech Mode

5- Total Variation Diminishing Scheme

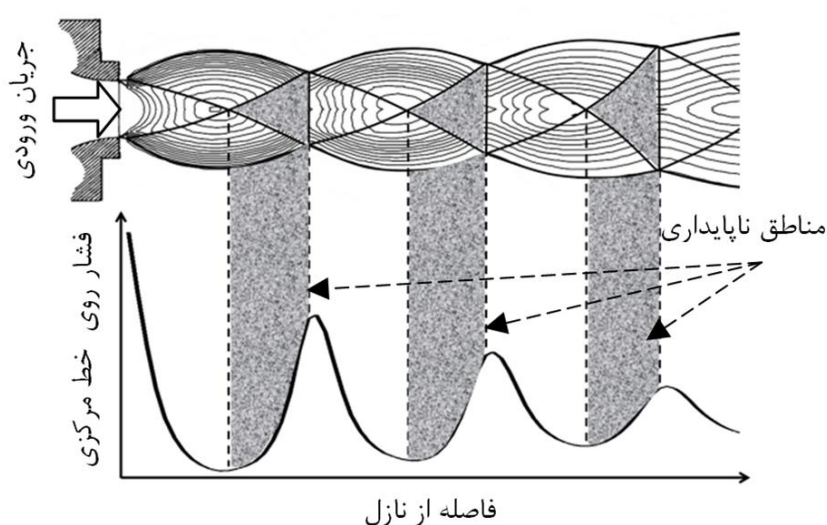
1- High Frequency Actuators

2- Active Flow Control

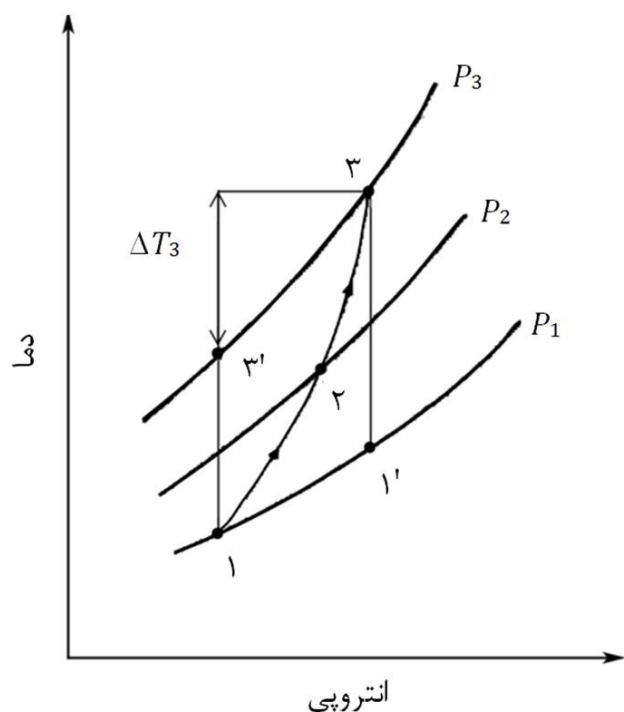
اهمیت است.

در نمودار شکل 2،  $T$  و  $P$  به ترتیب معرف دما و فشار استاتیکی هستند. در این نمودار مشاهده می‌شود که موج ضربه‌ای ایجاد شده درون لوله، شرایط گاز داخل لوله را از حالت 1 به 2 می‌برد و بازگشت این موج باعث تغییر وضعیت گاز از حالت 2 به 3 خواهد شد. تغییرات ایجاد شده بین حالت 1 تا 3 در طول این دو فرآیند به دلیل وجود بازگشت‌ناپذیری‌های درونی فرآیند موج ضربه‌ای می‌باشد. در صورتی که هیچ حرارتی از سیستم خارج نشود، انبساط ناشی از عبور فن‌های انبساطی یک فرآیند بی‌دررو و بازگشت پذیر خواهد بود و موقعیت گاز را از حالت 3 به حالت 1' می‌رساند. البته به جهت بسته شدن سیکل فرآیند، لازم است تا با خروج مقداری از حرارت، وضعیت گاز درون لوله از حالت 3 به 3' تغییر یابد [9].

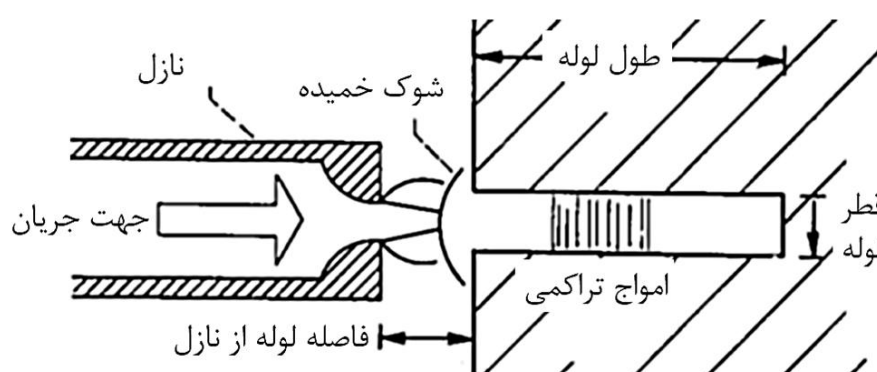
برای واضح‌تر شدن موضوع، نمای ظاهری دستگاه و شماتیک جریان داخل آن در شکل 3 نشان داده شده است.



شکل 1 سلول‌های شوک در جریان جت آزاد فرومنبسط و مناطق ناپایداری



شکل 2 نمودار دما - انترپی در فرآیند درونی لوله تشدید و خطوط فشار ثابت [9]



شکل 3 نمای ظاهری لوله‌ی هارتمن و شماتیک جریان درون آن [10]

کار این پژوهشگران، عدم تحلیل شفاف جریان در فازهای مختلف فرآیند نوسانی و تشریح مکانیزم حرکت امواج و تولید حرارت می‌باشد.

در سال 2007 نیز ژیا، لی و مرکل [8] مقاله‌ای را منتشر نمودند که در آن نتایج شبیه‌سازی عددی برای یک لوله تشدید هارتمن-اسپرنجر خاص ارائه شده بود. در این مقاله، لوله تشدید درون یک مجرای غلاف مانند قرار گرفته و شرایط جریان در حضور یک میله راهنما در مرکز نازل بررسی شده است. آن‌ها نشان دادند که اولاً حضور غلاف به تولید جریان پالسی کمک می‌کند. ثانیاً حضور میله راهنما در مرکز نازل می‌تواند رژیم عملکردی دستگاه را متحول کند. نحوه تأثیر این میله راهنما به طول و قطر آن وابسته است. آن‌ها همچنین نمودارها و کانتورهای مناسبی را از پارامترهای جریان در حضور این میله راهنما ارائه نموده‌اند. البته آن‌ها اشاره‌ای به نحوه آرایش جریان در فازهای مختلف نوسان و مکانیزم تولید حرارت نداشته‌اند.

در میان تحقیقات انجام شده پیشین، مواردی از شبیه‌سازی‌های عددی وجود دارد که به تعدادی از شاخص‌ترین این موارد اشاره شد. در این تحقیقات هرچند موضوعات مهمی مورد مطالعه قرار گرفته و تحلیل‌های مهمی بر روی عوامل تأثیرگذار بر عملکرد دستگاه لوله هارتمن-اسپرنجر انجام شده است، اما جایگاه یک تحلیل عددی با موضوع بررسی مکانیزم تولید حرارت و با هدف شفاف‌سازی فیزیک جریان نظیر نحوه تعامل امواج تراکمی منتشر شده در طول لوله با جریان جت گاز که نهایتاً منجر به افزایش دمای گاز درون لوله می‌شود خالی است. در پژوهش حاضر، قصد بر آن است تا با تحلیل عددی جریان درون یک لوله هارتمن-اسپرنجر، مکانیزم انتشار امواج و نحوه اثرگذاری آن‌ها بر عملکرد حرارتی دستگاه به طور دقیق‌تر مورد ارزیابی قرار گیرد. در ادامه، پس از تشریح فیزیک و ترمودینامیک جریان و نیز ارائه برخی نتایج تجربی، به تحلیل عددی مورد نظر پرداخته خواهد شد.

## 2- تشریح فیزیک جریان

بخش عمده‌ای از مطالعات تجربی انجام گرفته بر روی دستگاه لوله تشدید هارتمن-اسپرنجر به تلاش برای تشریح مکانیزم نوسانات جریان و تولید حرارت درون لوله تشدید اختصاص یافته است [3]. روش کار لوله هارتمن اسپرنجر به این صورت است که در آن جتی از سیال با سرعت بالا از یک نازل به سمت دهانه لوله‌ای که از یک انتها بسته است خارج می‌گردد. در شرایط مشخصی این جت خروجی از نازل در برخورد با لوله می‌تواند تولید یک جریان نوسانی کند. با قرار دادن دهانه لوله در مکان‌هایی مشخص در ساختار سلولی شوک، می‌توان نوساناتی هماهنگ را به این شوک کمائی تحمیل نمود. این مکان‌ها نواحی تراکمی جت یا به قول هارتمن "نقاط ناپایداری" هستند. یک مثال از ساختار سلولی شوک درون جریان جت فرومنبسط و موقعیت نواحی تراکمی (ناپایداری جت) در شکل 1 نشان داده شده است. همانطور که در شکل 1 مشاهده می‌شود، جریان خروجی از نازل به صورت دوره‌ای تشکیل نواحی تراکم و انبساطی می‌دهد. در صورتی که دهانه لوله در نواحی تراکمی قرار گیرد، جریان ناپایدار شده و وارد فاز نوسانی خواهد شد. نوسان شوک کمائی در مقابل لوله باعث می‌شود تا موج‌های تراکمی منفصل از هم و قوی طول لوله را طی کنند. در اثر برگشت‌ناپذیری‌های ناشی از عبور شوک‌ها، جریان محبوس در لوله به شدت گرم می‌شود.

از دیدگاه ترمودینامیکی، جریان گاز درون سیستم در حین کار، فرآیند خاصی را طی می‌کند که این فرآیند را می‌توان با کمک نمودار دما - انترپی در شکل 2 تشریح نمود. در واقع برای دستیابی به میزان حرارت تولید شده در اثر فرآیندهای بازگشت‌ناپذیر نظیر شوک‌ها، ترسیم این نمودار حائز

معادله ومنتهم در جهت حرکت شعاعی  $(r)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho V_x V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho V_r V_r) \\ = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[ r \mu \left( \frac{\partial V_r}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial r} \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \left( 2 \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \right] \\ - 2 \mu \frac{V_r}{r^2} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{r} (\nabla \cdot \vec{V}) \end{aligned} \quad (4)$$

که

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r}$$

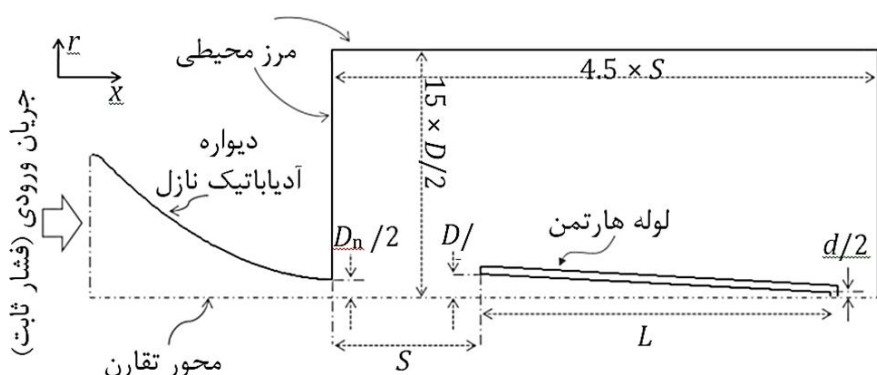
و معادله انرژی:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{V}(\rho E + P)) = \nabla \cdot (Q_{\text{cond}} + Q_{\text{diff}} + Q_{\text{diss}}) \quad (5)$$

در این معادلات  $\rho$  چگالی،  $V$  سرعت،  $P$  فشار و  $\mu$  لزجت جریان می‌باشند.  $t$  پارامتر زمان است.  $x$  فاصله طولی از مبدأ مختصات و  $r$  نیز فاصله شعاعی از محور تقارن هستند. جهات اصلی محورهای مختصات در شکل 4 نشان داده شده‌اند. مبدأ مختصات در محل تقاطع محور تقارن و صفحه ورودی نازل قرار گرفته است. در معادله انرژی،  $E$  انرژی داخلی جریان است که از سه بخش انتقالی، انرژی پتانسیل فشاری و انرژی جنبشی سیال تشکیل می‌شود. ترم‌های سمت راست معادله انرژی نیز به ترتیب حرارت منتقل شده در اثر هدایت حرارتی، حرارت ناشی از نفوذ شار جرمی و حرارت تولید شده به دنبال اتلافات لزجی است [14].

دامنه حل در نظر گرفته شده برای مسأله حاضر مطابق شکل 4 است. ابعاد لوله و نازل و فاصله میان آنها بر اساس نمونه آزمایشگاهی و با توجه به مقادیر ارائه شده برای عملکرد بهینه دستگاه در رژیم برون‌ریز [4] انتخاب شده‌اند. همان‌طور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، دامنه حل از یک نازل همگرا و یک لوله تشدید تشکیل شده است که به فاصله مشخصی از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

مشخصات پارامترهای هندسی و فیزیکی مسأله در جدول 1 خلاصه می‌شود. همچنین در جدول 2 مشخصات شرایط مرزی برای مسأله حل عددی ارائه شده است. شایان ذکر است که دامنه حل تشریح شده در شکل 4، به کمک ابزارهای رایانه‌ای شبکه‌بندی می‌شود. این شبکه‌بندی به گونه‌ای انجام می‌گیرد که در درجه اول بیشترین دقت حل بخصوص در نواحی جریان داخل لوله و جریان مابین لوله و نازل بدست آید. در درجه دوم نیز سعی شده‌است تا حتی‌المقدور از شبکه با سلول‌های چهاروجهی مستطیلی استفاده گردد تا محاسبات ساده‌تر انجام گیرد. جدول 3 مشخصات شبکه‌بندی انجام شده را به صورت تقریبی نشان می‌دهد.



شکل 4 دامنه حل در نظر گرفته شده برای تحلیل عددی

پارامترهایی که ویژگی‌های دستگاه هارتمن اسپرنجر را تعیین می‌کنند عبارتند از: قطر دهانه خروجی نازل ( $D_n$ )، قطر لوله تشدید ( $D$ )، طول لوله تشدید ( $L$ )، فاصله لوله از نازل ( $S$ )، فشار گاز خروجی از جت ( $P$ )، جنس لوله و جنس گاز. ارتباط این پارامترها و نحوه اثرگذاری آنها در دمای قابل حصول در انتهای لوله توسط مؤلفین در [11] و [12] بررسی شده است.

شایان ذکر است که در رژیم جریان برون‌ریز، ورود و خروج جریان در دهانه‌ی لوله‌ی با "فرکانس تشدید آکوستیک لوله"<sup>1</sup> صورت می‌گیرد [4]. این فرکانس تشدید توسط رابطه‌ی کلاسیک (1) قابل محاسبه است [13] و برابر فرکانس نوسانات صوتی است که در اثر تحریک آکوستیکی یک لوله تو خالی (برای مثال ابزار آلات موسیقی) در محیط منتشر می‌شود. در این رابطه مقدار ضریب شکل  $C_s$  برای لوله ساده با انتهای بسته برابر 4 و برای لوله ساده با انتهای باز و همچنین لوله مخروطی کامل با انتهای بسته برابر 2 می‌باشد. همچنین در این رابطه  $W$  سرعت متوسط موج در محیط و  $L$  طول لوله است [13].

$$f = \frac{W}{C_s L} \quad (1)$$

### 3- تحلیل عددی جریان درون لوله هارتمن - اسپرنجر

#### 3-1- تعریف مسأله و مشخصات حل

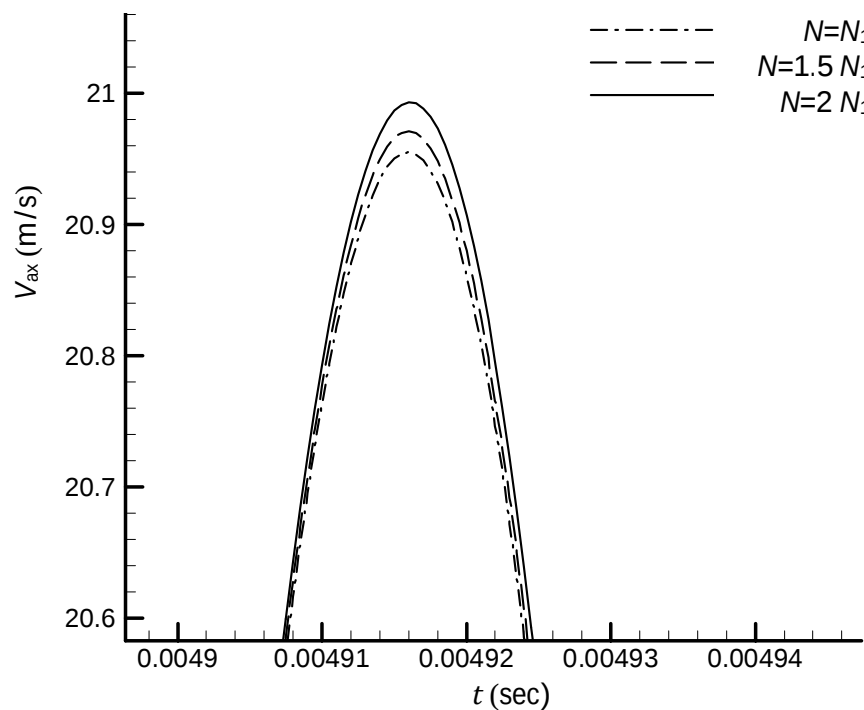
در این بخش به تحلیل عددی رفتار جریان درون لوله تشدید هارتمن - اسپرنجر پرداخته می‌شود. در مسأله‌ی حاضر، معادلات حاکم، معادلات ناویر - استوکس در جریان تراکم‌پذیر گذرا می‌باشد. در اینجا به منظور کاهش پیچیدگی‌ها و زمان حل، مسأله ساده سازی شده و فضای حل به صورت دوبعدی با تقارن محوری در نظر گرفته می‌شود. با توجه به وجود تقارن محوری در هندسه دستگاه و یکنواخت بودن جریان جت خروجی از نازل، انتظار می‌رود جریان درون لوله در راستای محیطی یکنواخت باشد. در این خصوص مشاهدات تجربی نشان می‌دهد که هرچند وجود جریان رفت و برگشتی درون لوله باعث ایجاد اغتشاش در مقطع تقابل جریان خروجی و ورودی خواهد شد، اما این اغتشاشات بصورت متقارن و یکنواخت در راستای محیطی لوله پخش شده و مانند حلقه‌های متقارن درون لوله ایجاد می‌شوند [4,3]. بدین ترتیب فرض جریان دوبعدی با تقارن محوری فرض صحیحی خواهد بود [5-8]. البته با توجه به وجود خطاهای ساخت و مونتاژ در نمونه آزمایشگاهی، این فرضیات با کمی ساده‌سازی نسبت به فیزیک واقعی مسأله انجام می‌گیرد. به منظور اعمال کردن اثرات اغتشاشات جریان نیز از مدل اغتشاشی دو معادله‌ای استاندارد  $k-\epsilon$  با عملکرد تقویت شده در مجاورت دیواره استفاده می‌شود. معادلات حاکم به صورت دسته معادلات (2) تا (5) خواهد بود [14].

معادله بقای جرم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho V_r) + \frac{\rho V_r}{r} = 0 \quad (2)$$

معادله مومنتم در جهت حرکت طولی  $(x)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho V_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho V_x V_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho V_r V_x) \\ = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[ r \mu \left( 2 \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$



شکل 5 نتایج بدست آمده برای سرعت محوری در نقطه  $P_1$  با سه شبکه مختلف

لازم به ذکر است که به دلیل سرعت بالای نوسانات در رژیم جریان تولید شده در مسئله، گام‌های زمانی بایستی بسیار کوچک در نظر گرفته شوند. برای مسئله تشریح شده گام زمانی از مرتبه  $10^{(-7)}$  پیشنهاد می‌شود. شایان ذکر است که شروع زمان حل با ورود جریان به نازل همزمان بوده و پیش از آن نازل و لوله در شرایط محیط ساکن به سر می‌برند.

### 3-2- اعتبار بخشی به نتایج حل عددی

به منظور اعتبار بخشی به نتایج تحلیل عددی نمونه معرفی شده، از نتایج آزمایشگاهی ثبت شده برای نمونه مشابه استفاده می‌شود. برای بررسی تجربی عملکرد حرارتی لوله هارتمن اسپرنجر، یک نمونه آزمایشگاهی از این دستگاه ساخته شده است. این سیستم متشکل از یک کمپرسور است که فشار ورود به نازل آن توسط یک رگولاتور کنترل می‌گردد. همچنین در این دستگاه یک نازل و یک لوله هارتمن اسپرنجر وجود دارد که به صورت هم محور با یکدیگر قرار می‌گیرند. فاصله بین لوله و نازل همچنین نوع لوله و نازل قابل تغییر است. انتهای لوله به یک ترموکوپل سریع نوع  $K$  متصل است. سیال مورد استفاده در این آزمایشات هوای محیط است. دمای اتاق حین آزمایش 25 درجه سانتی‌گراد اندازه گیری شده است. توضیحات بیشتر در خصوص این نمونه آزمایشگاهی در [12] ارائه شده است.

#### 3-2-1- نتایج تجربی

براساس نتایج بدست آمده از آزمایش‌های تجربی، بیشینه دمای بدست آمده در لوله‌ای از جنس پلیمر با نام تجاری PTFE یا تفلون نسوز که ضریب انتقال حرارت بسیار پایینی دارد (جدول 1 را ببینید)، در حدود 920 درجه کلوین گزارش می‌شود. همچنین فرکانس نوسانات آکوستیکی ثبت شده برای این نمونه آزمایشگاهی در حدود 3180 هرتز گزارش می‌شود.

#### 3-2-2- نتایج تحلیل عددی

تغییرات فشار و دما در انتهای بسته لوله در طول زمان برای دستگاه لوله هارتمن - اسپرنجر به ترتیب در شکل‌های 6 و 7 ارائه شده است. همان‌طور که در این دو شکل نشان داده شده، جریان در لوله هارتمن - اسپرنجر یک فرآیند نوسانی را طی می‌کند. لازم به ذکر است که تغییرات فشار و دما در ادامه زمان نشان داده شده در شکل‌های 6 و 7، روندی مشابه بخش انتهایی نمودارها را طی می‌کند و با وجود نوسانات محدود، متوسط مقادیر دما و فشار ثابت می‌ماند. به همین دلیل در شکل‌های 6 و 7 به منظور بالا بردن وضوح

جدول 1 مشخصات پارامترهای هندسی و فیزیکی مسئله حل عددی

| پارامتر                  | مقدار | واحد              |
|--------------------------|-------|-------------------|
| قطر خروجی نازل $D_n$     | 5     | mm                |
| قطر ورودی لوله $D$       | 6/3   | mm                |
| قطر انتهای لوله $d$      | 1/4   | mm                |
| فاصله لوله و نازل $S$    | 20    | mm                |
| طول لوله $L$             | 48    | mm                |
| نسبت ورودی به خروجی نازل | 7/5   | -                 |
| جنس گاز                  | هوا   | -                 |
| فشار سکون ورودی          | 11    | atm               |
| دمای سکون ورودی          | 300   | K                 |
| فشار محیط                | 1     | atm               |
| دمای محیط                | 300   | K                 |
| جنس لوله تشدید           | PTFE  | -                 |
| ضریب انتقال حرارت لوله   | 0/25  | W/m. $^{\circ}$ K |
| ضخامت لوله               | 1     | mm                |

جدول 2 شرایط مرزی مسئله

| مقطع مرزی       | نوع شرط مرزی                         |
|-----------------|--------------------------------------|
| مقطع ورودی نازل | ورودی فشار ثابت و دما ثابت           |
| خط مرکزی لوله   | محور تقارن                           |
| دیواره لوله     | دیوار با انتقال حرارت و شرط عدم لغزش |
| دیواره نازل     | دیواره آدیاباتیک و شرط عدم لغزش      |
| مرز محیطی اطراف | جریان فشار ثابت دور دست              |

جدول 3 مشخصات دانه‌بندی انجام شده در میدان حل

| منطقه حل           | تعداد گره‌ها (تقریبی) |
|--------------------|-----------------------|
| نازل               | 12,000                |
| فاصله نازل تا لوله | 50,000                |
| داخل لوله تشدید    | 45,000                |
| محیط اطراف         | 20,000                |

به منظور بررسی کیفیت شبکه‌بندی و نحوه وابستگی نتایج حل به اندازه شبکه، مسئله مورد نظر با سه کیفیت مختلف شبکه‌بندی تحلیل شده است. شکل 5 نتایج حل عددی را برای سرعت محوری جریان در نقطه‌ی  $P_1$  در دهانه لوله که در معرض شدت نوسانات زیادی قرار می‌گیرد (شکل 8 را ببینید) در محدوده زمانی مشخصی از حل برای سه کیفیت مختلف شبکه نشان می‌دهد. تفاوت شبکه‌های مقایسه شده در تعداد گره‌های در نظر گرفته شده است. در شکل 5،  $N$  نمایانگر تعداد گره‌های شبکه بوده و  $N_1$  تقریباً برابر 100,000 است. همان‌طور که از شکل 5 مشخص است، تغییر کیفیت شبکه تأثیر قابل تأملی بر نتایج تحلیل نداشته و نتایج بدست آمده مستقل از کیفیت شبکه هستند. در نمودارهایی که در ادامه مطلب ارائه می‌شوند،  $X_p$  نمایانگر فاصله از دهانه ورودی لوله،  $X_n$  فاصله از دهانه خروجی نازل،  $V_{ax}$  سرعت محوری،  $P$  فشار،  $T$  دما و  $M$  عدد ماخ جریان هستند.

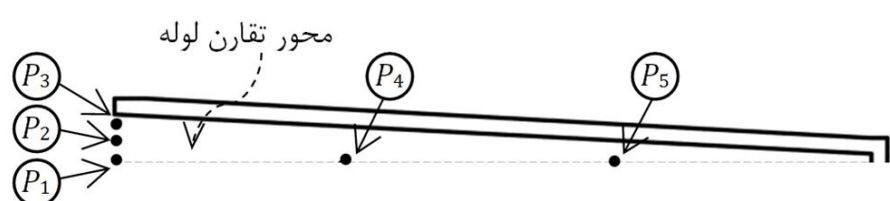
حل عددی مسئله تشریح شده توسط نرم‌افزار فلوئنت [14] انجام شده است. برای این منظور از حل ضمنی دستگاه معادلات بر مبنای چگالی جریان استفاده می‌شود. گسسته سازی معادلات در طول زمان از مرتبه دو و گسسته سازی معادلات حرکت نیز به روش آپویند مرتبه دوم<sup>1</sup> انجام می‌شود.

ضعیف‌تری نسبت به بخش قبلی است که طی این نوسانات، لوله تشدید مدام در حال پر شدن و تخلیه است. همان‌طور که در ادامه اشاره خواهد شد، تفاوت اصلی بین این دو بخش، نه در مکانیزم تبادل حرارت، بلکه در میزان تولید و اتلاف حرارت است. به عبارت دیگر در بخش دوم، بخشی از گاز درون لوله محبوس شده است که باعث کاهش محسوس نفوذ جت و کاهش جرم تبادل شده و در نتیجه کاهش تولید و اتلاف حرارت می‌شود. انباشت تدریجی جرم درون لوله در بخش اول جریان سبب کاهش دامنه نوسانات فشار در انتهای لوله و نیز انباشت تدریجی حرارت در گاز به دام افتاده و در نتیجه افزایش دمای انتهای لوله در بخش دوم می‌شود.

به منظور بررسی شرایط مختلف جریان در مقاطع مختلف لوله تشدید، پنج نقطه نمونه در داخل لوله انتخاب شده‌اند. نمایی از محل قرار گرفتن این نقاط درون لوله تشدید در شکل 8 (که بخش لوله تشدید از میدان حل در آن بزرگ‌نمایی شده است) و مختصات هریک از نقاط نیز در جدول 4 نشان داده شده است. توضیحات بیشتر در ادامه ارائه خواهد شد.

#### 4- تحلیل جریان در بخش اول (جریان گذرا)

شکل 9 روند تغییرات فشار و دمای جریان را در نقطه‌ی  $P_4$  بر روی خط محوری در میانه لوله تشدید و در بازه کوچکی از زمان حل نشان می‌دهد. بازه زمانی مذکور یک بازه انتخابی از بخش اول جریان است که روند تغییرات متفاوتی از فشار، دما، سرعت و عدد ماخ جریان در آن قابل مشاهده است. همچنین در شکل 10 روند تغییرات سرعت محوری و عدد ماخ در همان نقطه و در همان بازه زمانی مشابه با شکل 9 نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در طول زمان نشان داده شده در نقطه مذکور، پنج بازه تغییرات ناگهانی در فشار، دما، سرعت و عدد ماخ جریان قابل تشخیص است. با نگاه دقیق‌تر به این مقاطع زمانی که به ترتیب در شکل‌های 9 و 10 شماره‌گذاری شده‌اند، مشخص می‌شود که در تمامی این مقاطع، فشار و دمای سیال افزایش پیدا می‌کند. حال آنکه اندازه سرعت محوری در مقطع شماره 1 و 4 افزایش یافته و در مقطع شماره 3 کاهش می‌یابد. این در حالی است که جهت سرعت در مقاطع شماره 2 و 5 تغییر می‌یابد. دلیل این امر را می‌توان بدین صورت تشریح نمود که افزایش فشار و دما در کلیه مقاطع نشان داده شده ناشی از عبور موج تراکمی متحرک و اثرات بازگشت‌ناپذیری اعمال شده در نقطه  $P_4$  درون لوله می‌باشد. اما جهت عبور موج و همچنین جهت عبور جبهه جریان در این مقاطع با یکدیگر متفاوت است. در مقاطع شماره 1 و 4، راستای حرکت جریان منفی است. یعنی جریان به سمت دهانه ورودی لوله در حرکت است. براساس قوانین دینامیک گاز، عبور موج تراکمی از روی جبهه جریان در صورتی که موج و جبهه جریان هم راستا با هم حرکت کنند، سبب افزایش سرعت جبهه جریان شده و در صورتی که خلاف جهت هم حرکت کنند، سبب کاهش اندازه سرعت و یا حتی تغییر جهت سرعت می‌شود. بدین ترتیب با توجه به افزایش اندازه سرعت محوری در مقاطع 1 و 4، می‌توان نتیجه گرفت که جهت حرکت موج در راستای حرکت جبهه جریان و به سمت دهانه ورودی لوله است.

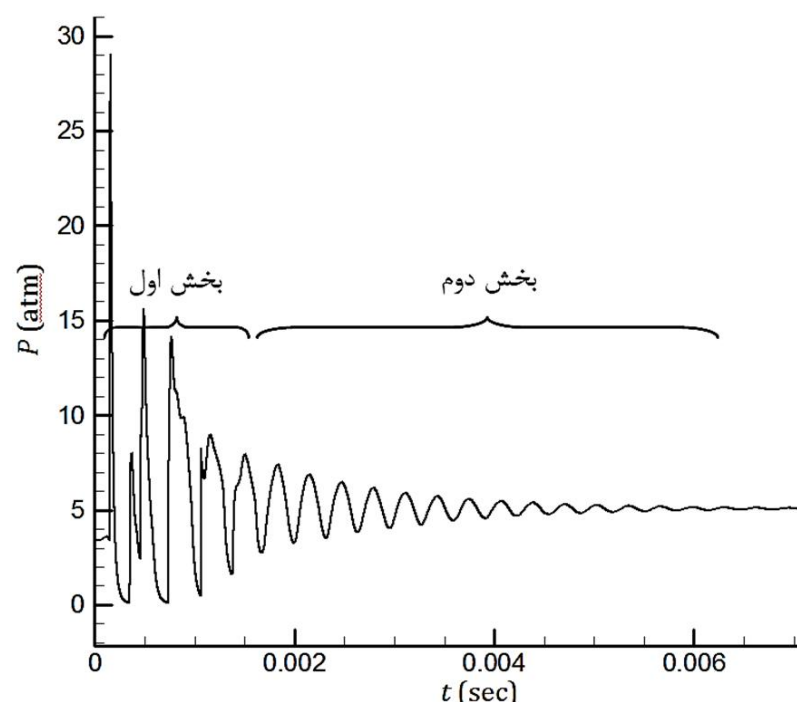


شکل 8 نمایی از محل قرار گرفتن نقاط نمونه درون لوله تشدید

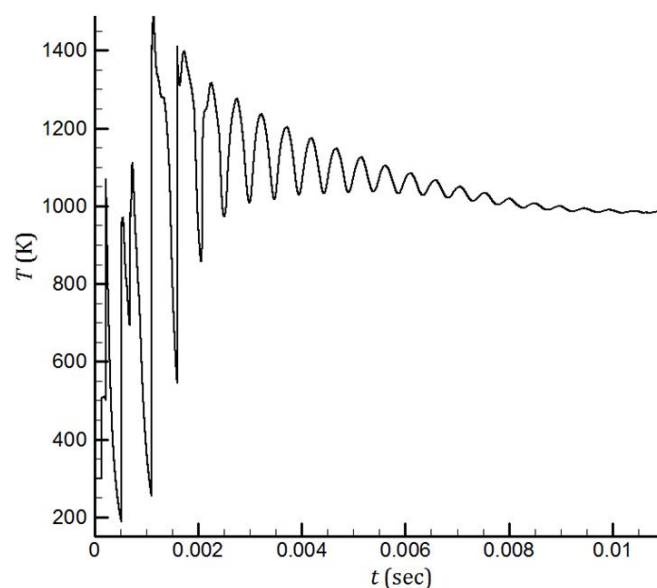
تصاویر در بخش‌های ابتدایی فرآیند، از نمایش ادامه تغییرات فشار و دما پس از رسیدن به حالت شبه تعادلی صرف‌نظر شده است.

فرکانس تشدید آکوستیک لوله از رابطه (1) و با فرض شکل داخلی لوله به صورت مخروط کامل معادل 3330 هرتز بدست می‌آید (که البته با توجه به فرض مخروط کامل بودن لوله مقداری تقریبی خواهد بود). فرکانس نوسانات بدست آمده از حل عددی با کمک استخراج دوره تناوب نمودارهای تغییرات دما و فشار در انتهای لوله تقریباً معادل 3100 هرتز می‌باشد که تطابق قابل قبولی با مقدار محاسبه شده و نیز مقدار ثبت شده از آزمایش دارد. همچنین مقدار دمای متوسط بدست آمده برای گاز در انتهای بسته لوله از نتایج حل عددی معادل 980 درجه کلوین است که در مقایسه با نتایج تجربی (920 درجه کلوین) با دقتی در حدود 50 درجه کلوین مطابقت دارد. دلیل این تفاوت دما را می‌توان رطوبت موجود در هوای آزمایشگاه و نیز تنظیمات و فرض‌های ساده کننده در حل عددی بیان نمود. در اینجا بایستی اشاره نمود که با توجه به فرکانس بدست‌آمده برای نوسانات آکوستیکی دستگاه و نیز براساس فیزیک نوسانات که در ادامه تشریح خواهد شد، رژیم عملکردی مورد بحث در نمونه تشریح شده، رژیم جریان برون ریز می‌باشد.

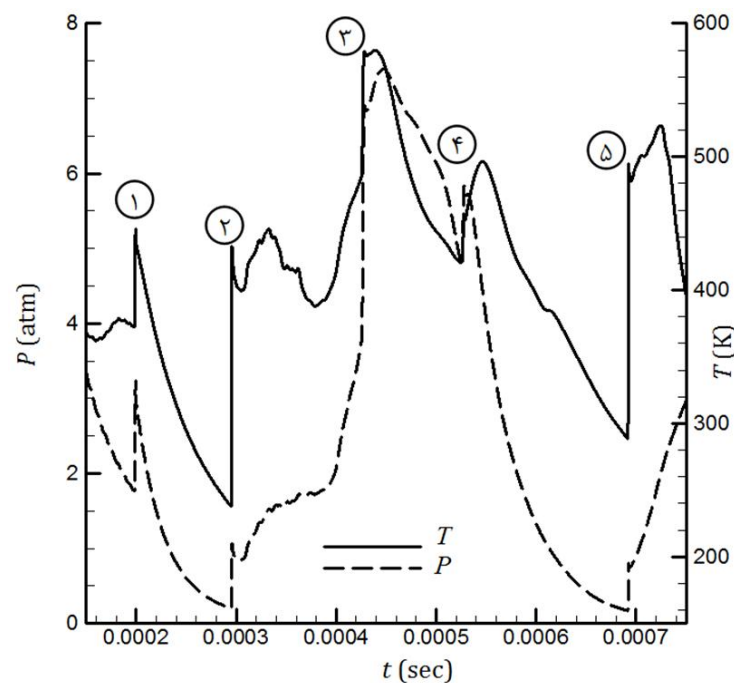
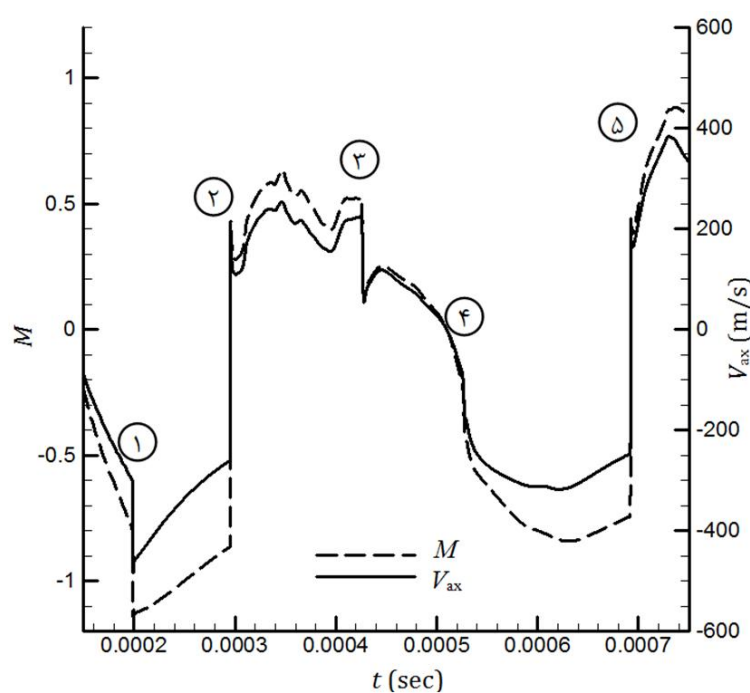
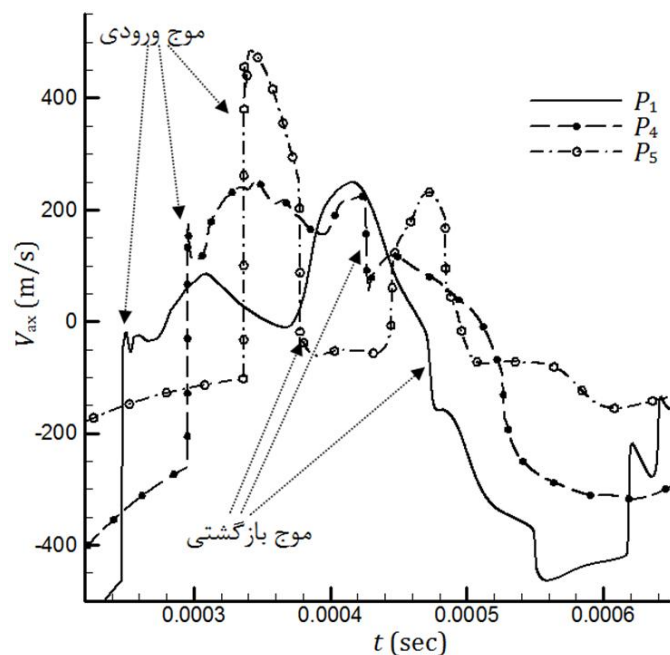
با نگاه به تغییرات فشار و دما در شکل‌های 6 و 7، در ابتدای فرآیند، تغییرات شدید فشار و دما در انتهای لوله مشاهده می‌شود. تغییراتی که نشان از عبور امواج تراکمی قوی در لوله دارد. این قسمت از جریان با عنوان "بخش اول" در شکل 6 نشان داده شده است. بخش بعدی جریان که با عنوان "بخش دوم" در شکل نشان داده شده است، شامل نوسانات منظم و نسبتاً



شکل 6 تغییرات فشار در انتهای بسته لوله در طول زمان



شکل 7 تغییرات دما در انتهای بسته لوله در طول زمان

شکل 9 روند تغییرات فشار و دمای جریان در نقطه  $P_4$ شکل 10 روند تغییرات سرعت محوری و عدد ماخ جریان در نقطه  $P_4$ شکل 11 نحوه تغییرات سرعت محوری در سه نقطه  $P_1$ ,  $P_4$  و  $P_5$ 

می‌باشد. با ورود موج تراکمی، جهت جریان به تدریج مثبت می‌شود و جریان به سمت پر شدن لوله تغییر جهت می‌دهد. این مسأله تا رسیدن موج به انتهای لوله و انعکاس از انتهای لوله ادامه می‌یابد. با انعکاس موج از انتهای بسته لوله، جهت حرکت موج منفی شده و موج در جهت خلاف جبهه جریان حرکت می‌کند. این مسأله باعث می‌شود که با عبور موج از نقاط مختلف، سرعت این نقاط کاهش یابد. تا جایی که پس از خروج موج از لوله، تمامی نقاط خط مرکزی در حالت سکون به سر می‌برند. از این زمان به بعد سیکل

جدول 4 مختصات نقاط نمونه نشان داده شده در شکل 8

| نقطه  | فاصله محوری<br>از مقطع ورودی (mm) | فاصله شعاعی<br>از محور تقارن (mm) |
|-------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $P_1$ | 0                                 | 0                                 |
| $P_2$ | 0                                 | 1/5                               |
| $P_3$ | 0                                 | 3                                 |
| $P_4$ | 15                                | 0                                 |
| $P_5$ | 37                                | 0                                 |

در مقطع شماره 3، برعکس این حالت اتفاق می‌افتد. یعنی جهت حرکت جریان مثبت بوده (پر شدن لوله) ولی جهت حرکت موج برگشتی منفی (به سمت دهانه لوله) است. بنابراین اندازه سرعت در مقطع شماره 3 کاهش می‌یابد. در مقاطع 2 و 5، ابتدا جریان به سمت دهانه لوله (خروج از لوله) برقرار است. لکن با عبور موج تراکمی که در جهت عکس و به سمت انتهای بسته لوله در حرکت است، ابتدا اندازه سرعت تا حد صفر کاهش می‌یابد و سپس جهت حرکت جریان تغییر یافته و جریان به سمت پر شدن لوله (جهت عبور موج) سرعت می‌گیرد. در واقع در تمامی مقاطع زمانی ذکر شده، نحوه تغییرات سرعت جریان به جهت حرکت موج ضربه‌ای و سرعت اولیه جبهه جریان در نقطه مورد بحث و همراستا بودن یا نبودن جهت حرکت موج و جبهه جریان بستگی دارد.

در شکل 11 نحوه تغییرات سرعت محوری در سه نقطه  $P_1$ ،  $P_4$  و  $P_5$  که با فاصله محوری بر روی محور تقارن درون لوله قرار گرفته‌اند (شکل 8 را ببینید) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، موج عبوری از نقطه اول، با تأخیر زمانی از نقاط دوم و سوم نیز عبور می‌کند. به همین ترتیب موج بازگشتی از انتهای لوله در عبور از نقاط مذکور در شکل نشان داده شده است.

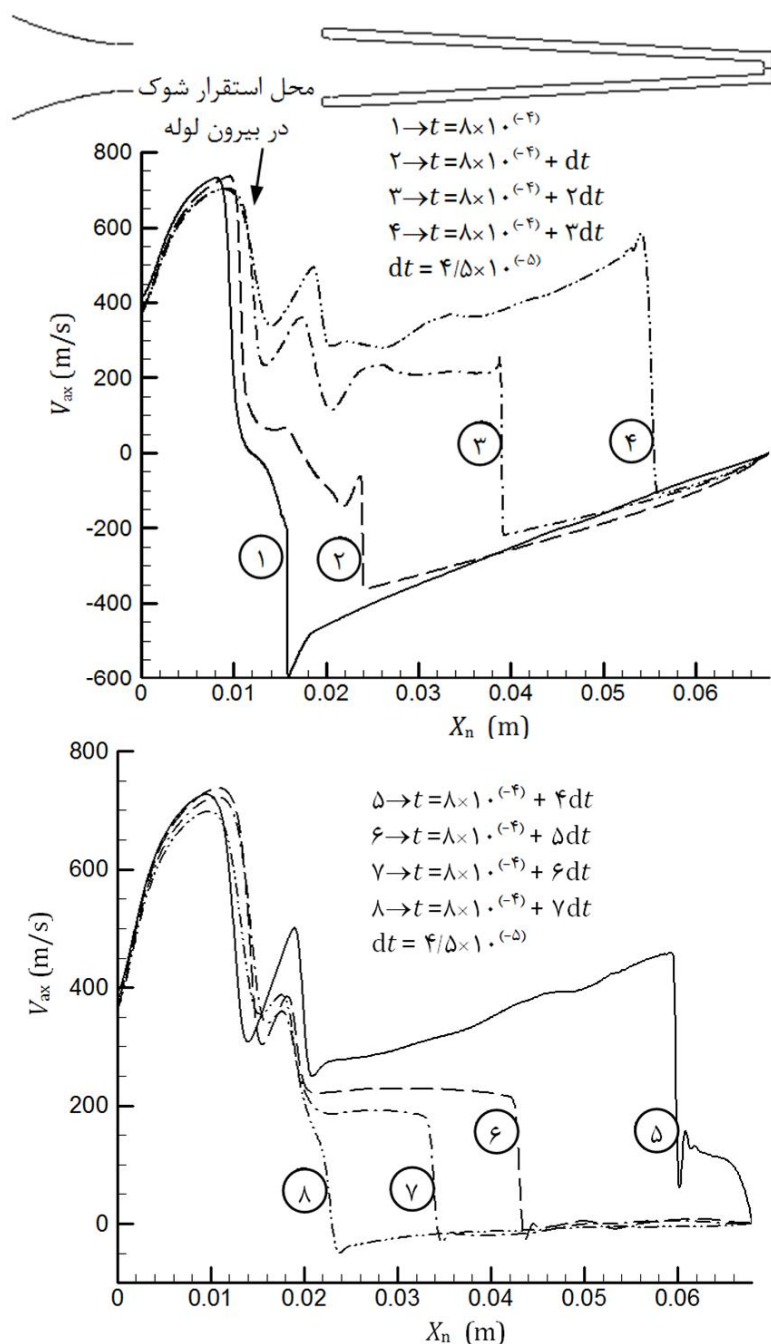
تصاویر نشان داده شده در شکل 12 نحوه جابجایی یک دسته موج تراکمی (شوک) را در میان خطوط جریان در زمان تعویض رژیم جریان از سیکل تخلیه به سیکل پر شدن لوله نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است، حرکت شوک منحنی شکل به سمت دهانه لوله منجر به ورود یک دسته موج تراکمی به داخل لوله می‌شود. در این شکل، حضور موج در میان خطوط جریان بزرگ‌نمایی شده و حرکت آن از دهانه ورودی به سمت انتهای بسته لوله، انعکاس از دیواره انتهای لوله و بازگشت به سمت دهانه باز لوله به همراه جهت حرکت به کمک بردار در تصاویر به نمایش درآمده است.

در شکل 13 تغییرات آرایش خطوط جریان در ورودی لوله به هنگام خروج موج تراکمی از دهانه لوله و انتشار موج در فضای اطراف لوله نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، موج تراکمی پس از خروج از لوله در فضای اطراف منتشر می‌شود.

شایان ذکر است که بسامد موج منتشر شده برابر بسامد نوسانات جریان درون لوله و متناسب با بسامد پایه لوله می‌باشد. انتشار این موج در بخش دوم جریان به صورت امواج صوتی بوده و عامل ایجاد صدای شدید دستگاه می‌باشد.

در شکل 14 نمودارهای توزیع سرعت محوری جریان در نقاط خط مرکزی جریان از خروجی نازل تا انتهای لوله در زمان‌های مختلف در بازه ورود و خروج موج تراکمی در قسمت اول جریان نشان داده شده است. این بازه زمانی بین  $8 \times 10^{-4}$  تا  $11 \times 10^{-4}$  از ابتدای شروع فرآیند می‌باشد.

همان‌طور که از تصاویر شکل 14 مشخص است، در بدو ورود موج، جهت جریان در خط مرکزی لوله منفی است. یعنی جریان در حال تخلیه از لوله

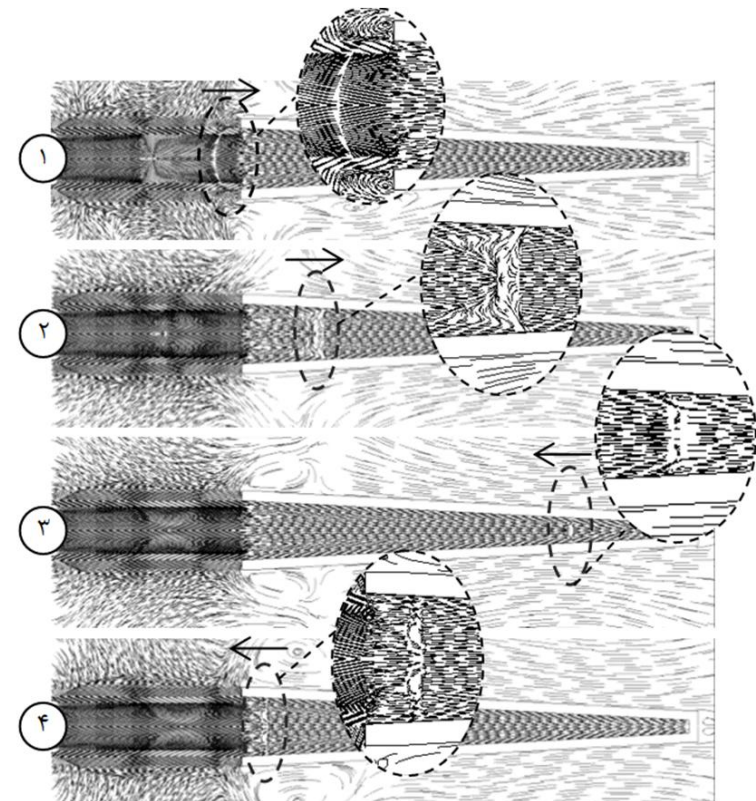


شکل 14 توزیع سرعت محوری در خط مرکزی در زمان‌های مختلف سیکل ورود و خروج موج در بخش اول جریان (بازه زمانی بین  $8 \times 10^{-4}$  تا  $11 \times 10^{-4}$ )

با دقت در منحنی‌های هفت‌گانه در شکل 16 مشخص است که عبور موج از نقاط داخل لوله سبب افزایش دما در نقاط درون لوله می‌شود. شایان ذکر است که با خروج موج از درون لوله و شروع دوره تخلیه، دمای گاز درون لوله به سبب انتقال حرارت و خروج جریان جرم (خروج جرم در بخش اول جریان به مراتب شدیدتر از بخش دوم است) افت محسوسی خواهد داشت.

در خصوص توزیع دما درون لوله در مدت زمان پر شدن لوله (شکل 16) می‌توان چنین گفت که در بدو ورود موج به داخل لوله (انتهای فاز تخلیه)، دمای انتهای لوله مقدار بالایی دارد (منحنی شماره 1 از شکل 16). این در حالی است که دمای انتهای لوله در اولین گام حرکت موج به داخل لوله به سبب انتقال حرارت با دیواره و خروج جریان جرم افت پیدا می‌کند (منحنی شماره 2 از شکل 16). لکن با عبور موج از نقاط داخل لوله، دمای این نقاط مجدداً افزایش پیدا می‌کند. این افزایش دما تا جایی ادامه می‌یابد که موج به انتهای لوله رسیده و با عبور موج پیشرو و انعکاس سریع آن از انتهای لوله در مقطع انتهایی، دمای این مقطع افزایش ناگهانی و نسبتاً شدیدی دارد (منحنی شماره 5 از شکل 16).

با دقت در منحنی‌های هفت‌گانه در شکل 16 مشخص است که عبور موج از نقاط داخل لوله سبب افزایش دما در نقاط درون لوله می‌شود. شایان ذکر است که با خروج موج از درون لوله و شروع دوره تخلیه، دمای گاز درون لوله به سبب انتقال حرارت و خروج جریان جرم (خروج جرم در بخش اول جریان به مراتب شدیدتر از بخش دوم است) افت محسوسی خواهد داشت.



شکل 12 آرایش خطوط جریان در جت ورودی و درون لوله و نمایش جابجایی امواج تراکمی در زمان تعویض رژیم از سیکل تخلیه به سیکل پر شدن

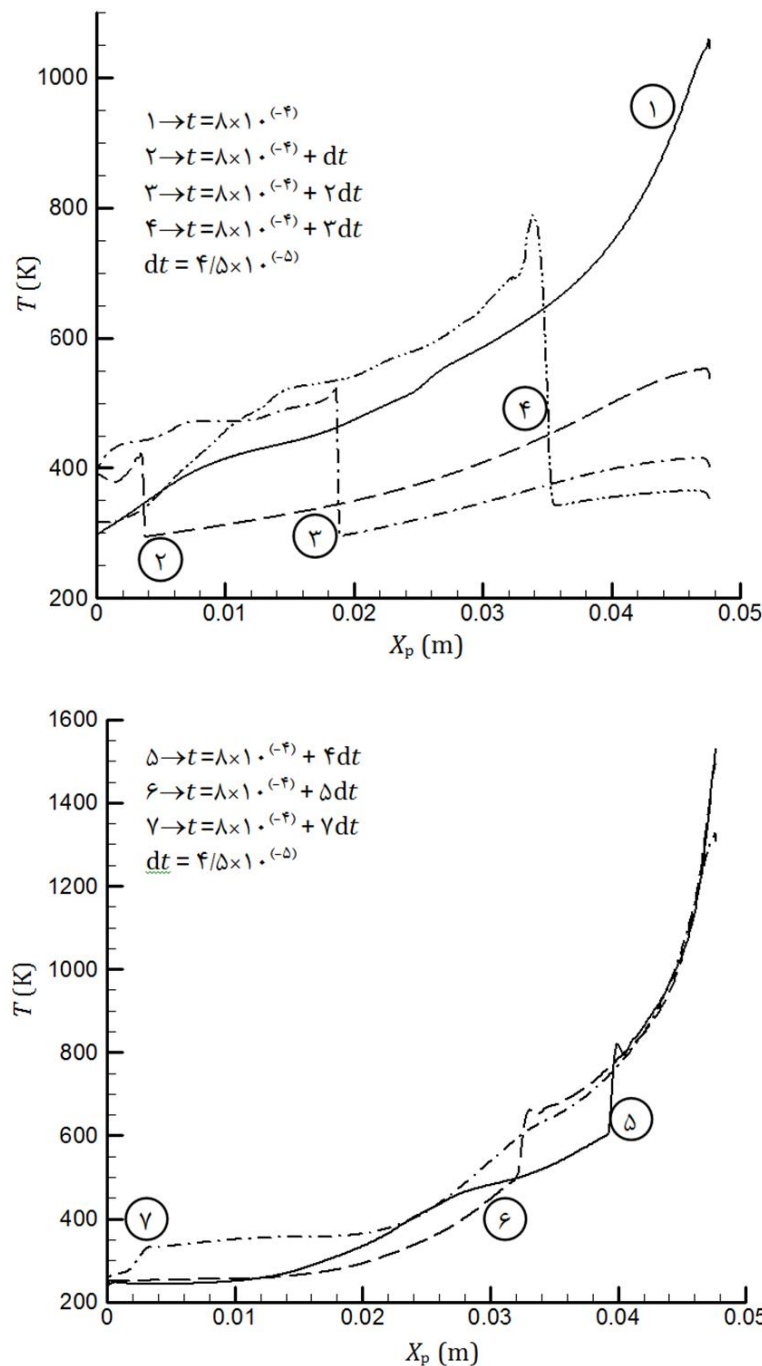


شکل 13 خطوط جریان در ورودی به هنگام خروج موج و انتشار در فضای اطراف

تخلیه آغاز می‌شود. شکل 15 نیز تغییرات فشار گاز از خروجی نازل تا انتهای لوله را در بازه زمانی مشابه شکل 14 نشان می‌دهد. در شکل 16 نحوه تغییرات دمای گاز تنها در درون لوله در همان بازه زمانی نمایش داده شده است.

از آنجایی که پیش از ورود موج به داخل لوله، جریان در حال تخلیه از لوله بوده است، فشار گاز داخل لوله در زمان ورود موج در سطح پایینی قرار دارد (منحنی‌های شکل 15). با ورود موج به داخل لوله، فشار به تدریج افزایش یافته و در زمان رسیدن موج به انتهای لوله و بازتاب آن، فشار به بالاترین حد خود می‌رسد. لازم به ذکر است که به دلیل شرایط جریان گذرا، این فشار از حد فشار بیشینه در بخش دوم جریان به مراتب بالاتر است. با عبور موج بازگشتی، فشار تمام نقاط بالا می‌رود. با خروج موج از لوله شرایط فشار درون لوله برای آغاز مرحله تخلیه آماده است.

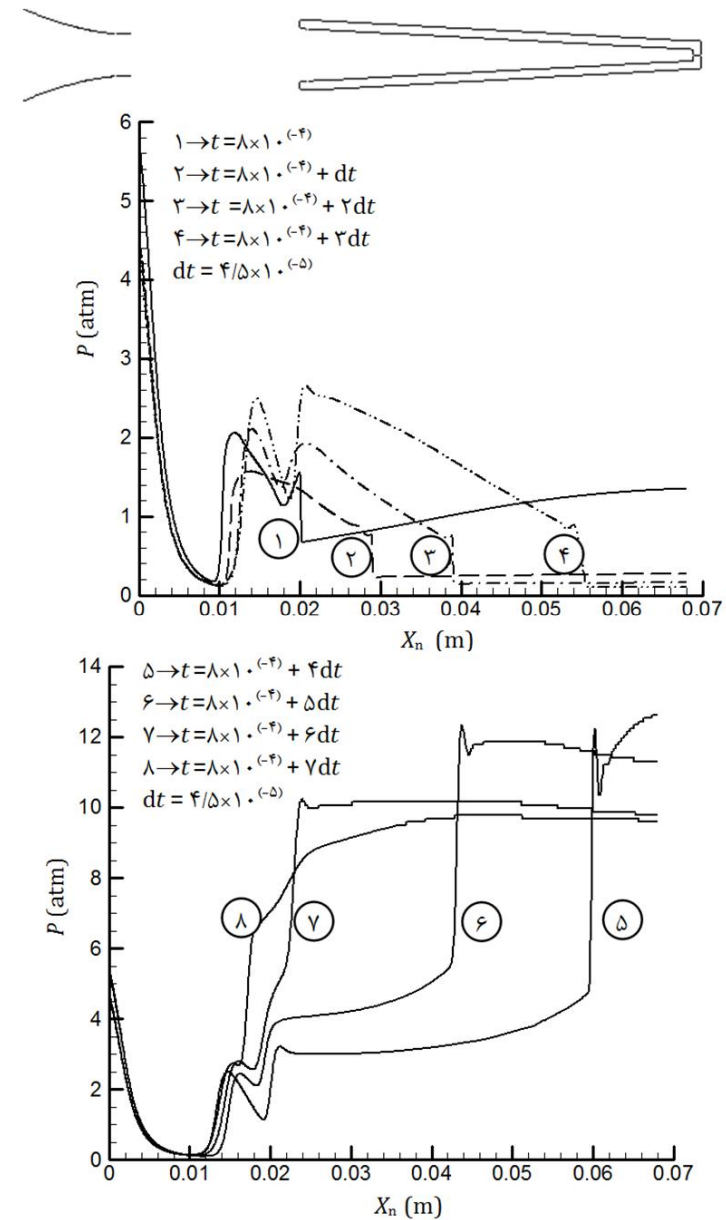
در خصوص توزیع دما درون لوله در مدت زمان پر شدن لوله (شکل 16) می‌توان چنین گفت که در بدو ورود موج به داخل لوله (انتهای فاز تخلیه)، دمای انتهای لوله مقدار بالایی دارد (منحنی شماره 1 از شکل 16). این در حالی است که دمای انتهای لوله در اولین گام حرکت موج به داخل لوله به سبب انتقال حرارت با دیواره و خروج جریان جرم افت پیدا می‌کند (منحنی شماره 2 از شکل 16). لکن با عبور موج از نقاط داخل لوله، دمای این نقاط مجدداً افزایش پیدا می‌کند. این افزایش دما تا جایی ادامه می‌یابد که موج به انتهای لوله رسیده و با عبور موج پیشرو و انعکاس سریع آن از انتهای لوله در مقطع انتهایی، دمای این مقطع افزایش ناگهانی و نسبتاً شدیدی دارد (منحنی شماره 5 از شکل 16).



شکل 16 توزیع دما در خط مرکزی در زمان‌های مختلف سیکل ورود و خروج موج در بخش اول جریان (بازه زمانی بین  $8 \times 10^{-4}$  تا  $11 \times 10^{-4}$ )

### 5- تحلیل جریان در بخش دوم؛ جریان شبه پایدار

شکل 17 نحوه آرایش بردارهای سرعت را در مقطع ورودی نازل در طول یک دوره زمانی ورود و خروج جریان در قسمت شبه پایدار حل (بخش دوم جریان) نشان می‌دهند. همان‌طور که از تصاویر چهارگانه شکل 17 مشخص است، جریان ابتدا در حال ورود به لوله می‌باشد. سپس به مرور با افزایش فشار داخل لوله شاهد ایجاد مقاومت در مقطع ورودی و تشکیل گردابه‌هایی هستیم که به تدریج تقویت می‌شوند (تصویر شماره 2). این گردابه‌ها که ناشی از تقابل جریان جت ورودی با جریان بازگشتی در جهت مخالف هستند بصورت منظم (رینگی شکل) در فضای نزدیک به دهانه لوله تشکیل می‌شوند. لازم به ذکر است که اغتشاش ایجاد شده بصورت یکنواخت در راستای محیطی لوله پخش می‌شود و فرض تقارن محوری و جریان دو بعدی را نقض نمی‌کند. با تقویت فشار جریان درون لوله و شروع مرحله تخلیه لوله، جهت جریان به سمت دهانه لوله تغییر می‌یابد. لکن همان‌طور که از تصاویر شماره 3 و 4 در شکل 17 مشخص است، تقابل جریان خروجی از لوله با جت ورودی، سبب می‌شود تا جریان در دهانه لوله از انتها علیه کناره‌های لوله تخلیه شود. این مسأله بدان معنی است که درست در مقطع دهانه لوله، جریان روی خط مرکزی صرفاً ورودی است. هرچند با فاصله گرفتن از خط مرکزی و نزدیک شدن به کناره‌های لوله، جریان به صورت تناوبی وارد و خارج می‌شود. این مسأله در شکل 18 به وضوح قابل مشاهده است.

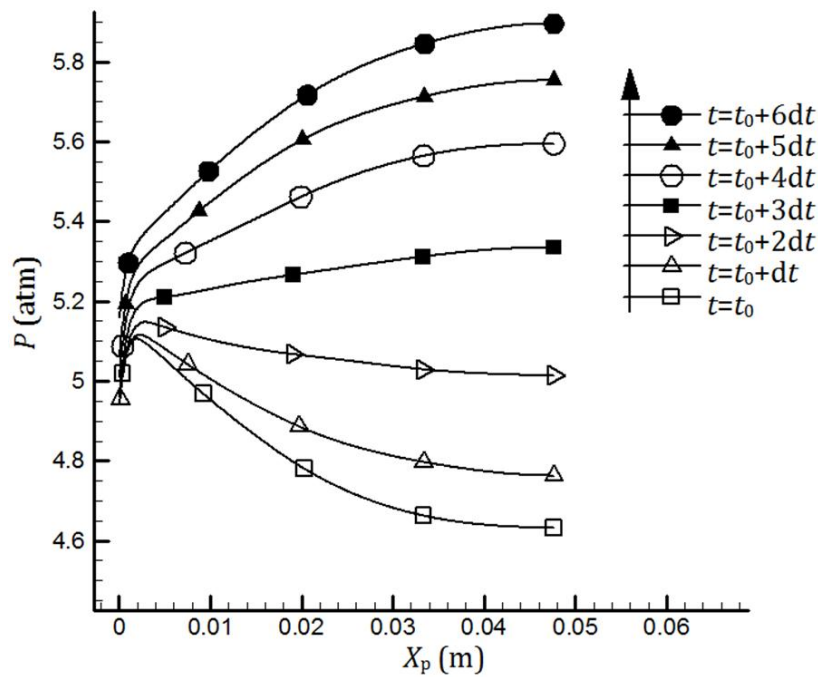


شکل 15 توزیع فشار در خط مرکزی در زمان‌های مختلف سیکل ورود و خروج موج در بخش اول جریان (بازه زمانی بین  $8 \times 10^{-4}$  تا  $11 \times 10^{-4}$ )

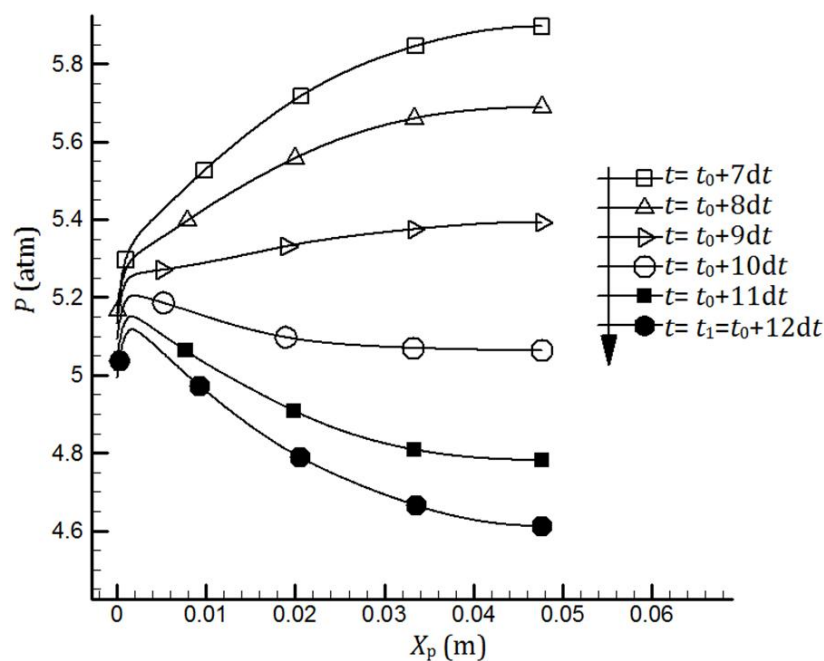
در این‌جا بایستی به این نکته اشاره نمود که میزان جرم گاز تبادل شده در طی فرآیند یک سیکل پر و خالی شدن لوله کمتر از ظرفیت ذخیره شدن جرم درون لوله است. این بدان معناست که در طی فرآیند پر و خالی شدن لوله، سهم بیشتری از جرم گاز درون لوله باقی می‌ماند. جرم انباشته شده درون لوله مجدداً در سیکل بعدی در معرض عبور امواج تراکمی قرار می‌گیرد و همین مسأله باعث افزایش مجدد دما در گاز محبوس شده درون لوله می‌شود. تکرار این مسأله در بخش اول جریان، افزایش متمرکز دما درون لوله (بخصوص در بخش انتهایی لوله) را در پی دارد.

البته این افزایش دما درون لوله نامحدود نخواهد بود و عوامل محدود کننده‌ای دارد. مهمترین عوامل محدود کننده افزایش دما درون لوله، خروج حرارت به کمک مکانیزم جابجایی جرم به همراه انتقال حرارت از دیواره لوله می‌باشند. در مسأله حاضر از آنجا که انتقال حرارت از دیواره با توجه به انتخاب جنس لوله از پلیمر نسوز با ضریب انتقال حرارت پایین و همچنین زمان بسیار کوتاه در نظر گرفته شده برای فرآیند تقریباً مهار شده است، عامل اصلی محدود کننده افزایش دما در بخش انتهایی لوله را می‌توان مکانیزم جابجایی جرم دانست.

به بیان دیگر، افزایش دما در گاز محبوس شده درون لوله تا آنجا ادامه پیدا می‌کند که حرارت تولید شده در اثر عبور امواج تراکمی (که به مرور و با افزایش دما و فشار گاز محبوس شده درون لوله کاهش می‌یابد)، با حرارت خارج شده توسط مکانیزم جابجایی جرم برابر گردد. بدین ترتیب خروج کسری از گازهای داغ در طی فرآیند تخلیه لوله و جایگزینی این کسر از جریان با جریان ورودی خنک، باعث محدود شدن افزایش دما در انتهای بخش اول جریان خواهد شد.



شکل 19 تغییرات فشار محور لوله در نیم سیکل پرشدن در بخش دوم جریان



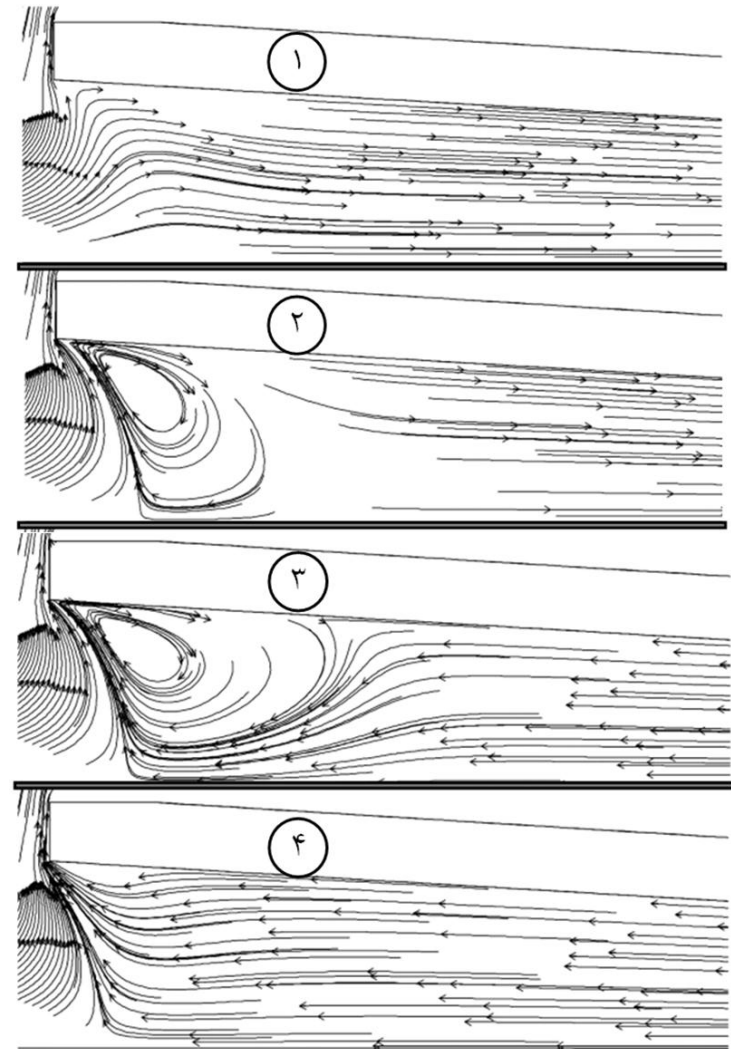
شکل 20 تغییرات فشار محور لوله در نیم سیکل تخلیه در بخش دوم جریان

سیکل پرشدن لوله از  $t_0$  شروع شده و تا  $t_1$  با پیمودن 13 گام زمانی ادامه می‌یابد، (فواصل زمانی بین خطوط نشان داده شده در هر شکل بطور تقریبی با هم برابر هستند)

در شکل‌های 21 و 22 تغییرات سرعت محوری در نقاط واقع بر خط محوری لوله تشدید در طول نیم سیکل پر شدن لوله در دو بخش نشان داده شده است. بخش اول مربوط به زمانی است که لوله در حال پر شدن بوده و شیب تغییرات فشار جریان در میانه لوله منفی است. حال آنکه بخش دوم تغییرات سرعت را در حالتی نشان می‌دهد که همچنان لوله در حال پر شدن بوده ولی شیب تغییرات فشار در میانه لوله مثبت می‌باشد.

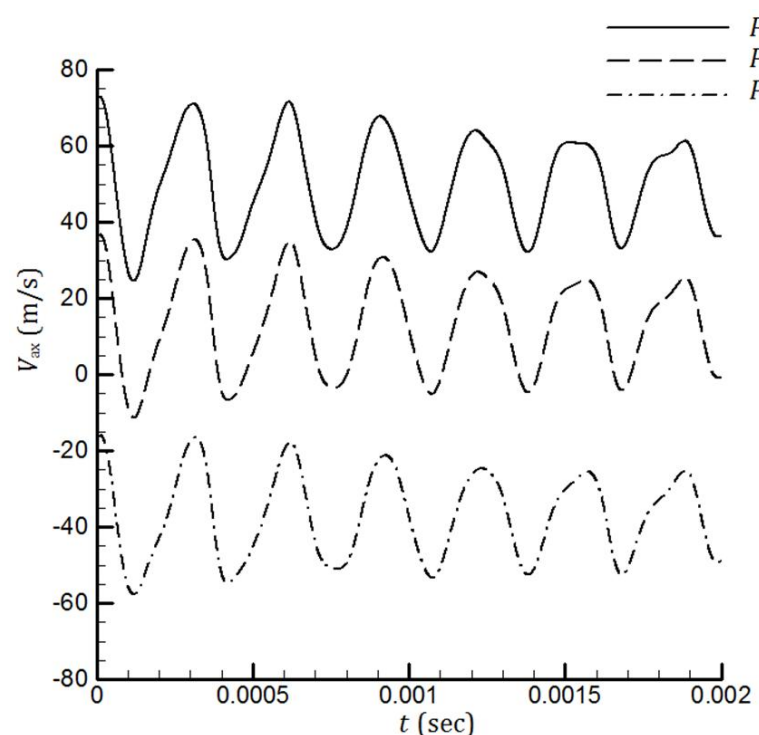
در شکل‌های 23 و 24 نیز تغییرات سرعت در نقاط واقع بر خط محوری لوله تشدید در طول نیم سیکل خالی شدن لوله در دو بخش نشان داده شده است. بخش اول مربوط به زمانی است که لوله در حال خالی شدن بوده و شیب تغییرات فشار جریان در میانه لوله مثبت است. حال آنکه بخش دوم تغییرات سرعت را در حالتی نشان می‌دهد که همچنان لوله در حال تخلیه شدن بوده ولی شیب تغییرات فشار در میانه لوله منفی می‌باشد.

نکته قابل ذکر در خصوص شکل‌های 19 تا 24 (نمودارهای فشار و سرعت محوری) آنست که در این تصاویر، تفاوت بخش اول و دوم جریان در قالب تغییرات پارامترهای اصلی جریان در مقایسه با شکل‌های 14 و 15 (فشار و سرعت جریان در بخش اول) کاملاً مشخص است.



شکل 17 آرایش خطوط جریان در مقطع ورودی نیم‌لوله در طول یک دوره زمانی ورود و خروج جریان در قسمت شبه پایدار حل (بخش دوم)

در شکل 18، تغییرات سرعت محوری در نقاط  $P_1$ ،  $P_2$  و  $P_3$  (شکل 8 را ببینید) در دهانه لوله در یک بازه زمانی محدود نشان داده شده است. همانطور که از شکل 18 مشخص است، جریان در تمامی نقاط نوسانی است. در نقطه  $P_1$  در روی خط مرکزی جریان صرفاً مثبت است (جریان ورودی). در نقطه  $P_2$  گاه ورودی و گاه خروجی است. این در حالی است که جریان در نقطه  $P_3$  (نقطه چسبیده به دیواره لوله) کلاً منفی بوده و ماهیت خروجی دارد. شکل 19 نحوه تغییرات فشار نقاط واقع بر خط محوری لوله تشدید را در طول نیم سیکل پر شدن لوله نشان می‌دهد. همچنین در شکل 20 تغییرات همین پارامتر در طول نیم سیکل تخلیه لوله نشان داده شده است. در شکل‌های 19 تا 24، مقدار  $t_0$  برابر  $58 \times 10^{-4}$ ، مقدار  $t_1$  برابر  $61 \times 10^{-4}$  و مقدار  $dt$  گام زمانی متناسب با تقسیمات نشان داده شده است به نحوی که



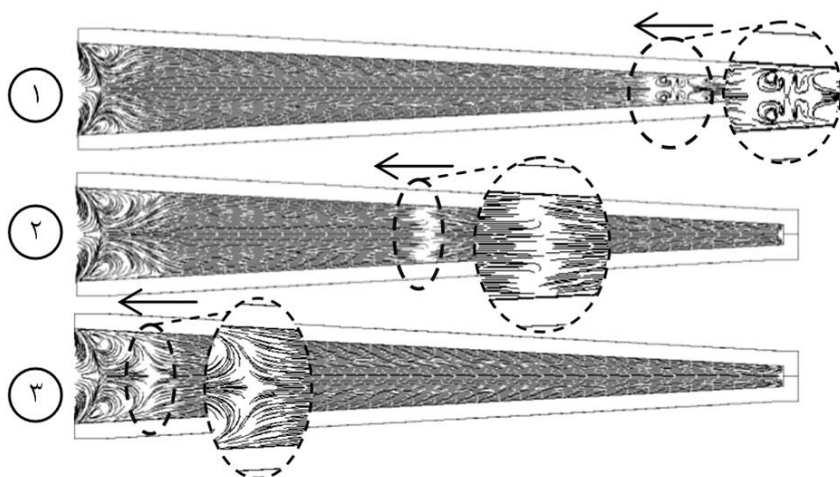
شکل 18 تغییرات سرعت محوری در نقاط  $P_1$ ،  $P_2$  و  $P_3$  در بخش دوم جریان

در تصاویر مربوط به بخش دوم جریان، اثری از تغییرات ناگهانی در پارامترهای اصلی جریان دیده نمی‌شود. در واقع اگرچه تغییرات ایجاد شده در این بخش ماهیت نوسانی خود را حفظ کرده‌اند، لکن دامنه تغییرات نسبت به بخش اول به شدت افت پیدا کرده است. دلیل این امر را می‌توان اینگونه بیان کرد که با گذشت زمان و خروج جریان از فاز گذرا، بخشی از جریان گاز در داخل لوله محبوس می‌شود. این جریان حبس شده مانند یک بالشتک عمل خواهد کرد که در مقابل ورود و خروج جریان مقاومت نشان می‌دهد. بنابراین دامنه نوسانات موج منحنی شکل در دهانه لوله محدود می‌شود. به همین دلیل از شدت امواج ورودی به داخل لوله کاسته خواهد شد. کاهش شدت امواج ورودی سبب کاهش تولید حرارت درون لوله می‌شود. از طرفی با تشکیل بالشتک گازی درون لوله، خروج جریان جرم از داخل لوله نیز کاهش خواهد یافت و این مسأله سبب کاهش انتقال حرارت به خارج از لوله از طریق جابجایی جرم خواهد شد. این امر به انباشت حرارت درون لوله کمک می‌کند. در نهایت انباشت حرارت درون لوله و خروج آن از طریق جابجایی و انتقال حرارت دیواره سبب ایجاد یک شرایط پایدار درون لوله خواهد شد.

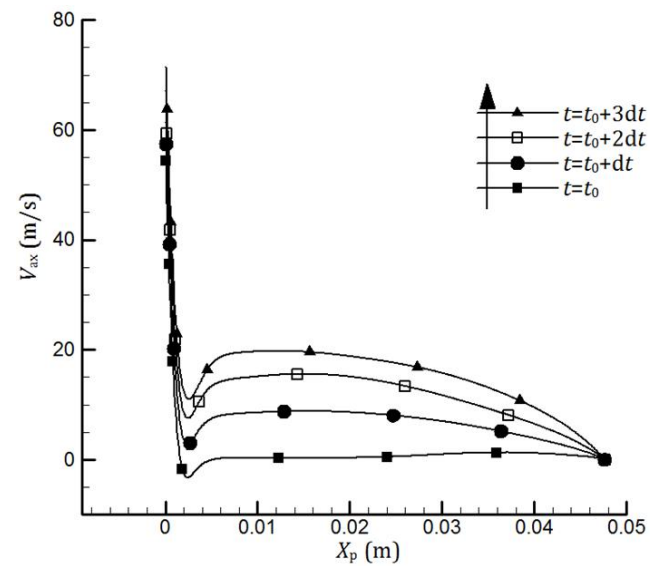
در شکل 25 نحوه آرایش خطوط جریان در هنگام تغییر حالت جریان از فاز تخلیه به فاز پرشدن لوله نشان داده شده است. در این شکل تصاویر شماره 1 تا 3، مرز مشخص شده بیانگر وجود ناپیوستگی در جریان است. بدین ترتیب که سمت راست مرز در این تصاویر دارای سرعت مثبت (در جهت پر شدن لوله) و سمت چپ مرز دارای سرعت منفی (در جهت تخلیه لوله) هستند. این ناپیوستگی به مرور زمان از انتهای لوله به سمت دهانه ورودی لوله حرکت می‌کند.

## 6- نتیجه گیری

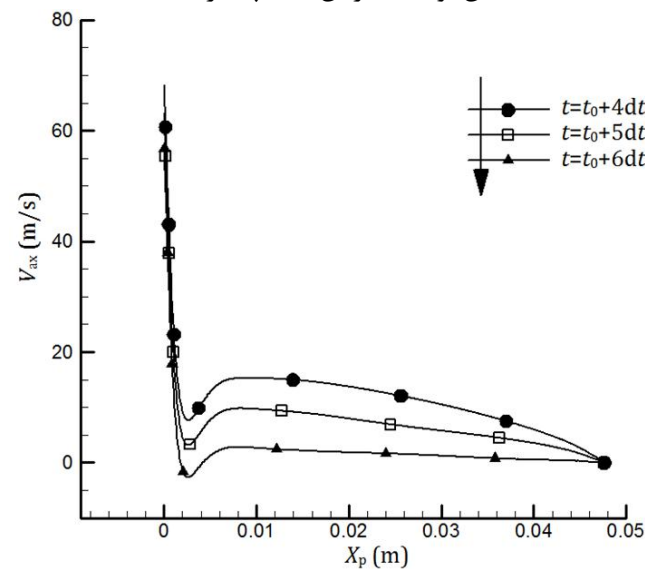
در این مقاله، فرآیند داخلی جریان نوسانی گاز تراکم پذیر درون یک لوله تشدید هارتمن-اسپرنجر مورد بررسی و تحلیل به روش حل عددی قرار گرفت. نتایج حاصل از حل نشان از وجود دو بخش مهم در فرآیند نوسانی دارند. در بخش اول که به عنوان بخش گذرا نامیده شد، نوسانات شدید پارامترهای جریان در نتیجه عبور شوک‌های قوی در داخل لوله دیده می‌شود. در بخش اول جریان، در واقع ورود جریان به داخل لوله مشابه فرآیند لوله شوک<sup>1</sup> می‌باشد. جایی که ورود ناگهانی جریان با سرعت بالا درون یک لوله با انتهای بسته، همراه با ورود امواج تراکمی قوی خواهد بود. با توجه به سرعت بالای موج تراکمی نسبت به جبهه جریان، انعکاس امواج از انتهای بسته لوله سریع‌تر از رسیدن جبهه جریان به این نقطه خواهد بود.



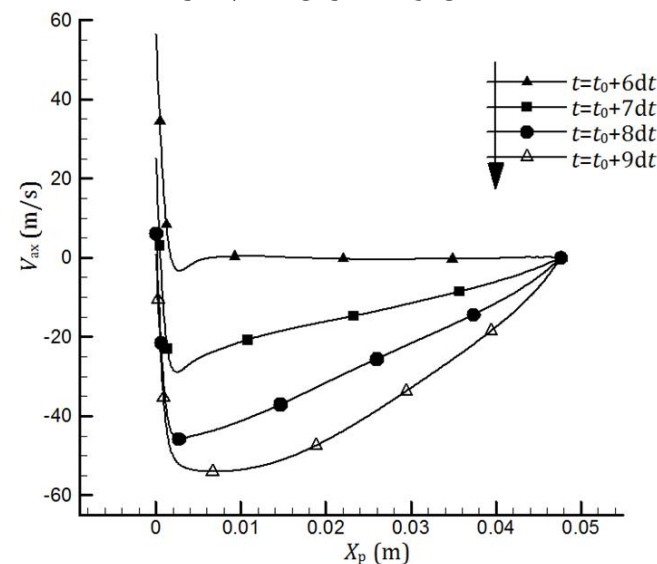
شکل 25 آرایش خطوط جریان در هنگام تغییر حالت از فاز تخلیه به فاز پرشدن لوله - جریان شبه پایدار



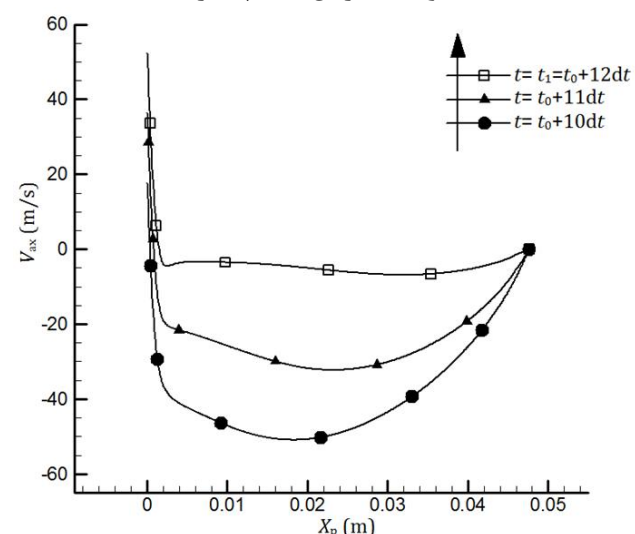
شکل 21 تغییرات سرعت محوری در خط مرکزی جریان در بخش اول نیم سیکل پر شدن لوله - جریان شبه پایدار



شکل 22 تغییرات سرعت محوری در خط مرکزی جریان در بخش دوم نیم سیکل پر شدن لوله - جریان شبه پایدار



شکل 23 تغییرات سرعت محوری در خط مرکزی جریان در بخش اول نیم سیکل تخلیه لوله - جریان شبه پایدار



شکل 24 تغییرات سرعت محوری در خط مرکزی جریان در بخش دوم نیم سیکل تخلیه لوله - جریان شبه پایدار

## 7- مراجع

- [1] J. Hartmann, On a new method for the generation of sound waves, *Physical Review*, Vol. 20, pp. 719-727, 1922.
- [2] H. Sprenger, On thermal effects in resonance tubes, in *Mitt. Eidgenoss. Tech. Hoch. hst. Aerodynamik*, Zuerich, pp. 18-35, 1954.
- [3] G. Raman, K. Srinivasan, The powered resonance tube: From Hartmann's discovery to current active flow control applications, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 45, No. 4-5, pp. 97-123, 2009.
- [4] V. Sarohia, L. H. Back, Experimental investigation of flow and heating in a resonance tube, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 94, pp. 649, 1979.
- [5] S. M. Chang, S. Lee, On the jet regurgitant mode of a resonant tube, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 246, No. 4, pp. 567-581, 2001.
- [6] A. Hamed, K. Das, D. Basu, Numerical simulation of unsteady flow in resonance tube, in *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reston, Virginia, 2002.
- [7] A. Hamed, K. Das, D. Basu, Numerical simulation and parametric study of Hartmann-Sprenger tube based powered device, in *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reston, Virginia, 2003.
- [8] G. Xia, D. Li, C. L. Merkle, Effects of a needle on shrouded Hartmann-Sprenger tube flows, *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 5, pp. 1028-1035, 2007.
- [9] E. Brocher, C. Maresca, Etude des phenomenes thermiques dans un tube de Hartmann-Sprenger, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, No. 3, pp. 529-538, 1973.
- [10] B. R. Phillips, A. J. Pauli, *Resonance tube ignition of hydrogen-oxygen mixtures*, NASA TN D-6354, Lewis Research Center, Ohio, pp. 0-32, 1971.
- [11] E. Parsa, B. Afzali, H. Karimi, Investigation of Hartmann-Sprenger tube as a heat generation source and the performance of an experimental case, in *13th conference of Iranian Association of Aerospace*, Tehran, 2014. (In Persian)
- [12] E. Parsa, B. Afzali, H. Karimi, Experimental investigation of the effective parameters on the performance of Hartmann-Sprenger tube, in *13th conference of Iranian Association of Aerospace*, Tehran, 2014. (In Persian)
- [13] L. E. Kinsler, *Fundamentals of Acoustics*, third Edition: Wiley, 1982.
- [14] ANSYS FLUENT, Release: 6.3.26, ANSYS, Inc., 2006.

با انعکاس موج از انتهای بسته لوله، موج تراکمی قوی به سمت دهانه باز لوله حرکت می‌کند. با رسیدن موج تراکمی به دهانه لوله، دسته‌ای از فن‌های انبساطی تشکیل شده و به داخل لوله سرازیر می‌شوند. ورود این فن‌های انبساطی به داخل لوله منجر به شروع فرآیند تخلیه جریان از داخل لوله می‌شود. فرآیند تخلیه تا انعکاس فن‌های انبساطی از انتهای بسته لوله و رسیدن آن‌ها به دهانه لوله ادامه می‌یابد. با رسیدن فن‌های انبساطی به دهانه لوله و اتمام فرایند تخلیه جریان، مجدداً شاهد ورود دسته‌ای از امواج تراکمی قوی به داخل لوله هستیم. در اینجا شروع مجدد سیکل تراکم و پر شدن لوله از جریان اتفاق می‌افتد.

شدت نوسانات در بخش دوم یا بخش شبه تعادلی نسبت به بخش اول کمتر بوده و همچنین تغییرات دامنه پارامترها در این بخش با نرخ کمتری نسبت به زمان انجام می‌شود. در واقع با گذشت زمان، جریان حبس شده مانند یک بالشتک عمل خواهد کرد که در مقابل ورود و خروج جریان مقاومت نشان می‌دهد. به همین دلیل از شدت امواج ورودی به داخل لوله کاسته می‌شود. البته فرکانس نوسانات در هر دو بخش یکسان است. در هر صورت، از فرآیند عبور موج‌های تراکمی از روی گاز محبوس درون لوله می‌توان به عنوان مکانیزم اصلی تولید حرارت نام برد. همچنین تبادل جرم گاز داغ با گاز سرد بیرون از لوله به عنوان مهمترین عامل محدود کننده افزایش دمای گاز درون لوله شناخته می‌شود. در بخش اول جریان، نرخ تولید حرارت مانند نرخ اتلاف حرارت بالاست. با گذشت زمان و ورود به بخش شبه پایدار، هم تولید حرارت کاهش می‌یابد و هم اتلاف آن کم می‌شود. بدین ترتیب دستگاه به یک حالت شبه تعادلی می‌رسد و در آن حالت باقی می‌ماند.