



تحلیل ارتعاشات آزاد و ضربه روی ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر هوشمند

کرامت ملکزاده فرد^{1*}، غلامحسن پایگانه²، فهیمه راشد سقاواز³

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- عضو هیئت علمی، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

* تهران، صندوق پستی 123456789، k.malekzadeh@mut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 04 فروردین 1393

پذیرش: 11 خرداد 1393

ارائه در سایت: 16 مهر 1393

کلید واژگان:

ماده مغناطیسی

ضربه سرعت پایین

ارتعاشات

ورق هوشمند

در این مقاله، پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه عرضی با سرعت پایین یک ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر از جنس ماده هوشمند مغناطیسی مورد مطالعه قرار گرفته است. ورق ساندویچی مستطیلی از یک هسته با قابلیت تحریک مغناطیسی و دو لایه مقیدکننده تشکیل شده است. ماده مغناطیسی در شدت‌های میدان مغناطیسی مختلف، خواص متفاوتی از خود نشان می‌دهد. معادلات حاکم بر حرکت به کمک اصل هامیلتون استخراج شده است. حل معادلات با استفاده از فرایند تحلیلی سیستماتیک با بکار بردن سری های فوری به دست آمده است. به کمک روش حل پیشنهادی فرکانس های طبیعی، فاکتورهای استهلاک سازهای، نیروی برخورد و خیز عرضی ورق بدست آمده است. همچنین، تابع نیروی برخورد به کمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی به صورت تحلیلی بدست آمده است. اثرات تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس، فاکتورهای استهلاک، نیروی تماس، تغییر شکل های ورق و ضربه زنده مطالعه شده است. به منظور محاسبه جرم معادل ورق از فرکانس طبیعی پایه بدست آمده از حل مسئله مقدار ویژه استفاده شده است. جرم معادل حاصل شده ورق در مدل تحلیلی جرم و فنر استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی می‌توان به ترتیب مقدار سفتی، فاکتورهای استهلاک سازهای و بیشینه نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد.

Free vibration and Low velocity impact Analysis of sandwich plates with Smart Flexible cores

Keramat Malekzade Fard^{1*}, Gholamhasan Payganeh², Fahimeh Rashed Saghavaz³

1- Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran.

3- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

* P.O.B. 123456789 Tehran, Iran, k.malekzadeh@mut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 March 2014
Accepted 01 June 2014
Available Online 08 October 2014

Keywords:
Magneto Rheological material
Low Velocity Impact
Vibration
Smart Plate

ABSTRACT

In this paper, the free vibration and low velocity impact response of a sandwich plate with a Magneto Rheological (MR) flexible core have been studied. The rectangular sandwich plate contains a Magneto Rheological (MR) flexible core and two constrained layers. The MR materials have different properties with respect to different magnetic field intensities. The governing equations of motion have been derived using Hamilton principles. The solution of these equations was obtained using Fourier series and analytical systematic procedure. Using the proposed solution method, the natural frequencies, structural loss factors, impact load and transverse deflection of the plate were calculated. Also, the contact force history was derived using a two degrees of freedom spring mass model analytically. The effects of variations of magnetic field intensity on the natural frequency, loss factors, contact force and deformations of the plate and impactor were investigated. In order to calculate the equivalent mass of the plate, the obtained fundamental natural frequency from solution of eigen value problem was used. The obtained equivalent mass of the plate was used in analytical spring mass model. The results show that with systematic variation of magnetic field, the magnitudes of transverse stiffness, structural loss factors and maximum contact force can be changed and controlled, respectively.

1- مقدمه

مواد می‌تواند از پلیمرهای سبک، فوم‌ها، سازه‌های لانه زنبوری یا مواد با خاصیت توزیع تابعی¹ تشکیل شود. در سازه‌های ساندویچی رویه‌ها و هسته به ترتیب توانایی تحمل بارهای کششی و بارهای برشی را دارند. امروزه به نحو

سازه‌های ساندویچی از دو رویه سفت و قوی و یک هسته نرم و انعطاف پذیر تشکیل شده‌اند. این رویه‌ها به وسیله هسته از هم جدا می‌شوند [1]. رویه‌ها معمولاً از ورق‌های فلزی یا ورق‌های کامپوزیتی ساخته می‌شوند و هسته این

1- Functionally Graded Material

سیال MR را بررسی کردند. علاوه بر این آن‌ها به بررسی تأثیر نحوه چیدمان لایه‌های کامپوزیتی رویه‌ها، بر روی فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک پرداختند. دانشجو و همکاران [17] ارتعاشات پوسته‌های کامپوزیت را در سرعت‌های بحرانی مورد مطالعه قرار دادند. مظفری و همکاران [18] به بهینه‌سازی ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته مایع هوشمند پرداختند.

زانگ و هانگ [19] با استفاده از نرم‌افزار انسیس به تحلیل دینامیکی ورق ساندویچی مستطیلی با هسته MR پرداختند. آن‌ها در مطالعات خود چندین روش برای شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی ارائه کردند و با مقایسه نتایج تئوری و نتایج شبیه‌سازی، بهترین روش شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی را ارائه کردند.

اله وردی زاده و همکاران [20] به بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر ساندویچی با به کارگیری موادی با خواص تابعی (FGM) در رویه‌ها و هسته هوشمند ER پرداختند. مواد هدفمند تأثیر بسیاری در بهبود ویژگی‌های ترمومکانیکی مواد دارد. ملکزاده و خلیلی [21] با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری عرضی و میرایی سازه‌ای به بررسی پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی پرداختند. آن‌ها برای محاسبه فاکتور استهلاک معادل ورق ساندویچی، از مدل جرم- فنر- دمپر- داشپات با سه درجه آزادی استفاده کردند.

سرپرست و همکاران [22] با استفاده از آنالیز پاسخ به شناسایی پارامترهای مودال سازه تحت بار محیطی پرداختند. آن‌ها پارامترهای مودال یک تیر را با استفاده از روش تجزیه فرکانسی بدست آورده و با نتایج اجزای محدود و تست‌های آزمایشگاهی مقایسه نمودند. لی و زانگ [23] به تحلیل ارتعاشات آزاد ورق مگنتوالکستیک بر اساس تئوری میندلین¹ روی بستر الاستیک پاسترناک پرداختند.

از نتایج پژوهش‌ها به وضوح مشاهده می‌شود، با وجود پژوهش‌های قابل توجهی که در زمینه ارتعاشات آزاد ورق‌های ساندویچی با هسته MR انجام شده است، خلأ زیادی در زمینه حل تحلیلی یا عددی مسئله ارتعاشات اجباری و ضربه این سازه‌ها وجود دارد. هدف اصلی این مقاله پر کردن این خلأ است.

این پژوهش دارای ارزش کاربردی برای مهندسان کنترل ارتعاشات، در زمینه بهینه‌سازی عملی یا تئوری خواص ارتعاشاتی ورق‌های ساندویچی تطبیقی با هسته MR است. از روش‌های کاهش ارتعاشات در سازه، افزایش ضریب استهلاک مودال است. با استفاده از مواد ویسکوالاستیک (مواد MR) در سازه، می‌توان ضریب استهلاک مودال را افزایش داد و از ارتعاشات نامطلوب که یکی از دلایل خستگی و خرابی سازه‌ها است، کاست. پژوهش حاضر این موضوع را نیز دربر می‌گیرد. علاوه بر این، عکس‌العمل سریع و میرایی کافی ناشی از میدان خارجی باعث افزایش کاربرد این سازه‌ها، در مواردی که نیاز به مقاومت سازه در برابر ضربه یا انفجار است، شده است.

2- بررسی رفتار ارتعاشاتی ورق ساندویچی با هسته MR

2-1- مدل سازی ورق ساندویچی با هسته MR و روابط پایه‌ای

در شکل 1، ورق مستطیلی ساندویچی که از یک ورق پایه با ضخامت h_3 ، یک لایه مقیدکننده‌ی هسته MR با ضخامت h_1 ، و هسته MR به ضخامت h_2 تشکیل شده است مشاهده می‌شود.

در مدل ارائه شده فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

1- ورق پایه و لایه‌ی مقید کننده الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتروپیک یا از

چشمگیری از سازه‌های ساندویچی در بدنه هواپیماها، خودروها، کشتی‌ها و ساختمان‌ها استفاده می‌شود. این سازه‌ها معمولاً در معرض تحریک‌های دینامیکی خارجی مختلفی مانند ضربه، زلزله و غیره قرار می‌گیرند. از آنجایی که تحریک‌های خارجی قابلیت ناپایدار کردن سازه را دارند، روش‌های مختلفی برای کاهش اینگونه ارتعاشات ارائه شده است. این روش‌ها معمولاً شامل سیستم‌های کنترل ارتعاشات فعال، نیمه فعال، غیرفعال و ترکیبی می‌باشند [2]. مواد هوشمند مانند پیزوالکتریک‌ها [3]، آلیاژهای حافظه‌دار [4]، مواد مگنتورئولوژیکال (MR) و الکترورئولوژیکال (ER) [5] معمولاً به‌عنوان سنسورها و عملگرهای گسترده در سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. این مواد عموماً به منظور تطبیق با شرایط محیطی و عملکردی به کار گرفته می‌شوند. برای مثال سازه‌های تطبیقی که در آن‌ها از مواد MR و ER استفاده شده است از خواص کنترلی خوبی مانند قابلیت تغییر سریع و برگشت‌پذیر میرایی و سفتی بر اثر میدان الکتریکی یا مغناطیسی اعمالی خارجی و کنترل‌پذیری آسان به وسیله رایانه برخوردارند [6]. از کاربرد مایعات MR مورد استفاده در ورق‌های ساندویچی می‌توان به ساخت جک و یا ساخت جلیقه ضدگلوله (زره‌پوش) اشاره کرد. زره‌پوش تا زمانی که هیچ جریانی در مدار تعبیه شده در پیرامون سیال برقرار نشده است، کاملاً نرم و منعطف است، ولی به محض برقراری میدان، سفت و خشک شده و در برابر ضربات از فرد نظامی محافظت می‌کند. علاوه بر این از دمپرهای مگنتورئولوژیکال [7]، برای تحلیل نیروی‌های وارد شده بر سازه‌ها استفاده می‌شود.

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و ایزوتروپیک هوشمند صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به، چن و یه اشاره کرد. آن‌ها به بررسی ارتعاشات یک ورق ساندویچی با هسته ER در حوزه ضریب استهلاک و فرکانس طبیعی پرداختند [8] و فاکتور استهلاک در ورق ساندویچی با هسته ER را بررسی نمودند [9]. وانگ و ژوو [10] با هدف بررسی خواص دینامیکی مانند سختی ظاهری (k_{ap}) مدول برشی مختلف ماده MR و برخی خواص دینامیکی دیگر، به بررسی تیر ساندویچی با رویه‌های مقیدکننده رسانا و هسته انعطاف‌پذیر پرداختند. هسته ورق ساندویچی مورد مطالعه آن‌ها، شامل دو قسمت غیر مگنتورئولوژیکال در اطراف لایه هسته و مگنتورئولوژیکال در مرکز هسته است. دیودی [11] با روش کلرکین به بررسی ارتعاشات آزاد تیر با هسته الاستومر MR پرداخت. هاشمی‌نژاد و ملکی [12] با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با هسته ER، تحت نیروی هارمونیک را مورد مطالعه قرار دادند.

نایاک و همکاران [13] به مطالعه مقایسه تحلیلی ارتعاشات آزاد یک تیر ساندویچی با هسته MR و رویه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی، تئوری کلاسیک و روش اجزای محدود پرداختند. آن‌ها [14] با جاسازی مایع MR در وسط لایه هسته از جنس ماده ویسکوالاستیک در یک تیر ساندویچی، به بررسی فرکانس طبیعی با روش اجزای محدود و تست آزمایشگاهی پرداختند. فتاحی و همکار [15] به بررسی ارتعاشات صفحه کامپوزیتی پر شده با مواد اثرپذیر مغناطیسی پرداختند. آن‌ها با استفاده از مثال‌های عددی، دقت و کارایی اثر افزودن مواد MR بر ارتعاشات یک صفحه کامپوزیت را نشان دادند. مانوهاران و همکاران [16] با استفاده از روش المان محدود رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیت لایه‌ای و هسته

1- Mindlin

جنس مواد کامپوزیتی باشند.
2- فرض می‌شود هیچگونه لغزشی بین لایه‌های الاستیک و لایه MR وجود ندارد.
3- جابجایی عرضی w برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از ورق ساندویچی یکسان فرض می‌شوند.
4- فرض می‌شود در لایه MR تنش نرمال وجود ندارد، همچنین از کرنش‌های برشی عرضی در لایه‌های الاستیک هم صرف نظر می‌شود.
5- ماده‌ی MR در شرایط قبل از تسلیم و به صورت ماده ویسکوالاستیک خطی مدل می‌شود.

از شرایط سینماتیکی فرض شده در بالا، روابط جابجایی در لایه‌های الاستیک به صورت زیر است. طبق روابط (3-1) داریم:

$$u^{(i)}(x, y, z, t) = u_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

$$v^{(i)}(x, y, z, t) = v_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2)$$

$$w^{(i)}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (3)$$

در این روابط z_i که i می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند مختصات عرضی در سیستم مختصات محلی لایه‌های بالا و پایینی است که در صفحات میانی این لایه‌ها قرار گرفته است. $u_i(x, y, t)$ و $v_i(x, y, t)$ به ترتیب تغییر مکان‌های صفحه میانی در راستای x و y هستند. با فرض خطی بودن رابطه‌ی بین کرنش‌ها و جابجایی‌ها، مؤلفه‌های کرنش در لایه‌های الاستیک کامپوزیتی را می‌توان به صورت روابط (6-4) بیان کرد.

$$\varepsilon_{xx}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{yy}^{(i)} = \frac{\partial v_i}{\partial y} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\gamma_{xy}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} - 2z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

در روابط (6-4) i می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند.
با توجه به شکل 2، مؤلفه‌های کرنش عرضی در لایه MR طبق روابط (۸، 7) برابر خواهد بود با:

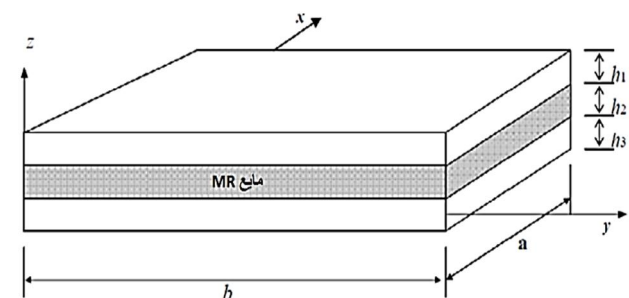
$$\gamma_{xz}^{(2)} = \frac{I_x}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{(u_1 - u_3)}{h_2} \quad (7)$$

$$\gamma_{yz}^{(2)} = \frac{I_y}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{(v_1 - v_3)}{h_2} \quad (8)$$

برای I_x و I_y طبق روابط (10.9) می‌توان نوشت:

$$I_x = d\theta_x + (u_1 - u_3) \quad (9)$$

$$I_y = d\theta_y + (v_1 - v_3) \quad (10)$$



شکل 1 هندسه مسئله ورق ساندویچی با هسته‌ی MR

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(i)} & \bar{Q}_{12}^{(i)} & 0 \\ \bar{Q}_{12}^{(i)} & \bar{Q}_{22}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(i)} \\ \varepsilon_{yy}^{(i)} \\ \varepsilon_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

که $\bar{Q}_{\alpha\beta}^{(i)}$ ($i = 1, 3$) نشان‌دهنده‌ی ثابت‌های الاستیک انتقال یافته کاهش یافته در هر زیرلایه در میان لایه‌های 1 و 3 است.

رابطه‌ی نهایی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به صورت رابطه (12) درخواهد آمد. که G_2 نشان‌دهنده‌ی مدول برشی ویسکوالاستیک مربوط به لایه مایع MR است.

$$\sigma_{xz}^{(2)} = G_2 \gamma_{xz}^{(2)} \quad , \quad \sigma_{yz}^{(2)} = G_2 \gamma_{yz}^{(2)} \quad (12)$$

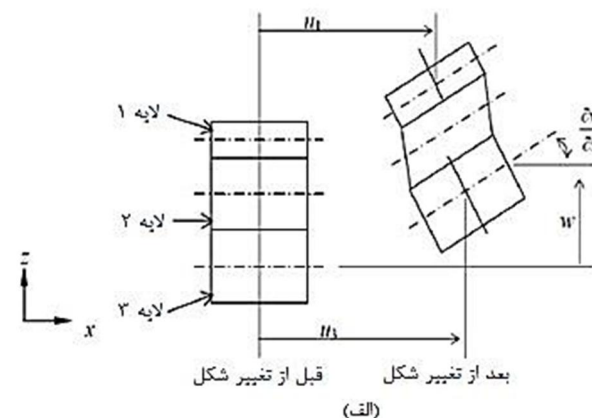
2-2- معادلات حرکت و محاسبه فرکانس‌های طبیعی ورق هوشمند

از روابط همیلتون برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت برای ورق مستطیلی ساندویچی استفاده شده است. طبق رابطه (13) داریم:

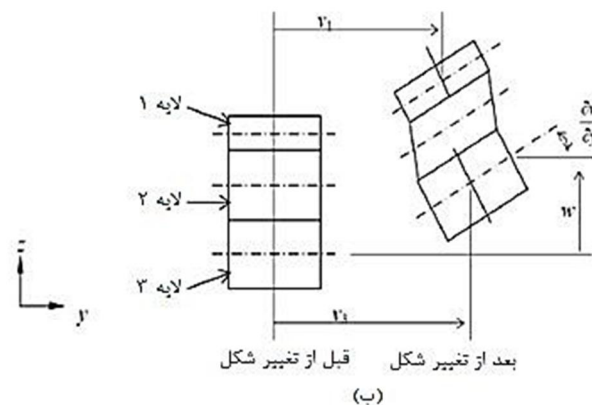
$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) = 0 \quad (13)$$

U ، T و L به ترتیب برای نشان‌دهنده‌ی لاگرانژین، انرژی کرنشی کل و انرژی جنبشی کل ورق ساندویچی است.

تغییرات انرژی کرنشی کل ورق را با توجه به در نظر گرفتن حالت تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین و در نظر نگرفتن تنش‌های نرمال در لایه



(الف)



(ب)

شکل 2 الف) مقطع ورق ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل در صفحه xz

ب) مقطع ورق ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل در صفحه yz

MR می توان به صورت رابطه (14) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \delta w = & \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ & + \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ & \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ & \left(\frac{d I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ & \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ & D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left(\frac{d}{h_2} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ & \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w} \\ & (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (19)$$

حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش ناویر [24] انجام شده است. استفاده از روش ناویر منجر به ایجاد یک دستگاه معادلات خطی خواهد شد. در نهایت با فرض ارتعاشات هارمونیک به یک مسئله مقدار ویژه و به مقادیر ویژه مختلط خواهیم رسید که از آن فرکانس های طبیعی و ضرایب استهلاک سیستم برای مدهای مختلف ارتعاشی استخراج خواهند شد. شرایط مرزی هندسی به صورت رابطه (20) است.

$$\begin{cases} u_i(x, 0, t) = u_i(x, b, t) = v_i(0, y, t) = u_i(a, y, t) = 0 \\ w(x, 0, t) = w(x, b, t) = w(0, y, t) = w(a, y, t) = 0 \\ \partial w(x, 0, t) / \partial x = \partial w(x, b, t) / \partial x = \partial w(0, y, t) / \partial y = 0 \\ \partial w(0, y, t) / \partial y = 0 \end{cases} \quad (i = 1, 3) \quad (20)$$

شرایط مرزی طبیعی را نیز می توان به صورت رابطه (21) نوشت.

$$\begin{cases} N_{xx}^{(i)}(0, y, t) = N_{xx}^{(i)}(a, y, t) = N_{yy}^{(i)}(x, 0, t) = N_{yy}^{(i)}(x, b, t) = 0 \\ M_{xx}^{(1)}(0, y, t) + M_{xx}^{(3)}(0, y, t) = M_{xx}^{(1)}(a, y, t) = M_{xx}^{(3)}(a, y, t) = 0 \\ M_{yy}^{(1)}(x, 0, t) + M_{yy}^{(3)}(x, 0, t) = M_{yy}^{(1)}(x, b, t) = M_{yy}^{(3)}(x, b, t) = 0 \\ (i = 1, 3) \end{cases} \quad (21)$$

مؤلفه های جابجایی u_i, v_i و w تمام شرایط مرزی هندسی و طبیعی ذکر شده در روابط (21, 20) را برآورده می کنند. بسط فرم سری فوری دوتایی این مؤلفه ها به صورت رابطه (22) است.

$$\begin{aligned} u_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}^{(i)} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ v_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} v_{mn}^{(i)} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ w(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} w_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (22)$$

در این روابط $U_{mn}^{(i)}, v_{mn}^{(i)}$ و w_{mn} ضرایب جابجایی مجهول و $\beta_m = n\pi/b$ و $\alpha_m = m\pi/a$ است.

در نهایت دستگاه معادلات خطی با جایگزین کردن روابط (22) در روابط (19-17) به صورت روابط (23-25) بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \delta u = & \sum_{i=1,3} \int_{v_i} (\sigma_{xx}^{(i)} \sigma \varepsilon_{xx}^{(i)} + \sigma_{yy}^{(i)} \sigma \varepsilon_{yy}^{(i)} + \sigma_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) dv_i + \\ & \int_{v_2} (\sigma_{xz}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) dv_2 \\ & = \sum_{i=1,3} \int_{\Omega} (N_{xx}^{(i)} \sigma \varepsilon_{xx}^{(i)} + N_{yy}^{(i)} \sigma \varepsilon_{yy}^{(i)} + N_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} (Q_{xx}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + Q_{yy}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) d\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

انرژی جنبشی ورق ساندویچی با صرف نظر کردن از اینرسی دورانی در لایه های الاستیک و مؤلفه های صفحه ای انرژی جنبشی در هسته به دست می آید. طبق رابطه (15) داریم:

$$\begin{aligned} \delta T = & \sum_{i=1,3} \delta \int_{\Omega} 1/2 \rho_i h_i (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2 + \dot{w}_i^2) d\Omega + \\ & \delta \int_{\Omega} 1/2 \{ \rho_2 h_2 \dot{w}_i^2 + I_2 [(\dot{\gamma}_{xz}^{(2)})^2 + (\dot{\gamma}_{yz}^{(2)})^2] \} d\Omega \end{aligned} \quad (15)$$

در رابطه (15)، $p_i (i = 1, 2, 3)$ نشان دهنده چگالی جرمی در لایه i ام و $I_2 = p_2 h_2^3 / 12$ ممان اینرسی جرمی لایه MR است. با جایگزین کردن این روابط در رابطه (13) و استفاده از قاعده گرین و اصل اساسی حساب تغییرات، فرم کلی معادله حرکت برای ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته بدست خواهد آمد. حال می توان با جایگزین کردن روابط (4-8) در روابط (11) و (12)، منتهج های تنش و ممان را بر حسب جابجایی ها بدست آورد. ثابت های سختی ظاهر شده در روابط به صورت رابطه (16) تعریف می شوند.

$$(A_{jk}^{(i)}, B_{jk}^{(i)}, D_{jk}^{(i)}) = \int_{-h_1/2}^{h_1/2} (1, z_1, z_1^2) \overline{Q}_{jk} dz_i \quad (16)$$

اندیس های j و k می توانند مقادیر 1، 2 و یا 6 را اختیار کنند. بنابراین در نهایت معادلات حرکت براساس جابجایی ها به صورت روابط (17-19) در خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \delta u_i = & A_{11}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} - p_i h_i \ddot{u}_i - \left(\frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) \\ & (u_1 - u_3) - \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)}}{h_2} \right) \\ & \frac{\partial^2 v_i}{\partial x \partial y} - B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \left(\frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - \left(\frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \\ & - (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \delta v_i = & (A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial y} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + A_{22}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \\ & - p_i h_i \ddot{v}_i - \left(\frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) (v_1 - v_3) - \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \\ & - (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ & - \left(\frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} - \left(\frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (18)$$

جرم و فنر نوشته شده است و نیروی برخورد حاصل از ضربه بر حسب پارامترهای مسئله از جمله سختی موثر تماسی که مجهول است نوشته خواهد شد. نیروی تماسی از رابطه هرتز به فرم رابطه (28) بدست می آید.

$$F_c(t) = k\delta^n, \quad n = 1.5 \quad (28)$$

سپس با استفاده از بسط دو جمله ای تیلور $\sin$ و $\cos$ ، سختی تماسی خطی شده نوشته خواهد شد. سختی تماسی خطی شده وابسته به جرم های هدف و ضربه زننده، سرعت برخورد و سختی غیرخطی تماسی است. در نهایت نیروی برخورد، مدت زمان برخورد و فرورفتگی بدست می آید. از ویژگی های برجسته این روش عدم وجود هرگونه قید فیزیکی از جمله محدودیت نسبت جرم ضربه زننده به هدف، سادگی حل و عدم استفاده از حلقه های تکرار عددی است. ورق تحت ضربه شئ خارجی در شکل 3 و مدل سازی جرم و فنر معادل ضربه حاصله در شکل 4 نشان داده شده است. K_c^* سختی خطی شده تماسی و K_g سختی معادل ورق است که روابطشان در انتهای بخش آورده شده است. m_2 جرم ضربه زننده و m_1 جرم موثر هدف است.

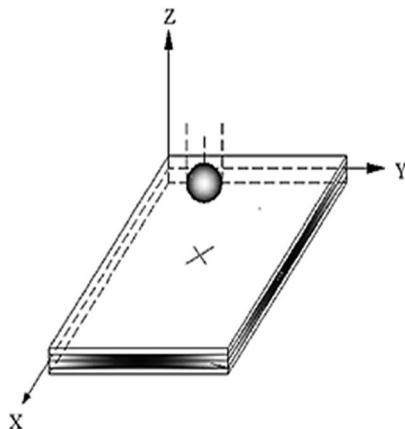
از معادلات حرکت سیستم جرم و فنر، نیروی تماس بدست می آید (شکل 4). معادلات حرکت از رابطه (29) بدست می آید

$$\begin{aligned} M_2 \ddot{x}_1 + K_c^*(x_2 - x_1) &= 0 \\ M_1 \ddot{x}_1 + K_g x_1 + K_c^*(x_1 - x_2) &= 0 \end{aligned} \quad (29)$$

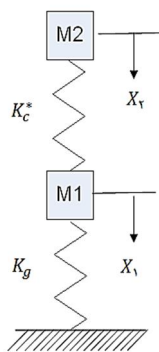
شرط اولیه رابطه (29) به صورت روابط (30) است.

$$\begin{aligned} x_1(t=0) &= 0, \quad x_2(t=0) = 0 \\ \dot{x}_2(t=0) &= 0, \quad \dot{x}_1(t=0) = v \end{aligned} \quad (30)$$

پس از حل معادلات (29) و جایگزین کردن $x_1(t)$ و $x_2(t)$ در آن، فرکانس های طبیعی مطابق رابطه (31) حاصل می شود.



شکل 3 ورق تحت ضربه شئ خارجی



شکل 4 مدل سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی معادل ضربه

$$\begin{aligned} &(-\alpha_m^2 A_{11}^{(i)} - \beta_n^2 A_{66}^{(i)} + p_i h_i w^2) U_{mn}^{(i)} + \delta_i \left(\frac{G_2}{h_2} \right) \\ &+ \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (U_{mn}^{(1)} - U_{mn}^{(3)}) - \alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) \\ &+ V_{mn}^{(i)} + \left[\alpha_m^3 B_{11}^{(i)} + \alpha_m \delta_i \left(\frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ &+ \alpha_m B_n^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 3) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &-\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) U_{mn}^{(i)} + (-\alpha_m^2 A_{66}^{(i)} - \beta_n^2 A_{22}^{(i)} \\ &+ p_i h_i w^2) V_{mn}^{(i)} + \delta_i (-G_2/h_2) + \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (V_{mn}^{(1)} \\ &- V_{mn}^{(3)}) + \left[\beta_n \alpha_m^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) + \right. \\ &\left. \beta_n^3 B_{22}^{(i)} + \beta_n \delta_i \left(\frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ &W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 3) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \delta w &= \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ &+ \left(\frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ &\left(\frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ &D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left(\frac{d}{h_2} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ &\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w}] \end{aligned} \quad (i = 1, 3) \quad (25)$$

معادلات نهایی را می توان به شکل ماتریسی (26) نوشت.

$$\begin{aligned} Z_{mn} \xi_{mn} &= 0 \\ \xi_{mn} &= [U_{mn}^{(1)}, U_{mn}^{(3)}, V_{mn}^{(1)}, V_{mn}^{(3)}, W_{mn}]^T \end{aligned} \quad (26)$$

با قرار دادن درمیان ماتریس ضرایب برابر صفر، ویژگی های ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی بدست می آیند. رابطه (27) بیانگر فرکانس های طبیعی (w) و ضرایب استهلاک مودال (η_v) بدست آمده است.

$$w^* = \sqrt{\text{Re}(\tilde{w}^2)}, \quad \eta_v = \frac{\text{Im}(\tilde{w}^2)}{\text{Re}(\tilde{w}^2)} \quad (27)$$

3-2- ارائه مدل ضربه و بدست آوردن نیروی ضربه

در این پژوهش از روش جرم و فنر دو درجه آزادی برای مدل کردن ضربه استفاده شده است. برای محاسبه جرم معادل در روش نامبرده از فرکانس طبیعی پایه بدست آمده در بخش قبلی استفاده خواهد شد.

مدل جرم و فنر در سال 1985 توسط شیواکومار و همکارانش [25] ارائه شده است. این روش برای تمامی مسائل ضربه سرعت پایین، که بتوان آن ها را با مدل جرم و فنر دو درجه یا سه درجه آزادی مدل کرد کاربرد دارد. در این روش با استفاده از قانون تماس خطی شده، معادله حرکت حاکم بر سیستم

شده است. در رابطه (40)، N بصورت $\frac{M_p}{M_s} = \frac{1}{4}$ تعریف می شود. در نهایت نیروی تماس به صورت رابطه (41) بدست می آید.

$$F_c^* = 0.978 \left(\frac{N}{N+1} \right)^{0.2} (V)^{1.4} (K_c)^{0.8} (M_i)^{0.2} \frac{1}{\phi_2 - \phi_1} \left[\frac{1 - \phi_2}{w_2} \sin(w_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{w_1} \sin(w_1 t) \right] \quad (41)$$

در رابطه (31) سختی معادل ورق است و بر طبق نظریه سوانسون [27] برابر با رابطه (42) می باشد.

$$K_g = \omega_{11}^2 M_1 \quad (42)$$

در مدل شیواکومار سفتی کل جسم هدف به صورت رابطه (43) می باشد.

$$K_1 = K_m + \frac{K_b K_s}{K_b + K_s} \quad (43)$$

در رابطه (43)، K_m سفتی غشایی، K_b سفتی خمشی و K_s سفتی معادل برشی ورق ساندویچی در محل برخورد می باشند.

2-4- ارائه مدل ماده سیال MR

در مورد مواد مگنتورئولوژیکال فرض می شود که ماده در حالت فعال خود یعنی در حالت اعمال میدان مغناطیسی، خواصی قابل مقایسه با یک جامد تا نقطه تسلیم پیدا می کند (تنش برشی که بالاتر از آن برش اتفاق می افتد) (شکل 5).

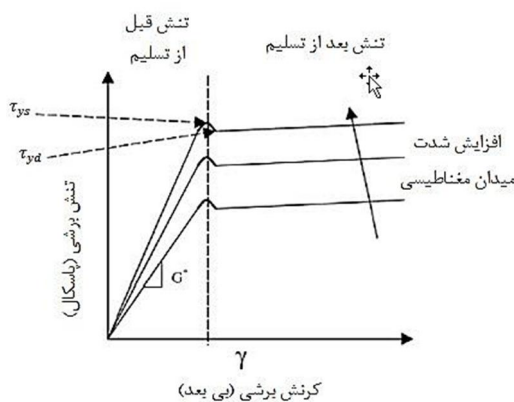
تنش تسلیم به میدان مغناطیسی که به ماده اعمال می شود بستگی دارد، اما به نقطه ای می رسیم که بعد از آن افزایش شدت میدان مغناطیسی تأثیر بیشتری ندارد.

در رابطه (44)، τ تنش برشی γ کرنش برشی و G^* ضریب برش مختلط است.

$$\tau = G^* \gamma \quad (44)$$

ماده در نقطه تسلیم از نظر مغناطیسی به حالت اشباع¹ می رسد. بنابراین رفتار ماده MR می تواند مانند مدل پلاستیک بینگهام² فرض شود، هر چند که یک ماده MR دقیقاً از ویژگی های پلاستیک بینگهام پیروی نمی کند. به عنوان مثال زیر تنش تسلیم (در حالت فعال) ماده مثل یک ماده ویسکوالاستیک با یک مدول برشی مختلط که تابعی از شدت میدان مغناطیسی است رفتار می کند (شکل 5).

در رابطه (45) قسمت حقیقی (G')، مدول برشی ذخیره شده نامیده می شود و توانایی مواد برای ذخیره الاستیکی انرژی کرنش را، اندازه گیری



شکل 5 نمودار تنش-کرنش برای ماده MR

1- Magnetically saturated
2- Bingham plastic

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} - \sqrt{\left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \\ \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} + \sqrt{\left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \end{cases} \quad (31)$$

از رابطه (32) شکل مودها بدست می آید.

$$\begin{aligned} \left(\frac{A}{B} \right)_{\omega_1} &= \phi^1 = \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_1^2} = \phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \left(\frac{A}{B} \right)_{\omega_2} &= \phi^2 = \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_2^2} = \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

رابطه (33) بیان کننده شکل کلی معادلات حرکت سیستم است.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} &= C_1 \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \\ &+ C_2 \begin{pmatrix} \phi_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (33)$$

با اعمال شرایط مرزی، ضرایب C_1 ، C_2 ، φ_1 و φ_2 مطابق رابطه (34) بدست می آیند.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 = 0 \\ C_1 &= -C_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{V}{\omega_1 (\phi_2 - \phi_1)} \\ C_2 = \frac{V}{\omega_2 (\phi_2 - \phi_1)} \end{cases} \end{aligned} \quad (34)$$

نیروی تماسی ایجاد شده بین دو جرم ضربه زننده و هدف بصورت رابطه (35) می باشد.

$$F_c^* = K_c^* (x_2(t) - x_1(t)) \quad (35)$$

$$F_c^* = \frac{K_c^* V}{(\phi_2 - \phi_1)} \left[\frac{1 - \phi_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{\omega_1} \sin(\omega_1 t) \right] \quad (36)$$

که K_c^* با مشتق گرفتن از معادله نیروی تماسی، و بدست آوردن F_{max} بصورت رابطه (37) حاصل خواهد شد.

$$K_c^* = K_c \frac{1}{n} F_{max}^{\frac{n-1}{n}} \quad (37)$$

از قرار دادن بسط دو جمله ای تیلور در رابطه (36) و با مشتق گرفتن از آن، بیشینه نیروی تماس بر طبق رابطه (38) بدست می آید.

$$F_{max} = \frac{2}{3} V \sqrt{\frac{2NM_2 K_c^*}{(N+1)}} \quad (38)$$

از رابطه (39) زمان متناسب با بیشینه نیروی تماسی ایجاد شده بدست می آید.

$$t_{max} = \sqrt{\frac{2NM_2}{(N+1)K_c^*}} \quad (39)$$

از رابطه (38) و (39) مقدار K_c^* به صورت رابطه (40) بدست می آید.

$$K_c^* = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} \left(\frac{N}{N+1} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} (V)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} (K_c)^{\frac{2}{n+1}} (M_i)^{\frac{n-1}{n+1}} \quad (40)$$

در تحلیل های انجام شده توسط گانگ [26] (در مورد ضربه روی پوسته استوانه ای کامپوزیتی) جرم موثر سازه برابر یک چهارم جرم کل سازه در نظر گرفته

جدول 2 خصوصیات مکانیکی ورق ساندویچی [29]

خواص / ماده	مدول برشی (GPa)	چگالی (kg/m^3)	مدول الاستیسیته (GPa)
آلومینیوم	26/9	70000	2/7
مایع MR	معادله 46	3500	-

به طور کلی می توان گفت فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی به دلیل کاهش انعطاف پذیری، افزایش یافته و ضربه استهلاک مودال کاهش پیدا می کند.

2-3- تحلیل ضربه سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته

انعطاف پذیر از جنس ماده MR

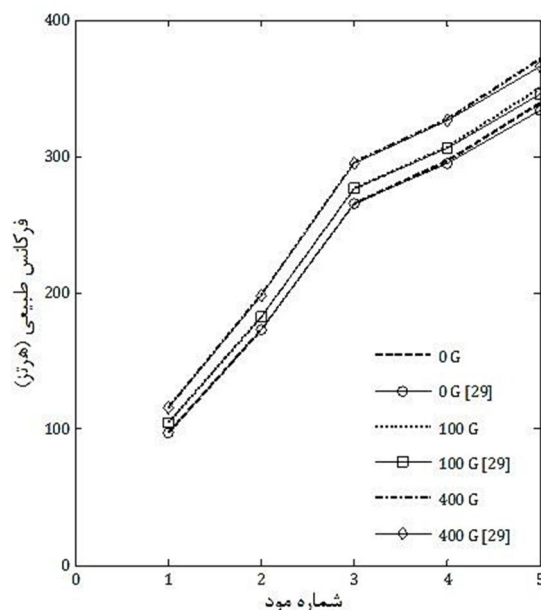
در این قسمت به بررسی رفتار ورق ساندویچی با هسته ماده هوشمند تحت ضربه با سرعت پایین پرداخته می شود. بر روی ورق ساندویچی مورد مطالعه در بخش قبل ضربه ای با سرعت 3 متر بر ثانیه و جرم 1/8 کیلوگرم وارد شده است.

در شکل های 9 الی 14، اثرات تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس، ضربه استهلاک، نیروی تماس، جابجایی ورق و ضربه زننده بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته می توان به ترتیب مقدار سفتی، ضربه استهلاک سازه ای و بیشینه نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد.

برای صحت کار و اعتبارسنجی، از مقایسه نمودارها و نتایج بدست آمده مطالعه حاضر، با سایر نتایج مطالعات ضربه، بر روی ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر استفاده شده است. در این رابطه مقایسه نتایج ضربه با مرجع [25] صورت گرفته است (شکل 8).

در این مرجع اندر سن از مدل جرم و فنر برای محاسبه نیروی برخورد استفاده کرده است. او از روش حل عددی و نتایج تست های تجربی در مدل خود بهره برده است.

همان گونه که در شکل 8 ملاحظه می شود تطبیق خوب مطالعه حاضر با تست تجربی و آزمایشگاهی بدست آمده است. افزودن ماده به ورق ساندویچی



شکل 6 نمودار مقایسه فرکانس بدست آمده با مرجع [29]

می نماید. در حالی که قسمت موهومی (G'')، مدول برشی هدر رفته نامیده می شود و با اتلاف انرژی در طول مدت تغییر شکل همراه است.

$$G^* = G' + iG'' \quad (45)$$

5-2- روش حل مسئله

در این مقاله برای بدست آوردن ماتریس های سختی، جرم و نیروی تماس کدهای مورد نیاز در نرم افزار متلب نوشته شده است. به دلیل لایه لایه بودن مسئله مورد بررسی و وجود مایع مگنتورئولوژیکال، مشخصات هر لایه بصورت مجزا در نظر گرفته و کدنویسی شده است. در رابطه (42)، w_{11} کوچکترین فرکانس طبیعی سازه است که از حل ارتعاشات آزاد بدست آمده است (رابطه 27). تغییرات میدان مغناطیسی بر روی فرکانس و بر ضربه برشی مختلط مایع مگنتورئولوژیکال تأثیر دارد. از آنجایی که ماده مگنتورئولوژیکال در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مسئله از رابطه ای که راجاموچان و همکاران [28] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (45) است که G' و G'' به ترتیب مدول برشی ذخیره و مدول برشی اتلاف بوده و برای ماده ی MR به صورت یک تابع چند جمله ای از میدان مغناطیسی B (برحسب گاوس) به شکل رابطه (46) تعریف می شوند.

$$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6$$

$$G'' = 0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6 \quad (46)$$

3- نتایج و بحث

1-3- فرکانس طبیعی ورق ساندویچی با هسته MR

در این بخش به بررسی ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با رویه های آلومینیومی و هسته ی مگنتورئولوژیکال پرداخته می شود. مشخصات هندسی به کار رفته در جدول 1 و مشخصات مواد به کار رفته در جدول 2 آورده شده است. در حالت ارتعاشات آزاد مقایسه نتایج، با نتایج بدست آمده از مرجع [29] انجام شده است. نتایج بدست آمده به صورت نمودار با نمودار مرجع مقایسه می شوند.

در شکل 6، نمودار مقایسه فرکانس بدست آمده با مرجع [29] نشان داده شده است. شکل 7 نیز، نمودار مقایسه ضربه استهلاک بدست آمده با مرجع [29] می باشد. مقایسه نمودارهای این دو شکل، انطباق خوب نتایج را نشان می دهد.

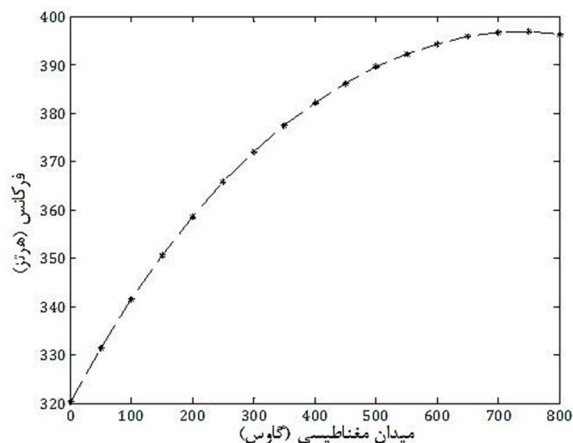
جدول 1 مشخصات هندسی ورق ساندویچی [29]

ابعاد (mm)	پارامترهای ورق ساندویچی
300	a
200	b
1/25	h_3
0/3	h_1/h_3
0/5	h_2/h_3

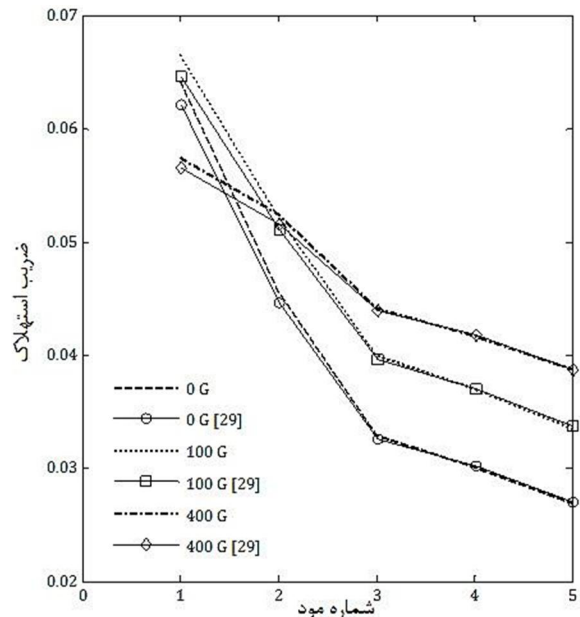
در نمودار شکل 9 فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد. اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی در فرکانس‌های طبیعی مرتبط با مدهای بالاتر واضح‌تر است. با توجه به افزایش سفتی سازه در اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس پایه افزایش یافته است. در کلیه نمودارها حالت اشباع ماده هوشمند بررسی شده است. این موضوع، با تبدیل شدن منحنی به خط افقی در نمودار شکل 9 کاملاً مشخص است.

در شکل 10 تغییرات ضریب استهلاک ورق با هسته MR با تغییرات شدت میدان نشان داده شده است. ضریب استهلاک با افزایش شدت میدان مغناطیسی ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت. این امر به دلیل تغییرات سفتی معادل کل ورق است. با افزایش شدت میدان تا 300 گاوس، با توجه به اینکه هنوز انعطاف‌پذیری ورق مناسب است ماده رفتاری ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهد و میرایی افزایش می‌یابد. از 300 گاوس به بعد، افزایش سفتی ورق بیشتر از میزان انعطاف‌پذیری مایع ویسکوالاستیک خواهد شد و سفتی ورق ساندویچی بر انعطاف‌پذیری مایع غلبه می‌کند و میزان ضریب استهلاک سازه‌ای کاهش می‌یابد.

با افزایش شدت میدان مغناطیسی بیشینه نیروی برخورد افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد. این امر به دلیل تغییر حالت مایع هوشمند از حالت مایع به حالت شبه جامد است. به هنگام اعمال میدان مغناطیسی، ویسکوزیته مایع تا حدی بالا می‌رود که به شکل یک جامد ویسکوالاستیک در می‌آید. نکته قابل توجه این است که تنش تسلیم مایع وقتی در حالت فعال خود قرار دارد به طور بسیار دقیقی با اعمال تغییر در شدت میدان مغناطیسی قابل کنترل است در نتیجه می‌توان قابلیت سیال در انتقال نیرو را با آهنربای الکتریکی کنترل کرد. این ویژگی قابلیت این نوع سیالات را در بسیاری از کاربردها با پایه‌ی کنترلی افزایش می‌دهد. با افزایش شدت میدان مغناطیسی چون سفتی معادل ورق روندی افزایشی در پیش می‌گیرد لذا میزان نیروی برخورد تغییر یافته و تا سی درصد افزایش می‌یابد و مدت زمان برخورد نیز کاهش خواهد یافت. نمودار شکل‌های 11 و 12 موارد گفته شده را تأیید می‌کنند. اثر افزایشی میدان مغناطیسی، بر روی مایع هوشمند باعث تغییر ویسکوزیته مایع و افزایش سفتی ورق می‌شود در نتیجه روند تغییر بیشینه خیز ورق و ضربه‌زننده با افزایش شدت میدان مغناطیسی روندی کاهشی پیدا می‌کند (شکل‌های 13 و 14). به طور کلی می‌توان گفت با افزایش انرژی ضربه‌زننده خیز نیز افزایش می‌یابد این امر به دلیل افزایش انرژی منتقل شده به ورق و تبدیل به جابجایی‌های بیشتر است.



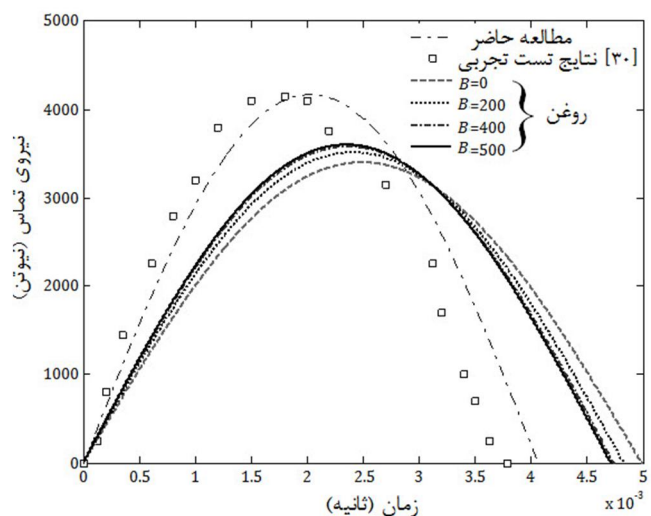
شکل 9 تغییرات فرکانس طبیعی ورق با هسته MR با تغییرات شدت میدان مغناطیسی



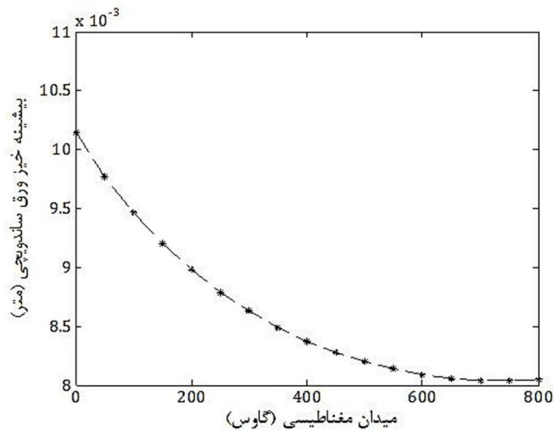
شکل 7 نمودار مقایسه ضریب استهلاک بدست آمده با مرجع [29]

باعث افزایش انعطاف‌پذیری ورق می‌گردد. در نتیجه کاهش نیروی تماس و افزایش زمان تماس حاصل خواهد شد. با افزایش شدت میدان مغناطیسی به دلیل تغییر ماهیت ماده به یک ماده نیمه جامد سفتی ورق ساندویچی افزایش خواهد یافت. این امر سبب افزایش نیروی تماس و کاهش زمان برخورد می‌گردد.

این افزایش نیروی برخورد و کاهش زمان برخورد تا هنگامی که ماده به حد اشباع نرسیده باشد ادامه می‌یابد. هرچه ماده هوشمند به اشباع نزدیک‌تر شود، تغییرات نیروی برخورد و زمان برخورد کمتر خواهد شد و در زمان اشباع تغییری در نیروی برخورد و زمان برخورد مشاهده نمی‌شود. نزدیک‌تر شدن نمودارها به هم این گفته را تأیید می‌کند (شکل 8). از عوامل مهم و تأثیرگذار در روند حل مسئله ضربه، مقدار فرکانس طبیعی پایه ورق ساندویچی است. فرکانس طبیعی پایه مورد استفاده در تحلیل ضربه، فرکانس طبیعی اول حاصل از ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته هوشمند می‌باشد که از روش ذکر شده در بخش قبل بدست می‌آید. نتایج در مود اول و با تغییرات شدت میدان مغناطیسی استخراج شده است.



شکل 8 نمودار نیروی تماس ورق ساندویچی بدون ماده و با ماده مغناطیسی



شکل 14 تغییرات بیشینه خیز ورق با هسته MR با تغییرات شدت میدان مغناطیسی

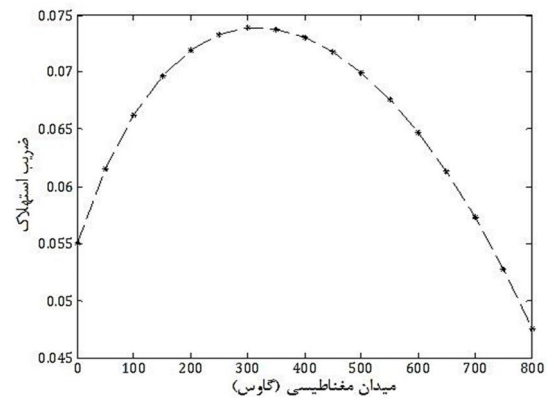
4- نتیجه گیری

هدف از انجام این پژوهش با توجه به خلأ نتایج مطالعات پیشین در زمینه ارتعاشات اجباری روی سازه‌های هوشمند، ارائه حل ضربه با سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته میانی ماده هوشمند MR و نیز بدست آوردن نیروی برخورد، تغییر شکل‌های ورق و ضربه زننده است. همچنین به بررسی اثر تغییرات شدت میدان مغناطیسی روی فرکانس طبیعی، ضریب استهلاک، نیروی تماس، خیز ورق و خیز ضربه زننده پرداخته شده است. برای استخراج روابط حاکم از اصل همیلتون استفاده شد. حل معادله‌های بدست آمده با استفاده از روش ناویر انجام شده است و نیروی ضربه با مدل جرم و فنر دو درجه آزادی برای محدوده الاستیک معادل‌سازی شده است. نتایج این پژوهش به صورت زیر ارائه می‌گردد:

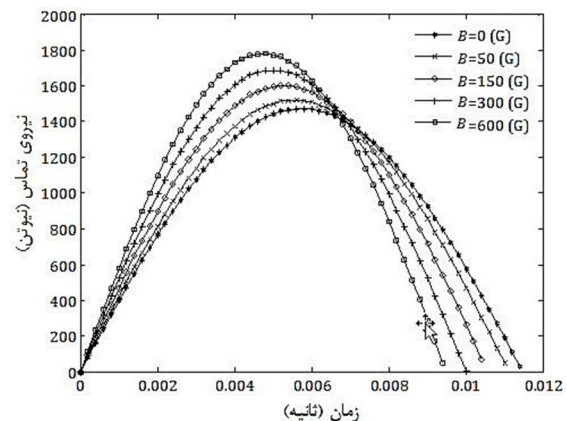
- 1- تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر سفتی ورق ساندویچی با هسته MR رابطه‌ای مستقیم است. این ویژگی امکان قابلیت کنترل فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک را با بکارگیری مواد هوشمند MR در شدت میدان مغناطیسی مختلف، برای ما فراهم می‌کند.
- 2- فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی افزایش پیدا می‌کند. اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی در فرکانس‌های طبیعی مرتبط با مودهای بالا واضح تر است.
- 3- ضریب استهلاک با افزایش شدت میدان مغناطیسی ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می‌کند. این امر به دلیل تغییرات سفتی معادل کل ورق است.
- 4- با افزایش شدت میدان مغناطیسی بیشینه نیروی برخورد افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد. در مثال حل شده مشاهده شده که تا رسیدن ماده مغناطیسی به مرز اشباع میزان نیروی ضربه تا 30 درصد افزایش می‌یابد.
- 5- خیز ورق و ضربه زننده با افزایش شدت میدان مغناطیسی روند کاهشی پیدا می‌کند. در مثال حل شده مشاهده شده که تا رسیدن ماده مغناطیسی به مرز اشباع میزان خیز مرکز ورق تا 22 درصد کاهش می‌یابد.
- 6- شدت میدان مغناطیسی و ضخامت لایه ماده تأثیر مستقیمی در پاسخ دینامیکی ضربه و نیروی برخورد دارند.

5- مراجع

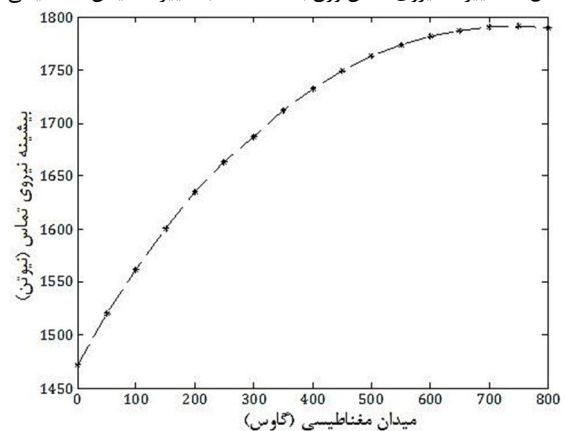
- [1] T. E. Lasy, Y. Hwang, Numerical Modeling of Impact Damaged Sandwich Composites Subjected To Compression-After-Impact Loading. Wichita State University, 2003.
- [2] I. Chopra, Review of Art of Smart Structures and Integrated Systems. AIAA j, Vol. 40, No. 11, pp. 2145-2187, 2002.
- [3] A. A. Jafari, M. Fathabadi, Forced Vibration of FGM Timoshenko Beam



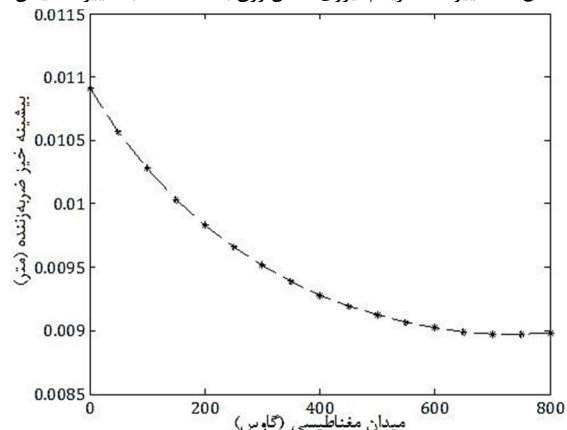
شکل 10 تغییرات ضریب استهلاک ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل 11 تغییرات نیروی تماس ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل 12 تغییرات ماکزیمم نیروی تماس ورق با هسته MR با تغییرات میدان



شکل 13 تغییرات بیشینه خیز ضربه زننده ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی

- [17] K. Daneshjou, R. Madoliat, M. Talebitooti, Three-dimensional Vibration Analysis and Critical Speed of rotating Orthogonally Stiffened Laminated Cylindrical Shells Under Axial load and Pressure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 80-94, 2011. (In Persian)
- [18] A. Mozaffari, K. Malekzadeh, M. Asgari, *Optimum Design of Composit Sandwich Panels With Smart Liquid cores*, Conference on, 2010. (In Persian)
- [19] Z. Zhang, F. Huang, Dynamic Analysis of the MRF Rectangular Sandwich Plate Based on ANSYS, *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Communications*, Vol. 4, 2013.
- [20] A. Allahverdizadeh, M. J. mahjoob, I. Eshraghi, N. Nasrollahzadeh, On the Vibration Behavior of Functionally Graded Electro-rheological Sandwich Beam, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 70, pp. 130-139, 2013.
- [21] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. K. Mittal, Damped vibrations of sandwich plates with a viscoelastic soft flexible core an improved high order approach. In: 12th Int conf mech eng, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 1. 2004. (In Persian)
- [22] H. sarparast, M. R. Ashory, P. Ebadi, M. M. Khatibi, Modal Parameter Identification of a Structure Subjected to Ambient Load Using Output Analysis, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 13, No. 5, pp. 73-83, 2013. (In Persian)
- [23] Y. li, J. Zhang, Free vibration Analysis of Magnetoelastoelectric Plate Resting on a Pasternak Foundation, *Smart Mater. Struct.*, vol. 23, 025002, 9pp., 2014.
- [24] J. n. reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells, theory and analysis. *Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*, 1945.
- [25] K. N. Shivakumar, W. Elber, W. Illg, Prediction of Impact Force and Duration due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 421, pp. 675-680, 1984.
- [26] S. W. Gong, A study of impact on composite laminated shells, *PhD Dissertation, National University of Singapore*, 1994.
- [27] S. R. Swanson, Limits of quasi-static solutions in impact of composite structures, *Comp Engng*, Vol. 2, pp. 261-7, 1992.
- [28] V. Rajamohan, R. Sedaghati and S. Rakheja, Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 20, 3451-69, 2010.
- [29] Jia-Yi Yeh, Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. *Smart mater*, 2013.
- [30] T. A. Anderson. An investigation of SDOF models for large mass impact on sandwich composites. *Journal of Composites*, part B, Vol. 36n2, pp. 135-142, 2005.
- with Piezoelectric Layers Carrying Moving Load, *Aerospace Mech. J.*, Vol. 9, No. 2, pp. 69-77, 2013. (In Persian)
- [4] B. S. Balaapgol, S. A. Kulkarni, K. M. Bajoria, A Review on Shape Memory Alloy Structures, *Int. J. Acoustics and Vibrations*, Vol. 9, No. 2, pp. 61-68, 2004.
- [5] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Dynamic Stability Analysis of a Rectangular Orthotropic Sandwich Plate with an Electrorheological Fluid core, *Composite Structures*, pp. 33-41, 2006.
- [6] M. Yalcintas, H. Dai, Magnetorheological and Electrorheological Materials in Adaptive Structures and Their Performance Comparison, *Smart Mater Struct*, Vol. 8, No. 5, pp. 560-573, 1999.
- [7] Bica Damper With Magnetorheological Suspension, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 241, Issues 2-3, pp. 196-200, 2002.
- [8] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Vibration of Sandwich Plates With a Constrained Layer and Electrorheological Fluid Core, *Journal of Composite Structures*, Vol. 65, pp. 251-258, 2004.
- [9] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Dynamic Stability of a Sandwich Plates With a Constrained Layer, and Electrorheological Fluid Core, *Journal of Composite Structures*, Vol. 258, pp. 637-652, 2005.
- [10] G. Y. Zhou, Q. Wang, Use of Magnetorheological Elastomer in an Adaptive Sandwich Beam with Conductive Skins, Part II: Dynamic Properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 5403-5420, 2006.
- [11] S. K. Dwivedy, N. Mahendra, K. C. Sahu, Parametric Instability Regions Of a Soft and Magnetorheological Elastomer Cored Sandwich Beam, *J. Sound And Vibration*, Vol. 325, No. 4-5, pp. 686-704, 2009.
- [12] S. M. Hasheminejad, M. Maleki, Free Vibration and Forced Harmonic Response of an Electrorheological Fluid-Filled Sandwich Plate, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 18, 055013, 2009.
- [13] B. Nayak, J. B. s. Sastri, S. k. Dwivedy, K. S. R. K. Murthy, A Comparative Study of The Classical and Higher Order Theory for Free Vibration Analysis of MRE Cored Sandwich Beam with Composite Skins Using Finite Element method, *IEEE-International Conference on Advances in Engineering*, March 30-31, 2012.
- [14] B. Nayak, S. K. Dwivedy, K. Murthy, Vibration Analysis of a Three-Layer Magnetorheological Elastomer Embedded Sandwich Beam with Conductive Skins Using Finite Element Method, *Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 43, Mar 15, 2013.
- [15] Z. Sadat Fattahi, A. Zabiollah, vibrations of Laminated Composite Structures Integrated with Magnetorheological Fluid Segments, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)
- [16] R. Manoharan, R. Vasudevan, A. Jeevanantham, Dynamic Characterization of a Laminated Composite Magnetorheological Fluid Sandwich Plate, *Smart mater. Struct.*, Vol. 23, 16pp. 025022, 2014.