



# شبیه‌سازی عددی تأثیرات نانوسیال و مرزهای جریان در انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حضور میدان مغناطیسی به روش شبکه بولتزمن

پویان رامیان<sup>1</sup>، محمد طیبی رهنی<sup>2\*</sup>، آرمن آدامیان<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران

2- استاد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 113658639، taeibi@sharif.edu

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 آذر 1393

پذیرش: 14 اسفند 1393

ارائه در سایت: 05 اردیبهشت 1394

کلید واژگان:

روش شبکه بولتزمن

جابجایی طبیعی

نانوسیال

میدان مغناطیسی

## چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت بین محفظه مربعی و سیلندر داخلی، با روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شده است. سیلندر داخلی در سه شکل مربعی، لوزی و دایره‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های محفظه مربعی در دمای ثابت سرد و سیلندر داخلی در دمای ثابت گرم قرار دارند. در شبیه‌سازی انجام گرفته، میدان جریان، دما و مغناطیس با حل همزمان توابع توزیع جریان، دما و مغناطیس محاسبه شده است. آرایش شبکه D2Q9 برای هر سه تابع توزیع استفاده شده است. نتایج حاصله به خوبی حرکت جریان سیال و توزیع دمای در فضای بین محفظه و سیلندر را نشان می‌دهد. صحت شبیه‌سازی با استفاده از مقایسه نتایج با تحقیقات معتبر گذشته بررسی شده است، که تطابق خوب نتایج نشان دهنده دقت بالای کد کامپیوتری نوشته شده، می‌باشد. مطالعه جامع پارامتری بر حسب تأثیر اعداد رایلی، هارتمن، کسر حجمی و جنس نانوذرات مختلف بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی بررسی شده است. نتایج بیانگر این است که، برای هر سه هندسه در کسر حجمی و جنس نانوذرات مشخص، با ثابت بودن عدد رایلی و افزایش عدد هارتمن انتقال حرارت کاهش می‌یابد. همچنین در این حالت در عدد هارتمن ثابت و با افزایش عدد رایلی، انتقال حرارت افزایش می‌یابد. برای انتخاب هندسه مناسب جهت انتقال حرارت بهینه باید به عدد رایلی و هارتمن توجه داشت. با تغییر کسر حجمی و جنس نانوذرات با تغییر خواص ترموفیزیکی نانوسیال می‌توان مستقیماً بر روی انتقال حرارت تأثیرگذار بود.

## Computational Simulation of Effects of Nano-fluidicity and Flow Boundaries on Natural Heat Transfer in Presence of Magnetic Field, Using LBM

Pouyan Ramian<sup>1</sup>, Mohammad Taebie Rahni<sup>2\*</sup>, Armen Adamian<sup>1</sup>

1-Department of Mechanical Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University., Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Sharif University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 113658539 Tehran, Iran, taeibi@sharif.edu

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 08 December 2014

Accepted 05 March 2015

Available Online 25 April 2015

Keywords:

Lattice Boltzmann Method (LBM)

Natural Convection Heat Transfer

Nanofluids

Magnetic Field

## ABSTRACT

In this paper, natural convective heat transfer of nanofluids in a uniform magnetic field between the square cavity and inner cylinder was simulated via Lattice Boltzmann Method. The inner cylinder in square shape, diamond, and circular has been examined. Square cavity walls and inner cylinder surfaces are at a constant cold and warm temperature, respectively. The flow, temperature, and magnetic field is calculated by solving flow, temperature, and magnetic distribution functions simultaneously. D2Q9 lattice arrangement for each distribution function is used. The results clearly show the behavior of fluid flow and heat transfer between the cavity and the cylinder. The results have been validated with available reasonable results showing relatively good agreement. The effects of Rayleigh number, Hartmann number, void fraction and type of nanoparticles on natural convective heat transfer are investigated. This study shows that for all three geometries used with the same void fraction, type of nanofluid, and Rayleigh number, natural convective heat transfer decreases with Hartmann number. Also, when Hartmann number was fixed, natural convective heat transfer was increased with Rayleigh number. Thus, to select the right geometry for optimum natural convective heat transfer, special attention must be paid to Hartmann and Rayleigh numbers. In addition, void fraction and type of nanofluid can affect heat transfer directly.

## 1- مقدمه

کاربردهای فراوان آن در مهندسی مانند خنک کاری قطعات الکترونیکی، تهویه

ساختمان‌ها، کلکتورهای خورشیدی و راکتورهای هسته‌ای همیشه مورد توجه

مسأله کلاسیک انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه بسته بدلیل

Please cite this article using:

P. Ramian, M. Taebie Rahni, A. Adamian, Computational Simulation of Effects of Nano-fluidicity and Flow Boundaries on Natural Heat Transfer in Presence of Magnetic Field, Using LBM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 167-178, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بر روی جریان جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مستطیلی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. این نتایج نیز نتایج کارهای قبلی را در مورد عدد هارتمن، کسر حجمی و عدد رایلی تأیید می‌کرد. تفاوت کار آن‌ها حل سه تابع توزیع برای جریان، گرما و میدان مغناطیسی بود.

با توجه به افزایش انتقال حرارت نانو سیالات مغناطیسی و تغییر خواص آن‌ها در میدان مغناطیسی یکنواخت، در سال 2013، غفرانی و همکارانش [8]، یک بررسی تجربی بر روی انتقال حرارت جابجایی اجباری آرام سیالات مغناطیسی در حضور یک میدان مغناطیسی متناوب انجام دادند، آن‌ها به این نتیجه رسیدند که تأثیر اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت بر روی انتقال حرارت در مقایسه با میدان متناوب بسیار کم است، البته در صورتی که کسر حجمی ذرات استفاده شده به قدر کافی باشد. بررسی عددی اثر مگنتو-هیدرودینامیک در جریان نانوسیال آب-آلومینیم و انتقال حرارت در یک محفظه نیمه حلقوی با استفاده از روش شبکه بولتزمن توسط شیخ الاسلامی و همکارانش [9] در سال 2013 انجام شده است. در این بررسی انتقال حرارت فضای بین سیلندر مربعی سرد بیرونی و سیلندر بیضوی گرم داخلی در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت مورد مطالعه قرار گرفته است و نتایج نسبت به کسر حجمی ذرات، عدد رایلی و هارتمن گزارش شده است.

در سال 2014، مجری و همکارانش [10] جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی شکل که پر از نانوسیال آب-آلومینیم تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. تفاوت این شبیه سازی با موارد مشابه وجود یک توزیع سینوسی دمایی وابسته به مکان در دیواره‌های عمودی محفظه می‌باشد. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش عدد رایلی، انتقال حرارت افزایش و با افزایش عدد هارتمن، کاهش می‌یابد.

در مطالعه پیش رو جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال پر شده بین محفظه مربعی سرد و سیلندر داخلی گرم با روش شبکه بولتزمن شبیه سازی شده است. نتایج بدست آمده از این بررسی می‌تواند در تحلیل انتقال حرارت در کاربردهای صنعتی مانند مبدل‌های حرارتی و خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی بسیار مفید باشد، همانطور که در تحقیقات معتبر انجام شده پیش از این به بررسی مواردی مشابه پرداخته شده است [11-13]. از ویژگی‌های این شبیه سازی بکارگیری روش شبکه بولتزمن با سه تابع توزیع برای حل میدان جریان، گرما و مغناطیس می‌باشد. تأثیر شکل سیلندر داخلی بر روی جریان، ویژگی‌های انتقال حرارتی در حضور میدان مغناطیسی با قدرت‌های مختلف و همچنین تأثیر جنس و کسر حجمی نانو ذرات بر روی جریان و انتقال حرارت مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.

## 2- شرح و نحوه حل مسئله

در این بخش به بیان مسئله و نحوه حل آن پرداخته شده است. این بخش شامل بیان مسئله، روش حل، نحوه اعمال شرایط مرزی، استقلال حل از شبکه در نظر گرفته شده و اعتبارسنجی حل می‌باشد.

### 2-1- بیان مسئله

مطابق شکل 1 هندسه مسئله مطرح شده شامل یک محفظه مربعی با اندازه ضلع  $L$  و سیلندر داخلی با طول مشخصه  $R$  می‌باشد. سطوح محفظه بیرونی در دمای سرد ثابت  $T_c$  و سطوح سیلندر داخلی در دمای گرم ثابت  $T_h$  قرار دارند. فضای بین محفظه و سیلندر با نانوسیال پر شده است. جنس نانوذرات در بررسی‌ها متفاوت خواهد بود که در جدول 1 خواص ترموفیزیکی نانوذرات بیان شده است [14].

محققان بوده است و در حالت کلی جابجایی طبیعی، به علت ساده بودن فرآیند، صرفه اقتصادی، صدای کم و بازیابی مجدد، در شاخه‌های مختلف صنعت کاربرد فراوانی دارد. همواره دستیابی به وسایلی با ابعاد کوچکتر، سبکتر و بازده بیشتر برای انتقال حرارت مطلوب بوده است. استفاده از سطح بیشتر یکی از روش‌های مناسب جهت افزایش انتقال حرارت می‌باشد ولی این روش در تمام کاربردها قابل استفاده نمی‌باشد. سیال‌های مورد استفاده در انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی دارای ضریب انتقال حرارت کمی می‌باشند، لذا استفاده از روش مناسب جهت افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال‌ها می‌تواند در بهبود انتقال حرارت جابجایی طبیعی مؤثر باشد. با مطرح شدن نانوسیال‌ها که اغلب ترکیبی از اکسید نانوذرات فلزی با سیال‌های پایه‌ای مثل آب، روغن و اتیلن گلیکول می‌باشند، دستیابی به این منظور میسر شده است [1]. از روش‌های دیگر کنترل انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد می‌توان استفاده از تأثیر میدان مغناطیسی بر روی جریان حاصله از جابه‌جایی را نام برد.

رودرایا و همکارانش [2] در سال 1995، جابجایی طبیعی یک سیال رسانای الکتریکی در محفظه مستطیلی در حضور میدان مغناطیسی بصورت عددی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از رهیافت تفاضل محدود برپایه‌ی روش ضمنی تناوبی مستقیم (ADI) و حدود متواتر بالایی تخفیف (SOLR) برای حل روابط تابع خطوط ورتیسیت در این مسئله بهره جسته‌اند. رودرایا و همکارانش دریافتند که در حضور میدان مغناطیسی ضعیف، یک جریان متدوال در محفظه شکل می‌گیرد. این در حالی است که وقتی میدان مغناطیسی نسبتاً قویتر باشد، اثر جابجایی کاهش می‌یابد و رسانندگی غالب می‌شود. این اثر یعنی کاهش جابجایی با افزایش میدان مغناطیسی بصورت کاهش عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد هارتمن نمایش داده می‌شود.

خانافر و همکارانش [3] در سال 2003 به بررسی عددی بهبود انتقال حرارت یک محفظه دو بعدی با بکارگیری نانوسیال براساس پارامترهای گوناگون پرداختند. توجه آن‌ها متمرکز بهبود راندمان انتقال حرارت نانوسیال داخل محفظه از طریق ارائه یک مدل توسعه یافته با بکارگیری پراکندگی ذرات جامد و حل عددی معادلات بقا با استفاده از رهیافت حجم محدود با یک رویه‌ی ضمنی تناوبی مستقیم بود. تطابق عالی نتایج با تحقیقات قبلی و بررسی همه جانبه موضوع مطرح شده مانند تحلیل بر پایه‌ی خواص گوناگون ترموفیزیکی و بررسی تفاوت بین مدل‌های مختلف نانوسیال و تأثیر آن‌ها بر نتایج موجب مطرح شدن این تحقیق بعنوان یکی از مراجع اصلی برای اعتبارسنجی کارهای عددی پس از آن تاکنون شده است. سیالات مغناطیسی، نانو سیالاتی هستند که در آن‌ها از جنس نانو ذرات مشخصی مانند اکسید-های آهن و غیره استفاده شده است. در سال 2005، لی و همکارانش [4]، یک بررسی تجربی بر روی خواص انتقالی سیالات مغناطیسی با کسر حجمی-های مختلف در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی صورت گرفت.

در سال 2009، لی و همکارانش [5] با جمع آوری و بررسی اطلاعات بدست آمده از نتایج تجربی و مطالعات نظری بر روی نانو سیالات که تا آن زمان کار بر روی آن‌ها توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده بود، سعی کردند تا برخی مسائل چالش برانگیز که پیش روی تحقیقات آتی بود را حل کند. چاندراسکار و همکارانش [6] با جمع آوری و طبقه‌بندی اطلاعات بدست آمده از پژوهش‌های تجربی قبلی تا سال 2012، توانستند اطلاعات جامعی از خواص ترموفیزیکی و ویژگی‌های انتقال حرارت جابجایی اجباری نانو سیالات مختلف و مکانیسم‌های پیش بینی شده برای تغییرات در مقادیر ویژگی‌های نانو ذرات اضافه شده به سیال پایه ارائه دهند.

نعمتی و همکارانش [7] در سال 2012، تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت را

جدول 1 خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [14]

| نوع سیال پایه/ نانوذرات عدد پرانتل چگالی (kg/m <sup>3</sup> ) گرمای ویژه (J/kgK) رسانندگی گرمایی (W/mK) ضریب انبساط گرمایی 10 <sup>-5</sup> (K <sup>-1</sup> ) پخشندگی گرمایی 10 <sup>-5</sup> (m <sup>2</sup> /s) | هوا | 0/7   | 1/2   | 1006    | 0/026 | 340  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------|-------|---------|-------|------|
| آب                                                                                                                                                                                                                 | 6/2 | 997/1 | 4179  | 0/613   | 21    |      |
| مس (Cu)                                                                                                                                                                                                            |     | 8954  | 383   | 400     | 1/67  | 11/7 |
| نقره (Ag)                                                                                                                                                                                                          |     | 10500 | 235   | 429     | 1/89  | 17/4 |
| آلومینا (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )                                                                                                                                                                          |     | 3970  | 765   | 40      | 0/85  | 1/3  |
| اکسید تیتانیوم (TiO <sub>2</sub> )                                                                                                                                                                                 |     | 4250  | 686/2 | 8/89538 | 0/9   | 0/31 |

معادله شبکه بولتزمن با استفاده از تقریب BGK، با وجود نیروی خارجی برای جریان به صورت رابطه (1) نوشته می‌شود [18-16]:

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x, t) + \frac{\Delta t}{\tau_v} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] + \rho \Delta t c_i F_k \quad (1)$$

برای میدان طبق دما رابطه (2) داریم:

$$g_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(x, t) + \frac{\Delta t}{\tau_c} [g_i^{eq}(x, t) - g_i(x, t)] \quad (2)$$

که  $\Delta t$  بیانگر گام زمانی شبکه،  $c_i$  سرعت گسسته در جهت  $i$ ،  $F_k$  نیروی خارجی در جهت سرعت شبکه،  $\tau_v$  و  $\tau_c$  بیانگر زمان آسایش برای میدان جریان و دما می‌باشند [15].  $c_i$  براساس آرایش شبکه مدنظر و قرار گرفتن در نقاط مختلف شبکه بصورت رابطه (3) تعریف می‌شود:

$$c_0 = 0$$

$$c_i = c \left( \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right), \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \right) \quad i = 1 - 4$$

$$c_i = \sqrt{2}c \left( \cos\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \pi/4\right), \sin\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \pi/4\right) \right) \quad i = 5 - 8 \quad (3)$$

ویسکوزیته سینماتیکی  $\nu$  و نفوذ گرمایی  $\alpha$  از طریق رابطه (4) بدست می‌آیند:

$$\nu = c_s^2 \left( \tau_v - \frac{1}{2} \right), \quad \alpha = c_s^2 \left( \tau_c - \frac{1}{2} \right) \quad (4)$$

که  $c_s$  سرعت صوت می‌باشد که برابر است با:  $c_s = c/\sqrt{3}$  که در آن  $c$  فواصل مکانی شبکه می‌باشد [15]. بدلیل مثبت بودن ویسکوزیته و نفوذ گرمایی همیشه  $\tau > 0.5$  خواهد بود. توابع توزیع تعادلی بصورت رابطه (5) و (6) ظاهر می‌شوند که در تابع تعادلی میدان جریان ترم آخر بیانگر تأثیرات میدان مغناطیس که خود بعنوان تابع توزیع جداگانه در ادامه بررسی خواهد شد:

$$f_i^{eq} = w_i \left[ 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(c_i \cdot u)^2}{c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] + \frac{w_i}{2c_s^4} \left[ \frac{B^2 c_i^2}{2} - (c_i \cdot u)^2 \right] \quad (5)$$

$$g_i^{eq} = w_i T \left[ 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} \right] \quad (6)$$

که  $u$  سرعت زمانی جریان سیال،  $B$  بیانگر میدان مغناطیس،  $w_i$  بنا بر انتخاب آرایش شبکه D2Q9 برای هر سه میدان بصورت رابطه (7) تعریف می‌شود:

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (7)$$

برای تابع توزیع میدان مغناطیسی طبق روابط (8) تا (10) مشابه میدان جریان و دما خواهیم داشت [20-19]:

$$h_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) = h_i(x, t) + \frac{\Delta t}{\tau_m} [h_i^{eq}(x, t) - h_i(x, t)] \quad (8)$$

$$h_{ix}^{eq} = w_i \left[ B_x + \frac{c_{iy}}{c_s^2} (u_y B_x - B_y u_x) \right] \quad (9)$$

$$h_{iy}^{eq} = w_i \left[ B_y + \frac{c_{ix}}{c_s^2} (u_x B_y - B_x u_y) \right] \quad (10)$$

در روابط بالا  $x$  و  $y$  معرف جهت محورهای مختصات می‌باشند. نفوذپذیری مغناطیسی  $\eta$  از طریق رابطه (11) بدست می‌آیند:

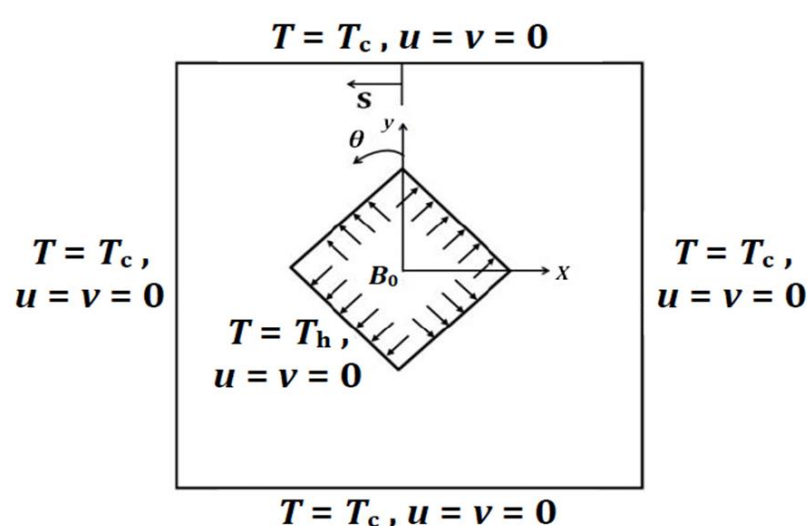
یک میدان مغناطیسی ثابت و عمود بر سطح سیلندر که جهت آن رو به بیرون می‌باشد، جریان جابه‌جایی آزاد بوجود آمده بدلیل اختلاف دمای سطوح را تحت تأثیر قرار می‌دهد. سیلندر داخلی به شکل‌های دایره‌ای، لوزی و مربعی ظاهر می‌شود. طول مشخصه سیلندر داخلی به گونه‌ای تعیین می‌شود که سطح انتقال حرارت آن‌ها (چون شکل دو بعدی می‌باشد منظور همان محیط سیلندرها خواهد بود) در هر سه هندسه با هم برابر باشند. هدف یافتن هندسه با ویژگی‌های انتقال حرارتی بهینه، بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر روی جریان نانوسیال با کسر حجمی مشخص نانوذرات و همچنین اثر کسرحجمی و جنس نانوذرات بر روی جریان جابجایی آزاد و ویژگی‌های انتقال حرارتی جریان پدید آمده می‌باشد. مطالعه جامع پارامتریک بر روی انتقال حرارت و جریان براساس پارامترهایی همچون اعداد رایلی، هارتمن، کسر حجمی نانوذرات و ناسلت انجام شده است.

## 2-2- روش حل و معادلات

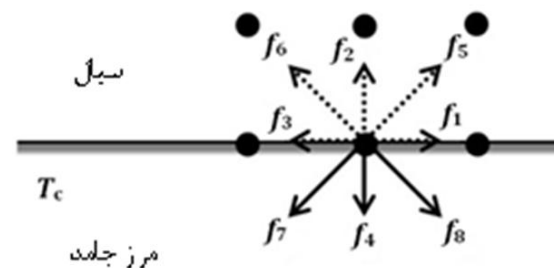
شبیه سازی عددی مسئله توصیف شده با استفاده از روش شبکه بولتزمن انجام می‌شود. در ادامه به جزئیات این روش اشاره شده است.

### 2-2-1- روش شبکه بولتزمن

در سال‌های اخیر، روش شبکه بولتزمن به یک تکنیک قدرتمند در شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی تبدیل شده است. این روش براساس روش شبکه‌ای گاز اوتوماتا بنا شده است. در تحقیق پیش رو با توجه به وجود سه میدان جریان، دما و مغناطیس، در این شبیه‌سازی برای هر یک از میدان‌ها یک تابع توزیع در نظر گرفته شده است. آرایش شبکه بولتزمن برای هر سه میدان مدل استاندارد D2Q9 در نظر گرفته شده است. جزئیات و شکل این آرایش شبکه و مزیت‌های آن در مراجع مختلف ذکر شده است.  $f$ ،  $g$  و  $h$  به ترتیب نشان دهنده توابع توزیع جریان، دما و مغناطیس می‌باشد [15]. تابع توزیع مربوط به میدان جریان، دما و مغناطیس به ترتیب روابط پیوستگی و مومنتم ناویر استوکس، انرژی و مغناطیس را در مقیاس ماکروسکوپیکی ارضا می‌کنند.



شکل 1 نمونه‌ای از هندسه‌های مورد بررسی (با سیلندر داخلی لوزی)



شکل 2 نحوه اعمال شرط مرزی بر روی دیواره پایینی محفظه سرد

استفاده از تقریب ماکسول بصورت رابطه (19) بیان می‌شود [23]:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (19)$$

### 2-2-3- شرایط مرزی و نحوه اعمال آن

جهت مدل کردن شرایط مرزی جامد ثابت یا متحرک، عدم لغزش و جریان اطراف موانع از روش جهش به عقب<sup>1</sup> استفاده می‌شود [15]. این نام گذاری حاکی از آن می‌باشد که یک ذره از سمت مرز جامد به سمت میدان جریان می‌رود، با در نظر گرفتن جریان جابجایی طبیعی داخل محفظه، شرط مرزی جهش به عقب را می‌توان برای دیواره‌های محفظه هندسه توصیف شده در مورد دو تابع توزیع جریان و مغناطیس اعمال کرد، اما در مورد تابع توزیع مربوط به دما شرایط متفاوت خواهد بود، در حل عددی روش شبکه بولتزمن اجرای دو مرحله جریان و برخورد از اصول ابتدای می‌باشد. اعمال شرایط مرزی جهش به عقب بعد از مرحله جریان صورت می‌گیرد. در شکل 2 دیواره پایینی محفظه سرد بعد از مرحله جریان نشان داده شده است. حال با مشخص بودن  $f_4$ ،  $f_7$  و  $f_8$  و با توجه به ساکن بودن مرزهای جامد برای تابع توزیع جریان طبق رابطه (20) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} f_2 &= f_4 \\ f_5 &= f_7 \\ f_6 &= f_8 \end{aligned} \quad (20)$$

در مورد تابع توزیع دما نحوه اعمال شرایط مرزی بدلیل دمای ثابت بر روی دیواره متفاوت است [15]. بنا براین برای دما طبق رابطه (21) داریم:

$$\begin{aligned} g_2 &= w_2 T_c - g_4 \\ g_5 &= w_5 T_c - g_7 \\ g_6 &= w_6 T_c - g_8 \end{aligned} \quad (21)$$

برای تابع توزیع مغناطیس نحوه اعمال شرط مرزی جهش به عقب مشابه تابع توزیع جریان می‌باشد، برای سایر دیواره‌ها نیز به همین ترتیب شرط مرزی جهش به عقب در نظر گرفته می‌شود، با این تفاوت زیرنویس‌های تابع توزیع بر حسب جهت جریان و افقی یا عمودی بودن دیواره تغییر می‌کند.

در مورد اعمال شرایط مرزی جهش به عقب برای مرز منحنی یک روش دقت مرتبه دو بکار گرفته شده است [24-26]. با توجه به هندسه مورد نظر از میان تمام گره‌های موجود در بخش جامد تنها گره‌های مجاور مرز منحنی در تحلیل جریان مؤثر می‌باشد. این گره‌ها در این مقاله به عنوان گره‌های مرزی نامیده و پارامترهای مربوط به آن‌ها با زیر نویس  $b$  مشخص می‌شوند. توابع توزیع در گره‌های مرزی باید به گونه‌ای تعیین شوند که نتیجه شبیه سازی شرایط مورد نظر روی مرز منحنی باشد. شکل 3 نشان دهنده رفتار بر روی شرایط مرزی منحنی می‌باشد. نقاط سیاه در ناحیه جامد بیانگر گره‌های مرزی  $x_b$  می‌باشند. نقاط سفید اولین و دومین گره در ناحیه سیال که به ترتیب با  $x_f$  و  $x_{ff}$  نمایش داده می‌شوند. بکارگیری نقطه دوم در سیال باعث دقت مرتبه دوم می‌شود. همچنین نقاط سفید بر روی مرز منحنی  $x_w$  نشان دهنده نقطه برخورد مرز منحنی با خطوط سرعت شبکه D2Q9 می‌باشد. خاصیت ماکروسکوپیک مورد نظر در مرز منحنی بوسیله این گره‌ها برون‌یابی می‌شوند. کسر تقاطع خطوط در ناحیه سیال  $\Delta$  بصورت رابطه (22) می‌باشد:

$$\Delta = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|} \quad (22)$$

نتیجه کسر یعنی اندازه  $\Delta$  کوچکتر از یک خواهد بود. در مرحله برخورد، تابع توزیع در سمت سیال مشخص خواهد بود، اما تابع توزیع سمت جامد در خلاف جهت تابع توزیع سمت سیال مشخص نیست. عبارت دیگر بعد از پایان مرحله جریان ما نیاز به دانستن تابع توزیع در نقطه مرزی  $x_b$  داریم. با مشخص شدن  $\Delta$  و حدود آن از روابطی که در مطالعه می و همکارانش [27]

$$\eta = c_s^2 \left( \tau_m - \frac{1}{2} \right) \quad (11)$$

در معادله جریان همان نیروی بویانسی می‌باشد که در جهت عمودی  $y$  بصورت برابر است با:  $F_k = 3w_y g_y \beta \theta$ . برای جابه‌جایی طبیعی تقریب بوزینسک بکار رفته و از انتقال حرارت تشعشعی صرف‌نظر شده است. برای اطمینان از کار کردن کد در بازه رژیم غیر قابل تراکم، سرعت مشخصه بصورت  $V_{جابجایی} = \sqrt{\beta g_y \Delta T L}$  تعریف می‌شود که باید بسیار کوچکتر از سرعت صوت در سیال باشد. در این پژوهش، سرعت مشخصه  $0.1$  سرعت صوت انتخاب شده است. رابطه (12) پارامترهای بی‌بعد زیر در معادلات و ارائه نتایج مورد استفاده قرار گرفته‌اند، را نشان می‌دهد:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{v}, V = \frac{vL}{v}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (12)$$

سرانجام برای دستیابی به کمیت‌های ماکروسکوپیک باتوجه به مقادیر بدست آمده از حل توابع توزیع طبق رابطه‌های (13) داریم:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_i f_i, \rho u = \sum_i c_i f_i, T = \sum_i g_i, \\ B_x &= \sum_i h_{ix}, B_y = \sum_i h_{iy} \end{aligned} \quad (13)$$

پارامترهای بی‌بعد تعریف شده از جمله عدد رایلی، هارتمن و ناسلت محلی و میانگین بصورت رابطه (14) می‌باشند:

$$\begin{aligned} Ra &= \frac{\beta g_y L^3 (T_h - T_c)}{\nu \alpha}, Ha = \frac{BL}{\sqrt{\eta \rho \nu}}, \\ Nu_{loc} &= \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial r}, Nu_{ave} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_{loc} dy \end{aligned} \quad (14)$$

در مورد محاسبه گرادیان‌های دمایی در محاسبه ناسلت لازم به توضیح است که از روش تفاضل محدود مرتبه دوم که در دینامیک سیالات محاسباتی متداول می‌باشد، استفاده شده است.

### 2-2-2- مدل و روابط بکار گرفته شده برای نانوسیال

با شروط تعادل گرمایی و عدم وجود لغزش بین نانوذرات و سیال پایه می‌توان نانوسیال بصورت سیال خالص در نظر گرفت که خواص آن از قبیل چگالی، ظرفیت گرمایی و ضریب انبساط حجمی به ترتیب از طریق روابط (15) تا (17) بدست می‌آید [21، 3]:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (15)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (16)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho \beta)_f + \varphi(\rho \beta)_s \quad (17)$$

که در آن  $\varphi$  کسر حجمی نانوذرات و زیرنویس‌های  $f$  و  $nf$  به ترتیب برای سیال پایه و نانوذرات می‌باشد. برای ویسکوزیته نانوسیال شامل ذرات کروی کوچک صلب که بصورت رقیق معلق می‌باشند، از طریق رابطه (18) که معروف به برینکمن است، داریم [22، 23]:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (18)$$

روابط متعددی برای محاسبه ضریب رسانشی حرارتی نانوسیال ارائه شده‌اند. در این پژوهش با توجه به کم بودن درصد حجمی نانوذرات و با در نظر گرفتن شکل کروی و اندازه یکسان برای این ذرات، ضریب رسانش حرارتی با

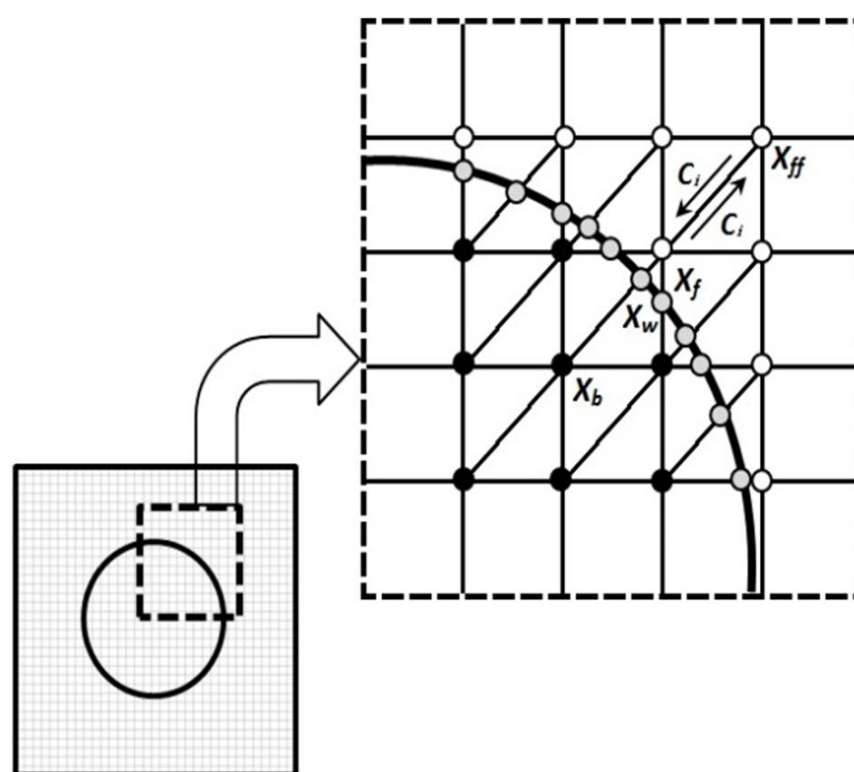
برای تعیین تابع توزیع جریان و دما و همچنین برای تابع توزیع مغناطیسی از پژوهش پاتیسون و همکارانش [28] استفاده شده است.

### 2-3- استقلال شبکه

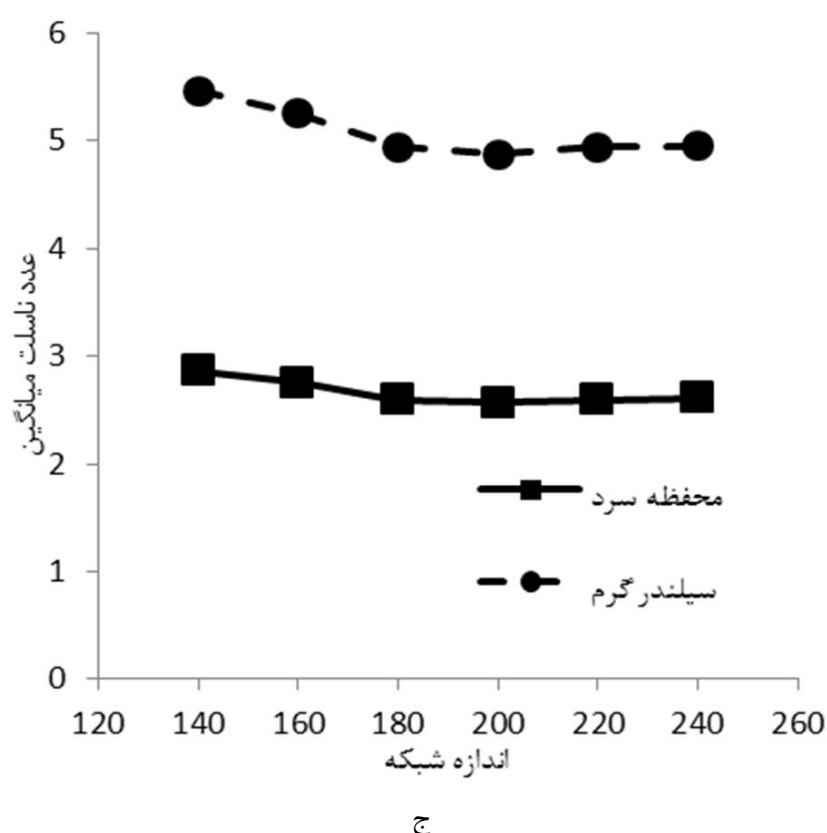
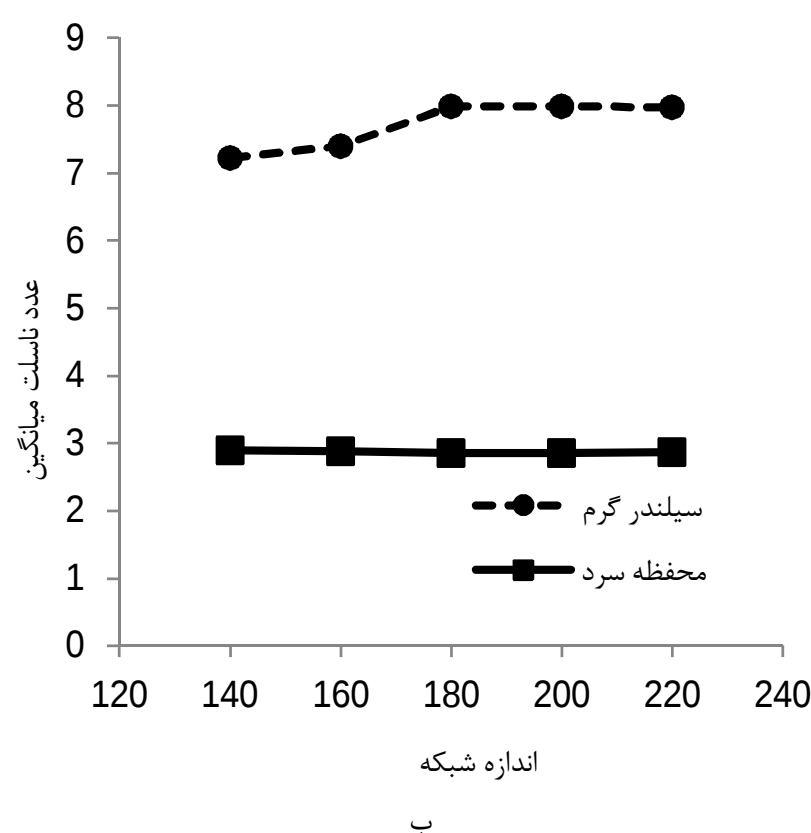
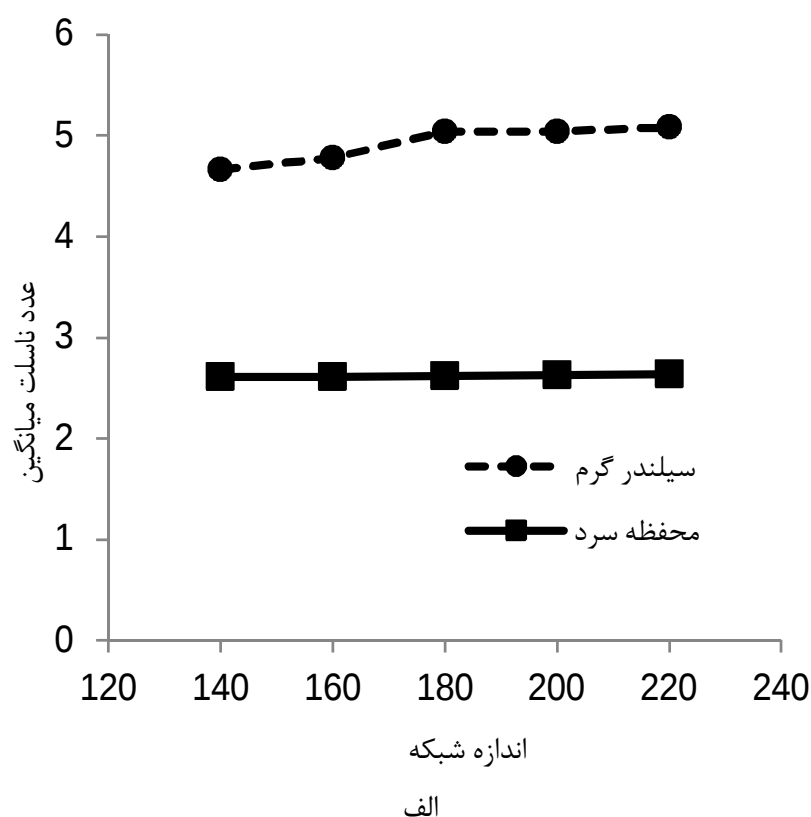
با توجه به هندسه‌های انتخاب شده و وجود شرایط متفاوت در هر هندسه باید استقلال نتایج حل کد کامپیوتری ایجاد شده بر پایه‌ی روش شبکه بولتزمن به زبان برنامه نویسی فرترن از اندازه شبکه انتخابی مورد بررسی قرار گیرد. برای انجام این بررسی اثر تمام پارامترهای دخیل در نتایج حل جریان جابجایی طبیعی نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی از جمله عدد رایلی، هارتمن و کسر حجمی نانوذرات در نظر گرفته شده است. بنابراین نتایج حاصله از حل بر حسب عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد و سیلندر داخلی گرم برای جریان جابجایی طبیعی نانوسیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در کسر حجمی 5 در صد، عدد رایلی  $Ra=2 \times 10^5$  و عدد هارتمن  $Ha=50$  برای بررسی استقلال نتایج از شبکه انتخابی در نمودارهای شکل 4 نشان داده شده است. از بررسی نمودارهای شکل 4 می‌توان نتیجه گرفت، برای هندسه‌های شامل سیلندر داخلی گرم دایره‌ای و لوزی شبکه  $180 \times 180$  و هندسه شامل سیلندر داخلی گرم مربعی شبکه  $200 \times 200$  انتخاب مناسبی می‌باشند. در شبکه‌های ریزتر از این انتخاب‌ها تفاوت چشمگیری در عدد ناسلت میانگین رخ نمی‌دهد.

### 2-4- اعتبارسنجی

جهت رسیدن به یک حل عددی صحیح برای جریان جابجایی طبیعی در هندسه مورد نظر باید نتایج روش ارائه شده با منابع معتبر در زمینه‌های مرتبط مقایسه شود. در صورت قابل قبول بودن میزان خطا، کد ارائه شده نتایج قابل اطمینانی را برای هندسه‌های مطرح شده بدست می‌آورد. با توجه به هندسه‌ی توصیف شده از سه منبع معتبر برای تایید عملکرد برنامه در زمینه کسر حجمی‌های نانوسیال بکار رفته، اثرات اعداد رایلی و هارتمن و همچنین اثر مرزهای منحنی در نظر گرفته شده است. نتایج کد ایجاد شده و خانافر [3] بصورت عدد ناسلت میانگین دیواره گرم تحت تأثیر پارامترهای گراشف و کسر حجمی نانوذرات در جدول 2 بیان و مقایسه شده است. این مقایسه نشان دهنده عملکرد خوب کد پیش رو در مواجهه با جریان جابجایی طبیعی نانوسیال با کسر حجمی کمتر از 5 درصد می‌باشد.



شکل 3 آرایش شبکه اطراف مرز منحنی



شکل 4 بررسی استقلال شبکه برای هندسه شامل، (الف) سیلندر دایروی داخلی گرم، (ب) سیلندر لوزی داخلی گرم، (ج) سیلندر مربعی داخلی گرم

در جدول 3 نحوه عملکرد شبیه سازی جریان جابجایی طبیعی بوسیله کد موجود تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی یکنواخت با منبع معتبر در این زمینه یعنی رودرایا [2] ارزیابی شده است. عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه تحت تاثیر میدان مغناطیسی در اعداد هارتمن مختلف مقایسه شده است. بیشینه درصد اختلاف حدود 5 درصد نشان دهنده عملکرد خوب کد ایجاد شده می‌باشد.

وجود مرز منحنی در هندسه تعریف شده برای مسئله یکی از منابع ایجاد اختلال در راندمان محاسباتی حل‌های عددی می‌باشد. بنابراین، در جدول 4 نتایج منبع معتبر موکالد و آچاری [29] بر حسب عدد ناسلت میانگین دیواره منحنی گرم با استفاده از کد موجود تکرار شده است. در اعداد رایلی و نسبت-های شعاع به طول کویتی خارجی مختلف، ماکزیمم درصد خطای ایجاد شده 8 درصد می‌باشد که بیانگر عملکرد قابل قبول کد در این زمینه می‌باشد.

جدول 2 مقایسه مقادیر ناسلت متوسط در حضور نانوسیال با مطالعه عددی خانافر

| عدد گراشف | کسر حجمی نانو ذرات | عدد ناسلت میانگین |             | خطا (%) |
|-----------|--------------------|-------------------|-------------|---------|
|           |                    | خانافر [3]        | مطالعه حاضر |         |
| $10^4$    | 0                  | 4/0430            | 4/1603      | -2/90   |
| $10^4$    | 0/02               | 4/2151            | 4/1919      | 0/55    |
| $10^4$    | 0/04               | 4/3441            | 4/2472      | 2/23    |
| $10^4$    | 0/06               | 4/5591            | 4/3219      | 5/20    |
| $10^5$    | 0                  | 8/3341            | 8/3023      | 0/38    |
| $10^5$    | 0/02               | 8/5899            | 8/3893      | 2/33    |
| $10^5$    | 0/04               | 8/8921            | 8/5225      | 4/16    |
| $10^5$    | 0/06               | 9/2374            | 8/6932      | 5/89    |

جدول 3 مقایسه مقادیر ناسلت متوسط جابجایی طبیعی تحت تأثیر میدان مغناطیسی با مطالعه عددی رودرایا

| عدد رایلی       | عدد هارتمن | عدد ناسلت میانگین |             | خطا (%) |
|-----------------|------------|-------------------|-------------|---------|
|                 |            | رودرایا (2)       | مطالعه حاضر |         |
| $2 \times 10^4$ | 0          | 2/5188            | 2/5408      | 0/87    |
| $2 \times 10^4$ | 10         | 2/2234            | 2/3103      | 3/91    |
| $2 \times 10^4$ | 50         | 1/0856            | 1/0376      | -4/42   |
| $2 \times 10^5$ | 0          | 4/9198            | 5/1019      | 3/70    |
| $2 \times 10^5$ | 10         | 4/8053            | 5/0278      | 4/63    |
| $2 \times 10^5$ | 50         | 2/8442            | 2/9962      | 5/34    |

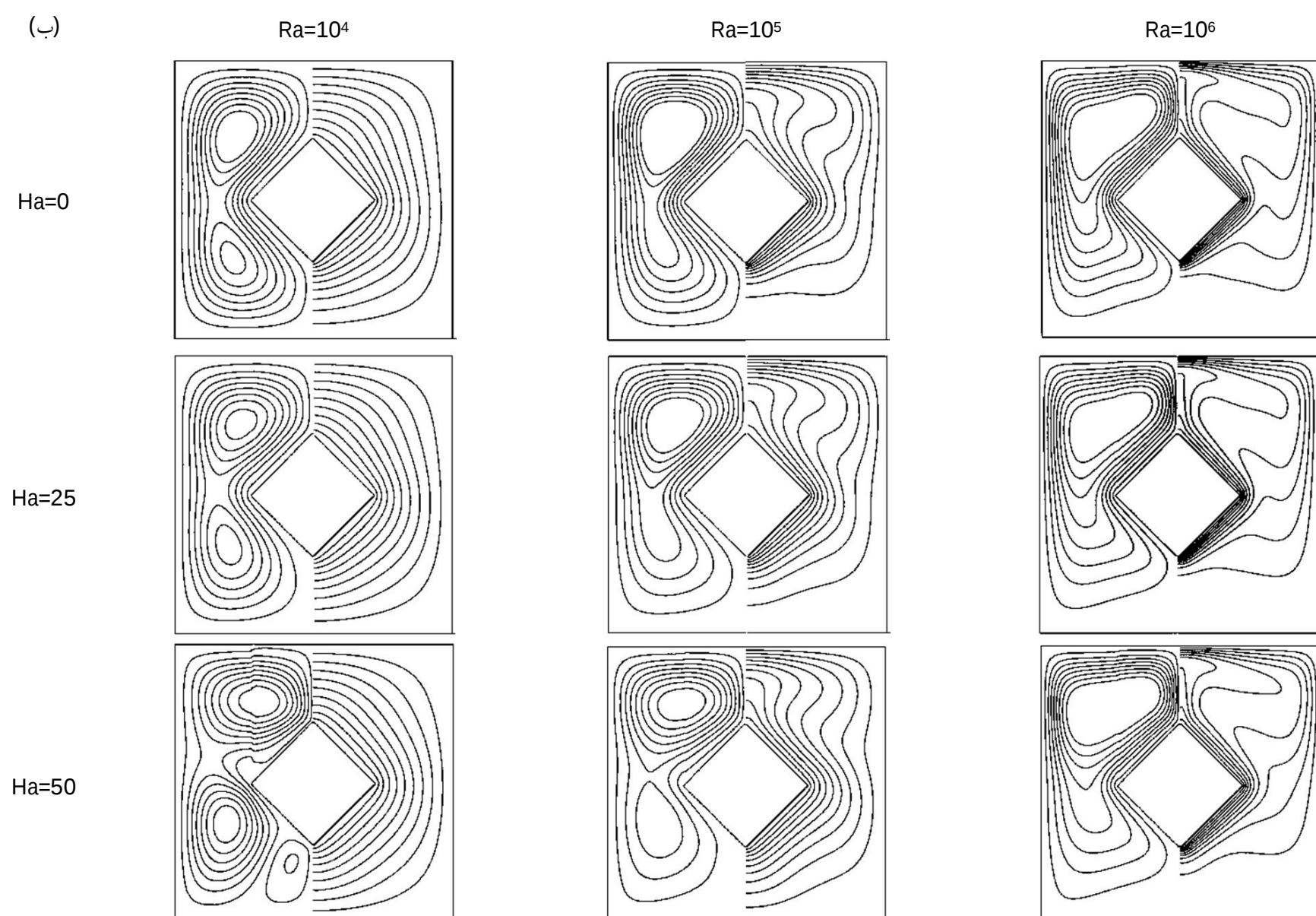
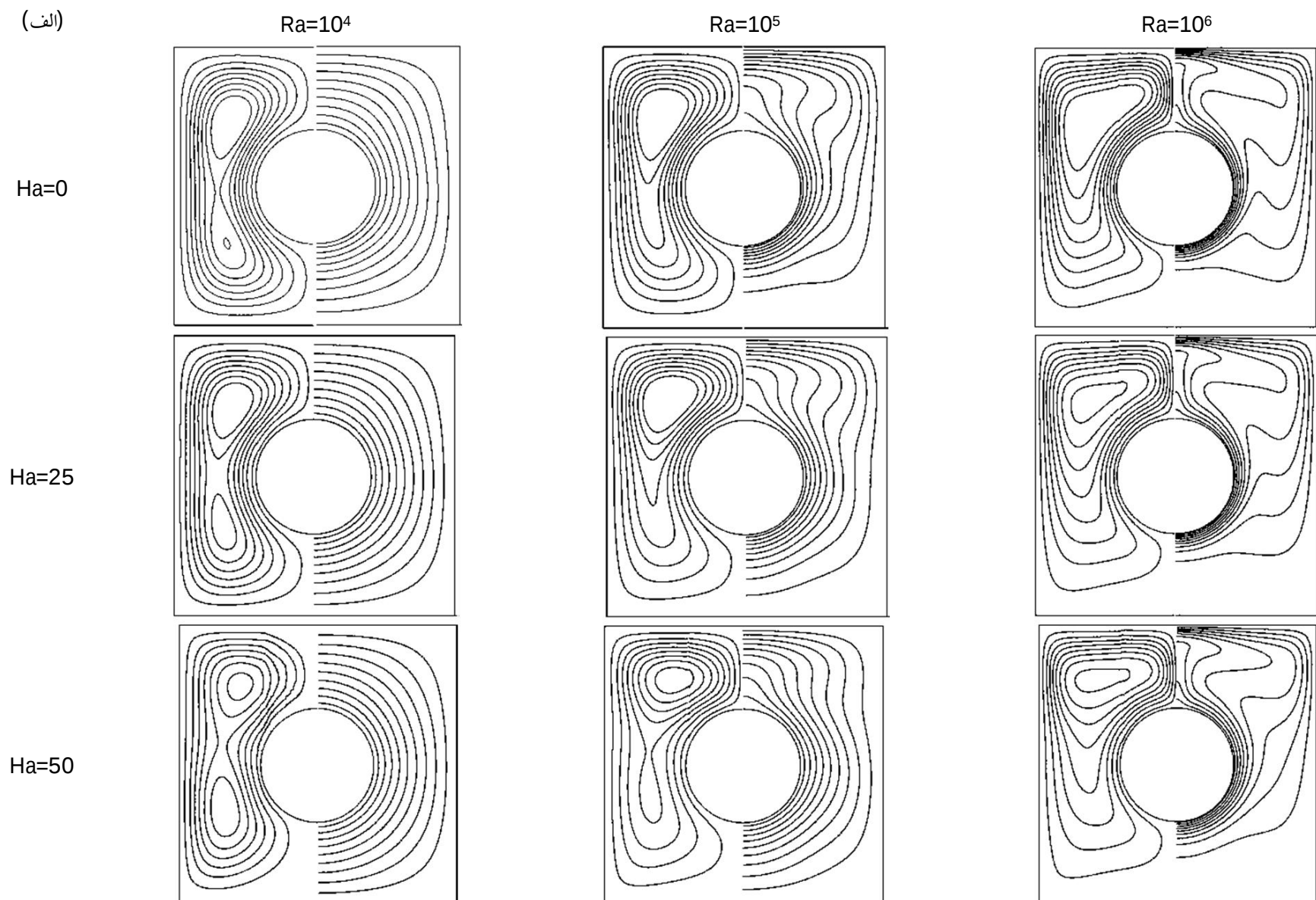
جدول 4 مقایسه مقادیر ناسلت متوسط در مرز منحنی با مطالعه عددی موکالد و آچاری

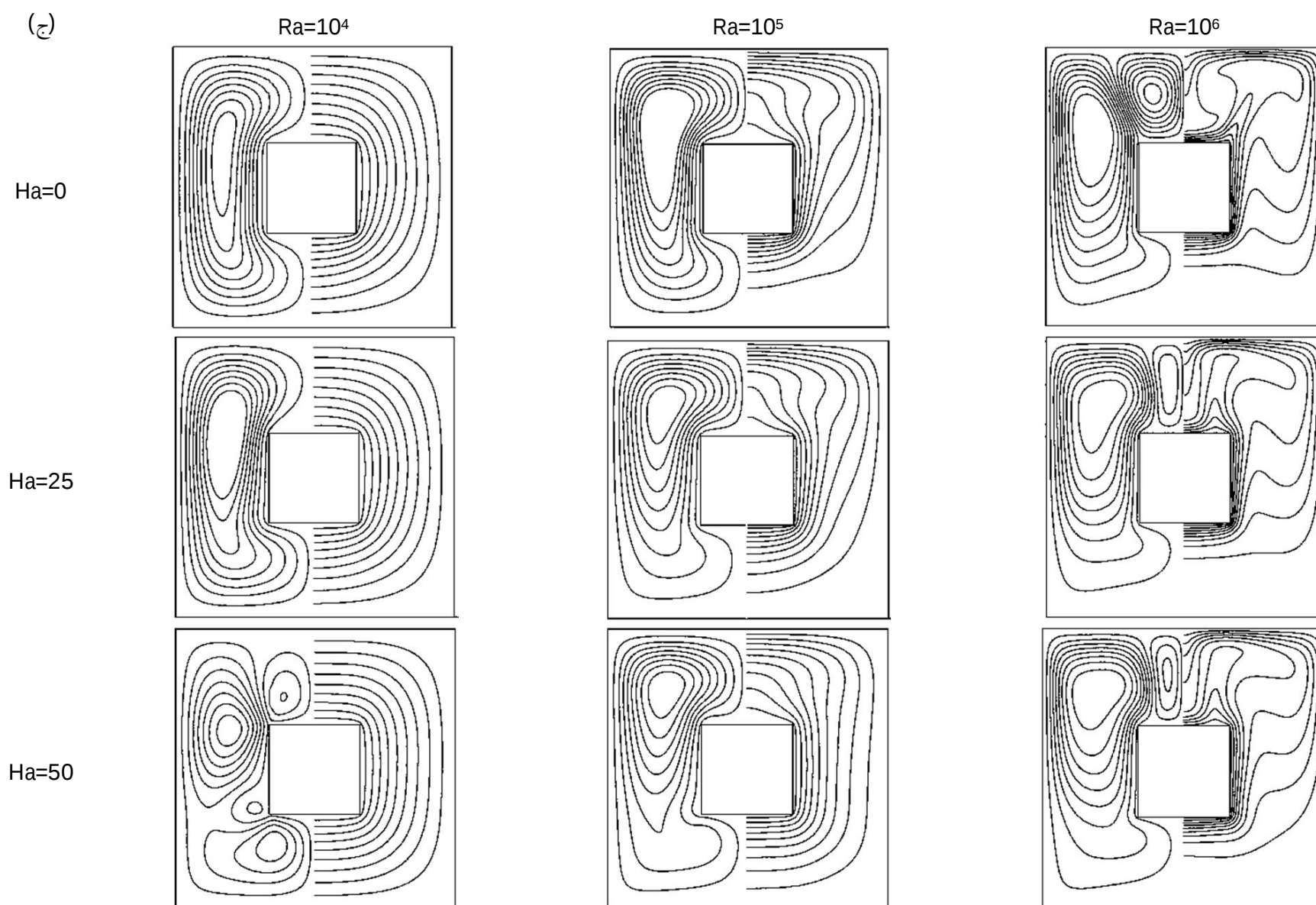
| عدد گراشف | R/L | عدد ناسلت میانگین   |             | خطا (%) |
|-----------|-----|---------------------|-------------|---------|
|           |     | موکالد و آچاری [29] | مطالعه حاضر |         |
| $10^4$    | 0/1 | 2/071               | 1/9583      | -5/44   |
| $10^4$    | 0/2 | 3/331               | 3/1564      | -5/24   |
| $10^4$    | 0/3 | 5/826               | 5/3657      | -7/90   |
| $10^5$    | 0/1 | 3/825               | 3/556       | -7/03   |
| $10^5$    | 0/2 | 5/080               | 4/7445      | -6/60   |
| $10^5$    | 0/3 | 6/212               | 6/1269      | -1/37   |
| $10^6$    | 0/1 | 6/107               | 5/7470      | -5/89   |
| $10^6$    | 0/2 | 9/374               | 8/6273      | -7/96   |
| $10^6$    | 0/3 | 11/620              | 11/7975     | 1/52    |

### 3- نتایج

با توجه به اعتبارسنجی کد پیش رو و اطمینان از دقت نتایج حاصله، در این بخش نتایج مربوط به شبیه‌سازی هندسه‌های مطرح شده در بخش بیان مسئله طی اشکال و جداول ارائه شده است. هدف بررسی تأثیر پارامترهای مؤثر از قبیل اعداد رایلی و هارتمن بر روی ماهیت و عملکرد جریان جابجایی طبیعی و همچنین تأثیر کسر حجمی و جنس نانوذرات بر روی انتقال حرارت این جریان می‌باشد. در شکل 5 کانتورهای خطوط جریان و همدمای که به دلیل ماهیت متقارن نسبت به خط عمودی وسط محفظه بصورت ترکیبی (سمت چپ خطوط جریان و سمت راست خطوط همدمای) برای نانوسیال آب-مس با کسر حجمی 5 درصد در اعداد رایلی  $10^4$ ،  $10^5$  و  $10^6$  و اعداد هارتمن 0، 25 و 50 در هندسه‌های مختلف تعریف شده، ارائه شده است. با افزایش اعداد رایلی در هر سه هندسه، باتوجه به الگوی خطوط جریان، چرخش سیال تحت تأثیر قرار می‌گیرد و بیشتر به بالای محفظه متمایل می‌شود. این در حالی است که در عدد رایلی پایین برای مثال  $10^4$  این چرخش تقریباً بطور متقارن نانوسیال را در نیمی از محفظه درگیر می‌کند (نیمه دیگر نیز بدلیل تقارن عمودی رفتاری مشابه دارد). در مورد خطوط همدمای نیز با افزایش عدد رایلی گرادیان دما در پایین سیلندر در نزدیکی سیلندر افزایش و در نزدیکی محفظه کاهش می‌یابد، بطوریکه در عدد رایلی  $10^6$  فاصله بین سطح پایینی محفظه تا اولین خط همدمای متفاوت بیشتر از نصف فاصله بین سیلندر و سطح محفظه می‌باشد. این اتفاق برای بالای سیلندر بصورتیکه افزایش گرادیان‌های دمایی با نزدیک شدن به سطح سیلندر یا محفظه رخ می‌دهد. در مورد سمت راست یا چپ الگوی منظم و موازی خطوط همدمای ریل‌های پایین با افزایش رایلی حالت منظم خود را از دست می‌دهد. در حالت کلی تقارن نسبی خطوط جریان و همدمای نسبت به خطوط عمودی و افقی گذرنده از مرکز هندسه که در اعداد پایین قابل مشاهده می‌باشد، با افزایش عدد رایلی تقارن افقی از بین رفته و تقارن عمودی باقی می‌ماند. با افزایش عدد هارتمن تراکم خطوط جریان در نواحی مشخصی از جریان کاهش می‌یابد و در عوض جریان تمایل به تشکیل گردابه‌های جدید دارد. در مورد خطوط همدمای، افزایش عدد هارتمن باعث کاهش تمرکز خطوط همدمای در نزدیکی سیلندر گرم و جلوگیری از گرادیان‌های تند در این ناحیه می‌شود و به ازای آن گرادیان ملایم‌تری از سمت سیلندر گرم به سمت سیلندر سرد پدید می‌آورد. نکته جالب رفتار متفاوت هندسه شامل سیلندر مربعی در اعداد رایلی بالا می‌باشد، که بدلیل وجود گوشه‌های تیز جریان در اعداد رایلی بالا از حالت پایا خارج می‌شود و حاصل آن تفاوت در الگوی خطوط جریان و همدمای می‌باشد.

در جدول 5 تأثیر اعداد رایلی و هارتمن‌های مختلف بر روی عدد ناسلت میانگین دیواره گرم و محفظه سرد بررسی شده است. همانطور که از بررسی کانتورهای خطوط همدمای مورد انتظار بود، در عدد هارتمن ثابت در هر سه هندسه با افزایش عدد رایلی اعداد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد و سطح سیلندر گرم افزایش می‌یابد. در عدد رایلی ثابت با افزایش عدد هارتمن، برای هر سه شکل عدد ناسلت دیواره محفظه سرد و سطح سیلندر گرم کاهش می‌یابد. در تمامی اعداد رایلی هندسه شامل سیلندر لوزی شکل دارای بیشترین عدد ناسلت میانگین برای سطح سیلندر گرم را دارند. اما برای دو هندسه دیگر بجز در رایلی  $10^6$  و هارتمن 0 و 50 در بقیه موارد عدد ناسلت میانگین سیلندر گرم در حالت دایره‌ای بیشتر از حالت مربعی می‌باشد. در مورد عدد ناسلت میانگین دیواره سرد رفتار هندسه مختلف طبق روال خاصی





شکل 5 کانتور ترکیبی خطوط جریان و همدم (سمت چپ خطوط جریان و سمت راست خطوط همدم) برای جریان جابجایی طبیعی نانوسیال آب- مس با کسر حجمی 5 درصد هندسه شامل، الف) سیلندر دایروی داخلی گرم، ب) سیلندر لوزی داخلی گرم، ج) سیلندر مربعی داخلی گرم

جدول 5 تأثیر اعداد رایلی و هارتمن‌های مختلف بر روی عدد ناسلت میانگین دیواره گرم و محفظه سرد

| عدد ناسلت میانگین سطح سیلندر گرم |         |         | عدد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد |        |        | عدد هارتمن | عدد رایلی |
|----------------------------------|---------|---------|------------------------------------|--------|--------|------------|-----------|
| دایره                            | لوزی    | مربع    | دایره                              | لوزی   | مربع   |            |           |
| 3/6505                           | 4/9092  | 3/3097  | 1/8951                             | 1/7858 | 1/7440 | 0          | $10^4$    |
| 3/6100                           | 4/8454  | 3/2797  | 1/8748                             | 1/7615 | 1/7248 | 25         | $10^4$    |
| 3/5914                           | 4/8349  | 3/2927  | 1/8651                             | 1/7529 | 1/7231 | 50         | $10^4$    |
| 5/6199                           | 8/1159  | 5/2760  | 2/9149                             | 2/9156 | 2/7851 | 0          | $10^5$    |
| 4/9667                           | 7/4616  | 4/7363  | 2/5853                             | 2/6836 | 2/5022 | 25         | $10^5$    |
| 4/1901                           | 6/7100  | 3/9449  | 2/1875                             | 2/4025 | 2/0696 | 50         | $10^5$    |
| 10/1605                          | 14/6236 | 10/4367 | 5/2853                             | 5/2641 | 5/4534 | 0          | $10^6$    |
| 9/5116                           | 13/9772 | 9/3387  | 4/9481                             | 5/0312 | 4/8900 | 25         | $10^6$    |
| 8/2731                           | 12/6610 | 8/4480  | 4/2971                             | 4/5415 | 4/4165 | 50         | $10^6$    |

در جدول 6 نحوه تأثیر کسر حجمی نانوذرات در عدد هارتمن 25 و اعداد رایلی  $10^4$ ،  $10^5$  و  $10^6$ ، بر عملکرد انتقال حرارتی هندسه شامل سیلندر لوزی شکل بررسی شده است. با افزایش کسر حجمی نانوذرات مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محفظه و سطح سیلندر گرم افزایش می‌یابد. بیشترین میزان این افزایش برای هر سه عدد ناسلت تقریباً 15 درصد می‌باشد که در کسر حجمی 5 درصد رخ می‌دهد. اما به دلیل بزرگتر بودن مقادیر عدد ناسلت در سطح گرم این افزایش براحتی قابل رویت می‌باشد. در مورد افزایش عدد رایلی نیز این نکته صادق خواهد بود، زیرا با افزایش عدد رایلی مقدار هر دو عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد. در عدد رایلی  $10^5$  درصد افزایش اندکی بیشتر از دو رایلی دیگر است.

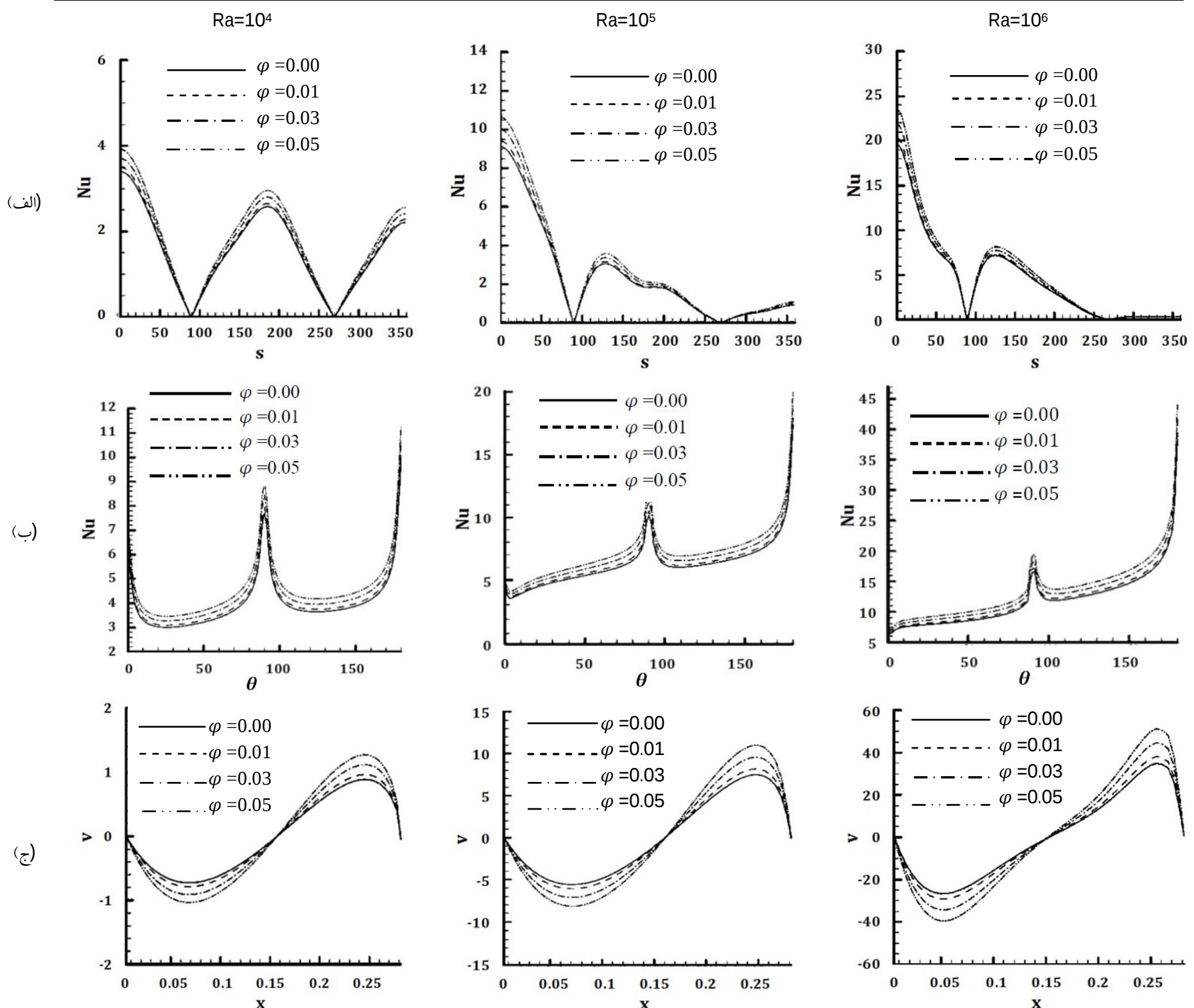
شکل 6 نشان دهنده نمودار عدد ناسلت محلی دیواره سرد و سطح

نمی‌باشد و باید بر حسب عدد رایلی در مورد هندسه دارای بهترین عملکرد اظهار نظر کرد. در این مورد حتی در رایلی‌های بالا عدد هارتمن نیز باید برای انتخاب بهترین عملکرد مورد توجه قرار داد. در این بررسی‌ها در مورد هندسه مربعی قطعیتی برای اظهار نظر وجود ندارد. زیرا همانطور که از کانتورهای شکل 5 مشخص می‌شود، ماهیت جریان جابجایی طبیعی در این هندسه با بالا رفتن عدد رایلی متفاوت خواهد شد. برای تعیین هندسه با بهترین عملکرد حرارتی باید مشخص شود کدام هدف مد نظر می‌باشد، انتقال حرارت به محفظه سرد و یا انتقال حرارت از سیلندر گرم. اگر انتقال حرارت از سیلندر گرم هدف باشد، هندسه شامل سیلندر لوزی شکل بهترین عملکرد را دارد. اما در مورد هندسه بهینه انتقال حرارت به محفظه سرد باید با توجه به عدد رایلی و در اعداد رایلی بالا با توجه به عدد هارتمن انتخاب انجام شود.

سیلندر گرم و همچنین پروفیل سرعت روی خط افقی گذرنده از مرکز هندسه در کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات در عدد هارتمن 25 و اعداد رایلی  $10^4$ ،  $10^5$  و  $10^6$  رسم شده است. نمودارهای ناسلت محلی همانطور که در توضیح کانتورها ذکر شد، بدلیل ماهیت متقارن جریان نسبت به خط عمودی گذرنده از مرکز هندسه در نیمی از محفظه رسم شده است.

جدول 6 بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت میانگین

| میزان افزایش عدد ناسلت نسبت به سیال پایه (%) |                | عدد ناسلت میانگین |                | کسر حجمی نانو ذرات | عدد رایلی |
|----------------------------------------------|----------------|-------------------|----------------|--------------------|-----------|
| دیواره محفظه سرد                             | سطح سیلندر گرم | دیواره محفظه سرد  | سطح سیلندر گرم |                    |           |
| 0                                            | 0              | 1/5230            | 4/2003         | 0                  | $10^4$    |
| 3/00                                         | 2/94           | 1/5688            | 4/3239         | 0/01               | $10^4$    |
| 9/20                                         | 9/02           | 1/6631            | 4/5792         | 0/03               | $10^4$    |
| 15/66                                        | 15/36          | 1/7615            | 4/8454         | 0/05               | $10^4$    |
| 0                                            | 0              | 2/3162            | 6/4410         | 0                  | $10^5$    |
| 3/03                                         | 3/04           | 2/3864            | 6/6368         | 0/01               | $10^5$    |
| 9/30                                         | 9/31           | 2/5316            | 7/0406         | 0/03               | $10^5$    |
| 15/85                                        | 15/85          | 2/6833            | 7/4616         | 0/05               | $10^5$    |
| 0                                            | 0              | 4/3566            | 12/0948        | 0                  | $10^6$    |
| 2/96                                         | 2/98           | 4/4857            | 12/4557        | 0/01               | $10^6$    |
| 9/09                                         | 9/14           | 4/7525            | 13/2004        | 0/03               | $10^6$    |
| 15/49                                        | 15/56          | 5/0312            | 13/9772        | 0/05               | $10^6$    |



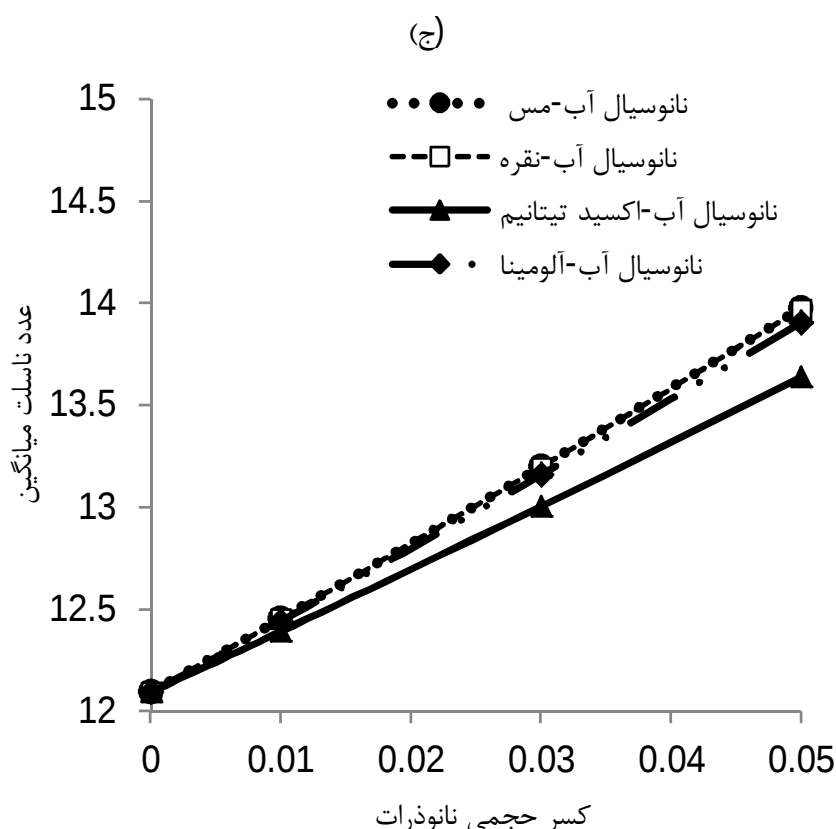
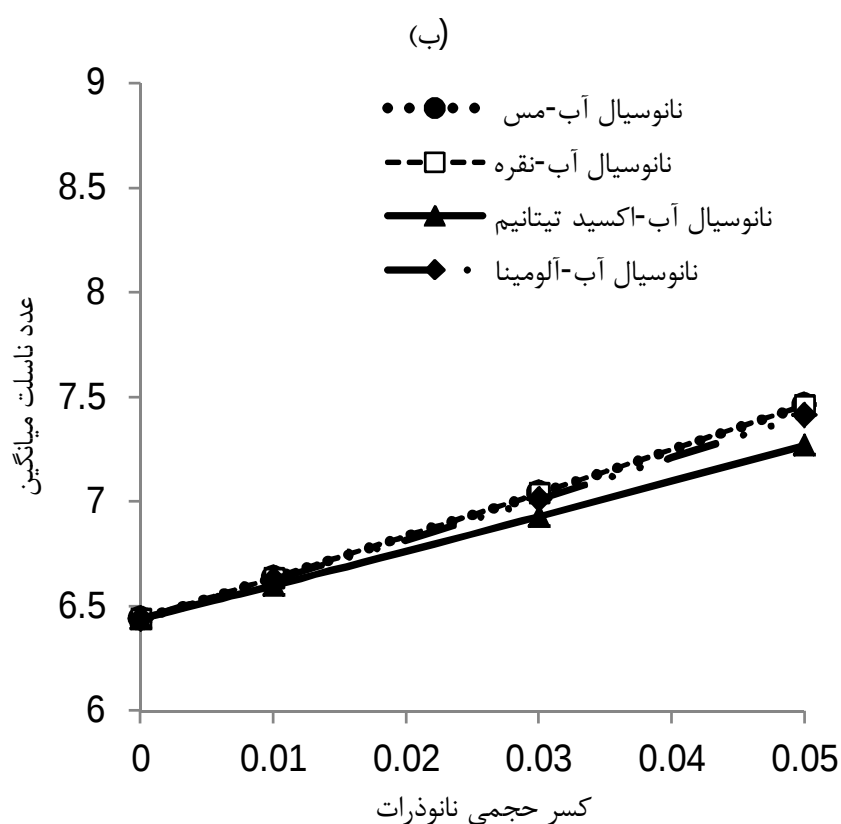
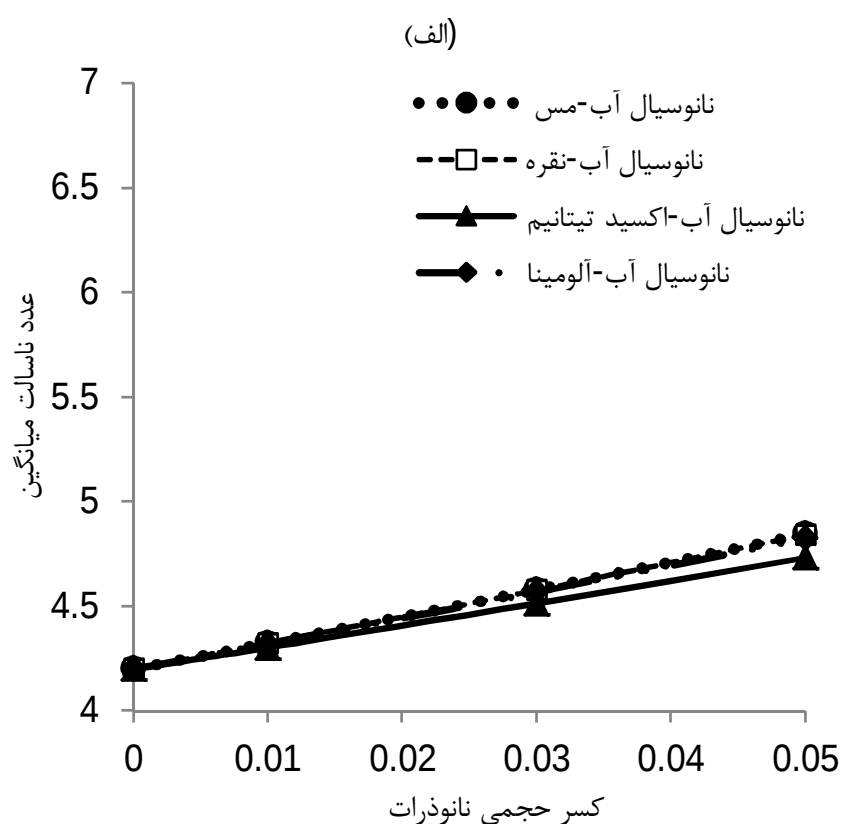
شکل 6 نمودار (الف) عدد ناسلت محلی دیواره محفظه سرد، (ب) عدد ناسلت محلی سطح سیلندر لوزی شکل گرم، (ج) پروفیل سرعت روی خط افقی گذرنده از مرکز هندسه؛ در اعداد رایلی  $10^4$ ،  $10^5$  و  $10^6$  و کسر حجمی مختلف نانو ذرات و عدد هارتمن 25

شویم، مقدار ناسلت محلی دیواره سرد کاهش می‌یابد. در مورد عدد ناسلت محلی سطح سیلندر این روند برعکس رخ می‌دهد و در واقع هر چه به رئوس سیلندر لوزی شکل نزدیک می‌شویم، مقدار ناسلت محلی افزایش می‌یابد. در مورد نمودار پروفیل سرعت هر چه عدد رایلی افزایش می‌یابد، پروفیل مقدار ماکزیمم بزرگتری خواهد داشت و در مورد شکل پروفیل می‌توان به افزایش انحناهای موجود اشاره کرد. نکته اصلی در مورد نمودارهای شکل 6 نحوه تغییر اعداد ناسلت محلی و پروفیل سرعت در کسر حجمی‌های مختلف می‌باشد. با افزایش کسر حجمی نانوذرات در نانوسیال بکار رفته در جریان جابجایی طبیعی عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد. در نقاط نزدیک رئوس محفظه سرد بدلیل تاثیر کم جریان و کوچک بودن مقدار ناسلت محلی، تاثیر افزایش کسر حجمی به وضوح مشهود نمی‌باشد. همچنین افزایش کسر نانوذرات باعث افزایش مقدار قدر مطلق بیشنه و کمینه پروفیل سرعت می‌شود.

در شکل 7 نمودار عدد ناسلت میانگین سطح سیلندر گرم لوزی شکل با بکارگیری نانوسیال‌های با جنس ذرات مختلف بر حسب کسر حجمی نانو ذرات در اعداد رایلی  $10^4$ ،  $10^5$  و  $10^6$  در هارتمن 25 نمایش داده شده است.

در این نمودارها عدد ناسلت محلی دیواره محفظه سرد بر حسب تعداد نقاط شبکه و عدد ناسلت محلی بر حسب زاویه نسبت به خط عمودی گذرنده از مرکز هندسه رسم شده است (نقطه شروع بر روی هندسه مسئله در بخش بیان مسئله مشخص می‌باشد). نمودار پروفیل سرعت بین دیواره محفظه سرد و سیلندر گرم رسم شده است. رفتار نمودارها مطابق با تحلیل انجام شده بر روی کانتورهای شکل 5 می‌باشد. همانطور که در تحلیل کانتورها بیان شد، با افزایش عدد رایلی گرادیان‌های دما در ناحیه پایین سیلندر نزدیک دیواره محفظه از بین می‌رود و نزدیک سطح سیلندر افزایش می‌یابد.

حال با دقت در قسمت پایانی نمودارهای ناسلت محلی متوجه کاهش مقدار ناسلت محلی دیواره محفظه سرد و در مقابل افزایش مقدار ناسلت محلی سیلندر گرم می‌شویم. بطوریکه در عدد رایلی  $10^6$  مقدار ناسلت محلی دیواره سرد نزدیک به صفر و ناسلت محلی سیلندر گرم بیشترین مقدار در بین همه‌ی نمودارها می‌باشد. نقاط مینیمم در نمودارها ناسلت محلی دیواره سرد نشان دهنده رئوس محفظه می‌باشد و ماکزیمم این پارامتر در وسط ضلع محفظه اتفاق می‌افتد. در واقع هر چه از سمت وسط ضلع محفظه به رئوس نزدیک می‌شویم، مقدار ناسلت محلی دیواره سرد کاهش می‌یابد.



شکل 7 نمودار عدد ناسلت میانگین سطح سیلندر لوزی شکل گرم در اعداد رایلی (الف)  $10^4$ ، (ب)  $10^5$  و (ج)  $10^6$  و کسر حجمی مختلف نانو ذرات و عدد هارتمن 25

افزایش کسر حجمی با توجه به جدول 6 در هر سه رایلی بطور تقریبی اثر مشابهی بر درصد افزایش عدد ناسلت میانگین دارند (در رایلی  $10^5$ ، این درصد بطور ناچیزی در دهم درصد بیشتر می‌باشد). تفاوت قابل مشاهده با وجود درصد افزایش مشابه در نمودارها بدلیل عدد ناسلت میانگین می‌باشد که با افزایش عدد رایلی، افزایش می‌یابد. نکته اصلی نمودارهای شکل 7 بکار گیری نانوسیال‌ها با جنس ذرات متفاوت می‌باشد. تفاوت جنس نانوذرات بر افزایش عدد ناسلت میانگین سطح سیلندر گرم تأثیرگذار می‌باشد. بیشترین تأثیر در نانوسیال شامل نانوذرات مس یا نقره می‌باشد. پس از آن نانوسیال شامل نانوذرات آلومینا با اختلاف اندکی و سرانجام نانوسیال شامل نانوذرات اکسید تیتانیم با تفاوت چشمگیری قرار دارند. نمودار ناسلت نانوسیال آب - مس و آب - نقره بدلیل خواص ترموفیزیکی ذکر شده در جدول 2 بر هم منطبق شده‌اند. افزایش 38 درصدی چگالی، 7 درصدی رسانندگی گرمایی، 13 درصدی ضریب انبساط گرمایی، 48 درصدی پخشندگی گرمایی و کاهش 38 درصدی گرمایی ویژه نانوذرات نقره نسبت به نانوذرات مس تأثیری در عملکرد حرارتی نانوسیال‌های شامل این ذرات نمی‌گذارد. اما در مورد نانوسیال شامل ذرات آلومینا با وجود تفاوت فاحش بین خواص ذرات آلومینا و مس، تفاوت اندکی در نمودار عدد ناسلت میانگین بوجود می‌آید. گرمایی ویژه ذرات آلومینا نزدیک به 100 درصد بیشتر از ذرات مس و رسانندگی گرمایی و پخشندگی گرمایی حدود 90 درصد کمتر می‌باشد. نمودار عدد ناسلت میانگین مربوط به نانوسیال شامل ذرات اکسید تیتانیم بطور چشمگیری پایین‌تر از سایر نانوسیال‌ها می‌باشد. گرمای ویژه ذرات اکسید تیتانیم 80 درصد بیشتر از ذرات مس و رسانندگی گرمایی و پخشندگی نزدیک به 100 درصد کمتر می‌باشد. بنابراین، با نگاه اجمالی به تغییر خواص ترموفیزیکی نانوذرات بکار گرفته شده در این مطالعه و بررسی تغییرات عدد ناسلت میانگین سیلندر می‌توان نتیجه گرفت که رسانندگی و پخشندگی گرمایی از سایر خاصیت‌های ترموفیزیکی در افزایش راندمان حرارتی نانوسیال نسبت به سیال پایه تأثیر بیشتری دارند. البته این نتیجه نیاز به بررسی‌های بیشتر و افزایش تعداد نانوسیالات با گستره وسیعی از خواص ترموفیزیکی قابل مقایسه دارد.

#### 4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مطالعه پیش رو جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال پر شده بین محفظه مربعی سرد و سیلندر داخلی گرم با روش شبکه بولتزمن شبیه سازی شد. تأثیر شکل سیلندر داخلی بر روی جریان و ویژگی‌های انتقال حرارتی در حضور میدان مغناطیسی با قدرت‌های مختلف و همچنین تأثیر جنس و کسر حجمی نانوذرات مورد بحث و بررسی قرار گرفت. خلاصه نتایج بدست آمده را می‌توان در چند مورد خلاصه کرد که عبارتند از:

- ✓ در عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات، مستقل از هندسه بکار گرفته شده برای سیلندر داخلی گرم، با افزایش عدد رایلی اعداد ناسلت میانگین دیواره محفظه سرد و سطح سیلندر گرم افزایش می‌یابد که نشان دهنده عملکرد حرارتی بهتر جریان جابجایی طبیعی در اعداد رایلی بالا می‌باشد.
- ✓ در عدد رایلی و کسر حجمی نانو ذرات ثابت، مستقل از هندسه بکار گرفته شده برای سیلندر داخلی گرم، با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت دیواره محفظه سرد و سطح سیلندر گرم کاهش می‌یابد که نشان دهنده ضعیف‌تر شدن عملکرد حرارتی جریان جابجایی طبیعی با افزایش عدد هارتمن می‌باشد.
- ✓ برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام هندسه بکار رفته برای سیلندر

داخلی به منظور انتقال حرارت جابجایی بهتر می‌باشد، بایستی به این نکته توجه کرد که هدف از این انتقال حرارت سرد شدن سیلندر گرم می‌باشد یا گرم شدن محفظه سرد بیرونی. چنانچه هدف سرد شدن سیلندر گرم داخلی باشد، با اطمینان می‌توان گفت که هندسه شامل سیلندر لوزی شکل با اختلاف چشمگیری در تمام بازه رایلی و هارتمن عملکرد حرارتی بهتری دارد. اگر هدف از انتقال حرارت جابجایی گرم شدن محفظه سرد باشد، نمی‌توان با قاطعیت هندسه خاصی را معرفی کرد و بایست با توجه به اعداد رایلی و هارتمن این انتخاب انجام شود.

✓ با افزایش کسر حجمی نانوذرات مقدار عدد ناسلت میانگین دیواره سرد محفظه و سطح سیلندر گرم افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی در کل هندسه می‌شود.

✓ تأثیر نانوسیال بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی علاوه بر کسر حجمی نانوذرات بکار رفته، به خواص ترموفیزیکی آن‌ها نیز وابسته می‌باشد. از اینرو، برای افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی علاوه بر افزایش کسر حجمی نانوذرات می‌توان نانوذراتی با خواص ترموفیزیکی بهتر برای ساخت نانوسیال‌ها بکار برد.

در حالت کلی افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات بکار رفته در نانوسیال عامل، انتقال حرارت جابجایی طبیعی را افزایش می‌دهند و با بکارگیری میدان مغناطیسی می‌توان انتقال حرارت مربوطه را کنترل کرد و کاهش داد. بکارگیری هندسه‌ها بایستی با معیار مناسب و در مواردی برحسب عدد رایلی و میدان مغناطیسی اعمال شده انتخاب شود.

#### 5- فهرست علائم

بجز متغیرهایی که در متن توضیح آنها آورده شده است، بقیه متغیرها عبارتند از:

|       |                       |
|-------|-----------------------|
| $B$   | اندازه میدان مغناطیسی |
| $f_i$ | تابع توزیع جریان      |
| $g_i$ | تابع توزیع دما        |
| $h_i$ | تابع توزیع مغناطیس    |
| Ha    | عدد هارتمن            |
| Nu    | عدد ناسلت             |
| Ra    | عدد رایلی             |
| $T$   | دما                   |

#### علائم یونانی

|        |       |
|--------|-------|
| $\rho$ | چگالی |
|--------|-------|

#### زیرنویس

|     |               |
|-----|---------------|
| ave | مقدار میانگین |
| loc | مقدار محلی    |
| nf  | نانوسیال      |
| f   | سیال          |
| s   | جامد          |

#### بالانویس

|    |              |
|----|--------------|
| eq | متغیر تعادلی |
|----|--------------|

#### 6- تقدیر و تشکر

با تشکر فراوان از جناب آقایان دکتر امیرعلی طباطبایی عدنانی، عضو هیئت

- [13] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, , D.D. Ganji, Numerical investigation of MHD effects on Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid flow and heat transfer in a semi-annulus enclosure using LBM, *Energy*, Vol. 60, pp. 501-510, 2013.
- [14] E. Abu-Nada, Z. Masoud, A. Hijazi, Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 5, pp. 657-665, 2008.
- [15] A. Mohamad, *Lattice Boltzmann Method*: Springer, 2011.
- [16] G. Barrios, R. Rechtman, J. Rojas, R. Tovar, The lattice Boltzmann equation for natural convection in a two-dimensional cavity with a partially heated wall, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 523, pp. 91-100, 2005.
- [17] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, M. Krook, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511, 1954.
- [18] P.-H. Kao, R.-J. Yang, Simulating oscillatory flows in Rayleigh–Benard convection using the lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 17, pp. 3315-3328, 2007.
- [19] G. Breyiannis, D. Valougeorgis, Lattice kinetic simulations in three-dimensional magnetohydrodynamics, *Physical Review E*, Vol. 69, No. 6, pp. 065702, 2004.
- [20] P. J. Dellar, Lattice kinetic schemes for magnetohydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 179, No. 1, pp. 95-126, 2002
- [21] X.-Q. Wang, A. S. Mujumdar, Heat transfer characteristics of nanofluids: a review, *International journal of thermal sciences*, Vol. 46, No. 1, pp. 1-19, 2007.
- [22] H. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 20, No. 4, pp. 571-571, 1952.
- [23] K. S. Hwang, J.-H. Lee, S. P. Jang, Buoyancy-driven heat transfer of water-based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluids in a rectangular cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 19, pp. 4003-4010, 2007..
- [24] M. NAZARI, M. H. KAYHANI, H. SHOKRI, LBM for modeling cavities with curved and moving boundaries, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 117-129, 2013. (In Persian)
- [25] M. NAZARI, H. SHOKRI, NATURAL CONVECTION IN SEMI-ELLIPSE CAVITIES WITH VARIABLE ASPECT RATIOS USING LATTICE BOLTZMANN METHOD, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 1-13, 2013. (In Persian)
- [26] M. NAZARI, S. RAMZANI, Natural Convection in a Square Cavity with a Heated Obstacle Using Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 2, pp. 119-133, 2010. (In Persian)
- [27] R. Mei, L.-S. Luo, W. Shyy, An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, No. 2, pp. 307-330, 1999.
- [28] M. Pattison, K. Premnath, N. Morley, M. Abdou, Progress in lattice Boltzmann methods for magnetohydrodynamic flows relevant to fusion applications, *Fusion Engineering and Design*, Vol. 83, No. 4, pp. 557-572, 2008.
- [29] F. Moukalled, S. Acharya, Natural convection in the annulus between concentric horizontal circular and square cylinders, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 3, pp. 524-531, 1996.

علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز، دکتر محمدرضا سلیمی، دانش آموخته‌ی دکتری هوافضای دانشگاه صنعتی شریف و مهندس مجید حق-شناس، دانش آموخته‌ی کارشناسی ارشد هوافضای دانشگاه صنعتی شریف که با نظرات دقیق و سازنده‌ای خود در ارائه این مقاله ما را یاری کردند.

## 7- مراجع

- [1] S. Chol, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *ASME-Publications-Fed*, Vol. 231, pp. 99-106, 1995.
- [2] N. Rudraiah, R. Barron, M. Venkatachalappa, C. Subbaraya, Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 33, No. 8, pp. 1075-1084, 1995.
- [3] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 19, pp. 3639-3653, 2003.
- [4] Q. Li, Y. Xuan, J. Wang, Experimental investigations on transport properties of magnetic fluids, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 30, No. 2, pp. 109-116, 2005.
- [5] Y. Li, J. e. Zhou, S. Tung, E. Schneider, S. Xi, A review on development of nanofluid preparation and characterization, *Powder Technology*, Vol. 196, No. 2, pp. 89-101, 2009.
- [6] M. Chandrasekar, S. Suresh, T. Senthilkumar, Mechanisms proposed through experimental investigations on thermophysical properties and forced convective heat transfer characteristics of various nanofluids–A review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 16, No. 6, pp. 3917-3938, 2012.
- [7] H. Nemati, M. Farhadi, K. Sedighi, H. Ashorynejad, E. Fattahi, Magnetic field effects on natural convection flow of nanofluid in a rectangular cavity using the Lattice Boltzmann model, *Scientia Iranica*, Vol. 19, No. 2, pp. 303-310, 2012.
- [8] A. Ghofrani, M. Dibaei, A. Hakim Sima, M. Shafii, Experimental investigation on laminar forced convection heat transfer of ferrofluids under an alternating magnetic field, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 49, pp. 193-200, 2013.
- [9] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D. D. Ganji, Numerical investigation of MHD effects on Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–water nanofluid flow and heat transfer in a semi-annulus enclosure using LBM, *Energy*, Vol. 60, No. 0, pp. 501-510, 10/1/, 2013.
- [10] I. Mejri, A. Mahmoudi, M. A. Abbassi, A. Omri, Lattice Boltzmann Simulation of MHD Natural Convection in a Nanofluid-Filled Enclosure with Non-Uniform Heating on Both Side Walls, *International Journal of Mathematical, Computational, Natural and Physical Engineering*, Vol:8, No.1, pp. 75-91.
- [11] H.R. Ashorynejad, A. Mohamad, M. Sheikholeslami, Magnetic field effects on natural convection flow of a nanofluid in a horizontal cylindrical annulus using Lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 64, pp. 240-250, 2013.
- [12] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, S.M. Seyyedi, D.D. Ganji, B. Rokni, S. Soleimani, Application of LBM in simulation of natural convection in a nanofluid filled square cavity with curve boundaries, *Powder Technology*, Vol. 247, pp. 87-94, 2013.