



## تحلیل تک فاز و دو فاز جابجایی مختلط نانو سیال در کانال قائم مستطیلی تحت شرایط مرزی گرمایی نامتقارن

فرزاد بازیدیدی تهرانی<sup>1\*</sup>، محمد صداقت نژاد<sup>2</sup>، نعیم اکرامی<sup>2</sup>، ایمان واصفی<sup>3</sup>

- 1- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
  - 2- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
  - 3- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
- \* تهران، صندوق پستی 16846-13114، bazdid@iust.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 اردیبهشت 1393

پذیرش: 25 خرداد 1393

ارائه در سایت: 12 مهر 1393

کلید واژگان:

نانو سیالات

کانال قائم

انتقال حرارت جابجایی مختلط

اولر-لاگرانژ

شرایط گرمایی نامتقارن

در مقاله حاضر به مدل سازی عددی جریان آرام توأم با جابجایی مختلط نانو سیال آب-اکسید تیتانیوم در کانال قائم مستطیلی پرداخته شده است. بدین منظور از دو دیدگاه تک فاز و دو فاز استفاده شده است. در بخش دو فاز روش اولر-لاگرانژ برای شبیه سازی پخش ذرات در سیال پایه به کار رفته است. این روش به گونه ایست که در آن سیال پایه به صورت فاز پیوسته و نانو ذرات به صورت فاز گسسته معلق در آن مدل می شوند، به طوری که اثر ذرات بر سیال پایه به صورت ترم چشمه در معادلات مومنوم و انرژی لحاظ می شود. معادلات حاکم به روش حجم کنترل بر پایه المان محدود (CVFEM) گسسته سازی شده اند. اثر درصد حجمی و اندازه نانو ذرات، نسبت منطری سطح مقطع کانال، شرایط مرزی نامتقارن و اثر نیروی شناوری بر پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی ارائه و مورد بحث قرار گرفت. در مقایسه بین مدل تک فاز و دو فاز مشخص شده است که مدل دو فاز نتایج دقیقتری را نسبت به مدل تک فاز در اختیار می گذارد. مشاهده می شود که افزایش درصد حجمی نانو ذرات، باعث بهبود ضریب انتقال حرارت می شود و این اثر در نسبت های منطری بالاتر، پررنگ تر است. همچنین در عدد ریچاردسون پایین تر که اثر جابجایی اجباری بیشتر از جابجایی آزاد است، پخش نانو ذرات آب-اکسید تیتانیوم در سیال پایه به نحوی است که بهبود انتقال حرارت بیشتر خواهد بود. در حالی که بهبود انتقال حرارت جابجایی برای 1% درصد حجمی نانو ذرات و  $Ri=0.5$  در حدود 6/5% می باشد، برای  $Ri=5$  به 4% هم نمی رسد.

## Single Phase and Two Phase Analysis of Mixed Convection of Nanofluid Flow in Vertical Rectangular Duct under an Asymmetric Thermal Boundary Condition

Farzad Bazdidi-Tehrani<sup>1\*</sup>, Mohammad Sedaghatnejad<sup>2</sup>, Naeem Ekrami<sup>2</sup>, Iman Vasefi<sup>3</sup>

1- Prof., School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

2- M.Sc. Student, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

3- Ph.D. Student, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 16846-13114 Tehran, Iran, bazdid@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 May 2014

Accepted 15 June 2014

Available Online 04 October 2014

Keywords:

Nanofluids

Vertical duct

Mixed convection

Euler-Lagrange

Asymmetric Thermal Boundary Condition

### ABSTRACT

In the present paper, mixed convection of  $TiO_2$ -water nanofluid in a laminar flow within a vertical rectangular duct is investigated numerically. A single phase and a two phase method is applied to simulate nanoparticles dispersion in the base fluid. An Euler-Lagrange approach is employed to track particles individually. In this approach, the base fluid is assumed to be a continuous phase while the particles are dispersed through it. The presence of particles in the base fluid is modeled as a source term in the momentum and energy equations. Governing equations are discretized using Control Volume based Finite Element Method (CVFEM). Effects of nanoparticles concentration, particles size, aspect ratio of cross section, asymmetrical boundary condition and buoyancy on the hydrodynamics and thermal parameters are presented and discussed. It is observed that increasing nanoparticles concentration enhances heat transfer rate and this enhancement is more considerable in higher aspect ratios. Also, at smaller values of Richardson number ( $Ri$ ) where the effect of forced convection is more than natural convection, dispersion of nanoparticles in the base fluid improves heat transfer rate more considerably. Whilst an improvement in convective heat transfer is shown to be more than 6.5% at  $Ri=0.5$ , it does not exceed 4% at  $Ri=5$ .

Please cite this article using:

F. Bazdidi Tehrani, M. Sedaghatnejad, N. Ekrami, I. Vasefi, Single Phase and Two Phase Analysis of Mixed Convection of Nanofluid Flow in Vertical Rectangular Duct under an Asymmetric Thermal Boundary Condition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 47-58, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

در سال‌های اخیر همواره افزایش بازده و کاهش اندازه ادوات و ابزارهای مهندسی از جمله وسایل خنک‌کننده، رآکتورهای اتمی، مبادله‌گرهای گرمایی و کلکتورهای خورشیدی مورد توجه بوده است. نیل به این مهم به دلیل محدودیت‌های گرمایی سیالات عامل رایج در صنعت با دشواری‌هایی مواجه است. استفاده از پره‌های حرارتی، مکش یا تزریق سیال و ارتعاش سطوح گرم شده از جمله روش‌های مورد استفاده جهت افزایش میزان انتقال حرارت می‌باشد. اولین بار ماکسول [1] در سال 1873 این ایده را مطرح کرد که اضافه کردن ذرات جامد به سیال پایه، افزایش هدایت حرارتی آن را به دنبال خواهد داشت، و البته مشکلاتی نظیر افت فشار و سایش را نیز ایجاد می‌کند. نانو سیال واژه‌ای بود که اولین بار چوی [2] به سیال چند فازي اطلاق کرد که ذرات با مقیاس نانو به طور یکنواخت در آن پخش شده‌اند. بعدها محققین زیادی با استفاده از نانو ذرات مختلف در اندازه‌ها و درصد‌های حجمی متفاوت، به بررسی خواص هیدرودینامیکی و حرارتی نانو سیالات پرداختند.

انگوبین و همکاران [3] به صورت آزمایشگاهی، انتقال حرارت جابجایی نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم را در خنک کاری ریزپردازنده‌ها و سایر قطعات الکترونیکی بررسی کردند. رژیم جریان آشفته در نظر گرفته شد. داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که به عنوان نمونه، برای درصد حجمی 6/8 از نانو ذرات، ضریب انتقال حرارت، 40 درصد در مقایسه با آب افزایش یافت. همچنین مشخص شد که ذرات 36 نانو متری، ضریب انتقال حرارت را در مقایسه با ذرات 47 نانو متری، بیشتر افزایش می‌دهند.

به منظور مدل‌سازی جریان‌های شامل نانو ذرات عمدتاً از دو نگرش کلی تک فاز و دو فاز استفاده می‌گردد، که روش تک فاز خود به دو صورت همگن و یا پخشی تقسیم می‌شود. در روش تک فاز به دلیل کوچک بودن اندازه ذرات معلق در سیال پایه، از حرکت نسبی بین ذرات و سیال پایه صرف نظر شده و اثر حضور نانوذرات در خواص ظاهری در نظر گرفته می‌شود.

هریس و همکاران [4] با استفاده از مدل تک فاز همگن انتقال حرارت جابجایی آرام نانو سیال در یک لوله با شرط مرزی دمای سطح ثابت را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. با چشم‌پوشی از نفوذ و پخش محوری، معادله‌ی انرژی برای جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته در یک لوله‌ی دایروی در اعداد پکلت مختلف (2500-6500) برای نانو سیالات آب-اکسید آلومینیوم، آب-مس و آب-اکسید مس حل شده و نتایج با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد که اضافه کردن نانو ذرات به مایع به طرز بارزی ضریب انتقال حرارت جابجایی را افزایش می‌دهد، همچنین ضریب انتقال حرارت با افزایش غلظت و با کاهش اندازه‌ی نانو ذرات، افزایش می‌یافت.

خانافر و همکاران [5] به صورت عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانو سیال را در داخل یک سیستم دو بعدی بررسی کردند. نتایج حاصل بیانگر افزایش عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانو ذرات در اعداد گراشف مختلف، می‌باشد. بنگ و هو [6] در تحقیقی متفاوت به بررسی پارامترهای مطرح در طراحی یک سیستم با استفاده از نانو سیال پرداختند. آن‌ها با اشاره به روابط حاکم بر مشخصات ترموفیزیکی نانو سیالات گوناگون، بیان کردند که مطالعات و آزمایش‌های بیشتری نیاز است تا بتوان از عملکرد سیستمی که بر اساس استفاده از نانو سیال طراحی شده است مطمئن گردید.

پیشکار و قاسمی [7] به بررسی جریان جابجایی مختلط نانو سیال و سیال خالص در یک کانال افقی حاوی یک منبع حرارتی به روش عددی تک

فاز پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که استفاده از نانو سیال موجب پخش بهتر حرارت و افزایش دمای میانگین منبع می‌شود. همچنین افزایش درصد حجمی نانو ذرات موجب افزایش انتقال حرارت می‌گردد، که این امر در رینولدزهای بالاتر، پررنگ تر است.

با وجود مزیت‌های روش تک فاز از جمله سرعت بالای تحلیل و پایین آمدن هزینه‌ها، به دلیل وجود سرعت نسبی میان ذرات و سیال پایه و همچنین حرکت نامنظم ذرات در سیال پایه، تبادل انرژی افزایش می‌یابد که نمی‌توان از آن به راحتی صرف‌نظر کرد. بنا بر همین اصل نگرش دیگر استفاده از روش دو فاز است که خود به طرق مختلفی از جمله روش‌های ترکیبی، اوپلر-اوپلر، اوپلر-لاگرانژ و ... به کار برده می‌شود.

میرمعصومی و بهزاد مهر [8] جریان آرام جابجایی مختلط آب-اکسید آلومینیوم را در یک لوله مدور افقی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از روش ترکیبی دو فاز استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته نانو ذرات اثری بر پارامترهای هیدرودینامیکی جریان نداشته اما اثر آن‌ها بر پارامترهای حرارتی چشمگیر است.

روش دو فاز اوپلر-لاگرانژ توسط هی و همکاران [9] برای تحلیل جریان آرام جابجایی اجباری نانو سیال آب-اکسید تیتانیوم در لوله افقی مورد استفاده قرار گرفت. آن‌ها تحلیل خود را به روش تک فاز تکرار کرده و نتایج را با نتایج عددی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها بهبود قابل توجه انتقال حرارت را به خصوص در ناحیه در حال توسعه نشان می‌داد. همچنین دقت تحلیل انجام‌شده به روش دو فاز به مراتب بیشتر از روش تک فاز گزارش شد.

وانگ و همکاران [10] مقایسه‌ای میان سه روش عددی تک فاز، دو فاز اوپلر-اوپلر و دو فاز اوپلر-لاگرانژ انجام دادند. آن‌ها نشان دادند که نگرش دو فاز اوپلر-لاگرانژ به مراتب از دقت بیشتری نسبت به دو روش دیگر برخوردار است.

واصفی و علیزاده [11] تاثیر نانو ذرات اکسید مس را بر روی انتقال حرارت آنهم فقط جابجایی اجباری جریان آب در کانال‌های افقی با سطح مقطع‌های مختلف و با استفاده از روش دو فاز اوپلر-لاگرانژ مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها بهبود انتقال حرارت را در اثر حضور نانوذرات نشان می‌داد. به علاوه، آن‌ها نشان دادند که شکل سطح مقطع کانال افقی در میزان انتقال حرارت موثر است.

هیهات و کوثری [12] در یک مقاله دیگر به بررسی اثر مهاجرت ذرات نانو و توزیع غیریکنواخت آن‌ها بر پارامترهای جریانی و حرارتی نانو سیال آب-آلومینا در یک لوله مدور پرداختند. آن‌ها از یک روش دو مولفه‌ای که توسط بونجیورنو [13] ارائه شده بود، استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان‌گر این بود که توزیع غیریکنواخت نانو ذرات انتقال حرارت را بهبود می‌بخشد در حالی که تنش برشی دیواره را کاهش می‌دهد.

مقاله حاضر به تحلیل جریان آرام توأم با جابجایی مختلط (طبیعی-اجباری) نانو سیال آب-اکسید تیتانیوم در کانال قائم مستطیلی سه بعدی تحت شرایط مرزی گرمایی نامتقارن می‌پردازد. روش تکفاز همگن و روش دو فاز اوپلر-لاگرانژ برای شبیه‌سازی چنین جریانی مورد استفاده قرار گرفته است. تحلیل عددی به کمک روش حجم کنترل بر پایه المان محدود<sup>1</sup> [14] انجام شده است که از مزیت‌های هر دو روش حجم محدود و المان محدود بهره می‌برد. با توجه به دشواری‌های موجود در تحلیل‌های دو فازي، برای همگرایی بهتر جواب‌ها از شبکه یکپارچه<sup>2</sup> استفاده شده است و برای حفظ

1- CVFEM  
2- Co-located Grid

$$d_f = 0.1 \left( \frac{6M}{N\pi\rho_{f0}} \right)^{1/3} \quad (8)$$

که در آن  $M$  جرم مولکولی سیال پایه،  $N$  عدد آووگادرو ( $N = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ) و  $\rho_{f0}$  چگالی جرمی سیال پایه می باشد که در دمای 293 کلون محاسبه می شود. ضریب هدایت حرارتی

برای ضریب هدایت حرارتی نیز رابطه ای وابسته به دما به صورت زیر ارائه شده است [16].

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4 \text{Re}^{0.4} \text{Pr}^{0.66} \left( \frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left( \frac{k_p}{k_f} \right)^{0.3} \phi^{0.66} \quad (9)$$

که در آن  $\text{Re}$  عدد رینولدز نانو ذرات، عدد پرانتل  $\text{Pr}$  سیال پایه،  $T$  دمای نانوسیال،  $T_{fr}$  دمای انجماد سیال پایه،  $k_p$  و  $k_f$  به ترتیب ضریب هدایت حرارتی نانو ذرات و سیال پایه، و  $\phi$  کسر حجمی ذرات نانو می باشد. اعداد رینولدز و پرانتل نیز به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\text{Pr} = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f} \quad (10)$$

$$\text{Re} = \frac{2\rho_f k_B T}{\pi \mu_f^2 d_p} \quad (11)$$

در رابطه بالا  $k_B$  ثابت بولتزمن ( $k_B = 1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ) می باشد.  $\alpha_f$  نیز ضریب پخش حرارتی سیال پایه می باشد. همچنین باید دقت کرد که تمام خواص فیزیکی در دمای نانو سیال  $T$  محاسبه می شوند. ضریب انبساط حجمی برای ضریب انبساط حجمی نانوسیال، رابطه زیر که بر اساس کسر حجمی ذرات نانو بوده و مستقل از دما می باشد، مورد استفاده قرار گرفته است [5].

$$\beta_{nf} = \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)\rho_f}} \right] \beta_f \quad (12)$$

که در آن  $\beta_p$  و  $\beta_f$  به ترتیب ضریب انبساط حجمی نانو ذرات و سیال پایه است.

## 2-2 - روش دو فاز اوپلر - لاگرانژ

در این روش حضور و پخش ذرات در سیال پایه به صورت جداگانه در نظر گرفته می شود. از این رو معادلات بقاء برای فاز پیوسته نوشته می شود و اثرات حضور و پخش نانوذرات در سیال پایه به صورت ترم چشمه در معادلات ممنتوم و انرژی در نظر گرفته می شود.

این روش همان طور که از نامش مشخص است از تئوری اوپلر و لاگرانژ پیروی می کند. فاز مایع به عنوان فاز پیوسته عمل می کند که مشخصاتش با حل معادلات ناویر استوکس معین می گردد، در حالی که مشخصات فاز پخش شده با بررسی تعداد زیادی از ذرات در میدان جریان و در نظر گرفتن قانون دوم نیوتن برای هر ذره معلوم می شود. فاز پخش شده می تواند با فاز مایع تبادل مومنوم، جرم و انرژی داشته باشد [17]. برای فاز مایع معادلات بقا به صورت زیر بیان می شود:

کوپلینگ میدان های سرعت و فشار از الگوریتم رای چو<sup>1</sup> [15] کمک گرفته شده است. همچنین نتایج حاصل از شبیه سازی به وسیله روش دو فاز با نتایج حاصل از شبیه سازی تک فاز مقایسه شده است. در این پژوهش تأثیر درصد حجمی و اندازه نانو ذرات، نسبت منطری<sup>2</sup> سطح مقطع، تأثیر شرایط گرمایی نامتقارن و عدد گرافش بر روی انتقال حرارت، افت فشار و نحوه توزیع ذرات مورد بررسی و بحث قرار گرفته است.

## 2- معادلات حاکم بر جریان نانو سیال

### 1-1- روش تک فاز

در روش تک فاز صورت کلی معادلات بقا شبیه به سیالات معمولی است، اما برای چگالی، ضریب هدایت حرارتی، لزجت و گرمای ویژه از خواص ظاهری نانو سیال که در ادامه توضیح داده می شود، استفاده می گردد. در این روش از لغزش بین سیال پایه و نانوذرات صرف نظر می شود و اثر حضور ذرات در خواص ظاهری دیده می شود. نابراین معادلات بقا به فرم زیر ارائه می شوند:

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

معادله مومنوم

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla \vec{v}) + \rho_{eff} \vec{g} \beta (T - T_i) \quad (2)$$

معادله انرژی

$$\nabla \cdot (\rho_{eff} c_{p,eff} \vec{v} T) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) \quad (3)$$

بررسی خواص نانو سیال در چند سال گذشته مورد توجه قرار گرفته است. برخی تحقیقات اخیر، بحث وابستگی خواص ظاهری به دما را مورد توجه قرار داده اند. در ادامه مدل های خواص فیزیکی و حرارتی نانو سیالات که در پژوهش حاضر از آن ها استفاده شده، ارائه گردیده است.

چگالی

برای چگالی نانو سیالات، مقادیر ثابت مستقل از دما بر اساس کسر حجمی نانو ذرات به طریقه ی زیر پیشنهاد شده است [5].

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (4)$$

گرمای ویژه

برای گرمای ویژه ی نانو سیالات، مقادیر ثابت مستقل از دما بر اساس کسر حجمی نانو ذرات به طریقه ی زیر پیشنهاد شده است [5].

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \quad (5)$$

لزجت دینامیکی

برای لزجت دینامیکی نیز رابطه ای به صورت زیر، وابسته به دما در نظر گرفته می شود [16].

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{1 - 34.87 \left( \frac{d_p}{d_f} \right)^{-0.3} \phi^{1.03}} \quad (6)$$

که در آن  $\mu_f$ ، لزجت سیال پایه بوده و به صورت زیر تعریف می شود و به عنوان مثال برای سیال پایه آب از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\mu_f = 562.77 \left( \ln(T + 62.756) \right)^{-8.9137} \quad (7)$$

$d_p$  قطر نانو ذرات و  $d_f$  نیز قطر معادل مولکول های سیال پایه می باشد که از رابطه زیر به دست می آید:

1- Rhie-chow interpolation algorithm  
2- Aspect Ratio

پیوستگی

$$\nabla \cdot (\rho_f \vec{v}_f) = 0 \quad (13)$$

معادله مومنوم

$$\nabla \cdot (\rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu_f \nabla \vec{v}_f) + \rho_f g \beta (T - T_i) + \bar{S}_m \quad (14)$$

در رابطه (14)،  $\bar{S}_m$  ترم چشمه، بیان کننده مومنوم انتقال یافته بین فاز سیال و فاز ذرات است که به وسیله محاسبه تغییر مومنوم ذرات در گذر از حجم کنترل تعیین می شود.

$$\bar{S}_m = \sum \bar{F}_m \Delta t \quad (15)$$

که  $m_p$  جرم ذره و  $\bar{F}$  بیان کننده حاصل جمع تمام نیروهایی بر واحد جرم نانو ذره است که بر ذره وارد می شود و عبارت اند از:  $\bar{F}_D$  نیروی پسلا،  $\bar{F}_G$  نیروی گرانش،  $\bar{F}_V$  نیروی جرم مجازی،  $\bar{F}_L$  نیروی برای سافمن،  $\bar{F}_T$  نیروی ترموفورتیک،  $\bar{F}_B$  نیروی براونی و  $\bar{F}_p$  نیروی گرادیان فشار می باشد، که در ادامه روابط مورد استفاده برای هر یک بیان شده است.

برای نانو ذرات نیز معادله حرکت ذره بر اساس قانون دوم نیوتون بیان می شود:

$$\bar{F} = \frac{d\vec{v}_p}{dt} \quad (16)$$

برای ذرات زیر میکرون، به دلیل کم بودن عدد رینولدز نسبی با استفاده از قانون استوکس نیروی دراگ به طریق زیر معین می شود [18]:

$$\bar{F}_D = \frac{18\mu}{d_p^2 \rho_p C_c} (\vec{v}_f - \vec{v}_p) \quad (17)$$

$$C_c = 1 + \frac{2\lambda}{d_p} (1.257 + 0.4e^{-(1.1d_p/2\lambda)}) \quad (18)$$

که در این رابطه  $\lambda$  مسیر آزاد متوسط مولکولی می باشد. نیروی برآ بر روی یک ذره به دلیل چرخش حاصل از گرادیان سرعت ایجاد می شود و از رابطه زیر قابل محاسبه است [19]:

$$\bar{F}_L = \frac{2Kv^{1/2} \rho d_{ij}}{\rho_p d_p (d_{ik} d_{kl})^{1/4}} (\vec{v}_f - \vec{v}_p) \quad (19)$$

که  $K = 2.594$  و  $d_{ij}$  تانسور تغییر شکل می باشد. این فرم نیروی لیفت برای ذرات ریز دارای مفهوم است. لازم به توضیح است که این رابطه برای ذرات زیر میکرون قابل استفاده است [20].

نیروی دیگری که بر ذرات ریز پخش شده در سیال وارد می شود، نیروی براونی می باشد. برای ذرات زیر میکرون، برخورد ذرات با مولکول های سیال و بنابراین تأثیر حرکت براونی پررنگ می شود. اجزای نیروی براونی به وسیله فرایند اختلالی گاوسی با شدت طیف  $S_{njj}$  مدل می شود که بر طبق آن [21]:

$$S_{ij}^n = S_0 \delta_{ij} \quad (20)$$

که  $\delta_{ij}$ ، دلتای کرونکر می باشد و

$$S_0 = \frac{216\nu k_B T}{\pi^2 \rho_f d^5 (\rho_p / \rho_f)^2 C_c} \quad (21)$$

که  $T$  دمای مطلق سیال،  $\nu$  ویسکوزیته سینماتیکی، و  $k_B$  ثابت بولتزمن می باشد. بزرگی اجزای نیروی براونی به فرم زیر می باشد که:

$$\bar{F}_{Bi} = \zeta_i \sqrt{\frac{\pi S_0}{\Delta t}} \quad (22)$$

که  $\zeta_i$  اعداد تصادفی گوس با واریانس مستقل واحد و متوسط صفر می باشد.

نیروی دیگری که بر ذرات ریز پخش شده در سیال وارد می شود، نیروی ترموفورتیک می باشد. این نیرو به وسیله رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\bar{F}_T = -D_{T,p} \frac{1}{m_p T} \nabla \cdot T \quad (23)$$

که  $D_{T,p}$  ضریب ترموفورتیک می باشد. تالپوت [22] مقدار زیر را برای آن پیشنهاد داده است:

$$D_{T,p} = \frac{6\pi d_p \mu_f^2 C_s (k_f / k_p + 2C_t Kn)}{\rho_f (1 + 6C_m Kn) (1 + 2k_f / k_p + 4C_t Kn)} \quad (24)$$

در رابطه بالا  $C_m = 2.28$ ،  $C_s = 1.17$  و  $C_t = 4.36$  به ترتیب ضریب مبادله مومنوم، ضریب لغزش گرمایی و ضریب جهش گرمایی می باشند.  $Kn = 2\lambda / d_p$  نیز عدد نادسن می باشد.

نیروی جرم مجازی که برای شتاب دادن به سیال اطراف ذره لازم است، به صورت زیر بیان می شود [20]:

$$\bar{F}_V = \frac{1}{2} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{d}{dt} (\vec{v}_f - \vec{v}_p) \quad (25)$$

نیروی گرانش و نیروی گرادیان فشار نیز به ترتیب توسط روابط (26) و (27) محاسبه می شوند:

$$\bar{F}_G = \frac{\bar{g} (\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} \quad (26)$$

$$\bar{F}_p = \left( \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \vec{v}_p \cdot \nabla \vec{v}_f \quad (27)$$

معادله انرژی

$$\nabla \cdot (\rho_f C_{p,f} \vec{v}_f T_f) = \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + S_e \quad (28)$$

در رابطه (28)، ترم  $S_{p,e}$  بیانگر ترم چشمه در اثر تبادل انرژی گرمایی ذره و سیال می باشد و به صورت زیر بیان می شود:

$$S_e = \sum \dot{Q} \Delta t \quad (29)$$

که  $\dot{Q}$  نرخ شار کلی حرارتی تبادل شده میان ذره و سیال است که به وسیله رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\dot{Q} = Nu \pi d_p k_f (T_p - T_f) \quad (30)$$

که در آن  $Nu$  از طریق رابطه رنژ و مارشال [23] به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Nu = 2.0 + 0.6 Re_d^{1/2} Pr^{1/3} \quad (31)$$

با در نظر گرفتن یک حجم کنترل اطراف ذره و نوشتن قانون بقای انرژی برای ذره، نتیجه می شود که:

$$m_p c_{p,p} \frac{dT_p}{dt} = \dot{Q} \quad (32)$$

### 3- هندسه جریان و شرایط مرزی

هندسه مورد نظر در تحلیل حاضر که شماتیک آن در شکل 1 ارائه شده است، عبارت است از کانالی با سطح مقطع مستطیل به طول یک متر و قطر هیدرولیکی یک سانتی متر. در ورودی کانال شرط سرعت ورودی یکنواخت و دمای ثابت و در خروجی نیز شرط فشار صفر نسبت به فشار جو اعمال گردید. سرعت و دمای ورودی ذرات برابر با سرعت و دمای سیال پایه در نظر گرفته شده است. برای دیواره ها نیز شرط عدم لغزش و شار حرارتی ثابت به صورت

نامتقارن فرض شده است. بدین صورت که  $q_1''$  از  $q_2''$  بزرگتر بوده و نسبت آن به صورت  $Q_r = \frac{q_1''}{q_2''}$  تعریف شده است. همچنین دیواره به گونه‌ای تعریف می‌شود که ذرات پس از برخورد به آن بازگشت داشته باشند. شرایط به گونه ای است که رژیم جریان آرام و لایه‌های مرزی سرعت و دما در حال توسعه می‌باشند.

#### 4- تحلیل عددی و اعتبارسنجی

برای گسسته سازی معادلات غیرخطی بیان شده از روش حجم کنترل بر اساس المان محدود [14] استفاده شده است. با توجه به دشواریهای موجود در همگرایی نتایج در روش اویلر-لاگرانژ، برای همگرایی بهتر جواب‌ها از شبکه یکپارچه استفاده شده است. برای تقریب ترم‌های پخش و جابجایی از طرح بالادستی مرتبه یک و جهت حفظ کوپلینگ میدان‌های سرعت و فشار از الگوریتم میان‌یابی رای‌چو [15] استفاده شده است. همچنین کوپلینگ میان سیال پایه و نانو ذرات نیز به صورت دو طرفه<sup>1</sup> تعریف شده است. بدین معنا که اثر متقابل ذرات و سیال پایه بر یکدیگر لحاظ شده است. به علاوه المان‌های فاز گسسته در هر تکرار فاز سیال به‌روز می‌شوند. با توجه به پیچیدگی‌های موجود در مدل‌سازی دو فاز، از نرم‌افزار انسیس سی اف ایکس<sup>2</sup> کمک گرفته شده است. لازم به ذکر است که برای اعمال تمامی نیروهای ارائه شده، زیرروال‌هایی<sup>3</sup> به زبان فرترن کدنویسی و به نرم‌افزار اضافه شده است. همچنین برای اینکه حل از دقت قابل قبولی برخوردار باشد، می‌بایست که بازه‌های زمانی دنبال کردن ذرات بسیار کوچک انتخاب شوند. بازه زمانی  $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$  در نظر گرفته شده است. شبکه حل در تمامی جهات به صورت غیریکنواخت تنظیم گردیده و به منظور حصول اطمینان از اینکه تحلیل انجام‌شده مستقل از شبکه است، چندین توزیع متفاوت شبکه مورد آزمایش قرار گرفته که یک نمونه از آن را برای حالتی که  $Re = 700$

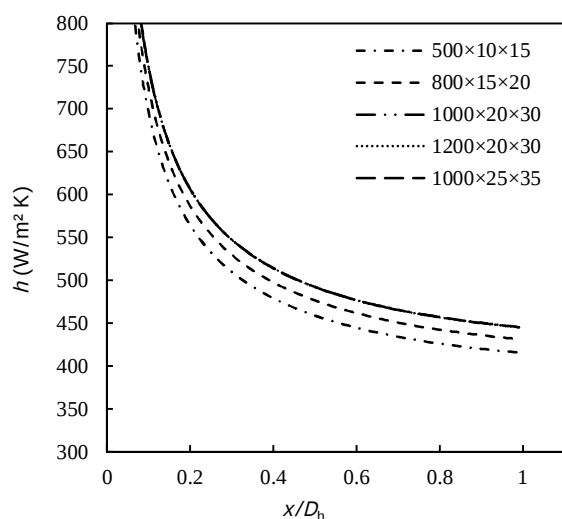
لازم به ذکر است که معیار همگرایی مورد استفاده در پژوهش حاضر به صورت  $(|\psi^n - \psi^{n-1}| \leq 10^{-6})$  تعریف می‌شود که در آن  $\psi$  نماینده متغیرهای وابسته  $(u, v, w, T, \phi)$  در معادلات غیرخطی جریان و  $n$  شماره تکرار در الگوریتم حل می‌باشد.

برای بررسی پیوستگی جریان از معیار عدد نادسن (Kn) استفاده می‌شود. با توجه به آنکه قطر نانوذرات اکسید تیتانیوم به کار رفته بین 20-60 نانومتر می‌باشد، عدد نادسن بین 0/03-0/01 به دست می‌آید که در محدوده جریان پیوسته قرار می‌گیرد (نادسن جریان پیوسته باید کمتر از 0/1 باشد).

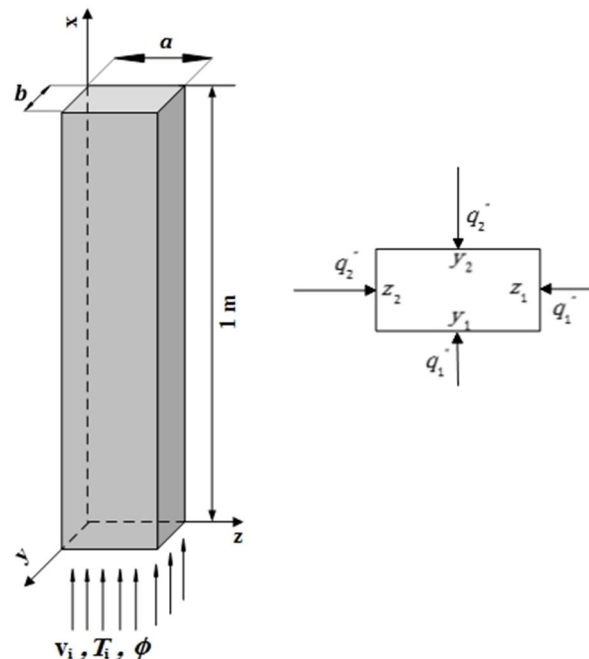
با توجه به اینکه در حل تک فاز همگن، نانو سیال به صورت یک سیال با خواص ظاهری در نظر گرفته می‌شود، بنابراین می‌توان به مقایسه نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده برای سیال تک فاز پرداخت. شکل 3 مقایسه نتایج حل تک فاز را با نتایج حل مارکوس و همکاران [24] نشان می‌دهد. نتایج آزمایشگاهی برای عدد ناسلت در طول کانال مستطیلی مایل با زاویه  $30^\circ$ ، رینولدز جریان 500 و برای دو عدد رایلی مختلف ارائه شده است. همان طور که مشاهده می‌کنید نتایج حاصل از حل عددی حاضر تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.

همچنین نتایج حل عددی مطابق شکل 4 با نتایج عددی ایچیمیا و ماسوشیما [25] در کانال مایل مستطیلی مقایسه شده است. مقایسه بیشینه شدت جریان ثانویه در طول کانال برای سیال تک فاز در  $Re = 100$ ،  $Ri = 2.2$  انجام شد و تطابق خوبی میان نتایج مشاهده می‌شود.

جهت حصول اطمینان از دقت تحلیل دوفازی انجام شده، مقایسه نتایج ضریب انتقال حرارت جابجایی با داده‌های آزمایشگاهی ناسن و همکاران [26] برای جریان جابجایی اجباری در کانال مربعی ( $AR = 1$ ) انجام شد (شکل 5). این مقایسه نشان از دقت قابل قبول نتایج عددی دارد. به علاوه مشاهده می‌شود که تحلیل انجام شده به روش تک فاز از دقت کافی در قیاس با

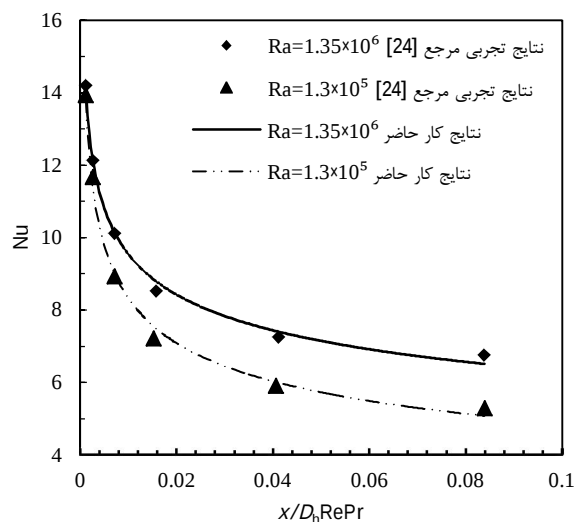
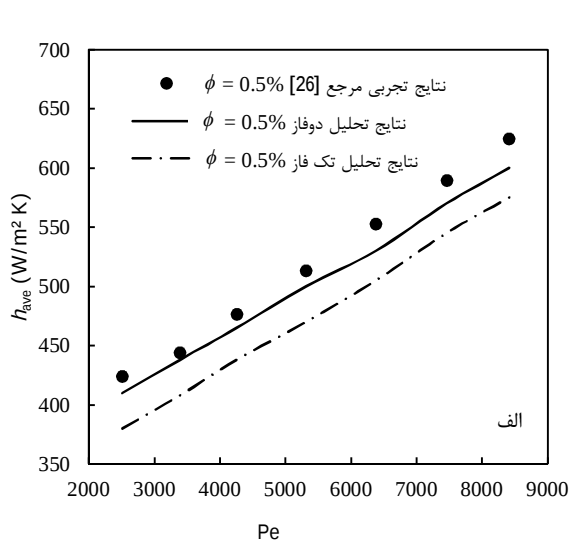


شکل 2 بررسی استقلال حل از شبکه برای  $h$  با  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Q_r = 1$ ،  $Re = 700$  و  $AR = 0.5$ ،  $\phi = 1\%$

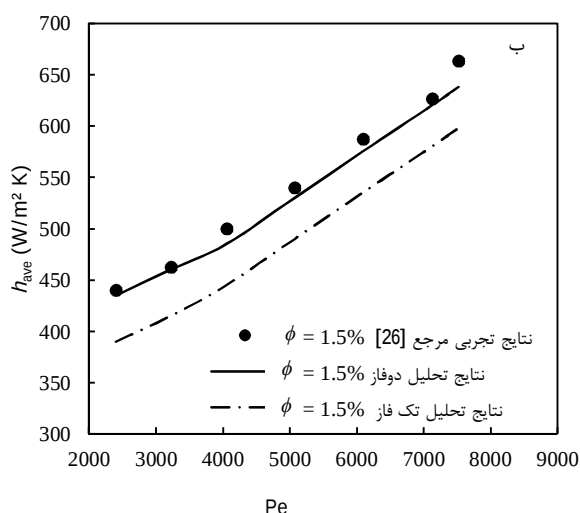


شکل 1 هندسه جریان و شرایط مرزی کانال مورد نظر

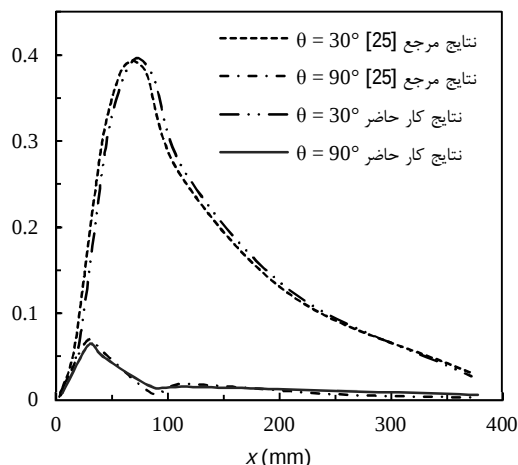
- 1- Two-Way Coupling
- 2- Ansys CFX
- 3- Subroutines



شکل 3 مقایسه نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی مارکوس و همکاران [24] در  $Re = 500$  و برای دو عدد رایلی مختلف  $AR = 0.375$



شکل 5 مقایسه نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی ناسن و همکاران [26] برای جابجایی اجباری در کانال مربعی در (الف)  $\phi = 0.5\%$  و (ب)  $\phi = 1.5\%$



شکل 4 مقایسه شدت بیشینه جریان ثانویه با نتایج عددی ایچیمیا و مانوشیما [25] برای سیال تک فاز در  $Re = 100$ ،  $Ri = 2.2$

5-1- اثر درصد حجمی نانو ذرات  
در این قسمت برای حالتی که عدد رینولدز جریان 700، عدد گرافش  $5 \times 10^5$ ، نسبت منطری 0/5 و شرایط مرزی متقارن می باشد، درصد حجمی نانو ذرات افزایش داده شده است و اثر تغییرات آن مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

شکل 6 نمودار تغییرات ضریب اصطکاک در طول کانال را نشان می دهد. مشاهده می شود که ضریب اصطکاک در ابتدای کانال از مقادیر بسیار زیاد که ناشی از ضخامت کوچک لایه مرزی است، به یک مقدار کمینه رسیده و سپس به دلیل پررنگ شدن نقش نیروی شناوری و افزایش گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره ها ضریب اصطکاک افزایش می یابد. همچنین از نتایج چنین بر می آید که تغییرات غلظت نانو ذرات تأثیر قابل توجهی بر ضریب اصطکاک ندارد. شکل 7 نمودار تغییرات نسبت ضریب انتقال حرارت جابجایی نانو سیال به ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال پایه در طول کانال را نشان می دهد. همان طور که مشخص است افزایش درصد حجمی ذرات نانو، افزایش ضریب انتقال حرارت را نسبت به حالت پایه به دنبال خواهد داشت. این بهبود ضریب انتقال حرارت به گونه ایست که در ابتدای کانال اثر آن کمتر و با پیشروی در

روش دو فاز برخوردار نیست. حداکثر خطای حاصل از حل دو فاز 4/1% و حداکثر خطای حاصل از حل تک فاز 11/5% است. بنابراین از روش تک فاز می توان به عنوان یک تخمین اولیه در پیش بینی رفتار نانو سیالات استفاده کرد، اما زمانی که تغییرات دمایی چشمگیر است و نیاز به پیش بینی دقیق رفتار نانو سیالات باشد، کارایی این روش پایین می آید. بنابراین در ارائه و تحلیل نتایج روش دو فاز مورد استفاده قرار گرفته است.

## 5- نتایج و بحث

با توجه به مطالب عنوان شده، اثر پنج پارامتر درصد حجمی، نسبت منطری، شرایط مرزی نامتقارن، تغییرات عدد گرافش و اندازه ذرات نانو بر روی ویژگی های جریان و مشخصات انتقال حرارت نانو سیال آب و اکسید تیتانیوم بررسی خواهد شد. در هر قسمت تلاش شده است که با انتخاب مقادیر مناسب برای هر متغیر، اثر پارامتر مورد نظر به خوبی در نظر گرفته شود. لازم به ذکر است که به جز در حالتی که اندازه ذرات به عنوان متغیر مطرح است، در تمامی بخش ها اندازه نانو ذرات 40 نانومتر در نظر گرفته شده است.

تنش برشی دیواره بیشتر می‌شود، همچنین تعداد برخوردهای ذرات نانو با دیواره افزایش یافته و ضریب اصطکاک بیشتر می‌شود. شکل 9 نمودار تغییرات نسبت ضریب انتقال حرارت جابجایی نانو سیال به ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال پایه در طول کانال را برای مقادیر مختلف نسبت منظری نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، بهبود ضریب انتقال حرارت جابجایی با پیشروی در طول کانال رفته‌رفته بیشتر خواهد بود، که این امر برای مقاطع با نسبت منظری بالاتر، بیشتر است. دلیل این امر توزیع بهتر فاز گسسته بوده، پخش ذرات یکنواخت صورت گرفته و ضریب انتقال حرارت را با توان بیشتری بهبود می‌بخشد (متوسط بهبود انتقال حرارت در نسبت منظری 0/25 حدود 14/9 % و در نسبت منظری 1 در حدود 15/5 % است).

### 3-5- اثر شرایط مرزی نامتقارن

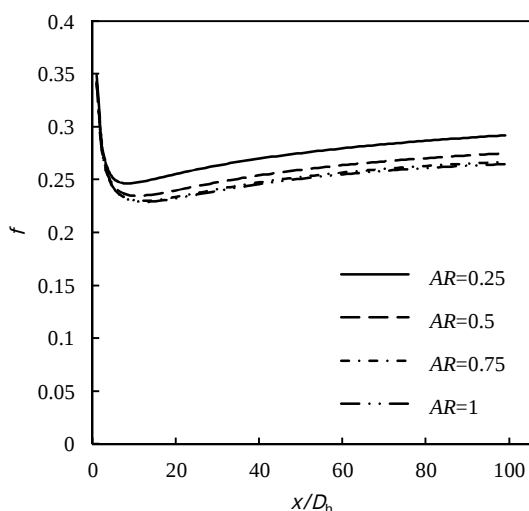
در این بخش اثر شرایط مرزی نامتقارن بر روی پروفیل‌های سرعت و دما و همچنین ضریب انتقال حرارت جابجایی بررسی می‌شود. شرایط به گونه‌ای در نظر گرفته شده است که برای تمامی حالت‌ها، درصد حجمی نانو ذرات 2 %، عدد گراش 5×10<sup>5</sup>، عدد رینولدز 700 و نسبت منظری 0/5 باشد. شرایط

طول کانال رفته‌رفته به دلیل افزایش اثر نیروی شناوری و حرکت براونی ذرات این اثر بیشتر می‌شود. به طور مثال برای درصد حجمی 0/5 % افزایش ضریب انتقال حرارت در ابتدای کانال 2/4 % بوده که در انتهای کانال به 9/4 % می‌رسد. همچنین در غلظت 2 % بهبود ضریب انتقال حرارت جابجایی در ابتدای کانال 9/9 % و در انتهای کانال به 23 % می‌رسد.

### 2-5- اثر نسبت منظری سطح مقطع

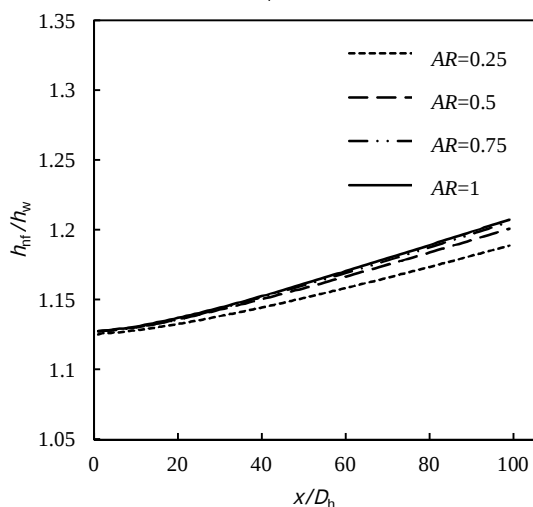
سپس اثر نسبت منظری سطح مقطع کانال بر روی جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب و اکسید تیتانیوم بررسی می‌شود. بدین منظور در حالتی که رینولدز جریان 300، عدد گراش 4/5×10<sup>4</sup>، درصد حجمی نانو ذرات 1/5 % و شرایط مرزی متقارن می‌باشد، تأثیر مقادیر مختلف نسبت منظری مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

شکل 8 نمودار تغییرات ضریب اصطکاک را در طول کانال نشان می‌دهد. به وضوح مشخص است که این ضریب با کوچک شدن نسبت منظری افزایش می‌یابد. با نزدیک شدن دیواره‌های کانال به یکدیگر، اثر نیروی شناوری بیشتر شده، گرادیان‌های سرعت نزدیک دیواره افزایش یافته و



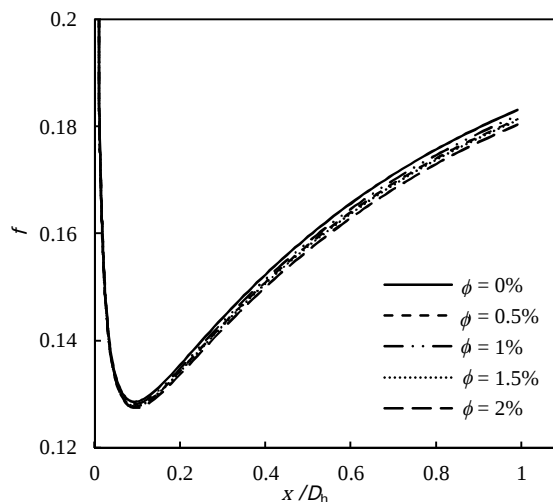
شکل 8 تغییرات ضریب اصطکاک در طول کانال برای مقادیر مختلف نسبت منظری

نانو ذرات در شرایط  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Q_r = 1$ ،  $Re = 700$  و  $\phi = 3\%$



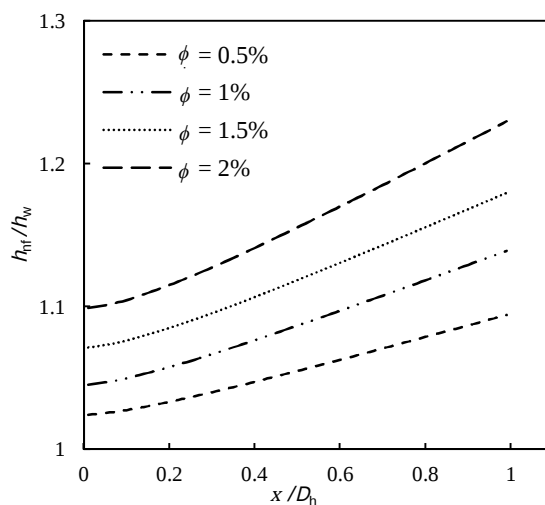
شکل 9 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی در طول کانال برای مقادیر مختلف

نسبت منظری نانو ذرات در شرایط  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Q_r = 1$ ،  $Re = 700$  و  $\phi = 3\%$



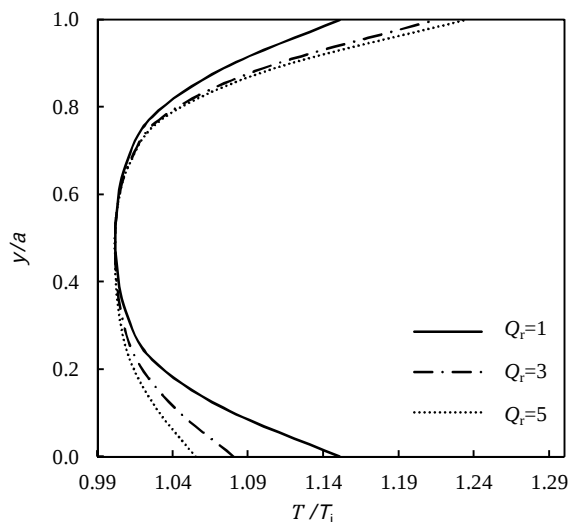
شکل 6 تغییرات ضریب اصطکاک در طول کانال برای مقادیر مختلف درصد حجمی

نانو ذرات در شرایط  $AR = 0.5$  و  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Q_r = 1$ ،  $Re = 700$



شکل 7 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی در طول کانال برای مقادیر مختلف

درصد حجمی نانو ذرات در شرایط  $AR = 0.5$  و  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Q_r = 1$ ،  $Re = 700$

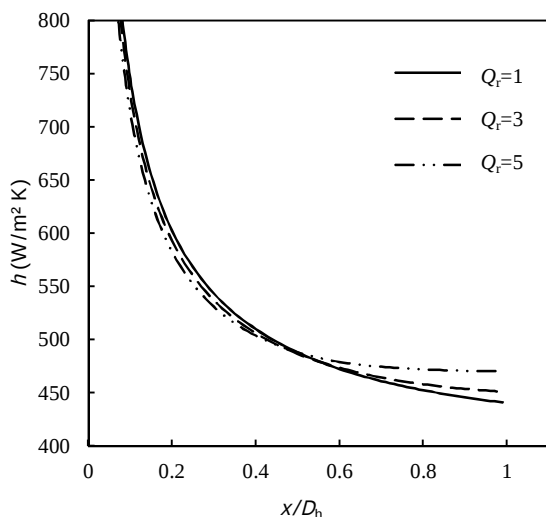


شکل 10 پروفیل سرعت بی بعد در مقطع  $x/D_h = 50$  برای مقادیر مختلف  $Q_f$  برای

حالت  $AR = 0.5$  و  $\phi = 1.5\%$ ،  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Re = 700$

انتظار می‌رود، بیشینه‌ی دما بر روی دیواره با شار حرارتی بیشتر اتفاق می‌افتد، که اثرات آن را می‌توان در انتقال حرارت از دیواره‌های مختلف که در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفت، دید.

شکل 13 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی در طول کانال را نشان می‌دهد. همچنین جدول 1 مقادیر ضریب انتقال حرارت میانگین را در طول کانال برای نسبت‌های مختلف شار حرارتی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی به گونه‌ایست که برای مقادیر بزرگ‌تر  $Q_f$ ، میزان انتقال حرارت در انتهای کانال بیشتر است. دلیل این امر ایجاد گرادیان دما و افزایش اثر نیروی ترموفورتیک می‌باشد. لازم به ذکر است که پروفیل‌های ارائه شده همه در ناحیه در حال توسعه قرار دارند، و شکل‌های ارائه شده تنها نمای تغییرات را در راستای  $y$  نمایش می‌دهد.



شکل 13 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی در طول کانال برای مقادیر مختلف

نسبت  $Q_f$  برای حالت  $AR = 0.5$  و  $\phi = 1.5\%$ ،  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Re = 700$

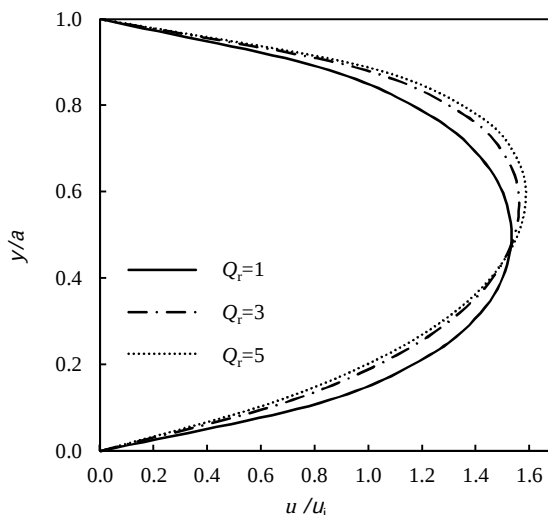
جدول 1 ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط برای مقادیر مختلف  $Q_f$

| $Q_f$              | 5     | 3     | 2   | 1/5   | 1     |
|--------------------|-------|-------|-----|-------|-------|
| $h_{ave} (W/m^2K)$ | 506/8 | 507/4 | 508 | 508/8 | 509/3 |

مرزی نیز مطابق با آنچه در شکل 1 نشان داده شده، در نظر گرفته شده است که در آن  $Q_f = \frac{q_1''}{q_2''}$ . بنابراین نتایج برای مقادیر مختلف نسبت  $Q_f$  ارائه شده است.

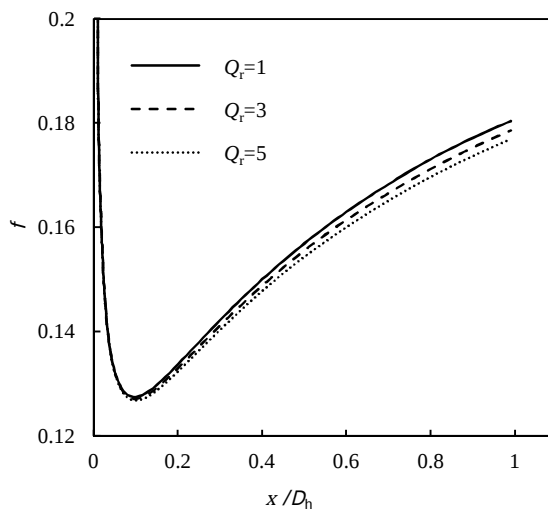
شکل 10 پروفیل‌های سرعت بی بعد را در مقطع کانال و در محلی که  $x/D_h = 50$  است را برای مقادیر مختلف  $Q_f$  نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود با زیاد شدن نسبت  $Q_f$  بیشینه سرعت به سمت دیواره با شار حرارتی بیشتر متمایل می‌شود، که دلیل آن افزایش اثر نیروی شناوری در آن دیواره است. همچنین شکل 11 نمودار تغییرات ضریب اصطکاک در طول کانال را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود به طور کلی افزایش این ضریب کمی موجب کاهش ضریب اصطکاک می‌شود (کاهش ضریب اصطکاک در حالتی که  $Q_f = 5$  نسبت به حالتی که  $Q_f = 1$  باشد، در حدود 1/4 % است).

شکل 12 پروفیل‌های دمای بی بعد را در مقطع کانال و در محلی که  $x/D_h = 50$  است را برای مقادیر مختلف  $Q_f$  نشان می‌دهد. همان طور که



شکل 10 پروفیل سرعت بی بعد در مقطع  $x/D_h = 50$  برای مقادیر مختلف  $Q_f$

برای حالت  $AR = 0.5$  و  $\phi = 1.5\%$ ،  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Re = 700$



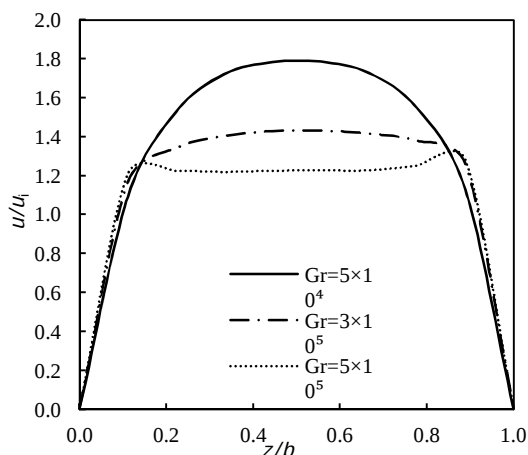
شکل 11 تغییرات ضریب اصطکاک در طول کانال برای مقادیر مختلف نسبت  $Q_f$  برای

حالت  $AR = 0.5$  و  $\phi = 1.5\%$ ،  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Re = 700$

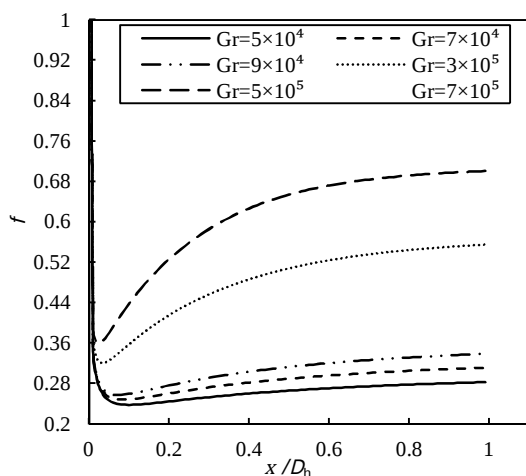
## 4-5- اثر تغییرات عدد گراشف

در این بخش به بررسی اثر تغییرات عدد گراشف برای حالتی که عدد رینولدز جریان 300، درصد حجمی ذرات نانو % 1/5، نسبت منطری 0/5 و نسبت شارهای حرارتی 1/5 در نظر گرفته شده است، پرداخته می‌شود.

شکل 16 پروفیل‌های سرعت را در مقطع  $x/D_h = 20$  برای مقادیر مختلف عدد گراشف در جایی که جریان در حال توسعه می‌باشد، نشان می‌دهد. همچنین شکل 17 تغییرات ضریب اصطکاک را در طول کانال نشان می‌دهد. همانطور که از شکل برمی‌آید هر چه عدد گراشف افزایش می‌یابد، ضریب اصطکاک بیشتر می‌شود، که این افزایش به واسطه زیاد شدن اثر نیروی شناوری و غلبه جابجایی آزاد به جابجایی اجباری است که موجب افزایش گرادیان سرعت نزدیک دیواره می‌گردد. مشخص است که با بالا رفتن عدد گراشف توسعه یافتگی هیدرو دینامیکی به تعویق می‌افتد. شکل‌های 18 و 19 پروفیل‌های دما در دو مقطع ابتدایی و انتهایی کانال و تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی را در طول کانال را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد گراشف جریان سریع‌تر میل به توسعه یافتگی حرارتی پیدا می‌کند، که در واقع این امر در ارتباط مستقیم با زیاد شدن عدد ریچاردسون و کم رنگ شدن جابجایی اجباری قرار دارد. همچنین افزایش عدد گراشف جریان، افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی را به دنبال خواهد داشت.



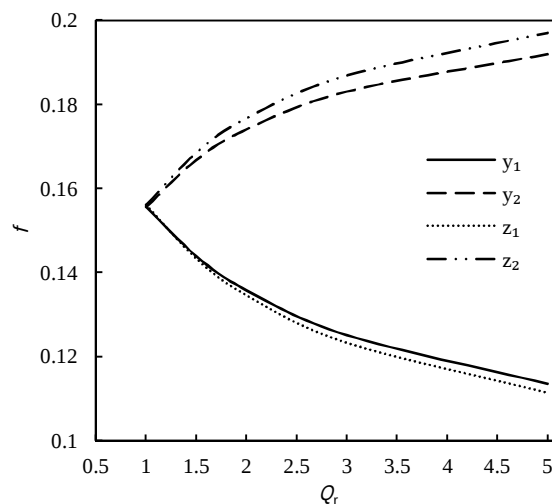
شکل 16 پروفیل سرعت در مقطع  $x/D_h = 20$  برای مقادیر مختلف عدد گراشف در شرایط  $\phi = 1.5\%$  و  $Q_r = 1.5$ ،  $Re = 700$ ،  $AR = 0.5$



شکل 17 تغییرات ضریب اصطکاک در طول کانال برای مقادیر مختلف عدد گراشف در شرایط  $\phi = 1.5\%$  و  $Q_r = 1.5$ ،  $Re = 700$ ،  $AR = 0.5$

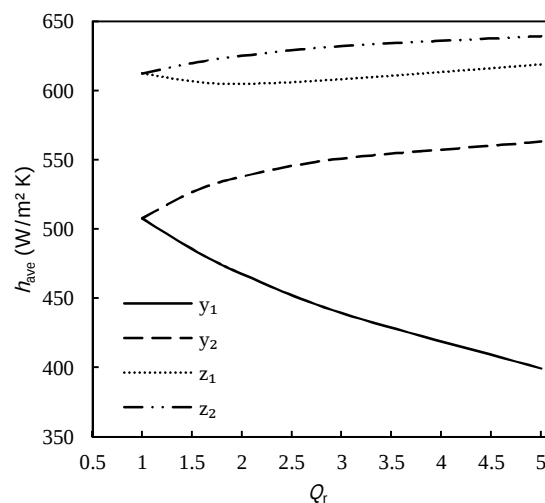
حال اثر شار حرارتی نامتقارن در هر یک از دیواره‌ها به طور جداگانه بررسی می‌شود. به همین منظور شکل 14 تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای را بر روی چهار دیواره نسبت به مقادیر مختلف  $Q_r$  نشان می‌دهد. مطابق انتظار با افزایش نسبت شار، دیواره‌های با شار کمتر، ضریب اصطکاک کمتری دارند و بالعکس، که این مسئله با توجه به تغییرات پروفیل سرعت نشان داده شده در شکل 8 قابل توجیه است. همچنین مشاهده می‌شود که بیشینه سرعت با افزایش هر چه بیشتر نسبت شارهای حرارتی به سمت دیواره‌های با شار بیشتر متمایل می‌شود.

همچنین شکل 15 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی را برای چهار دیواره بر حسب مقادیر مختلف نسبت شار نشان می‌دهد. همان طور که انتظار می‌رود با زیاد شدن نسبت شار حرارتی میزان انتقال حرارت بر روی دیواره‌های با شار بیشتر، افزایش، و بر روی دیواره‌های با شار کمتر، کاهش می‌یابد. اما با افزایش نسبت شار حرارتی بیشتر از 3 مشاهده می‌شود که بر خلاف انتظار انتقال حرارت بر روی دیواره  $Z_1$  کاهش پیدا نمی‌کند که امر به دلیل کوچک بودن طول دیواره و قرار گرفتن در معرض شار بالای دیواره‌های مجاور می‌باشد.



شکل 14 تغییرات ضریب اصطکاک میانگین با  $Q_r$  بر روی دیواره‌های مختلف

کانال برای حالت  $AR = 0.5$  و  $\phi = 1.5\%$ ،  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Re = 700$



شکل 15 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی میانگین با  $Q_r$  بر روی دیواره‌های مختلف کانال برای حالت  $AR = 0.5$  و  $\phi = 1.5\%$ ،  $Gr = 5 \times 10^5$ ،  $Re = 700$

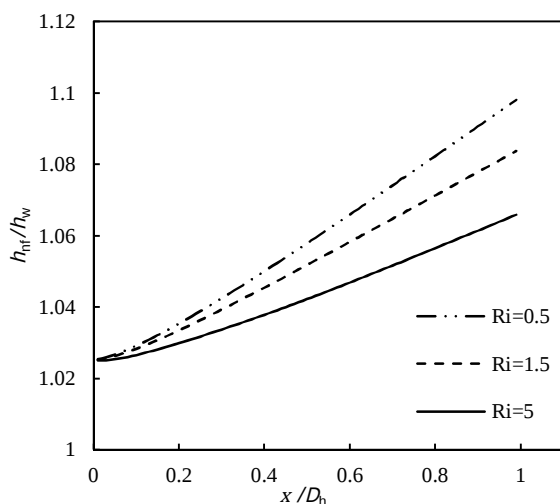
مقادیر پایین تر عدد ریچاردسون شاهد بهبود بیش تر انتقال حرارت در جریان نانو سیال باشیم.

این توزیع ذرات مربوط به دیفیوژن براونی، دیفیوژن در اثر پدیده ترموفورسیس و پخش در اثر القای برشی می باشد که مجموع این شاره های جرمی طبق معادله بقای جرم برای فاز ذره ثابت می باشد. در عین حال این حضور ذرات در نواحی مرکزی کانال، به دلیل کسر حجمی بسیار پایین تاثیری بر روی پیوستگی جریان نخواهد داشت ( $Kn < 0.1$ ).

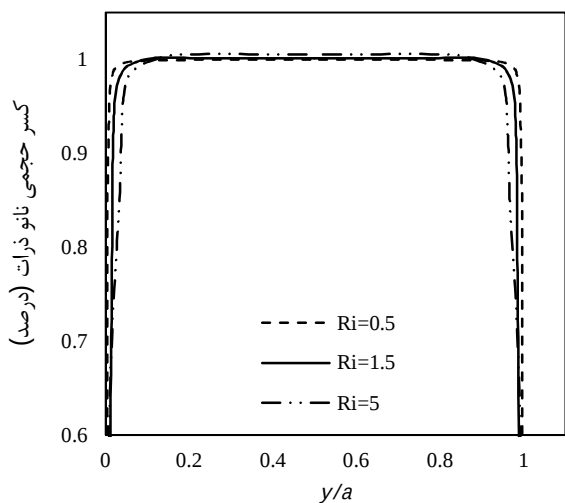
#### 5-5- اثر تغییر اندازه ذرات نانو

در این قسمت برای حالتی که عدد رینولدز جریان 700، عدد گراشف  $5 \times 10^5$ ، نسبت منظری 0/5، درصد حجمی ذرات نانو 2% و شرایط مرزی متقارن می باشد، اندازه ذرات نانو تغییر داده شده است. نتایج به دست آمده به صورت جداول 2 و 3 ارائه شده اند.

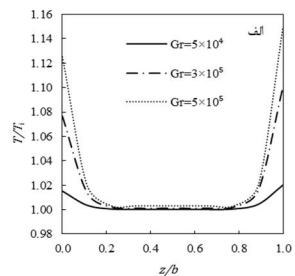
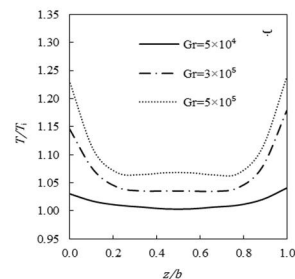
جدول 2 اثر تغییرات اندازه ذرات نانو بر ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود، افزایش قطر ذرات به



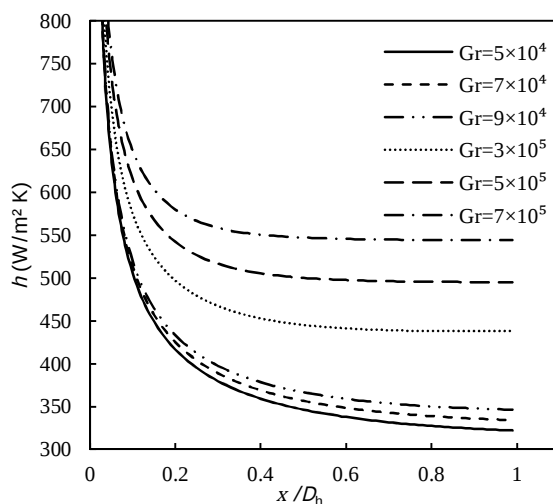
شکل 20 نسبت تغییرات ضریب انتقال حرارت نانو سیال به ضریب انتقال حرارت سیال پایه برای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون در شرایط  $AR = 0.5$ ،  $Re = 300$ ،  $Q_r = 1$  و  $\phi = 1\%$



شکل 21 نحوه پخش ذرات نانو برای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون برای شرایط  $AR = 0.5$ ،  $Re = 300$ ،  $Q_r = 1$  و  $\phi = 1\%$



شکل 18 پروفیل های دما برای مقادیر مختلف عدد گراشف در شرایط  $AR = 0.5$ ،  $Re = 700$ ،  $Q_r = 1.5$  و  $\phi = 1.5\%$  (الف) در  $x/D_h = 20$  (ب) در  $x/D_h = 80$



شکل 19 تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی در طول کانال برای مقادیر مختلف عدد گراشف در شرایط  $AR = 0.5$ ،  $Re = 700$ ،  $Q_r = 1.5$  و  $\phi = 1.5\%$

با توجه به مطالب بیان شده در مورد اثر تغییرات اعداد گراشف و رینولدز، می توان با توجه به تعریف عدد ریچاردسون، به بررسی روند بهبود انتقال حرارت پرداخت. شکل 20 نسبت ضریب انتقال حرارت میانگین نانو سیال به ضریب انتقال حرارت سیال پایه در همان شرایط را نشان می دهد. نمودار برای سه مقدار مختلف عدد ریچاردسون، عدد رینولدز 300، درصد حجمی 1% و نسبت منظری 0/5 ارائه شده است.

همان طور که مشاهده می شود افزایش عدد ریچاردسون روند بهبود ضریب انتقال حرارت را کند می کند، زیرا افزایش این ترم بی بعد، کاهش اثر جابجایی اجباری را به دنبال دارد. همچنین با توجه به شکل 21 که نحوه پخش ذرات را در همان شرایط در سطح مقطعی از کانال با  $x/D_h = 50$  نشان می دهد، مشاهده می گردد که با افزایش عدد ریچاردسون و شدت گرفتن گرادیان های سرعت در نزدیکی دیواره، ذرات از دیواره ها فاصله گرفته و به سمت مرکز کانال متمایل می شوند. همین امر موجب می شود که در

دلیل کاهش نسبت سطح به حجم، کاهش میزان انتقال حرارت را به دنبال خواهد داشت.

جدول 3 تغییرات ضریب اصطکاک متوسط را نسبت به تغییرات اندازه ذرات نشان می‌دهد، از داده‌های ارائه شده به خوبی مشخص است که هر چه اندازه ذرات بزرگتر می‌شوند، ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد. بنابراین استفاده از ذرات کوچکتر بهرمندی از انتقال حرارت بیشتر و ضریب اصطکاک کمتر را به دنبال خواهد داشت. مسلماً این مهم کمتر شدن ساییدگی و گرفتگی کانال را نیز به دست می‌دهد.

## 6- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر مدل‌سازی جریان آرام جابجایی مختلط نانو سیال آب-اکسید تیتانیوم در کانال قائم مستطیلی انجام گرفته است. شبیه‌سازی جریان به روش دو فاز اولر-لاگرانژ صورت پذیرفته است. اثر تغییرات غلظت نانو ذرات، نسبت منظری سطح مقطع کانال و همچنین تأثیر شرایط مرزی نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است. جمع‌بندی نتایج حاصل به صورت زیر می‌باشد:

1- در شبیه‌سازی جریان به روش تک فاز همگن مشخص شد که از

این روش می‌توان به عنوان یک تخمین اولیه در پیش‌بینی رفتار نانو سیالات استفاده کرد، اما زمانی که تغییرات دمایی چشمگیر است و نیاز به پیش‌بینی دقیق رفتار نانو سیالات باشد، این روش از دقت کمی برخوردار است. همچنین در مقایسه روش‌های تک فاز و دو فاز مشخص شد که نتایج حاصل از شبیه‌سازی با روش دو فاز نتایج دقیقتری را نسبت به روش تک فاز در اختیار می‌گذارد.

2- افزایش درصد حجمی نانو ذرات افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی را به همراه خواهد داشت، این بهبود به گونه‌ای است که اثر آن در ابتدای کانال کمتر و با پیشروی در طول کانال به دلیل افزایش اثر نیروی شناوری و حرکت براونی ذرات این اثر بیشتر می‌شود. همچنین از نتایج چنین استنباط شد که افزایش غلظت نانو ذرات اثر قابل توجهی بر ضریب اصطکاک ندارد.

3- با تغییر نسبت منظری سطح مقطع کانال مشاهده گردید که ضریب اصطکاک در نسبت‌های پایین، به دلیل افزایش اثر نیروی شناوری و قوی تر شدن گرادیان‌های سرعت در نزدیکی دیواره، افزایش می‌یابد. درحالی‌که اثر نانو ذرات در بهبود انتقال حرارت در نسبت‌های منظری بالاتر، بیشتر به چشم می‌خورد.

جدول 2 ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط برای مقادیر مختلف  $d_p$

| $d_p$ (nm)         | 20    | 30    | 40    | 60    |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|
| $h_{ave} (W/m^2K)$ | 541/4 | 523/5 | 509/2 | 483/2 |

جدول 3 ضریب اصطکاک متوسط برای مقادیر مختلف  $d_p$

| $d_p$ (nm) | 20    | 30      | 40      | 60      |
|------------|-------|---------|---------|---------|
| $f_{ave}$  | 0/041 | 0/04106 | 0/04118 | 0/04141 |

4- به واسطه ایجاد شرایط مرزی نامتقارن، مشاهده گردید که افزایش نسبت شار حرارتی وارد شده به دیواره‌ها، بیشینه پروفیل‌های سرعت و دما را به سمت دیواره‌های با شار حرارتی بیشتر سوق می‌دهد، و انتقال حرارت از طریق آن دیواره‌ها بیشتر می‌شود. این در حالی است که این امر اثر چندانی بر ضریب انتقال حرارت میانگین نخواهد داشت، اما اندکی ضریب اصطکاک را کاهش می‌دهد.

5- تأثیر عدد بی‌بعد گرافش به گونه‌ای است که افزایش آن بهبود ضریب انتقال حرارت را به دنبال خواهد داشت. همچنین، بهبود ضریب انتقال حرارت در اعداد ریچاردسون پایین‌تر که اثر جابجایی اجباری پررنگ تر است، بیشتر خواهد بود. این مهم به واسطه الگوی پخش ذرات متفاوت در ریچاردسون‌های پایین‌تر اتفاق می‌افتد.

6- افزایش قطر ذرات به دلیل کاهش نسبت سطح به حجم، کاهش انتقال حرارت را به دنبال خواهد داشت. همچنین بزرگتر شدن ذرات نانو ضریب اصطکاک را اندکی افزایش می‌دهد.

## 7- فهرست علائم

|                                                  |          |
|--------------------------------------------------|----------|
| نسبت منظری ( $=a/b$ )                            | $AR$     |
| طول سطح مقطع ( $m$ )                             | $a$      |
| عرض سطح مقطع ( $m$ )                             | $b$      |
| گرمای ویژه در فشار ثابت ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )   | $c_p$    |
| ضریب کانینگهام                                   | $C_C$    |
| ضریب                                             | $C_s$    |
| ضریب                                             | $C_t$    |
| ضریب                                             | $C_m$    |
| قطر ذرات (nm)                                    | $d_p$    |
| تانسور تغییر شکل                                 | $d_{ij}$ |
| قطر هیدرولیکی ( $=2ab/(a+b)$ ) ( $m$ )           | $D_h$    |
| ضریب اصطکاک                                      | $f$      |
| نیرو ( $N$ )                                     | $F$      |
| نیروی براونی ( $N$ )                             | $F_B$    |
| نیروی دراگ ( $N$ )                               | $F_D$    |
| نیروی گرانش ( $N$ )                              | $F_G$    |
| نیروی لیفت ( $N$ )                               | $F_L$    |
| نیروی گرادیان فشار ( $N$ )                       | $F_P$    |
| نیروی ترموفورتیک ( $N$ )                         | $F_T$    |
| نیروی جرم مجازی ( $N$ )                          | $F_V$    |
| شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )                         | $g$      |
| عدد گرافش ( $=g\beta q^*D_h^4 / kv^2$ )          | $Gr$     |
| ضریب انتقال گرمایی جابجایی ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ ) | $h$      |
| هدایت گرمایی ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )               | $k$      |

# 8- مراجع

- [1] J. C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd ed. Oxford, UK: Clarendon Press, 1891.
- [2] S. U. S. Choi and J. Eastman, "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles," *ASME*, vol. 231 FED, pp. 99–105, NY, USA, 1995.
- [3] C. T. Nguyen, G. Roy, C. Gauthier, and N. Galanis, "Heat transfer enhancement using Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid for an electronic liquid cooling system," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 27, no. 8–9, pp. 1501–1506, Jun. 2007.
- [4] S. Z. Heris, M. N. Esfahany, and G. Etemad, "Numerical Investigation of Nanofluid Laminar Convective Heat Transfer through a Circular Tube," *Numer. Heat Transf. Part A Appl.*, vol. 52, no. 11, pp. 1043–1058, Sep. 2007.
- [5] K. Khanafer, K. Vafai, and M. Lightstone, "Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 46, no. 19, pp. 3639–3653, Sep. 2003.
- [6] I. C. Bang and G. Heo, "An axiomatic design approach in development of nanofluid coolants," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, no. 1, pp. 75–90, Jan. 2009.
- [7] I. Pishkar and B. Ghasemi, "Effect of nanoparticles on mixed convection heat transfer in a horizontal channel with heat source," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 12, no. 2, pp. 95–108, 2012. (In Persian)
- [8] S. Mirmasoumi and A. Behzadmehr, "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in a horizontal tube using two-phase mixture model," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 28, pp. 717–727, 2008.
- [9] Y. He, Y. Men, Y. Zhao, H. Lu, and Y. Ding, "Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO<sub>2</sub> nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, no. 10, pp. 1965–1972, Jul. 2009.
- [10] W. Peng, B. Minli, L. Jizu, Z. Liang, C. Wenzheng, and L. Guojie, "Comparison of Multidimensional Simulation Models for Nanofluids Flow Characteristics," *Numer. Heat Transf. Part B Fundam.*, vol. 63, no. 1, pp. 62–83, Jan. 2013.
- [11] I. Vasefi and M. Alizadeh, "A Numerical Investigation of CuO-Water Nanofluid in Different Geometries by Two-Phase Euler-Lagrange Method," *World Appl. Sci. J.*, vol. 26, no. 10, pp. 1323–1329, 2013.
- [12] M. M. Heyhat and F. Kowsary, "Effect of Particle Migration on Flow and Convective Heat Transfer of Nanofluids Flowing Through a Circular Pipe," *J. Heat Transfer*, vol. 132, no. 6, p. 062401, 2010.
- [13] J. Buongiorno, "Convective Transport in Nanofluids," *J. Heat Transfer*, vol. 128, no. 3, pp. 240–250, 2006.
- [14] B. R. Baliga, Control-volume finite element methods for fluid flow and heat transfer, in: W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, *Advances in Numerical Heat Transfer*, vol. 1, Taylor & Francis, pp. 97–136, New York, 1996.
- [15] C. M. Rhie and W. L. Chow, "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," *AIAA J.*, vol. 21, no. 11, pp. 1525–1532, Nov. 1983.
- [16] M. Corcione, "Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids," *Energy Convers. Manag.*, vol. 52, no. 1, pp. 789–793, 2011.
- [17] Q. Zhou and M. A. Leschziner, "An improved particle-locating algorithm for Eulerian-Lagrangian computations of two-phase flows in general coordinates," *Int. J. Multiph. Flow*, vol. 25, no. 5, pp. 813–825, 1999.
- [18] H. Ounis, G. Ahmadi, and J. B. McLaughlin, "Brownian diffusion of submicrometer particles in the viscous sublayer," *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 143, no. 1, pp. 266–277, 1991.
- [19] P. G. Saffman, "The lift on a small sphere in a slow shear flow," *J. Fluid Mech.*, vol. 22, no. 02, pp. 385–400, Jun. 1965.
- [20] C. T. Crowe, J. D. Schwarzkopf, M. Sommerfeld, and Y. Tsuji, *Multiphase Flows with Droplets and Particles*, Second Edition. CRC Press, 2011.
- [21] A. Li and G. Ahmadi, "Dispersion and Deposition of Spherical Particles from Point Sources in a Turbulent Channel Flow," *Aerosol Sci. Technol.*, vol. 16, no. 4, pp. 209–226, Jan. 1992.
- [22] L. Talbot, R. K. Cheng, R. W. Schefer, and D. R. Willis, "Thermophoresis of particles in a heated boundary layer," *J. Fluid Mech.*, vol. 101, no. 04, pp. 737–758, Apr. 1980.
- [23] W. Ranz and W. Marshall, "Evaporation from drops," *Chem. Eng. Prog.*, vol. 48, no. 3, pp. 141–146, 1952.
- [24] S. M. Morcos, M. M. Hilal, M. M. Kamel, and M. S. Soliman, "Experimental Investigation of Mixed Laminar Convection in the Entrance Region of Inclined Rectangular Channels," *J. Heat Transfer*, vol. 108, no. 3, pp. 574–579, 1986.
- [25] K. Ichimiya and Y. Matsushima, "Performance evaluation of mixed convection in an inclined square channel with uniform temperature walls," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 52, no. 7–8, pp. 1802–1810, Mar. 2009.
- [26] T. H. Nassan, S. Z. Heris, and S. H. Noie, "A comparison of experimental heat transfer characteristics for Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water and CuO/water nanofluids in square cross-section duct," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 37, no. 7, pp. 924–928, 2010.

|               |                                                |
|---------------|------------------------------------------------|
| $k_b$         | ضریب بولتزمن                                   |
| $Kn$          | عدد نادسن ( $= \lambda / d_p$ )                |
| $K_s$         | ضریب                                           |
| $m$           | جرم (kg)                                       |
| $n$           | شماره تکرار                                    |
| $Nu$          | عدد ناسلت ( $= hD_h / k$ )                     |
| $\rho$        | فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )                      |
| $Pr$          | عدد پرانتل ( $= \nu / \alpha$ )                |
| $Pe$          | عدد پکلت ( $= Re.Pr$ )                         |
| $q''$         | شار گرما ( $W.m^{-2}$ )                        |
| $Q_f$         | نسبت شار حرارتی دیواره ها ( $= q_1.q_2^{-1}$ ) |
| $Ra$          | عدد رایلی ( $= Gr.Pr$ )                        |
| $Ri$          | عدد ریچاردسون ( $= Gr.Re^2$ )                  |
| $Re$          | عدد رینولدز ( $= vD_h / \nu$ )                 |
| $S_0$         | شدت طیفی پایه                                  |
| $S_{nij}$     | شدت طیفی                                       |
| $S_m$         | ترم چشمه                                       |
| $S_e$         | ترم چشمه                                       |
| $t$           | زمان (s)                                       |
| $T$           | دما (K)                                        |
| $U, V, W$     | سرعت در سه راستا ( $ms^{-1}$ )                 |
| $x, y, z$     | جهات مختصات                                    |
| علائم یونانی  |                                                |
| $\alpha$      | ضریب پخش گرما ( $m^2s^{-1}$ )                  |
| $\beta$       | ضریب انبساط حجمی ( $K^{-1}$ )                  |
| $\delta_{ij}$ | تابع دلتای کرونگر                              |
| $\phi$        | کسر حجمی ذرات نانو                             |
| $\lambda$     | مسیر آزاد میانگین (m)                          |
| $\mu$         | لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )             |
| $\theta$      | زاویه انحنای کانال                             |
| $\rho$        | چگالی ( $kg.m^{-3}$ )                          |
| $\nu$         | لزجت سینماتیکی ( $m^2s^{-1}$ )                 |
| $\psi$        | متغیر وابسته در معادلات دیفرانسیل پاره‌ای      |
| $\zeta_i$     | عدد تصادفی گوس                                 |
| زیرنویس‌ها    |                                                |
| ave           | مقدار متوسط                                    |
| f             | سیال                                           |
| i             | شرایط ورودی                                    |
| nf            | نانو سیال                                      |
| p             | ذرات                                           |
| w             | آب                                             |