مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 14، ص‌ص 137-142

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

پیش‌بینی عمر خستگی مواد مرکب پلیمری بر اساس کاهش همزمان سفتی و استحکام تحت بارگذاری با دو سطح تنش

سعید شیری[1]، مجتبی یزدانی[2*]، محمد پورگل‌محمد[2]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 1996-51335، m.yazdani@sut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 تیر 1393

پذیرش: 11 شهریور 1393

ارائه در سایت: 23 مهر 1393

کلید واژگان:

کاهش سفتی

استحکام پسماند

آسیب مواد مرکب

عمر خستگی

بارگذاری با دامنه‌ی متغیر

چکیده

در حال حاضر از مواد مرکب در کاربردهای مختلفی استفاده می‌شود. برخی از این کاربردها شامل اجزای در معرض بارگذاری چرخه‌ای هستند. پدیده‌ی خستگی، مکانیزم اصلی خرابی حاکم بر سازه‌های تحت این نوع بارگذاری است. بنابراین، پیش‌بینی مناسب عمر خستگی این مواد در طراحی ایمن سازه‌ها، نگهداری، تعمیر و جایگزینی قطعات بسیار اهمیت دارد. تعداد به نسبت زیادی از مدل‌های موجود در این زمینه به کاهش خواص ماده در طی آسیب خستگی نظیر سفتی یا استحکام توجه نکرده‌اند. در این مقاله، در ابتدا آسیب خستگی مواد مرکب با استفاده از یک مدل سفتی پسماند بررسی می‌گردد. در این راستا از دو مجموعه داده‌ی تجربی استفاده می‌شود. یک مدل استحکام پسماند با مدل مدنظر ترکیب شده و براساس آن یک مدل اصلاح‌شده ارائه می‌گردد. سپس، عمر خستگی باقیمانده‌ی مواد مرکب پلیمری تقویت‌شده با الیاف تحت بارگذاری دو مرحله‌ای برای سه گروه از داده‌های تجربی پیش‌بینی می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهند که مدل ارائه‌شده دقت مناسبی در تخمین عمر باقیمانده دارد. همچنین، مقایسه‌ای بین نتایج تجربی و برخی از مدل‌های موجود با پیش‌بینی‌های این مطالعه انجام شده تا مدل پیشنهادی بهتر ارزیابی شود. این مقایسه نشان می‌دهد که نتایج مطالعه‌ی حاضر نسبت به دیگر مدل‌ها در بیشتر موارد اختلاف کمتری با مقادیر تجربی دارد.

Fatigue life prediction of polymeric composites based on the simultaneous degradation of stiffness and strength under two-stage loading

Saeed Shiri[1], Mojtaba Yazdani[2*], Mohammad Pourgol Mohammad[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran
* P.O.B. 51335-1996 Tabriz, Iran, m.yazdani@sut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 July 2014
Accepted 02 September 2014
Available Online 15 October 2014

Keywords:
Stiffness degradation
residual strength
composite damage
fatigue life
variable amplitude loading

ABSTRACT

Nowadays, composite materials are used in different applications. Some of these applications involve components subject to cyclic loading. Fatigue is the dominant failure mechanism for structures under this type of loading. Hence, proper prediction of fatigue life is essential for safe design and operation of structures, maintenance, repair and replacement of components. Many of the existing models in this field have not assessed the degradation of material properties such as stiffness and strength during fatigue damage. In this paper, a stiffness-based model is initially evaluated for fatigue damage analysis of composite structures. The model is validated with two sets of experimental data. A residual strength model is coupled to the choice model and a modified model is developed. Then, residual fatigue life of fiber reinforced polymeric composites is predicted for three sets of experimental data under two-stage loading. The results demonstrate that the proposed model has an improvement in accuracy of the estimation of residual fatigue lives. For better evaluation of the developed model, experimental results and some existing models are compared with the present study predictions. It is concluded that in most cases, the predicted values by the proposed model are closer to experimental values in comparison with other models.

1- مقدمه

استفاده از مواد مرکب در صنایع مختلف نظیر خودرو و هوافضا رو به افزایش است. بسیاری از این صنایع شامل اجزای در معرض بارگذاری چرخه‌ای هستند. این نوع از بارگذاری سبب ایجاد آسیب به همراه کاهش تدریجی خواص ماده، مانند سفتی و استحکام می‌شود. پیشروی این آسیب به خرابی کل قطعه یا سازه منجر می‌گردد. پدیده‌ی خستگی، مکانیزم غالب خرابی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

S. Shiri, M. Yazdani, M. Pourgol Mohammad, Fatigue life prediction of polymeric composites based on the simultaneous degradation of stiffness and strength under two-stage loading, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 14, pp. 137-142, 2015 (In Persian)

تحت چنین آسیب‌هایی است[1]. دلیل اصلی گسترش روش‌های بررسی عمر خستگی، افزایش استفاده از مواد مرکب در سازه‌های باربر و قرارگیری این سازه‌ها تحت بارهای خستگی می‌باشد [2].

مدل‌های موجود در حوزه‌ی آسیب خستگی به سه دسته‌ی اصلی تقسیم می‌شوند: مدل‌های تنش- عمر[1]، مدل‌های سفتی یا استحکام پسماند و مدل‌های آسیب پیشرونده[2] [3]. مدل‌های سفتی یا استحکام پسماند به دو دلیل نسبت به دیگر مدل‌های موجود در حوزه‌ی آسیب خستگی مناسب‌تر هستند. دلیل اول، عدم نیاز به انجام آزمایش‌های پرهزینه در قیاس با مدل‌های آسیب پیشرونده است. دلیل دوم، مطابقت بیشتر با واقعیت فیزیکی آسیب خستگی در مقایسه با مدل‌های تنش ـ عمر می‌باشد[4]. پس برای اطمینان از عملکرد مناسب سازه بهتر است که آسیب خستگی با استفاده از خواص ماده، نظیر سفتی یا استحکام مدل‌سازی شود[5].

اغلب برای شبیه‌سازی رشد آسیب براساس مدل‌های سفتی یا استحکام پسماند، یکی از این دو خاصیت ماده انتخاب می‌شود. اندازه‌گیری استحکام پسماند با تخریب نمونه‌ی آزمایشی[3] همراه بوده، ولی سفتی پسماند می‌تواند بدون تخریب قطعه اندازه‌گیری شود[6]. بنابراین کاهش سفتی می‌تواند معیار مناسب‌تری برای تحلیل پیشروی آسیب در مواد مرکب باشد.

تاکنون مدل‌های سفتی پسماند زیادی ارائه شده‌اند که خلاصه‌ای از مهم‌ترین مدل‌های این دسته در مرجع [7] ذکر شده‌اند. بیشتر مدل‌های سفتی پسماند نمی‌توانند روند رشد آسیب در هر سه مرحله از آسیب خستگی (این سه مرحله در بخش بعدی توضیح داده می‌شود) را شبیه‌سازی کنند [8]، ولی مدل ارائه‌شده توسط وو و یاو [9] این ضعف را ندارد. استفاده از چنین مدل‌هایی به عنوان مبنای ارائه‌ی مدل‌های پیش‌بینی عمر خستگی با فیزیک پدیده‌ی خستگی همخوانی داشته و می‌تواند به بهبود دقت پیش‌بینی منجر گردد.

مدل‌های بسیاری در مورد پیش‌بینی عمر خستگی تحت بارگذاری با دامنه‌ی متغیر وجود دارند. امروزه مدل‌های عددی انباشت آسیب[4] نظیر رابطه‌ی پالمگرن- ماینر[5] که ضعف اصلی آن در عدم لحاظ اثر ترتیب بارگذاری[6] بوده (یعنی بارگذاری از سطح تنش بیشتر به کمتر انجام گیرد یا بالعکس.)، مانند قبل استفاده نمی‌شوند[10]. مدل‌های غیرخطی این گروه که مهم‌ترین آن‌ها در مرجع [11] بیان شده‌اند نیز به تغییرات خواص ماکروسکوپیک ماده در طول آسیب خستگی توجه چندانی ندارند. در نتیجه، تمایل به پیش‌بینی عمر خستگی بر مبنای خواص فیزیکی ماده مثل استحکام و سفتی رو به افزایش است. از جمله کارهای مهم انجام‌شده در این زمینه می‌توان به یاو و هیمل [12] اشاره کرد که با استفاده از یک مدل استحکام پسماند، عمر خستگی در الیاف شیشه و کربن را پیش‌بینی کردند. همچنین، آقازاده و مجیدی [13] براساس یک مدل استحکام پسماند به بررسی اثر تنش اولیه‌ی زیاد اعمالی (نزدیک به استحکام نهایی قطعه) بر روی عمر خستگی پرداختند. وو و یاو [9] نیز بر مبنای یک مدل سفتی، عمر باقیمانده خستگی در مرحله‌ی دوم بارگذاری را تخمین زدند.

برطبق مطالعات صورت گرفته، تاکنون اثر کاهش سفتی و کاهش استحکام به صورت همزمان در یک مدل پیش‌بینی عمر خستگی تحت بارگذاری با دامنه‌ی متغیر برای مواد مرکب غیر تک‌جهتی در نظر گرفته نشده است. همان‌طور که پیشتر ذکر شد، بارگذاری چرخه‌ای باعث کاهش همزمان هر دوی این خواص در طی رشد آسیب می‌شود. بنابراین، لحاظ توام این دو خاصیت ماکروسکوپیک به جای لحاظ هر یک از این دو با فیزیک آسیب خستگی مطابقت بیشتری دارد و می‌تواند باعث بهبود دقت پیش‌بینی عمر خستگی شود.

مبنای این پژوهش، مدل ارائه‌شده توسط وو و یاو در مرجع [9] است. در ابتدا قابلیت مدل انتخاب‌شده در شبیه‌سازی هر سه مرحله‌ی رشد آسیب خستگی با استفاده از دو مجموعه داده‌ی تجربی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس یک مدل استحکام پسماند با مدل انتخابی ترکیب می‌شود و مدلی ارائه شده که کاهش هر دو خاصیت مهم ماده، یعنی استحکام و سفتی را در پیش‌بینی عمر خستگی لحاظ می‌کند. براساس آن، عمر خستگی برای سه گروه از داده‌های تجربی تحت بارگذاری با دو سطح تنش محاسبه می‌شود. نتایج حاصل با برخی از نتایج موجود در مقالات دیگر مقایسه شده‌اند تا میزان بهبود دقت مدل مشخص گردد.

2- بررسی رشد آسیب در مواد مرکب

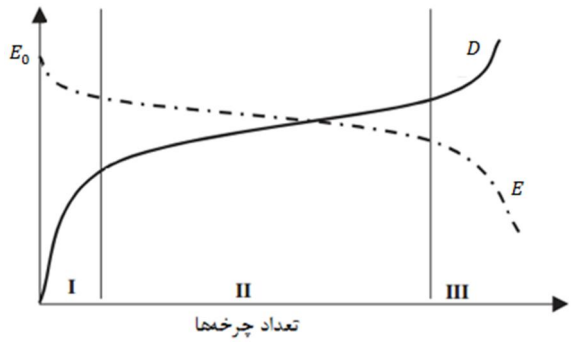
مکانیزم رشد آسیب در مواد مرکب با دیگر مواد بسیار متفاوت است. همان‌طور که در شکل 1 مشاهده می‌شود، روند پیشروی آسیب در این مواد به سه مرحله تقسیم می‌شود: در مرحله‌ی اول، ریزترک‌ها[7] در مکان‌های مختلفی از ماتریس پدیدار می‌شوند و آسیب به سرعت انباشته می‌شود. در مرحله‌ی بعدی، رشد آرام و تدریجی آسیب با جدایش[8] ماتریس و الیاف همراه است. سرانجام در مرحله‌ی سوم، آسیب به سرعت افزایش می‌یابد و شکست الیاف[9] مکانیزم اصلی حاکم بر این مرحله است [14].

برطبق توضیحات پیشین، روش‌های بر مبنای سفتی راهکاری مناسب برای شبیه‌سازی هر سه مرحله‌ی فوق هستند. این کار با اندازه‌گیری تغییرات مدول الاستیک ماده صورت می‌گیرد. همان‌طور که در شکل 1 دیده می‌شود، مقدار سفتی در لحظه‌ی خرابی برابر با صفر نیست. در نتیجه پارامتر آسیب با رابطه‌ی زیر به تغییرات سفتی و نسبت چرخه مرتبط می‌شود[9]:

$$D(n) = \frac{E_0 - E(n)}{E_0 - E_f} = 1 - (1 - \left(\frac{n}{N}\right)^B)^A \qquad (1)$$

که E_0 مدول یانگ استاتیکی، E_f مدول یانگ خرابی، $E(n)$ مدول یانگ در چرخه‌ی nام، n تعداد چرخه‌های اعمالی، N عمر خستگی، $D(n)$ شاخص آسیب و A، B پارامترهای وابسته به ماده هستند.

جهت ارزیابی قابلیت این مدل از دو دسته داده‌ی تجربی منتشرشده در مراجع [15,16] استفاده می‌شود. پارامترهای معادله‌ی 1 با برازش این داده‌ها



شکل 1 تغییرات آسیب، D و مدول الاستیسیته، E با تعداد چرخه‌ها.

1- S-N models
2- Progressive damage
3- Sample test
4- Damage accumulation
5- Palmgren-Miner
6- Load sequence effect
7- Micro-cracks
8- Debonding
9- Fiber breakage

تعیین شده و نتایج حاصل در جدول 1 بیان شده‌اند. سپس منحنی‌های رشد آسیب براساس معادله‌ی 1 رسم و در شکل 2 نشان داده شده‌اند. ضریب R^2 در جدول 1 بیانگر میزان موفقیت معادله‌ی 1 در برازش به داده‌های تجربی است.

از جدول 1 و منحنی‌های شکل 2 مشاهده می‌گردد که مدل انتخاب شده دقت بسیار مناسبی در شبیه‌سازی هر سه مرحله‌ی پیشروی آسیب خستگی دارد. همچنین با توجه به شکل 2- الف می‌توان گفت که این مدل علاوه بر الیاف معمولی در شبیه‌سازی آسیب الیاف طبیعی نیز عملکرد بسیار مناسبی دارد.

3- مدل پیشنهادی

با توجه به منحنی‌های رشد آسیب مواد مرکب می‌توان گفت که نرخ رشد در مرحله‌ی 1 و 3 تقریباً با هم برابر است. بر این اساس، رابطه‌ی بین پارامترهای معادله‌ی 1 به صورت خطی تقریب زده می‌شود:

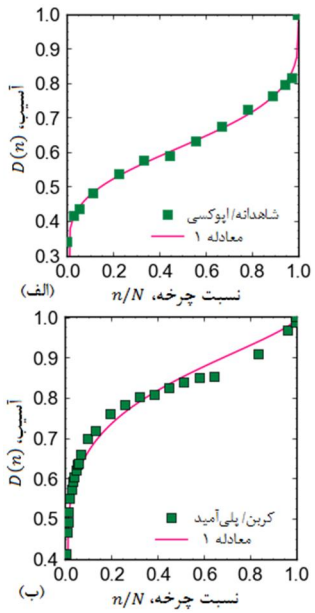
$$B = C_1 \frac{\log N}{(1-R)(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_r})} \quad (2)$$

$$A = 0/85B + 0/42 \quad (3)$$

که $\sigma_{\max}$ تنش بیشینه، σ_r استحکام پسماند، R نسبت تنش کمینه به تنش بیشینه ($\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$) و C_1 ثابت تناسبی است که در ادامه درباره‌ی چگونگی انتخاب آن توضیح داده می‌شود. دلیل بیان معادله‌ی 3 به این روش به استفاده از مجموعه داده‌های بیشتر نسبت به مدل مرجع [9] مربوط می‌شود. در حقیقت معادله‌ی 3 حاصل از برازش به حدود 20 مقدار از پارامترهای موجود در مرجع [17] است. در این مدل به جای استحکام

جدول 1 نتایج برازش معادله‌ی 1 به داده‌های تجربی.

نوع ماده مرکب	بارگذاری ($\%\sigma_u$)	A	B	R^2
شاهدانه[1]/ اپوکسی [15]	60	0/270	0/041	0/992
کربن/ پلی‌آمید [16]	70	0/714	0/102	0/991



شکل 2 منحنی‌های رشد آسیب مواد مرکب با لایه‌چینی (الف) $[0/90]_7$ (ب) $[0/\pm60]$

1- Hemp

استاتیکی استفاده شده توسط مرجع [9] از استحکام پسماند استفاده می‌شود. برای تقریب این نوع استحکام از معادله‌ی 4 استفاده می‌شود[18]:

$$\sigma_r = \sigma_u - (\sigma_u - \sigma_{\max})(\frac{n}{N}) \quad (4)$$

که σ_u استحکام نهایی است. این مدل خطی نیاز به محاسبه هیچ‌گونه ثابتی ندارد. با کاهش B، آسیب D افزایش می‌یابد (بر طبق معادله‌ی 1). کاهش استحکام پسماند σ_r نیز منجر به کم شدن پارامتر B می‌شود. (کاهش استحکام در عمل به معنای افزایش آسیب D است.) پس این جایگزینی با فیزیک خستگی هیچ تناقضی ندارد. به طور خلاصه می‌توان گفت که وارد کردن استحکام پسماند سه مزیت عمده دارد: (الف) لحاظ کاهش همزمان دو خاصیت سفتی و استحکام به جای لحاظ یکی از آن‌ها به جهت فیزیکی بر پدیده‌ی خستگی منطبق‌تر است[2]. (ب) پارامترهای بارگذاری با دامنه‌ی متغیر در هر مرحله با مقادیر استحکام واقعی‌تری تقریب زده می‌شوند. (ج) تحلیل احتمالاتی راحت‌تر انجام می‌گیرد. (در حالت کلی بر طبق مرجع [19]، استحکام یا عمر خستگی به عنوان متغیر تصادفی در تحلیل احتمالاتی در نظر گرفته می‌شود. اگر استحکام انتخاب گردد، آنگاه نیاز به تحلیل رابطه‌ی بین استحکام استاتیکی و خستگی است. در این مقاله به این حوزه پرداخته نمی‌شود، ولی مدل پیشنهادی این قابلیت را به آسانی مهیا می‌کند. (برای توضیحات بیشتر و بررسی این حوزه به مرجع [17] رجوع شود.) بر این اساس، مدل پیش‌بینی عمر خستگی برای بارگذاری با دامنه‌ی متغیر تحت دو سطح تنش با معادله‌های 5 و 6 بیان می‌شود:

$$D(n_i) = 1 - (1 - (\frac{n_i + n_{i,i-1}}{N_i})^{C_2})^{B_w})^{A_w} \quad (5\text{-الف})$$

$$n_{i,i-1} = N_i(1 - (1 - (\frac{n_{i-1}}{N_{i-1}})^{B_w})^{A_w}) \quad (5\text{-ب})$$

$$D(n_M) = 1 \quad (6)$$

که n_i و n_{i-1} تعداد چرخه‌های اعمالی تحت بارگذاری مرحله‌ی iام و $i-1$ام، N_i و N_{i-1} عمرهای خستگی متناظر این سطوح بارگذاری، $D(n_M)$ آسیب بحرانی است، یعنی خرابی خستگی تحت چرخه‌ی بارگذاری Mام رخ می‌دهد، C_2 ثابتی است که برای لحاظ اثر ترتیب بارگذاری در چرخه‌های معادل (عبارت $n_{i,i-1}$ که دو سطح تنش را به هم ارتباط می‌دهد) به کار می‌رود. در نتیجه با توجه به لحاظ اثر یادشده می‌توان انتظار بهبود پیش‌بینی عمر را داشت. A_w و B_w مقادیر وزنی پارامترها بوده که با روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$A_w = pA_{i-1} + qA_i \quad (7)$$

$$B_w = pB_{i-1} + qB_i \quad (8)$$

که A_i، A_{i-1}، B_i و B_{i-1} مقادیر پارامترها تحت بارگذاری مرحله‌ی iام و $i-1$ام هستند. p و q نیز با معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$p = (\frac{n_{i-1}}{N_{i-1}})^2 \quad \text{(بارگذاری زیاد ـ کم)} \quad (9)$$

$$p_1 = \frac{n_{i-1}}{N_{i-1}} \; ; \; q = (1 - p_1)^2 \quad \text{(بارگذاری کم ـ زیاد)} \quad (10)$$

$$p + q = 1 \quad (11)$$

برای ترتیب بارگذاری زیادـ کم، ابتدا p محاسبه شده و سپس مقدار q از معادله‌ی 11 حاصل می‌شود. در ترتیب بارگذاری کمـ زیاد با توجه به نامعلوم بودن تعداد چرخه‌های اعمالی در مرحله‌ی دوم (سطح تنش زیاد)، ابتدا متغیر p_1 با استفاده از سطح تنش کم محاسبه شده و سپس q از آن به دست

می‌آید. در نهایت مقدار p از معادله‌ی 11 حاصل می‌گردد. دلیل وجود توان دوم این فرض است که هر چه تعداد چرخه‌های اعمالی کمتر باشد، اثر کمتری در خرابی قطعه دارد. ایده‌ی این فرض از مدل‌های غیرخطی عددی انباشت آسیب موجود در مرجع [11] سرچشمه می‌گیرد.

مدل پیشنهادی سه ویژگی کلیدی دارد: (الف) کاهش دو خاصیت مهم ماده، یعنی سفتی و استحکام را در پیش‌بینی عمر باقیمانده خستگی در نظر می‌گیرد. (ب) اثر ترتیب بارگذاری را در پارامترهای ماده و در عبارت چرخه‌های معادل لحاظ می‌کند. (ج) انجام تحلیل احتمالاتی با لحاظ استحکام و عمر خستگی به عنوان دو متغیر تصادفی آسان می‌شود. همچنین این شکل از روابط به معادله‌ی 1 منطبق‌تر هستند.

4- پیاده‌سازی عددی

برای ارزیابی مدل پیشنهادی از سه دسته داده‌ی موجود در منابع [20,18, 21] استفاده می‌شود. عمر باقیمانده مرحله‌ی دوم بارگذاری برای هر حالت با استفاده از معادله‌های 5 تا 11 محاسبه می‌گردد. ثابت C_1 برابر با 0/05 فرض می‌شود. دلیل این فرض، سازگاری مقادیر پارامترها در هر مرحله از بارگذاری دو مرحله‌ای با مقادیر تجربی پارامتر B (مقادیر حاصل از برازش معادله‌ی 1 به داده‌های تجربی) است. ثابت C_1 یک عامل محدودیت در بهبود پیش‌بینی عمر است، یعنی می‌توان مقادیر دیگری را برای C_1 انتخاب کرد که پیش‌بینی بهتری را نتیجه دهد. ثابت C_2 در ترتیب بارگذاری زیاد به کم (سطح تنش بیشتر به کمتر) برابر با 0/95 و برای ترتیب بارگذاری کم به زیاد برابر 1/02 فرض می‌گردد. هدف از به‌کارگیری ثابت C_2 در این مقاله، تمایز بین ترتیب‌های بارگذاری در عبارت چرخه‌ی معادل است. به همین دلیل از اعداد نزدیک به یک برای رفع ابهام اتکای مدل پیشنهادی بر ثابت C_2 استفاده می‌شود. نتایج پیش‌بینی مدل پیشنهادی به همراه تعدادی از مدل‌های دیگر در جداول 2-4 نشان داده شده‌اند.

5- بحث و بررسی نتایج

در این قسمت، میزان بهبود دقت مدل پیشنهادی بر حسب درصد خطای پیش‌بینی نسبت به مقدار تجربی بررسی می‌گردد.

مدل پیشنهادی در داده‌های مربوط به جدول 2 فقط در حالت دوم نسبت به سایرین دقت کمتری دارد. با این وجود، در این حالت که بیشینه خطای مدل رخ می‌دهد، خطا از حدود 59% فراتر نمی‌رود. در مجموع با توجه به دقت مناسب مدل مرجع [9] برای این دسته از داده‌ها طبیعی است که بهبود اندکی می‌تواند رخ دهد. شکل 3 به درک تفاوت بین مدل‌ها در پیش‌بینی عمر کمک می‌کند.

جدول 2 داده‌های تجربی [20] و نتایج پیش‌بینی عمرهای خستگی

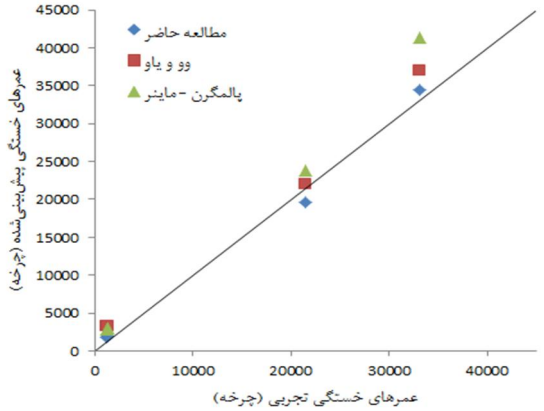
داده‌های تجربی (تنش بر حسب مگاپاسکال است)				نتایج	
				مدل پیشنهادی وو و یاو [9]	پالمگرن-ماینر
σ_1	σ_2	n_1	n_2	n_2	
539	654/5	10000	2031	1267	3241	2920
577/5	654/5	5000	3240	1316	3256	3024
654/5	539	500	33049	34736	37046	41277
654/5	577/5	500	21450	19723	22054	23844

جدول 3 داده‌های تجربی [18] و نتایج پیش‌بینی عمرهای خستگی

داده‌های تجربی (تنش بر حسب مگاپاسکال است)				نتایج	
				مدل پیشنهادی	یاو و هیمل [12]	آقازاده و مجیدی[13]
σ_1	σ_2	n_1	n_2	n_2		
386	241	250	192000	105735	165312	60830
386	241	100	193000	123982	167619	115417
386	289	250	5840	8187	13836	5193
386	289	100	11970	9773	14150	9854
386	337	250	1250	1258	2196	873
386	337	100	1635	1523	2312	1656
337	241	1000	86000	111339	157219	78233
337	241	250	162500	133512	165760	137138
337	289	1000	8670	8684	12516	6679
289	241	1000	96500	97973	115512	145040
289	241	2000	129928	131181	158252	129253
241	289	49950	4465	6845	5518	8428
241	289	19975	6840	9331	11519	11413
241	337	49950	810	1131	269	1416
241	337	19975	1150	1541	948	1918
241	386	19975	229	302	64	383
289	337	10000	205	538	130	480
289	337	2000	1010	1369	1585	1854
337	386	1000	110	166	174	224
337	386	250	208	268	275	393

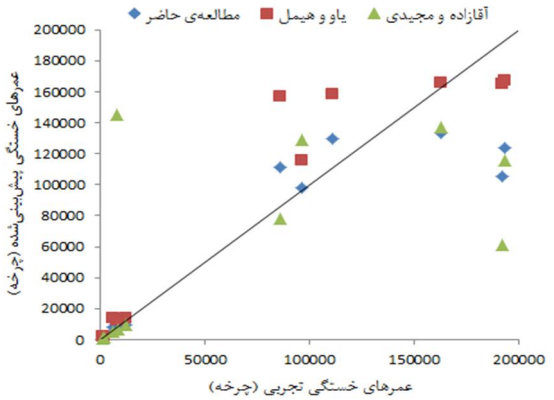
جدول 4 داده‌های تجربی [21] و نتایج پیش‌بینی عمرهای خستگی

داده‌های تجربی (تنش بر حسب مگاپاسکال است)				نتایج	
				مدل پیشنهادی	وو و یاو [9]
σ_1	σ_2	n_1	n_2	n_2	
315	340	87200	520	150	2214
315	340	87000	150	159	2232
315	340	86300	1408	192	2293
315	340	57700	1750	1407	4803
315	340	57550	2280	1413	4816
315	340	40300	2027	2142	6266
315	340	28700	3320	2728	7169
315	340	26500	2640	2857	7331
315	340	25300	2464	2931	7418
315	340	17650	6170	3481	7942
340	315	8500	15250	54044	4665
340	315	7480	17517	58865	17517
340	315	7480	79496	58865	17517
340	315	6800	29939	61456	25482
340	315	6500	48760	62555	28931
340	315	4600	73910	69495	50523
340	315	4400	80305	70255	52809
340	315	4400	89350	70255	52809
340	315	2500	90150	78307	75271
340	315	1500	111120	83835	88222
340	315	1350	99520	84832	90296

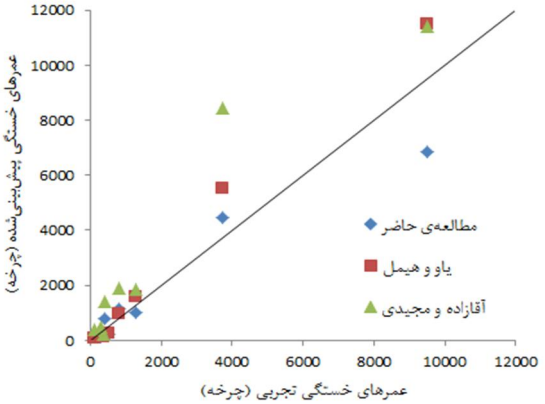


شکل 3 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [20] و مدل‌های دیگر

بیشینه خطای مدل پیشنهادی در جدول 3 برای بارگذاری زیاد ـ کم حدود 45% است؛ این خطا برای مدل مرجع [12]، 136% و در مدل مرجع [13] برابر 68% است. در بارگذاری کم ـ زیاد به جز یک مورد، خطاهای حاصل دو رقمی بوده و عمدتاً کمتر از 50% هستند. بیشینه خطای پیش‌بینی برابر 107% است، ولی این مقدار در مدل مرجع [13] برابر با 262% می‌باشد. مدل [12] در این نوع بارگذاری پیش‌بینی‌های نسبتاً بهتری را نتیجه می‌دهد. بیشینه خطای آن برابر 64% است. در مجموع، بدترین پیش‌بینی مدل پیشنهادی برای این دسته از داده‌ها نسبت به مقدار متناظر بهترین مدل بعدی (یعنی مرجع [12]) حدود 30% بهتر است. برای درک بهتر پراکندگی نتایج مدل‌های مختلف، ترتیب‌های بارگذاری به صورت مجزا در شکل‌های 4 و 5 نشان داده شده‌اند.



شکل 4 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [18] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری زیاد ـ کم



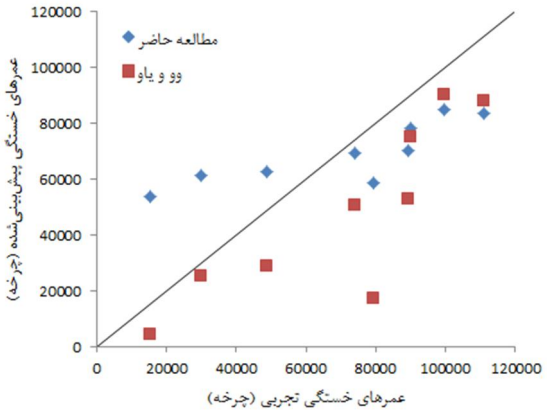
شکل 5 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [18] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری کم ـ زیاد

در داده‌های مربوط به جدول 4، میزان بهبود پیش‌بینی در ترتیب بارگذاری کم ـ زیاد بسیار محسوس است. بیشینه خطای مدل پیشنهادی 86% است. این مقدار در مدل مرجع [9] برابر با 1388% بوده و سایر پیش‌بینی‌های این مرجع به جز دو مورد، خطایی بیشتر از 100% دارند. در ترتیب بارگذاری زیاد ـ کم، مدل پیشنهادی در سه حالت منجر به خطای بیش از 100% می‌شود. غیر از این سه، پیش‌بینی بهتری در اغلب موارد دیگر نسبت به مرجع [9] صورت گرفته است. در مجموع، مدل پیشنهادی در این دسته داده نیز بسیار بهتر جواب می‌دهد. شکل‌های 6 و 7 به درک میزان بهبود پیش‌بینی کمک می‌کنند.

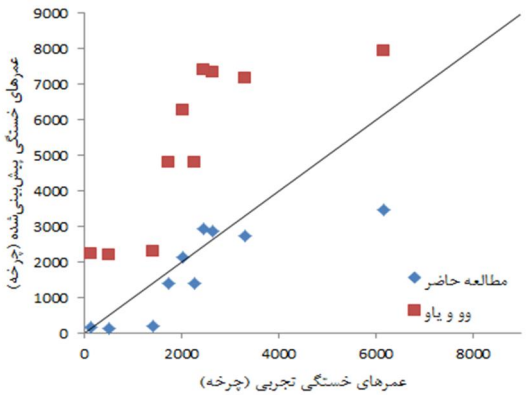
در مجموع می‌توان گفت که هر چند مدل پیشنهادی در برخی موارد خطای بیشتری را نسبت به سایرین نتیجه می‌دهد، ولی حتی این میزان افزایش خطا هم غالباً جزیی است. از سوی دیگر، افزایش دقت مدل گاهی بسیار محسوس می‌باشد. بنابراین، مدل اصلاح‌شده‌ی پیشنهادی دقت بهتری نسبت به سایرین داشته و می‌تواند پیش‌بینی بهتری نسبت به مدل‌های دیگر انجام دهد. همچنین در مورد پراکندگی نتایج در شکل‌های 3-7 باید گفت که این موضوع با در نظر گرفتن پراکندگی زیاد عمر خستگی در مواد مرکب دور از انتظار نیست.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش که بر مبنای یک مدل سفتی صورت گرفت، مدل استحکام پسماندی با مدل مدنظر ترکیب شد و بر اساس آن پیش‌بینی عمر صورت گرفت. با توجه به نتایج حاصل می‌توان گفت که لحاظ همزمان خواصی از



شکل 6 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [21] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری زیاد ـ کم



شکل 7 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [21] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری کم ـ زیاد

ماده که در طی آسیب خستگی به تدریج کاهش می‌یابند، می‌تواند معیار مناسبی برای تحلیل عمر باقیمانده‌ی خستگی مواد مرکب باشد. همچنین تمایز بین سطوح بارگذاری در عبارت چرخه‌های معادل و پارامترهای مدل می‌تواند به بهبود دقت پیش‌بینی منجر گردد.

7- مراجع

[1] H. Mao, S. Mahadevan, Fatigue damage modelling of composite materials, *Composite Structures,* Vol. 58, No. 4, pp. 405-410, 2002.

[2] M. M. Shokrieh, F. Taheri-Behrooz, Fatigue Life Evaluation of Unidirectional Composites by Using Residual Strain Energy, *Iranian Journal of Polymer Science and Technology* Vol. 21, No. 1, pp. 19-26, 2008 (In Persian).

[3] J. Degrieck, W. Van Paepegem, Fatigue Damage Modelling of Fibre Reinforced Composite Materials: Review, *Applied Mechanics* Reviews, Vol. 54, No. 4, pp. 279-300, 2001.

[4] Y. Liu, S. Mahadevan, Probabilistic fatigue life prediction of multidirectional composite laminates, *Composite Structures,* Vol. 69, No. 1, pp. 11-19, 2005.

[5] L. Lee, K. Fu, J. Yang, Prediction of fatigue damage and life for composite laminates under service loading spectra, *Composites science and technology,* Vol. 56, No. 6, pp. 635-648, 1996.

[6] A. L. Highsmith, K. L. Reifsnider, Stiffness-reduction mechanisms in composite laminates, *Damage in composite materials, ASTM STP,* Vol. 775, pp. 103-117, 1982.

[7] F. Taheri-Behrooz, M. M. Shokrieh, L. B. Lessard, Residual stiffness in cross-ply laminates subjected to cyclic loading, *Composite Structures,* Vol. 85, No. 3, pp. 205-212, 2008.

[8] W. Van Paepegem, J. Degrieck, A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites, *International Journal of Fatigue,* Vol. 24, No. 7, pp. 747-762, 2002.

[9] F. Wu, W. Yao, A fatigue damage model of composite materials, *International Journal of Fatigue,* Vol. 32, No. 1, pp. 134-138, 2010.

[10] W. V. Paepegem, J. Degrieck, Effects of load sequence and block loading on the fatigue response of fiber-reinforced composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures,* Vol. 9, No. 1, pp. 19-35, 2002.

[11] N. Post, S. Case, J. Lesko, Modeling the variable amplitude fatigue of composite materials: A review and evaluation of the state of the art for spectrum loading, *International Journal of Fatigue,* Vol. 30, No. 12, pp. 2064-2086, 2008.

[12] W.X. Yao, N. Himmel, A new cumulative fatigue model for fiber-reinforced plastics, *Compos Sci Technol,* Vol. 60, pp. 59–64, 2000.

[13] B. Majidi, J. Aghazadeh Mohandesi, Fatigue damage accumulation in carbon/epoxy laminated composites, *Materials and Design,* Vol. 30, pp. 1950–1956, 2009.

[14] A. Shirazi, A. Varvani-Farahani, A stiffness degradation based fatigue damage model for FRP composites of (0/θ) laminate systems, *Applied Composite Materials,* Vol. 17, No. 2, pp. 137-150, 2010.

[15] D. S. de Vasconcellos, F. Touchard, L. Chocinski-Arnault, Tension–tension fatigue behaviour of woven hemp fibre reinforced epoxy composite: A multi-instrumented damage analysis, *International Journal of Fatigue,* Vol. 59, pp. 159-169, 2014.

[16] J. Montesano, Fatigue damage characterization of braided and woven fiber reinforced polymer matrix composites at room and elevated temperatures, *PhD Dissertation, Department of Aerospace Engineering, Ryerson University, Toronto, Canada,* 2012.

[17] S. Shiri, probabilistic fatigue life assessment of fiber reinforced polymer composites, *MS thesis, Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran* 2014 (In Persian).

[18] L. Broutman, S. Sahu, A new theory to predict cumulative fatigue damage in fiberglass reinforced plastics, *Composite materials: testing and design,* Vol. 497, pp. 170-188, 1972.

[19] K.-W. Kang, D.-M. Lim, J.-K. Kim, Probabilistic analysis for the fatigue life of carbon/epoxy laminates, *Composite Structures,* Vol. 85, No. 3, pp. 258-264, 2008.

[20] W. Hwang, K. Han, Fatigue of composite materials-damage model and life prediction, In: *Composite materials fatigue and fracture. ASTM STP* 1012, pp. 87–102, 1989.

[21] M. Found, M. Quaresimin, Two-stage fatigue loading of woven carbon fibre reinforced laminates, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures,* Vol. 26, No. 1, pp. 17-26, 2003.