



مدل بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب در مقابل نوک ترک مواد اورتوتروپیک

محمدحسین صبور¹، مهدی فکور^{2*}، نبی مهری خوانساری³

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، تهران

3- دانشجوی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، تهران

* تهران، صندوق پستی 1561-14395، mfakoor@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 06 خرداد 1393

پذیرش: 22 تیر 1393

ارائه در سایت: 19 مهر 1393

کلید واژگان:

خواص مکانیکی

ناحیه آسیب

مواد اورتوتروپیک

میکروترک

چکیده

فرآیند شکست قطعات اورتوتروپیک، عموماً با پیدایش ناحیه‌ای تحت عنوان ناحیه آسیب (ناحیه فرآوری شکست) در نوک ترک همراه است. تعیین خواص مکانیکی این ناحیه، می‌تواند به پیش‌بینی میزان و یا حتی جهت رشد ترک موجود در قطعات اورتوتروپیک کمک کند. این ناحیه شامل انبوهی از میکروترک‌ها است که به دلایل متعدد، تحلیل و بررسی فرآیند شکست در این گونه مواد را بسیار دشوار کرده است و از طرفی باعث نوعی مقاومت در ناحیه آسیب می‌شود که این عامل نیز می‌تواند در بهبود خواص شکست ماده تأثیرگذار باشد. تاکنون مدل‌هایی به منظور تعیین خواص مکانیکی این ناحیه ارائه شده است اما به دلیل پیچیدگی‌های بسیار زیاد این ناحیه، نتایج حاصله به درستی مبین رفتار این ناحیه نبوده است. ضمناً مدل‌های موجود با روش‌های نوین تجربی و عددی مقایسه و صحت‌سنجی نشده است. در تحقیق حاضر مدلی جدید بر مبنای نتایج تجربی و عددی به منظور بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب در مواد اورتوتروپیک ارائه شده است. این مدل برخلاف مدل‌های پیشین می‌تواند با ارائه یک بازه برای مدول الاستیسیته، خواص مکانیکی این ناحیه را برای حالت وجود یا عدم وجود برهم‌کنش بین میکروترک‌ها تخمین بزند. همچنین به منظور کارایی بیشتر مدل ارائه شده، این مدل با روش‌های تجربی و عددی مقایسه و صحت‌سنجی شد.

A model for investigation of damaged zone mechanical properties in crack tip vicinity of orthotropic materials

Mohammad Hosein Sabour, Mahdi Fakoor*, Nabi Mehri Khansari

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

*P.O.B. 1561-14395 Tehran, Iran, mfakoor@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 27 May 2014

Accepted 13 July 2014

Available Online 11 October 2014

Keywords:

Mechanical properties

damaged zone

orthotropic materials

micro crack

ABSTRACT

Fracture phenomenon in orthotropic materials is generally associated with damaged zone (fracture process zone) in crack tip vicinity. Determination of mechanical properties in this region can help predict the value or even the direction of crack growth in orthotropic materials. This area contains a multitude of micro cracks which cause difficulties in analytical process of the region and also cause resistance in damaged zone that can affect the material fracture properties. So far, several models have been proposed to determine the mechanical properties of this region, however the results have not demonstrated the behavior of this region properly because of its immense complexity. Moreover, the existence methods have not been verified with new experimental and numerical data, yet. In the present research, a new approach based on experimental and numerical results is proposed to investigate the orthotropic damaged zone properties. This model, unlike previous models, can determine the mechanical properties of this region for the presence or absence of micro-cracks interaction among them by offering a range for effective elasticity modulus. For better efficiency the proposed model was also validated and compared with experimental and numerical results.

1- مقدمه

می‌آید که این ناحیه در مواد شبه شکننده² به ناحیه فرآوری شکست³ معروف است. به موادی شبه شکننده گفته می‌شود که خواص دوگانه داشته باشند به نحوی که نه می‌توان آن‌ها را شکننده⁴ و نه چکش‌خوار⁵ دانست.

امروزه مواد اورتوتروپیک و شبه شکننده (اعم از چوب، بتن و کامپوزیت‌ها) کاربرد گسترده‌ای در صنایع مختلف دارند. در نواحی اطراف نوک ترک قطعات اورتوتروپیک در فرآیند شکست، ناحیه‌ای تحت عنوان ناحیه آسیب¹ پدید

2- Quasi brittle

3- Fracture process zone (FPZ)

4- Brittle

5- Ductile

1- Damage zone

Please cite this article using:

M. H. Sabour, M. Fakoor*, N. Mehri Khansari, A model for investigation of damaged zone mechanical properties in crack tip vicinity of orthotropic materials, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 69-78, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

انرژی، خواص مکانیکی ناحیه آسیب دیده در نوک ترک موجود در یک قطعه چوبی را استخراج کردند [18].

به هر حال، شاید بتوان تفاوت روش های ارائه شده به منظور بررسی مدول الاستیسیته مؤثر را در عوامل زیر جستجو کرد:

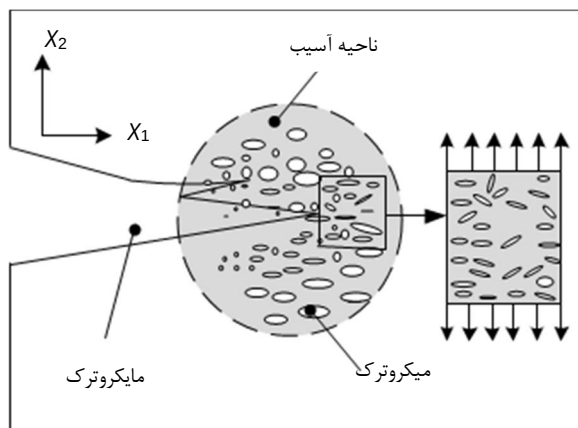
- تنش و کرنش اعمال شده به قطعه
- المان حجمی معرف⁹
- میزان جابه جایی عمود و موازی میکروترک
- توجه به موقعیت و جهت گیری میکروترک ها در المان حجمی معرف
- برهم کنش بین میکروترک های موجود در المان حجمی معرف
- شکل و اندازه میکروترک ها
- و اینکه میکروترک ها در چه بستری رشد می کنند.

هدف از این مطالعه، ارائه کردن یک مدل به منظور محاسبه خواص مکانیکی ناحیه آسیب در نوک ترک بر مبنای آزمایش های تجربی است. به این ترتیب که با اتخاذ یک المان حجمی معرف از نوک ترک مواد اورتوتروپیک، خواص مکانیکی ناحیه آسیب محاسبه شد (شکل 1).

1-1- مرور تئوری مسئله

شاید بتوان موری و تاناکا را پیشگامان عرصه بررسی ناحیه آسیب دانست. ایشان در سال 1972 روابطی به منظور بررسی خواص مکانیکی ماده جامد میکروترک دار ارائه دادند. این روابط بر مبنای نادیده گرفتن اثر برهم کنش میکروترک ها ارائه شده بود. این روش اگرچه اثر برهم کنش میکروترک ها را نادیده می گرفت اما تا حد زیادی خواص مکانیکی ماده را پیش بینی کرد. شاید علت این امر در آن باشد که حضور میکروترک ها هیچ گونه تأثیری بر روی تنش میانگین درون ماده ندارد [4].

کمی بعد یعنی در سال 1976 بودیانسکی و همکاران روشی تحت عنوان روش خود سازگار را ارائه دادند. آن ها با استفاده از روش انرژی، خواص مکانیکی ناحیه آسیب دیده در نوک ترک موجود در یک قطعه غیر ایزوتروپیک را بر حسب پارامتر چگالی میکروترک تخمین زدند [2]. در این روش برخلاف سابق، شکل میکروترک ها به دو صورت دایره ای و بیضی باریک در نظر گرفته می شد و خواص مکانیکی ناحیه آسیب اعم از مدول الاستیسیته، مدول برشی و چگالی میکروترک در هر دو حالت تخمین زده شد. بدین ترتیب برای



شکل 1 ناحیه آسیب دیده ناشی از پیدایش و رشد میکروترک در ماده

این ناحیه در اطراف نوک ترک ایجاد شده و عموماً شامل تعداد بی شماری میکروترک در بستر ماده ای چسبیده است که هر کدام از آن ها می توانند جهت گیری خاصی نسبت به افق داشته باشند. در مواد ایزوتروپیک¹ و چکش خوار، عمدتاً این منطقه به صورت یک ناحیه پلاستیک در نواحی نوک ترک ظاهر می شود، اما در قطعات غیر ایزوتروپیک²، عموماً این ناحیه شامل میکروترک هایی است که به دلیل اتلاف انرژی توسط آن ها، مقاومت ماده در مقابل رشد ترک افزایش می یابد و همین امر باعث عدم تخریب ماده به صورت ناگهانی می شود.

وجود انبوه میکروترک ها در ناحیه آسیب، باعث بروز رفتاری پیچیده توسط این ناحیه شده است به نحوی که تاکنون برآورد صحیحی از خواص مکانیکی این ناحیه صورت نپذیرفته است. همچنین، در اکثر روش های مرسوم، مدول الاستیسیته مواد جامد میکروترک دار بر مبنای مفهوم میدان مؤثر یا متوسط مؤثر³ تخمین زده می شود و به ندرت سایر روش ها، مورد توجه قرار می گیرد. در این مفهوم، با اتخاذ یک المان حجمی از ماده، مدول الاستیسیته مواد جامد میکروترک دار بررسی می شود. حال بسته به اینکه چگالی میکروترک در المان انتخابی به چه صورت باشد، مدل های مختلفی به منظور تبیین مدول الاستیسیته ارائه شده است. در حالتی که چگالی میکروترک ها در ناحیه آسیب کم است، مدل تیلور (که به طور کامل برهم کنش میکروترک ها را نادیده می گیرد) می تواند یک روش ساده اما مؤثر به منظور تعیین مدول الاستیک مؤثر باشد [1].

اما هنگامی که در ناحیه آسیب، برهم کنش ضعیفی از میکروترک ها داشته باشیم، می توان به منظور محاسبه مدول الاستیک مؤثر از روش های دیگری مانند روش های خود سازگار⁴ [3-2]، روش موری تاناکا⁵ [5-4]، روش دیفرانسیلی⁶ [6]، روش جامع خود سازگار⁷ [9-7]، روش خود سازگار مؤثر⁸ [10] و روش های دیگر که بر مبنای مفهوم میدان مؤثر یا متوسط مؤثر هستند استفاده کرد. روش های معمول ذکر شده، اگرچه برهم کنش میکروترک ها را تا حد مطلوبی بررسی می کنند اما با چند استثناء، تقریباً در همه موارد از محل دقیق و جهت گیری آن ها غفلت می شود.

بنابراین، کاربرد این روش ها به موادی محدود می شود که در آن ها میکروترک ها از لحاظ آماری دارای توزیع یکنواخت بوده و ماده تحت بار و یا جابه جایی یکنواخت قرار داشته باشد [11].

در هر صورت، محاسبه خواص مکانیکی واقعی ناحیه آسیب به منظور پیش بینی رشد ترک و استحکام باقی مانده در قطعه هنوز به صورت یک مسئله حل نشده باقی مانده است. در مدل های تیلور، کراجسینویک و فنلا [13-12] یک تئوری ساختاری و میکرومکانیکی برای مواد شکننده تحت کشش ارائه دادند. ضعف تئوری های پیشین در نادیده گرفتن اثر متقابل میکروترک های موجود در ناحیه آسیب، فنگ و همکاران را بر آن داشت تا با ارائه مدل ناحیه رشد میکروترک ها برای مواد شکننده در سال 1995 بتوانند ناحیه آسیب را تحت بارگذاری های مختلف بررسی کنند [15,14].

سوماراک، کراجسینویک [16] و جوولی [17] در سال های به ترتیب 1987 و 1991 مدل های خود سازگار را برای مواد شکننده و تحت بارگذاری کششی و فشاری توسعه دادند. اخیراً گوهری و همکاران با استفاده از روش

1- Isotropic
2- Anisotropic
3- Effective medium or effective field
4- Self-consistent (SCM)
5- Mori-Tanaka (MTM)
6- Differential scheme (DS)
7- Generalized self-consistent method (GSCM)
8- Effective self-consistent method (ESCM)

9- Representative volume element (RVE)

$$\frac{\bar{E}_{GSC}}{E} \left[\frac{-v^2}{-v} \frac{-v w}{-v} D_E v w^{-5/2} \right]^{-1} \quad \frac{\bar{G}_{GSC}}{G} \left[\frac{-v}{-v} \frac{-v w}{-v} D_G v w^{-5/2} \right]^{-1} \quad (3)$$

که در آن، $\bar{E}$ ، $\bar{G}_{GSC}$ و w به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته، مدول برشی، چگالی میکروتُرک جسم آسیب‌دیده در تئوری هانگ و همکاران هستند. همچنین، $D_E(v)$ و $D_G(v)$ دو تابع بر حسب ضریب پواسون ماتریس آسیب‌نندیده هستند و سایر پارامترها مشابه رابطه (1) تعریف می‌شوند. برای مثال می‌توانند مقادیری به شرح ذیل داشته باشند:

$$\begin{matrix} D_E & D_E & D_E \\ D_G & D_G & D_G \end{matrix}$$

و $\bar{E}_{GSC}$ و $\bar{G}_{GSC}$ به ترتیب مدول الاستیسیته و برشی ماده آسیب دیده بر اثر وجود میکروتُرک است.

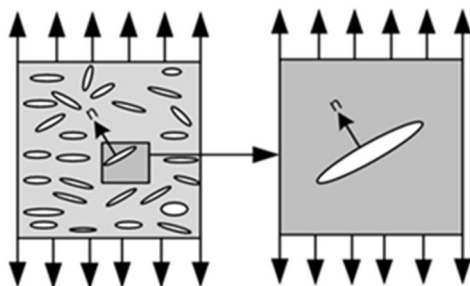
در سال 1996، روش تیلور یا روش چگالی محدود میکروتُرک³ توسط کراجسینویک ارائه شد. این روش ساده، زمانی استفاده می‌شود که چگالی میکروتُرک‌ها در ماده و به تبع آن برهم‌کنش بین میکروتُرک‌ها کم است. اما به دلیل همین نقص ذاتی (نادیده گرفتن برهم‌کنش بین میکروتُرک‌ها) کاربرد آن محدود شد چرا که نتایج آن با نتایج تجربی هم‌خوانی نداشت [19]. طبق رابطه (4) داریم:

$$\frac{\bar{E}_T}{E} \left[\frac{-v^2}{-v} \frac{-v w}{-v} \right]^{-1} \quad \frac{\bar{G}_T}{G} \left[\frac{-v}{-v} \frac{-v w}{-v} \right]^{-1} \quad (4)$$

که در آن، $\bar{E}$ و $\bar{G}_T$ به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته و مدول برشی جسم آسیب‌دیده در تئوری تیلور است که در آن، اندیس T نشان‌دهنده پارامتر آسیب در تئوری تیلور است.

به طور کلی، در روابط فوق اندیس‌های T ، GSC و D به ترتیب نشان‌دهنده روش‌های تیلور، خود سازگار توسعه‌یافته و روش دیفرانسیلی است. سه سال بعد، یعنی در سال 2000 فنگ و همکاران با تکیه بر اصول روش‌های چگالی محدود میکروتُرک و خود سازگار، روش چگالی محدود اصلاح‌شده را ارائه دادند [20] که در آن فرض شد ماده جامد ایزوتروپیک وجود دارد که به واسطه حضور میکروتُرک‌ها تضعیف شده است.

این تئوری ابتدا برای میکروتُرک‌های دایره‌ای به کار برده شد ولی بعدها میکروتُرک‌هایی با شکل بیضی نیز مورد استفاده قرار گرفت. مبنای این تئوری، روش چگالی محدود میکروتُرک است که تا حد امکان، معایب این روش برطرف شده است. در این تئوری، یک المان حجمی معرف مطابق شکل در نظر گرفته شد که در آن n بردار عمود بر سطح میکروتُرک است (شکل 2).



شکل 2 المان حجمی معرف به منظور بررسی ماده تضعیف شده با میکروتُرک

حالتی که میکروتُرک‌ها دایره‌ای باشند خواص مکانیکی به صورت رابطه (1) برآورد می‌شود [2]:

$$\frac{\bar{G}}{G} = \frac{-\bar{v}}{-\bar{v}} \frac{-\bar{v} w}{-3\bar{v} w} \quad \frac{\bar{E}}{E} = \frac{-\bar{v}^2}{-3\bar{v} w} \quad (1)$$

که در آن، $\bar{E}$ ، $\bar{G}$ و w به ترتیب مدول الاستیسیته (یا مدول یانگ مؤثر)، مدول برشی، چگالی میکروتُرک و ضریب پواسن جسم آسیب‌دیده (یا ضریب پواسن مؤثر) و G ، E و v به ترتیب مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسن جسم سالم می‌باشند. این روش اگرچه تا حد زیادی خواص مکانیکی ناحیه آسیب را پیش‌بینی می‌کند، اما به دلیل نادیده گرفتن اثر برهم‌کنش میکروتُرک‌ها، با نتایج تجربی سازگاری کمتری داشت. پس از آن در سال 1987 روش چگالی محدود میکروتُرک¹ توسط هاشین ارائه شد [6]. این روش مدول الاستیسیته ماتریس ایزوتروپیک ورق‌های اورتوتروپیک را زمانی که میکروتُرک دایره‌ای یا بیضی شکل داشته باشیم، تعیین می‌کند. خواص مکانیکی ناحیه آسیب به روش دیفرانسیلی به صورت رابطه (2) محاسبه می‌شود [6]:

$$\frac{\bar{E}_D}{E} \left(\frac{\bar{v}_D}{v} \right)^{10/9} \left(\frac{-v}{-\bar{v}_D} \right)^{1/9} \quad \frac{\bar{G}_D}{G} = \frac{\bar{E}_D}{E} \left(\frac{v}{\bar{v}_D} \right) \quad \bar{w} = \left(\frac{v}{\bar{v}_D} \right) - \left(\frac{1-\bar{v}_D}{1-v} \right) - \left(\frac{\bar{v}_D}{v} \right) - \left(\frac{-\bar{v}_D}{-v} \right) \quad (2)$$

که در آن، $\bar{E}$ ، $\bar{G}_D$ و $\bar{v}_D$ به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته، مدول برشی و ضریب پواسن جسم آسیب‌دیده در تئوری دیفرانسیلی هستند که در آن، اندیس D نشان‌دهنده پارامتر آسیب در تئوری دیفرانسیلی است. همان طور که ذکر شد، در این روش از جهت‌گیری میکروتُرک‌ها، برهم‌کنش بین آن‌ها و موقعیت آن‌ها صرف نظر شد که این فرض نادرست است.

در سال 1994، هانگ و همکاران مدلی تحت عنوان ترک-ماتریکس-کامپوزیت² برای مواد جامد میکروتُرک‌دار ارائه دادند. این مدل برخلاف مدل‌های قبلی، تأثیر برهم‌کنش ضعیف میکروتُرک‌ها را روی مدول الاستیک مواد جامد میکروتُرک‌دار بررسی می‌کرد و چون این مدل، اصلاح‌شده روش خود سازگار است بعضاً به روش خود سازگار توسعه‌یافته یا اصلاح‌شده نیز معروف است. در این روش، فرمول‌های ارائه‌شده برای حالتی بود که ماده دارای میکروتُرک‌هایی با شکل دایره و تونلی (بیضی) شکل و دارای توزیع یکنواخت باشند. همچنین، تفاوت بین مدل ترک-ماتریکس-کامپوزیت و مدل‌هایی که در آن از برهم‌کنش میکروتُرک‌ها صرف نظر شده است، در میزان توان چگالی میکروتُرک به نحوی بیان شد که توان چگالی میکروتُرک زمانی که میکروتُرک‌های دایره شکل داریم، $2/5$ و زمانی که میکروتُرک‌های تونلی شکل داریم، 2 باشد [9].

در هر صورت، خواص مکانیکی ناحیه آسیب در این مدل به صورت رابطه (3) تخمین زده شد [9]:

1- Differential scheme (DS)
2- Crack-matrix-composite (CMC)

حجمی معرف در نظر بگیریم (به گونه‌ای که تعداد کل میکروتُرک‌ها را با N نشان دهیم). در این صورت به منظور بیان موقعیت میکروتُرک‌ها از دو سیستم مختصات کلی² و محلی³ استفاده می‌شود (شکل 4).

در این صورت، تانسور نرمی مؤثر (S) و تانسور سفتی (L) به صورت رابطه (7) تعریف می‌شود [20]:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{S}{\bar{\sigma}} \sigma^\infty, \quad \bar{\sigma} = L \varepsilon^\infty \quad (7)$$

که در آن، $\bar{\varepsilon}$ (ε^∞) و $\bar{\sigma}$ (σ^∞) به ترتیب نشان‌دهنده کرنش وارده به المان معرف حجمی (کرنش ناحیه آسیب) و تنش وارده به المان معرف حجمی (تنش ناحیه آسیب) است. به همین ترتیب، تانسور نرمی کلی بر اساس تئوری چگالی محدود میکروتُرک می‌تواند به صورت رابطه (8) بیان شود [20]:

$$S = S^0 + S^c \quad (8)$$

که در آن، S^0 و S^c به ترتیب به تانسور نرمی ماتریس و میکروتُرک‌ها مربوط می‌شود. تانسور نرمی، همان تانسور کامپلیانس است که در واقع ارتباط بین تنش و کرنش را برقرار می‌کند. تانسور نرمی میکروتُرک خود شامل دو بخش است، بخشی که مربوط به توزیع میکروتُرک‌ها بدون توجه به برهم‌کنش بین آن‌ها است (S^0) و بخشی که مربوط به اختلاف بین تانسور نرمی میکروتُرک و S^0 می‌شود که به آن S^c گفته می‌شود [20]. در این صورت طبق رابطه (9) خواهیم داشت [20]:

$$S^c = S^{c0} + S^{ci} \quad (9)$$

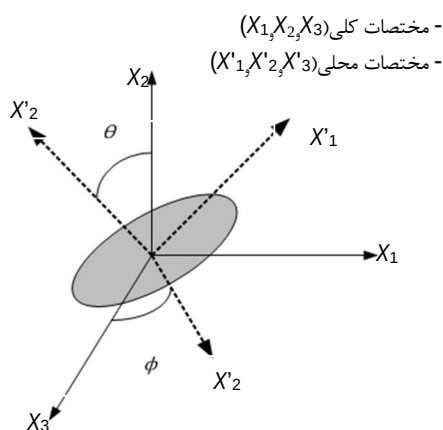
با جاگذاری معادله (9) در (8) رابطه (10) به دست می‌آید.

$$S = S^0 + S^{c0} + S^{ci} \quad (10)$$

نکته‌ای که وجود دارد این است که، تأثیر برهم‌کنش میکروتُرک‌ها بر یکدیگر تنها در عبارت S^{ci} وجود دارد که می‌توان به‌منظور سادگی از آن صرف‌نظر کرد. لذا رابطه (10) به صورت رابطه (11) ساده می‌شود [20]:

$$S = S^0 + S^{c0} \quad (11)$$

از دید آماری نیز برهم‌کنش میکروتُرک‌ها تأثیر ناچیزی روی جابجایی باز شدن ترک دارد لذا می‌توان این تأثیر را بدون در نظر گرفتن هرگونه اصلاحیه‌ای روی S^{c0} نادیده گرفت. اگر یک میکروتُرک در المان حجمی معرف به نحوی در نظر گرفته شود که تنش σ^0 به آن اعمال شود، تانسور نرمالیزه بدون در نظر گرفتن برهم‌کنش میکروتُرک‌ها می‌تواند به فرم رابطه (12)



شکل 4 جهت‌گیری میکروتُرک در مختصات کلی و محلی

فنگ مدول مؤثر ناحیه آسیب را به صورت رابطه (5) محاسبه کرد [20]:

$$\frac{E}{E^m} \left[\frac{-v^2 - vW}{-v - \xi W^\eta} \right]^{-1} = \frac{G}{G^m} \left[\frac{-v - vW}{-v - \xi W^\eta} \right]^{-1} \quad (5)$$

که در آن، η و ξ دو پارامتر قابل تنظیم و توان m نشان‌دهنده جسم بدون میکروتُرک است. همچنین، W پارامتر عددی چگالی میکروتُرک است. روش فنگ و همکاران توانست تا حد زیادی خواص ناحیه آسیب را تخمین بزند اما ذکر این نکته ضروری به نظر می‌رسد که اصولاً در این روش، توزیع مناسب میکروتُرک‌ها و موقعیت قرارگیری آن‌ها در نظر گرفته نشد. موقعیت میکروتُرک‌ها از این منظر دارای اهمیت است که به طور مثال برای بررسی ناحیه فرآوری شکست¹، میکروتُرک‌های نزدیک به لبه ترک رشد سریع‌تری نسبت به سایر میکروتُرک‌ها دارند. بر این اساس می‌توان، تابع توزیع چگالی میکروتُرک‌ها را در ناحیه آسیب به صورت رابطه (6) مطرح کرد [20]:

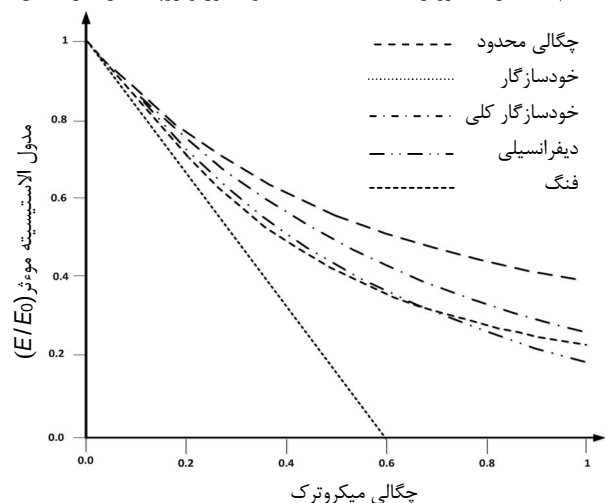
$$P_\alpha a \theta \varphi = \frac{1}{\pi} \delta_D \theta - \theta_\alpha \delta_D a - a_\alpha \quad (6)$$

که در آن δ_D ، تابع دلتای دیراک است که به دلیل خواص ذاتی، این تابع به درستی نشان‌دهنده توزیع زاویه و اندازه میکروتُرک‌ها نیست. مقادیر θ و a به ترتیب نشان‌دهنده زاویه و اندازه میکروتُرک است که اندیس α نشان‌دهنده α امین میکروتُرک است. در شکل 3 تئوری‌هایی که تاکنون در حوزه محاسبه خواص مکانیکی ماده مطرح شده است با یکدیگر مقایسه شدند. همان‌طور که از شکل برمی‌آید، تا میزان چگالی میکروتُرک حدوداً 0/4، نتایج مدول الاستیسیته تئوری خود سازگار (علی‌رغم عدم لحاظ تأثیرات برهم‌کنش بین میکروتُرک‌ها) مشابه سایر روش‌ها است ولی بعد از این مقدار، مدول الاستیسیته با رابطه‌ای خطی کاهش می‌یابد.

2- مدل‌سازی رفتار ناحیه آسیب با توزیع تصادفی میکروتُرک

2-1- تانسور نرمی مؤثر

اگر حجم (v) از میکروتُرک ناحیه آسیب مواد اورتوتروپیک را در المان



شکل 3 مقایسه مدول یانگ مؤثر تئوری‌های مطرح شده

2- Global coordinate system
3- Local coordinate system

1- Fracture process zone (FPZ)

تعریف شود [20]:

$$S = S^0 \sum_{\alpha=1}^N S^{\alpha 0} \alpha \quad (12)$$

که در آن $S^{\alpha 0}$ نشان‌دهنده تانسور نرمی به مشارکت α امین میکروترک در ماتریس و S^0 تانسور نرمی ماتریس است. برای زمانی که میکروترک در یک زمینه غیر ایزوتروپیک به وجود می‌آیند، معادله فوق می‌تواند به صورت رابطه (13) بازنویسی شود [20]:

$$S_{ijkl} = S_{ijkl}^0 \sum_{\alpha=1}^N (S_{ijkl}^{\alpha 0})^\alpha \quad (13)$$

اگر بتوان با توجه به جابه‌جایی، جهت‌گیری و موقعیت قرارگیری هر میکروترک، نرمی مؤثر آن را محاسبه کرد، می‌توان با مجموع گرفتن از آن‌ها، تانسور نرمی مؤثر کل $\sum_{\alpha=1}^N (S_{ijkl}^{\alpha 0})^\alpha$ را محاسبه کرد. در حین بارگذاری، تانسور کرنش کلی به دو بخش کرنش الاستیک خطی ε_{ij}^e و غیر الاستیک غیر خطی ε_{ij}^c تقسیم می‌شود [21] که طبق رابطه (14) داریم:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^c \quad (14)$$

به عبارت دیگر، کرنش متوسط ماده از دو عامل سرچشمه می‌گیرد، کرنش ماتریس (بستر چسبنده) و کرنش ناشی از حضور میکروترک‌های توزیع شده در ماتریس که می‌توان چنین کرنشی را به صورت رابطه (15) نوشت [21]:

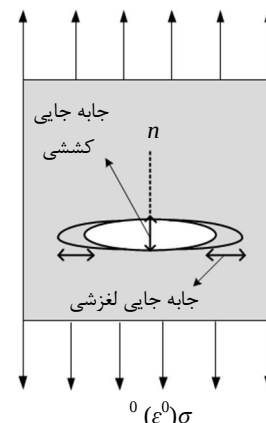
$$\varepsilon_{ij}^c = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i n_i \otimes n_i \quad \text{sym } \gamma_i \otimes n_i \quad (15)$$

که در آن، ε_i و γ_i و n_i به ترتیب بردارهای جابه‌جایی باز شدن میکروترک در جهت عمود بر صفحه¹ و در راستای ترک² و بردار عمود بر i امین میکروترک هستند (شکل 5). در حالت کلی، جابه‌جایی باز شدن میکروترک در جهت عمود بر صفحه نسبت به راستای ترک بحرانی‌تر است [21].

بنابراین، طبق رابطه (7)، (13) و (15)، نرمی مؤثر مربوط به هر میکروترک در المان حجمی مؤثر واحد را می‌توان به صورت رابطه (16) تعریف کرد [21].

$$-\int_s (\langle u_i \rangle n'_i \langle u_j \rangle n'_j) ds \quad (S_{ijkl}^{\alpha 0})^\alpha \sigma_{kl} \quad (16)$$

که در آن n و u به ترتیب، بردارهای عمود بر صفحه میکروترک و بردار جابه‌جایی آن در حالت کلی است و مقادیر نرمی مؤثر میکروترک به صورت



شکل 5 بردار های جابه‌جایی باز شدن میکروترک در دو راستا

رابطه (17) قابل محاسبه است [11].

$$S_{33}^{\alpha 0} = \frac{-\nu^2}{E} a^3$$

$$S_{13}^{\alpha 0} = S_{23}^{\alpha 0} = \frac{-\nu^2}{E - \nu} a^3 \quad (17)$$

چون در ماده توزیع میکروترک به صورت تصادفی است بنابراین، با فرض جابه‌جایی میکروترک در راستای مختلف، می‌توان مقدار نرمی مؤثر غیر الاستیک را به صورت رابطه (18) محاسبه کرد [20]:

$$H_{ijkl} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} p(a, \theta, \varphi) N(S_{ijkl}^{\alpha 0})^\alpha \varphi d\varphi d\theta \quad (18)$$

که در آن، عبارت N, p, a, θ, φ به ترتیب نشان‌دهنده تابع توزیع احتمال (که توزیع جهت‌گیری و اندازه میکروترک‌ها در بستر ماتریس را نشان می‌دهد)، تعداد میکروترک، جهت‌گیری میکروترک در جهت عمود و راستای صفحه میکروترک (مطابق شکل 4) است. برای مواردی که میکروترک‌ها با اندازه‌های یکسان و به صورت یکنواخت جهت‌گیری شده‌اند، مقدار تابع توزیع احتمال به صورت $\frac{1}{2\pi}$ $p(a, \theta, \varphi)$ نوشته می‌شود. با جاگذاری مقادیر محاسبه شده در رابطه (18) تابع توزیع احتمال، مقدار نرمی مؤثر غیر الاستیک به صورت رابطه (19) محاسبه می‌شود:

$$H_{1111} = H_{2222} = H_{3333} = \frac{-\bar{\nu}^2}{2 - \bar{\nu}} \frac{-\bar{\nu}}{\bar{E}} a^3 N$$

$$H_{1122} = H_{2233} = H_{3311} = \frac{\bar{\nu}}{2 - \bar{\nu}} \frac{-3\bar{\nu}}{\bar{E}} a^3 N$$

$$H_{1212} = H_{2323} = H_{3131} = \frac{-\bar{\nu}^2}{-\bar{\nu}} \frac{-\bar{\nu}}{\bar{E}} a^3 N \quad (19)$$

که در آن، $\bar{\nu}$ ، $\bar{E}$ و H به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر ضریب پواسون و مدول الاستیسیته مربوط به ناحیه آسیب و تانسور نرمی مؤثر کل هستند. حال اگر مقدار چگالی میکروترک را به صورت $w = a^3 N$ در نظر بگیریم، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون برای حالتی که بین میکروترک‌ها برهم‌کنشی وجود ندارد، به صورت رابطه (20) محاسبه می‌شود [20]:

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}} = \frac{-\bar{\nu}^2}{-\bar{\nu}} \frac{-\bar{\nu}}{\bar{E}} w$$

$$\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}} = \frac{\bar{E}_3}{\bar{E}} = \frac{-\bar{\nu}^2}{-\bar{\nu}} \frac{-\bar{\nu}}{\bar{E}} w \quad (20)$$

تابع دلتای دیراک به‌کاربرده شده در تئوری فنگ به دلیل اوج گرفتن ناگهانی و عدم پوشش تمامی زوایا و اندازه‌ها به درستی مبین چگونگی توزیع میکروترک‌ها در این ناحیه نیست، لذا می‌توان به منظور توصیف صحیح چگونگی توزیع میکروترک‌ها در این ناحیه، از تابع چگالی توزیع احتمال گاوسی³ استفاده کرد. بر این اساس، معادله احتمال (18) به صورت رابطه (21) تغییر می‌کند:

$$P_\alpha(a, \theta, \varphi) = \frac{1}{\pi} P_\theta(\theta, \mu_\theta, \sigma_\theta^2) P_a(a, \mu_a, \sigma_a^2)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \sigma_\theta^2}} e^{-\frac{(\theta - \mu_\theta)^2}{2\sigma_\theta^2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \sigma_a^2}} e^{-\frac{(a - \mu_a)^2}{2\sigma_a^2}} \right) \quad (21)$$

که در آن، $\mu_\theta, \sigma_\theta^2$ و μ_a, σ_a^2 به ترتیب واریانس و میانگین جهت‌گیری میکروترک‌ها نسبت به افق و واریانس و میانگین اندازه میکروترک‌ها نسبت به افق هستند.

3- Gaussian statistic distribution function

1- extension
2- sliding

2-2- مدل سازی رفتار ناحیه آسیب با طبقه بندی میکروترک ها

از آنجا که میکروترک های موجود در ناحیه آسیب دارای توزیع تصادفی هستند، لذا می توان به منظور سادگی، میکروترک ها را بر مبنای جهت گیری آن ها نسبت به حالت مرجع، به N دسته تقسیم بندی کرد. منظور از حالت مرجع حالتی است که در آن بردار عمود بر سطح میکروترک با جهت اعمال تنش موازی است (حالت بحرانی). ضمناً در هر دسته، همه میکروترک ها دارای جهت و اندازه یکسان هستند (شکل 6).

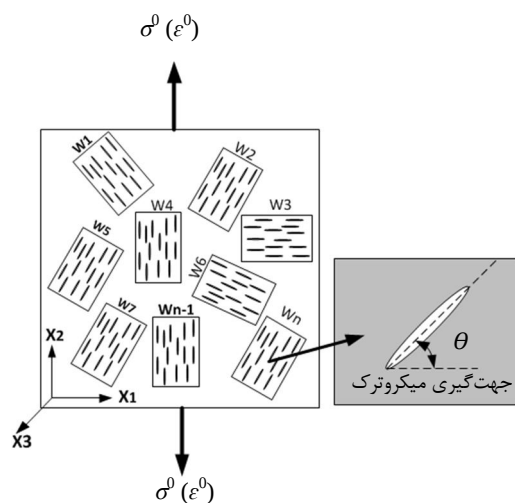
در این صورت، جهت قرارگیری بحرانی میکروترک ها به جهتی گفته می شود که در آن، زاویه بین بردار عمود بر سطح میکروترک در دسته n ام با راستای تنش وارده به المان حجمی معرف موازی باشند (یعنی θ). به عبارت دیگر، بردار جابه جایی عمودی میکروترک (در راستای بردار عمود بر سطح)، در این حالت بیشتر است.

بنابراین اگر دو دسته کاملاً یکسان ولی در جهات مختلف (برای مثال دسته های W_3 و W_4) را در نظر بگیریم، دسته ای که بردار نرمال آن مماس با جهت اعمال نیرو است بحرانی تر است (دسته W_3 نسبت به W_4 بحرانی تر بوده و میکروترک های موجود در آن نقش بیشتری در کاهش استحکام ماده ایفا می کنند). در دو بعد، با توجه به شکل، اگر θ تغییر کند، مدول الاستیسیته در راستای 1 و 2 تغییر می کند به نحوی که با افزایش یکی، دیگری کاهش می یابد.

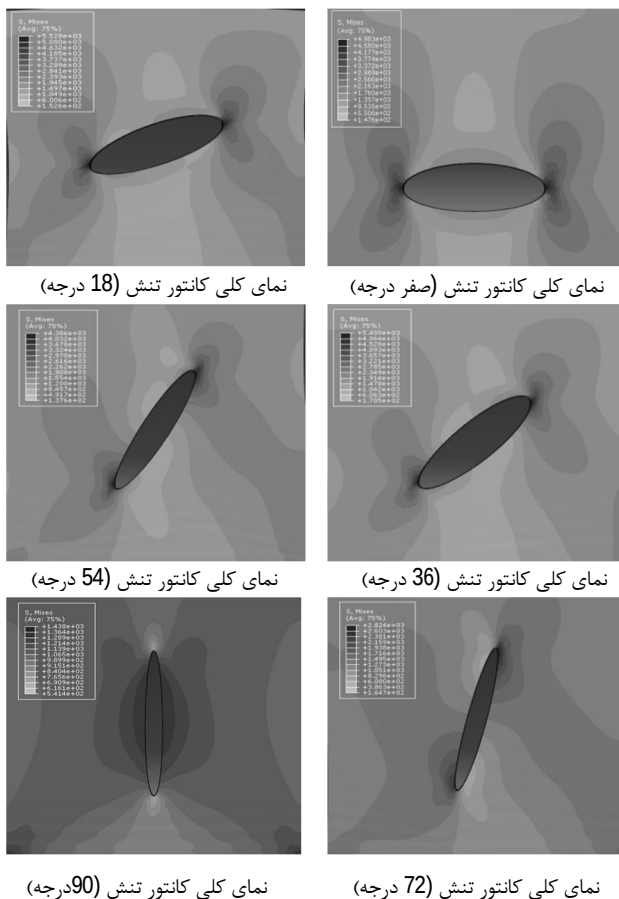
2-3- مدل سازی رفتار ناحیه آسیب با روش عددی

به منظور بررسی دقیق تر تأثیر جهت گیری میکروترک ها روی خواص مکانیکی ماده اورتوتروپیک، از روش المان محدود نیز استفاده شد. در این بررسی، یک میکروترک در زمینه کامپوزیت لمینای کربن اپوکسی مدل (بر طبق نتایج تجربی) و تأثیر تغییر زاویه آن روی مدول الاستیسیته در راستای الیاف، استخراج شد (شکل 7).

مدول الاستیسیته ماده کامپوزیت (E_0) در راستای الیاف برابر $3/4$ گیگاپاسکال و ابعاد المان حجمی نمونه، $2 \times 40 \times 40$ انتخاب شد [22]. میکروترک دارای شکلی بیضی گون بوده و فاصله کانونی آن 1 میلی متر در نظر گرفته شد (اندازه میکروترک در تمام نمونه ها ثابت در نظر گرفته شد). نتایج عددی تغییر تنش در ازای افزایش زاویه میکروترک در جدول 1 جمع بندی شده است.



شکل 6 جهت گیری دسته های میکروترک در المان حجمی معرف



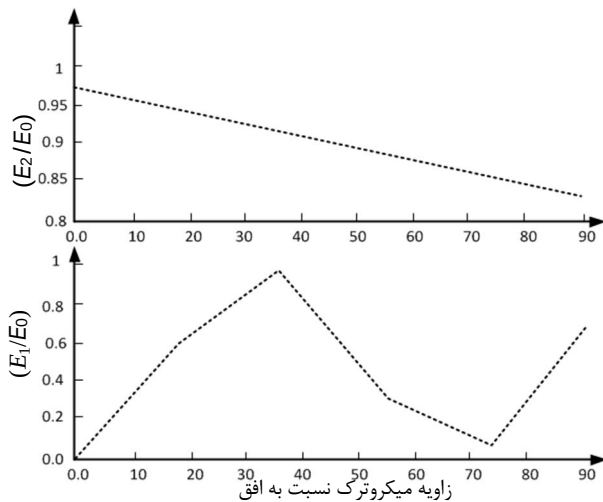
شکل 7 تغییر تنش در ازای افزایش زاویه میکروترک

جدول 1 نتایج عددی تغییر تنش به ازای افزایش زاویه میکروترک

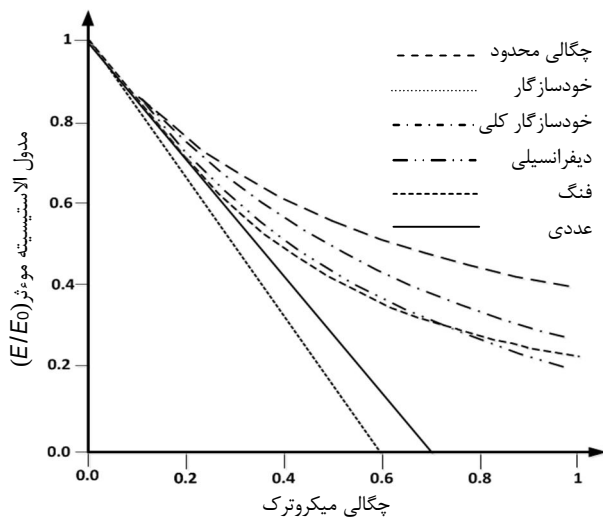
زاویه (درجه)	تنش ناحیه آسیب (گیگا پاسکال)	کرنش ناحیه آسیب (10^{-6})	مدول الاستیک مؤثر ($\frac{E}{E_0}$)
0	5/8	1/78	0/958
18	5/5	1/67	0/966
36	5/4	1/63	0/974
54	4/38	1/32	0/977
72	2/82	0/84	0/987
90	1/46	0/44	0/995

این نتایج نشان می دهد که با افزایش میزان زاویه میکروترک نسبت به افق، مدول الاستیسیته کمتر کاهش می یابد یا به عبارت بهتر، هرچه زاویه ما بین بردار عمود بر میکروترک و جهت اعمال نیرو بیشتر باشد، آن میکروترک از حالت بحرانی خود فاصله بیشتری می گیرد و نقش کمتری در کاهش استحکام ماده ایفا می کند.

به منظور برقراری ارتباط بین زاویه میکروترک و مدول الاستیسیته یک تابع فوریه معرفی شد. این مدل فوریه کلی 1 بر اساس نتایج المان محدود استخراج شده است و می توان با ضرب آن در چگالی میکروترک، مدول مؤثر را محاسبه کرد. طبق رابطه (22) داریم:



شکل 8 مدول الاستیسیته در راستای الیاف (E1) و عمود بر الیاف (E2)



شکل 9 مقایسه مدول یانگ مؤثر مدل‌های مطرح شده با مدل آسیب

اما همان طور که اشاره شد، بر اساس روش عددی، اندازه میکروتُرک‌ها ثابت در نظر گرفته شد و تنها جهت‌گیری آن‌ها تغییر کرد. این در حالی است که در عمل، علاوه بر تغییر جهت‌گیری میکروتُرک‌ها، اندازه آن‌ها نیز تغییر می‌کند. بنابراین، به منظور بررسی اثر اندازه میکروتُرک‌ها بر روی خواص مکانیکی ناحیه آسیب، آزمایشی تجربی بر روی ماده کامپوزیت کربن-اپوکسی طراحی و انجام شد.

2-4- بررسی تجربی ناحیه آسیب

مواد کامپوزیت با الیاف پیوسته و تک لایه (لمینا) را اغلب می‌توان به عنوان مواد اورتوتروپیک در نظر گرفت [22]. علت این امر آن است که در این گونه مواد (مانند لمینیت‌ها) خواص مکانیکی ماده در راستای الیاف و عمود بر الیاف تغییر می‌کند.

از این رو در تحقیق حاضر، سعی بر آن شد تا ماده کامپوزیت تک لایه کربن اپوکسی ساخته و اثر تغییر ابعاد و جهت‌گیری میکروتُرک‌ها بر خواص مکانیکی آن‌ها بررسی شود. بدین منظور، 10 نمونه کامپوزیت تک لایه کربن اپوکسی مطابق استاندارد E1922-ASTM و به روش قالب‌گیری انتقال رزین به کمک خلأ² ساخته شد (شکل 10). مهم‌ترین علت استفاده از این روش،

$$\lambda \quad \theta \quad A_0 \quad A_1 \quad \theta \quad A_2 \quad \theta \quad B_1 \quad \theta \quad (22)$$

که در آن θ نشان‌دهنده زاویه بردار عمود بر میکروتُرک با راستای اعمال تنش و یا زاویه میکروتُرک نسبت به افق است. همچنین، ضرایب A_0, A_1, A_2, B_1 و B_2 با توجه به ماده و شرایط بارگذاری قابل تعیین است. می‌توان تغییرات مدول الاستیسیته نسبت به جهت‌گیری دسته‌های میکروتُرک را با بهره‌گیری از تئوری بودیانسکی و همکارانش [2]، در دو بعد به صورت رابطه (23) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{E}_2}{E} &= \left[\frac{-\bar{\nu}^2}{-\bar{\nu}} \right] \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ &= \bar{M}_2 \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ \frac{\bar{E}_1}{E} \quad \frac{\bar{E}_3}{E} &= \left[\frac{1-\bar{\nu}^2}{2-\bar{\nu}} \quad -3\bar{\nu} \right] \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ &= \bar{M}_1 \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ \frac{\bar{G}_{12}}{G} \quad \frac{\bar{G}_{32}}{G} &= \left[\frac{1-\bar{\nu}}{2-\bar{\nu}} \quad \frac{5-\bar{\nu}}{2-\bar{\nu}} \right] \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ &= \bar{M}_{12} \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ \frac{\bar{G}_{13}}{G} &= \left[\frac{1-\bar{\nu}}{2-\bar{\nu}} \quad \frac{5-\bar{\nu}}{2-\bar{\nu}} \right] \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \\ &= \bar{M}_{13} \left(w \sum_{\alpha=1}^N \lambda \theta_{\alpha} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

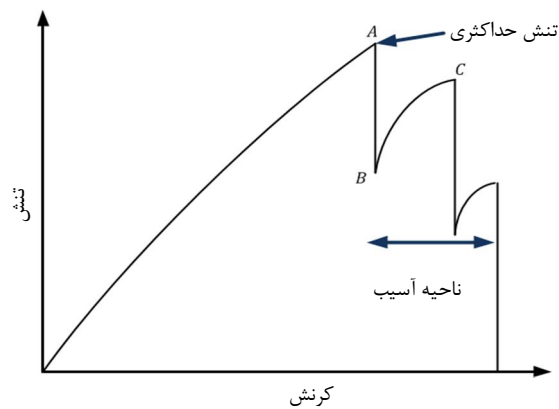
که در آن، $\bar{E}_{ij}$ و $\bar{G}_{ij}$ ، λ_{ij} و M_{ij} به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته و مدول برشی جسم آسیب‌دیده است، چگالی میکروتُرک، جهت‌گیری α امین دسته میکروتُرک، تابعی بر حسب جهت‌گیری فعلی میکروتُرک و تابعی که جایگزین بخشی از معادله می‌شود، هستند (i,j). برای مثال اگر ماده ایزوتروپیک متقاطع¹ باشد، معادله (23) به صورت رابطه (24) بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{E}_2}{E} &= \bar{M}_2 \quad w \sum_{\alpha=1}^N \quad {}^2 \theta_{\alpha} \quad - \bar{\nu} \quad {}^2 \theta_{\alpha} \\ \frac{\bar{E}_1}{E} \quad \frac{\bar{E}_3}{E} &= \bar{M}_1 \left(w \sum_{\alpha=1}^N \quad {}^2 \theta_{\alpha} \quad - \bar{\nu} \quad {}^2 \theta_{\alpha} \right) \\ \frac{\bar{G}_{12}}{G} \quad \frac{\bar{G}_{32}}{G} &= \bar{M}_{12} \left(w \sum_{\alpha=1}^N \quad - \quad {}^2 \theta_{\alpha} \right) \\ \frac{\bar{G}_{13}}{G} &= \bar{M}_{13} \quad w \sum_{\alpha=1}^N \quad {}^2 \theta_{\alpha} \quad - \bar{\nu} \quad {}^2 \theta_{\alpha} \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن، $\bar{E}_{ij}$ و $\bar{G}_{ij}$ به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیسیته و مدول برشی جسم آسیب‌دیده در ماده ایزوتروپیک متقاطع است. بدین ترتیب، مدول الاستیسیته در راستای الیاف (E_1) و در راستای عمود بر الیاف (E_2) با توجه به نادیده گرفتن اثر برهم‌کنش میکروتُرک‌ها محاسبه شد (شکل 8). بنابراین، با تغییر زاویه میکروتُرک‌ها و با استفاده از روش برازش منحنی نرم‌افزار متلب (با استناد به مدل ارائه‌شده) می‌توان نتایج مدول الاستیسیته مطرح شده در حوزه ناحیه آسیب را به صورت زیر ترسیم کرد (شکل 9).

2- Vacuum Assisted Resin Transfer Molding (VARTM)

1- Transversely isotropic



شکل 12 شماتیک نمودار تنش-کرنش ماده کربن-اپوکسی تک لایه

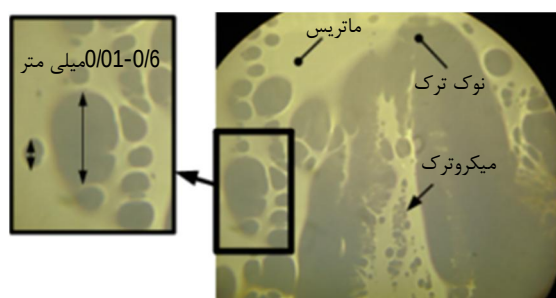
فاصله بین افت تنش اولیه تا افت تنش نهایی، نشان‌دهنده ناحیه آسیب است که در آن میکروتُرک‌ها در زمینه چسبنده اپوکسی ایجاد و در طی زمان رشد می‌کنند، البته ممکن است این افزایش و کاهش تنش چندین مرتبه تکرار شود ولی مسلم آن است که، میزان افزایش تنش ثانویه کمتر از حالت اولیه بوده و به مرور هم کمتر می‌شود. با این حال، اولین افت در میزان تنش از اهمیت خاصی برخوردار است چرا که در این حالت، ناحیه آسیب در نواحی نوک ترک ایجاد شده است و میکروتُرک‌ها قابل رؤیت خواهند بود.

حال بسته به نوع الیاف و رزین، تعداد لایه‌ها، راستای الیاف، راستای کشش و پارامترهای هندسی، ممکن است پیدایش و رشد میکروتُرک‌ها مختلف بوده و انتظار رفتاری متفاوت را از ناحیه آسیب داشت. اما به تدریج، با افزایش میزان بار اعمالی، ابعاد و تعداد میکروتُرک‌ها افزایش یافته و با تلفیق آن‌ها به یکدیگر، ترک بزرگ‌تری ایجاد می‌شود که با اتصال آن به ترک اصلی، استحکام ماده کاهش می‌یابد. بنابراین گرچه تا رسیدن به مرحله شکست نهایی ماده، با افزایش و کاهش استحکام ماده مواجه هستیم (به واسطه پیدایش ناحیه آسیب)، ولی در نهایت استحکام ماده کاهش می‌یابد.

بنابراین می‌توان علت اصلی افزایش قدرت باربرداری ماده ترک‌دار (مسیر B تا C) را در پیدایش و رشد میکروتُرک‌ها در بستر ماده چسبنده دانست که چون ماده علی‌رغم انتظار طراح، مقاومت بیشتری را در مقابل رشد ترک از خود نشان می‌دهد لذا بعضاً به آن بهبود خواص شکست نیز گفته می‌شود.

پس از بارگذاری نمونه‌ها، با انجام تحقیقات میکروساختاری، جهت‌گیری و ابعاد میکروتُرک‌ها در ناحیه آسیب به صورت تجربی تخمین زده شد. بدین منظور، میکروساختار ماده با استفاده از میکروسکوپ 100x مشاهده و اندازه متوسط میکروتُرک‌ها به صورت تقریبی در ناحیه آسیب نوک ترک تخمین زده شد (شکل 13).

همان طور که در شکل 13 نشان داده می‌شود، میکروتُرک‌ها می‌توانند هر



شکل 13 میکروساختار کامپوزیت کربن-اپوکسی تک جهته

جلوگیری از نفوذ هوا به درون قالب و در نتیجه عدم ایجاد فضای خالی ناشی از ساخت در ترکیب رزین و الیاف است.

از آنجا که در استاندارد، پارامترهای هندسی قطعه مانند ابعاد سوراخ‌ها، ناچ و طول قطعه با توجه به عرض قطعه مشخص می‌شوند، لذا می‌توان با برش مناسب قطعات (بنا بر فیکسچر دستگاه تست کشش) این مقادیر را به طور نسبی محاسبه کرد.

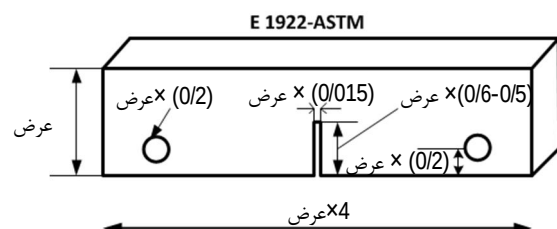
لذا در این تحقیق، مقادیر طول قطعه، طول ناچ، سوراخ‌ها و فاصله سوراخ‌ها (با توجه به عرض 30 میلی متر نمونه‌های ساخته شده) به ترتیب برابر مقادیر 120، 15، 6 و 6 میلی متر محاسبه شدند.

در آزمایش انجام شده از الیاف کربن تک‌جهته 150 گرم بر متر مربع و به ضخامت، 0/3 میلی متر استفاده شد. همچنین از رزین و هاردنر به ترتیب اپونول-828 و اف-205 با در صد ترکیب 100 به 50 استفاده شد.

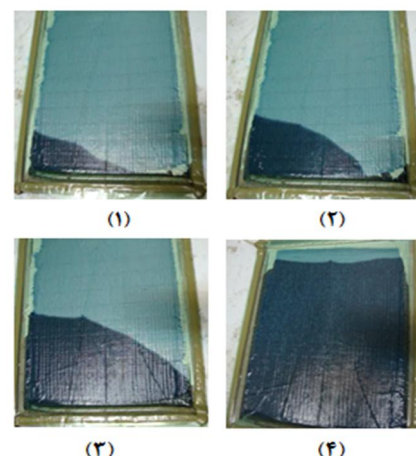
در روش قالب‌گیری انتقال رزین به کمک خلاء، علاوه بر رزین و الیاف، از پمپ خلاء، پارچه داکرون، لایه توزیع، کیسه خلاء و چسب آب بندی به منظور انتقال رزین به الیاف استفاده می‌شود. مراحل انتقال رزین به قالب در شکل زیر آورده شده است (شکل 11).

نمونه‌ها سپس در دستگاه تست کشش (STM-150) مدل سنتام، از محل سوراخ‌ها با نرخ 1 میلی متر بر دقیقه تحت کشش قرار گرفتند.

این فرآیند با استفاده از تصویر کردن لحظه به لحظه نمودارهای تنش-کرنش در کامپیوتر دستگاه تست کشش کنترل شد و به محض ثبت نخستین افت در میزان تنش، فرآیند متوقف شده و نمونه‌ها به منظور بررسی میکروساختاری آماده شدند. اولین افت از این جهت ثبت می‌شود که در آزمایش کشش اغلب مواد اورتوتروپیک یا شبه‌شکننده‌ای، مقدار تنش پس از یک افزایش، کاهش یافته (عموماً چشم‌گیر) و دوباره افزایش می‌یابد که البته افزایش میزان تنش ثانویه از میزان افزایش اولیه کمتر است (شکل 12).



شکل 14 نمونه استاندارد شکست ASTM-E1922



شکل 15 مراحل انتقال رزین به قالب به روش خلاء

که در آن، N ، p و S_{ijkl}^0 به ترتیب نشان‌دهنده مقدار عددی تابع احتمال، تعداد میکروترک و نرمی مؤثر است. سپس با بهره‌گیری از تئوری بودیانسکی و همکارانش [2]، مقادیر نرمی مؤثر (S_{ijkl}^0) را در رابطه (26) جایگزین کرده و مقدار نرمی مؤثر غیر الاستیک را به صورت رابطه (26) محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} H_{1111} &= H_{2222} = H_{3333} = \frac{-\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}}{-\bar{\nu}} \frac{w}{E} \\ H_{1122} &= H_{2233} = H_{3311} = \frac{\bar{\nu} - 3\bar{\nu}}{2 - \bar{\nu}} \frac{w}{E} \\ H_{1212} &= H_{2323} = H_{3131} = \frac{-\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}}{-\bar{\nu}} \frac{w}{E} \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن، $\bar{\nu}$ و $\bar{E}$ به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر ضریب پواسون و مدول الاستیسیته مربوط به ناحیه آسیب است. همچنین، w نشان‌دهنده چگالی میکروترک است که با رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$w = \pi \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{S^{\alpha}}{P^{\alpha}} \right) P^{\alpha} \quad (27)$$

که در آن، S^{α} و P^{α} به ترتیب نشان‌دهنده سطح و محیط α امین میکروترک است که با توجه به شکل میکروترک می‌توانند مقادیر مختلفی را اتخاذ کنند. همچنین، P^{α} نشان‌دهنده مقدار تابع احتمال است. رابطه (27) نشان می‌دهد که با افزایش سطح و تعداد میکروترک‌ها، چگالی میکروترک افزایش می‌یابد. لذا، مدول الاستیسیته و برشی برای حالتی که تعداد میکروترک‌ها محدود بوده و بین میکروترک‌ها برهم‌کنش ضعیف وجود داشته باشد، به صورت رابطه (28) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{E}_2}{E} &= \left[\frac{-\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}}{-\bar{\nu}} \right] w \\ \frac{\bar{E}_1}{E} &= \left[\frac{1 - \bar{\nu}^2 - 3\bar{\nu}}{2 - \bar{\nu}} \right] w \\ \frac{\bar{G}_{12}}{G} &= \left[\frac{1 - \bar{\nu} - 5\bar{\nu}}{2 - \bar{\nu}} \right] w \\ \frac{\bar{G}_{13}}{G} &= \left[\frac{-\bar{\nu} - \bar{\nu}}{-\bar{\nu}} \right] w \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن، w چگالی میکروترک بوده که از رابطه (27) محاسبه می‌شود. با ترسیم همزمان مقادیر مدول الاستیسیته (در راستای الیاف) روش‌های تجربی و عددی محاسبه شده و با فرض دایره‌ای بودن میکروترک‌ها شکل 16 را داریم.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، برخلاف نتایج عددی، به دلیل لحاظ برهم‌کنش میکروترک‌ها، نمودار مدل ارائه‌شده تجربی به صورت غیرخطی است. بنابراین، بر اساس اینکه تعداد، شکل، ابعاد و جهت‌گیری میکروترک‌ها به چه صورت باشد، چگالی میکروترک (رابطه 27) تغییر کرده و می‌توان انتظار برهم‌کنش بین میکروترک و همچنین خواص مکانیکی متفاوتی از ناحیه آسیب داشت. لذا، با تغییر در چگالی میکروترک‌ها، مدول الاستیسیته می‌تواند از حالت الف (خط ممند) به حالت ب (خط چین) تغییر کند.

3- نتیجه‌گیری

همان‌طور که اشاره شد، تاکنون مدل‌هایی به منظور تعیین خواص مکانیکی ناحیه آسیب ارائه‌شده است اما به دلیل پیچیدگی‌های بسیار زیاد این ناحیه، نتایج ارائه شده به درستی مبین رفتار این ناحیه نبوده‌اند. ضمناً مدل‌های موجود با روش‌های جدید تجربی و عددی مقایسه و صحت‌سنجی نشده است.

شکلی داشته باشند (برای مثال دایره‌ای). همچنین بر اساس نتایج تجربی و به صورت تقریبی، محدوده اندازه میکروترک‌ها بین 0/01-0/6 میلی متر شد که می‌تواند برای هر نوع کامپوزیتی، متفاوت باشد (جدول 2).

حال با استفاده از نتایج تجربی استخراج شده در جدول 2، توزیع احتمال گاوسی اندازه و زاویه میکروترک در کامپوزیت کربن اپوکسی تک لایه با استفاده از نرم‌افزار متلب¹ محاسبه شد (شکل 14).

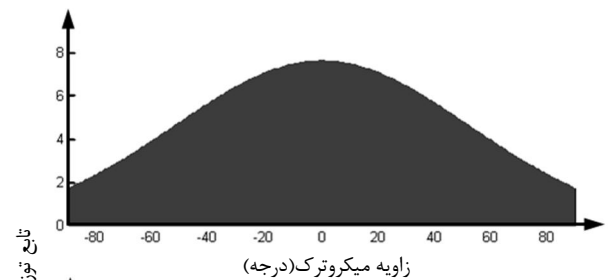
و با قرار دادن مقادیر محاسبه شده در رابطه (21) مدل تابع توزیع احتمال به صورت شکل 15 رسم می‌شود.

بنابراین، با محاسبه حجم زیر نمودار تابع چگالی گاوسی، عملاً مقدار عددی تابع احتمال P_{α} a, θ, φ در رابطه (19) محاسبه شده و تأثیر اندازه میکروترک‌ها علاوه بر جهت‌گیری آن‌ها لحاظ خواهد شد. لذا، می‌توان رابطه (18) را برای تعداد محدود میکروترک به صورت رابطه (25) خلاصه کرد.

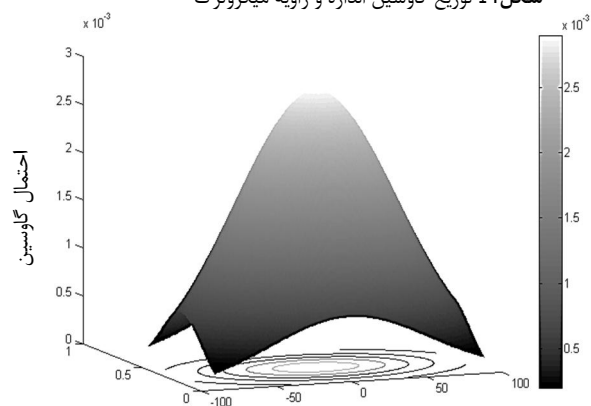
$$H_{ijkl} = \pi N P_{\alpha} \sum_{\alpha=1}^N (S_{ijkl}^0)^{\alpha} \quad (25)$$

جدول 2 محدوده اندازه و جهت‌گیری میکروترک کربن اپوکسی

پارامتر	زاویه میکروترک‌ها	اندازه میکروترک
محدوده مجاز	-90: 90	0/01-0/6
واریانس	2/7452+ 003	0/029
میانگین	0	0/3058

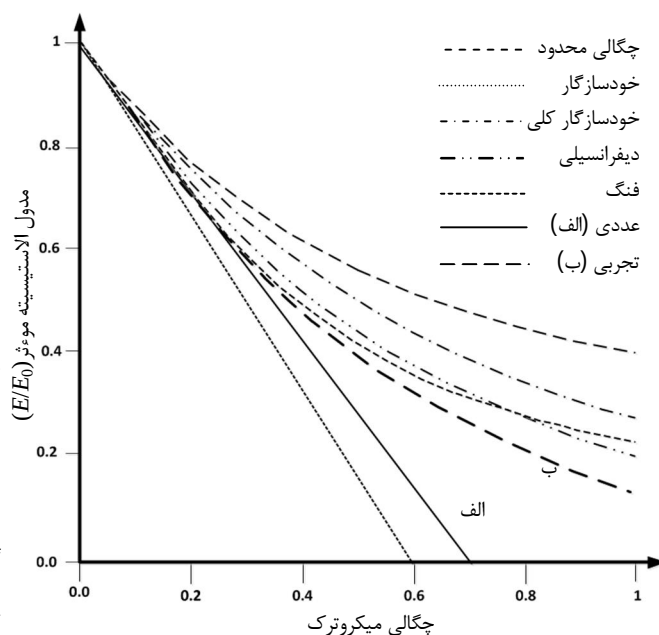


شکل 14 توزیع گاوسین اندازه و زاویه میکروترک



شکل 15 توزیع احتمال گاوسین برای تحقیق حاضر

- load-induced anisotropy. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 155-171, 1983.
- [4] T. Mori, K. Tanaka, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta metallurgica*, pp. 571-574, 1973.
- [5] Y. Benveniste, On the Mori-Tanaka's method in cracked bodies. *Mechanics Research Communications*, pp. 193-201, 1986.
- [6] Z. Hashin, The differential scheme and its application to cracked materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 719-734, 1988.
- [7] R. M. Christensen, K. H. Lo, Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 315-330, 1979.
- [8] J. Aboudi, Y. Benveniste, The effective moduli of cracked bodies in plane deformations. *Engineering fracture mechanics*, pp. 171-184, 1987.
- [9] Y. Huang, K. X. Hu, A. Chandra, A generalized self-consistent mechanics method for microcracked solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 1273-1291, 1994.
- [10] Q. S. Zheng, D.X. Du, Closed-form interacting solutions for overall elastic moduli of composite materials with multi-phase inclusions, holes and microcracks, *Key Engineering Materials*, pp. 479-488, 1997.
- [11] S. Nemat-Nasser, M. Hori, *Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials*, Elsevier, 1999.
- [12] J. W. Ju, T. M. Chen, Effective elastic moduli of two-dimensional brittle solids with interacting microcracks, part I: basic formulations. *Journal of applied mechanics*, pp. 349-357, 1994.
- [13] J. W. Ju, K. Tseng, A three-dimensional statistical micromechanical theory for brittle solids with interacting microcracks, *International Journal of Damage Mechanics*, pp. 102-131, 1992.
- [14] I. A. Kunin, Elastic media with microstructure, *Springer Verlag Springer Series on Solid State Sciences*, pp. 26-35, 1982.
- [15] X. Q. Feng, D. Gross, Three-dimensional micromechanical model for quasi-brittle solids with residual strains under tension, *International Journal of Damage Mechanics*, pp. 79-110, 2000.
- [16] I. N. Sneddon, *Fourier transforms*. Courier Dover Publications, pp. 85-510 1995.
- [17] L. J. Walpole, On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous systems—I, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 151-162, 1966.
- [18] A. R. Gohari Anaraki, M. Fakoor, Mixed mode fracture criterion for wood based on a reinforcement micro-crack damage model, *Materials Science and Engineering: A*, pp. 7184-7191, 2010.
- [19] D. Krajcinovic, *Damage mechanics*, Elsevier, 1996.
- [20] X. Q. Feng, S. W. Yu, Estimate of effective elastic moduli with microcrack interaction effects, *Theoretical and applied fracture mechanics*, pp. 225-233, 2000.
- [21] L. Gambarotta, S. Lagomarsino, A microcrack damage model for brittle materials, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 177-198, 1993.
- [22] A. K. Kaw, *Mechanics of composite materials*, CRC press, pp.58-125, 2005.



شکل 16 مقایسه مدول یانگ مؤثر روش‌های مطرح شده با مدل آسیب

در تحقیق حاضر مدلی جدید بر مبنای نتایج تجربی و عددی به منظور بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب در مواد اورتوتروپیک ارائه شد. این مدل برخلاف مدل‌های پیشین می‌تواند با ارائه یک بازه برای مدول الاستیسیته، خواص مکانیکی این ناحیه را برای حالت وجود یا عدم وجود برهم‌کنش بین میکروتُرک‌ها تخمین بزند. همچنین مدل ارائه شده، با روش‌های سابق مقایسه و صحت‌سنجی شد.

4- مراجع

- [1] M. Kachanov, Elastic solids with many cracks and related problems. *Advances in applied mechanics*, pp. 260-446, 1994.
- [2] B. Budiansky, R. O'connell, Elastic moduli of a cracked solid. *International Journal of Solids and Structures*, pp. 81-97, 1976.
- [3] H. Horii, S. Nemat-Nasser, Overall moduli of solids with microcracks: