



# پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی تیر کامپوزیتی یک‌سرگردار دو لبه نامتقارن با استفاده از روش چیدمان معادل در مود ترکیبی اول و دوم تورق

محمود مهرداد شکریه<sup>۱\*</sup>، افشین زین‌الدینی<sup>۲</sup>

۱- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* تهران، کد پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، shokrieh@iust.ac.ir

**چکیده-** در این مقاله روش چیدمان معادل برای تخمین شروع تورق در تیر یک‌سرگردار دو لبه نامتقارن کامپوزیت لایه‌ای پایه‌گذاری و ارائه شده است. رابطه‌ای برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی، به عنوان معیاری برای شروع رشد ترک، برای نمونه‌های تک‌جهته و چندجهته بدست آمده است. تیر کامپوزیت لایه‌ای یک‌سرگردار دولبه با ترک نامتقارن در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شده و بدین منظور از روش بسته شدن مجازی ترک برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی استفاده شده است. با استفاده از این روش می‌توان شروع تورق نمونه‌های چندجهته را بدون نیاز به آزمایش تجربی و مدل‌سازی اجزاء محدود تخمین زد، بنابراین روش چیدمان معادل، حجم محاسبات عددی و نیز هزینه مطالعات آزمایشگاهی را به مقدار چشم‌گیری کاهش می‌دهد. اعتبار این روش با استفاده از نتایج تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین، نرخ رهایی انرژی کرنشی کلی بدست آمده از این روش با نتایج مدل‌سازی عددی و نتایج تحلیلی مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با خطای کمتر از ۱۰٪ می‌توان نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌های چندجهته را با استفاده از مقدار معلوم نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌های تک‌جهته پیش‌بینی کرد.

**کلیدواژگان:** پیش‌بینی، چیدمان معادل، کامپوزیت لایه‌ای، نرخ رهایی انرژی کرنشی.

## Prediction of Strain Energy Release Rate of Asymmetric Double Cantilever Composite Beam using Equivalent Lay-up for Mixed-Mode I/II Delamination

M. M. Shokrieh<sup>1\*</sup>, A. Zeinedini<sup>2</sup>

1- Prof., Sch. of Mech. Eng., Iran Univ. of Sci. and Tech., Tehran, Iran

2- PhD Student, Sch. of Mech. Eng., Iran Univ. of Sci. and Tech., Tehran, Iran

\* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran. shokrieh@iust.ac.ir

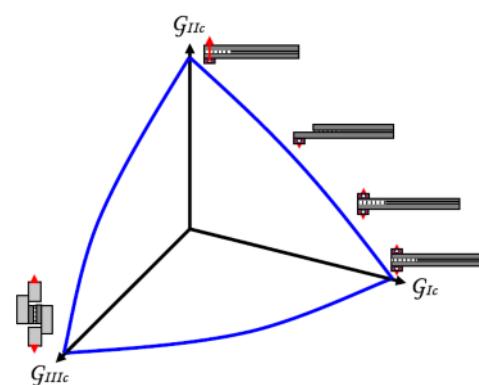
**Abstract-** In this paper, the equivalent layup method to estimate the delamination initiation of asymmetric double cantilever beam (ADCB) is presented. A relation for the critical strain energy release rates (SERR) of and unidirectional and multidirectional laminates, a criterion for crack growth initiation, were found. For FE analyses the ADCB specimens are modeled in the ABAQUS/Standard software and SERR is determined using virtual crack closure technique (VCCT). According to this method the ability of estimating delamination initiation without using experimental tests and finite element modeling of MD specimens is provided, so the equivalent lay-up reduces the volume of calculations FEM and experimental tests significantly. Accuracy of the proposed method has been verified by experimental data. Also, total strain energy release rate analyzed by this method is compared with the FEM and theoretical results. Results show that SERR of multidirectional lay-ups can be predicted by measuring SERR of the unidirectional specimens using FEM method with an error less than 10%.

**Keywords:** Laminate Composite, Equivalent Lay-up, Prediction, Strain Energy Release rate.

## ۱- مقدمه

در مواد مرکب لایه‌های شکل‌های مختلفی از تخریب رخ می‌دهد و در صورتی که ماده یا نمونه مورد نظر چندجهته باشد، مطالعه و درک رفتار نمونه در فرایند تخریب دشوارتر خواهد بود. از آنجا که اصلی‌ترین شکل تخریب مواد مرکب لایه‌ای، شکست بین لایه‌ای، تورق، خصوصاً تحت بارگذاری مود ترکیبی اول و دوم می‌باشد، بررسی رفتار و عملکرد مواد مرکب لایه‌ای در این حالت مورد توجه زیادی قرار گرفته است، (شکل ۱). در بررسی تورق و مطالعه مکانیزم آن و ارزیابی نتایج حاصل، از سه روش آزمایش تجربی، مدل‌سازی عددی و حل‌های تحلیلی استفاده می‌شود که در این زمینه نمونه‌های آزمایشگاهی مختلف، نرم‌افزارهای اجزاء محدود متنوع و مدل‌های تحلیلی گوناگون بکار گرفته می‌شوند.

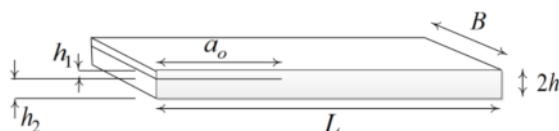
یکی از اهداف اصلی مطالعه تورق، ارزیابی استحکام ماده مرکب لایه‌ای در برابر تورق و پارامترهای مؤثر بر آن است. مود ترکیبی اول و دوم یکی از مهم‌ترین مودهای ترکیبی پدیده تورق در کامپوزیت‌های لایه‌ای است. تیر یک‌سر گیردار دو لبه با ترک نامتقارن<sup>۱</sup> (ADCB) یکی از قطعات پیشنهاد شده برای ایجاد و مشاهده مودهای اول و دوم است، (شکل ۲). در مطالعه تورق مود ترکیبی I و II، و بدست آوردن چقرمگی شکست ماده مرکب لایه‌ای، از نمونه‌های مود ترکیبی خمشی<sup>۲</sup> (MMB)، آرکان [۲] و ADCB استفاده می‌شود.



شکل ۱ مود ترکیبی اول و دوم [۱]

آزمایشگاهی خاصی مورد نیاز است اما آزمایش نمونه ADCB مشابه آزمایش نمونه یک‌سر گیردار دو لبه<sup>۳</sup> DCB، که به راحتی قابل انجام است، صورت می‌گیرد. نمونه ADCB در واقع یک نمونه DCB است که بازوهای آن از مواد مختلفی ساخته شده‌اند و یا ضخامت دو بازوی آن غیریکسان هستند و یا ترکیبی از این دو حالت برای آن اتفاق می‌افتد. در این بخش منظور از قطعه ADCB یک نمونه DCB است که بازوهای آن ضخامت غیر یکسان دارند یا به عبارتی تعداد لایه‌های دو بازو یکسان نیستند. برای نخستین بار این نمونه توسط بریدلی و چان [۳] پیشنهاد شده است. در نمونه ADCB پیشنهاد شده توسط ایشان بارهای متفاوتی (از نظر اندازه) به بازوهای این نمونه وارد شده است. داویس و همکاران [۴] برای نخستین بار این نمونه را برای مطالعه تورق ترکیب مودهای اول و دوم بکار گرفتند. مولن و همکاران [۵] روشی را برای محاسبه نسبت مود اول به دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی تورق بین‌لایه‌ای موجود در در نمونه ADCB ارائه کردند.

نرخ رهایی انرژی کرنشی<sup>۴</sup>، SERR، که بیانگر انرژی آزاد شده بر واحد سطح ناشی از رشد ترک می‌باشد در بررسی و پیش‌بینی شروع تورق نقش اصلی را دارد. به بیان دیگر در صورتی که در نقطه‌ای از پیشانی تورق نرخ رهایی انرژی کرنشی،  $G$ ، به مقدار بحرانی یعنی چقرمگی شکست،  $G_c$ ، برسد شروع تورق در آن نقطه اتفاق می‌افتد. از این رو نرخ رهایی انرژی کرنشی ماده مرکب لایه‌ای در مطالعه و مقایسه رفتار نمونه‌های ADCB تک‌جهته و چندجهته در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است. پیرا و مورایس [۶] پی‌بردند که برای کامپوزیت کربن/اپوکسی مقادیر اولیه نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی برای  $0//\theta$  به  $\theta$  بستگی دارد و ضمناً این مقادیر ناشی از گسترش ترک به وسیله پل‌زنی الیاف کنترل می‌شود.



شکل ۲ شمای کلی نمونه ADCB

آنها به این نتیجه دست یافتند که فقدان اتصال بین الیاف

برای انجام آزمایش نمونه‌های MMB و آرکان تجهیزات

3. Double Cantilever Beam  
4. Strain Energy Release Rate

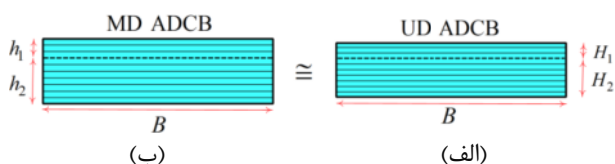
1. Asymmetric Double Cantilever Beam  
2. Mixed Mode Bending

حاصل از روش چیدمان معادل با نتایج حاصل از سه روش تجربی، عددی و تحلیلی مقایسه شده‌اند.

## ۲- چیدمان معادل

نوع بارگذاری بر روی قطعه ADCB باعث ایجاد مود ترکیبی اول و دوم تورق در قطعه می‌شود. دو نیروی مختلف‌الجهت در دو لبه قطعه ADCB چندجهته موجب ایجاد ممان خمشی در دو بازوی قطعه می‌شود. لذا معادل‌سازی لایه‌ها باید به گونه‌ای صورت پذیرد تا رفتار قطعه معادل‌سازی شده با رفتار قطعه اصلی تحت بارگذاری مشابه باشد. معادل‌سازی قطعه ADCB ابعاد اصلی قطعه مانند طول، عرض و طول ترک عوض نمی‌شود. تنها تغییرات قطعه معادل با قطعه اصلی، چیدمان لایه‌ها و به دنبال آن ضخامت قطعه خواهد بود، (شکل ۳). از آنجا که می‌بایست رفتار قطعه اصلی و قطعه معادل‌سازی شده تحت بارگذاری یکسان باشد لذا لازم است حاصل ضرب ممان دوم سطح طولی مقطع تیر در سفتی طولی تیر در دو قطعه برابر باشند در رابطه (۱) شرط معادل‌سازی تیر اصلی خواهد بود.

$$(E_{CLT}I)_{Main} = (E_0I)_{Equivalent} \quad (1)$$



شکل ۳ الف- چیدمان معادل فرض شده ب- مقطع چیدمان اولیه

با استفاده از محاسبه ممان دوم سطح حول محل ترک در هر دو نمونه و با استفاده از روش CLT دو رابطه (۲) و (۳) به دست می‌آیند.

$$3AH_1^5H_2 + 3AH_1^4H_2^2 + AH_1^3H_2^3 - BH_1^3 - BH_2^3 = 0 \quad (2)$$

$$CH_1^8 + 2CH_1^7H_2 + CH_1^6H_2^2 - DH_1^3H_2 - DH_2^4 = 0 \quad (3)$$

پارامترهای  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  با استفاده از روابط (۴) تا (۷) تعیین می‌شوند.

$$A = E_0(h_2^3 + h_1^3) \quad (4)$$

$$B = E_{CLT}(3h_1^5h_2 + 3h_1^4h_2^2 + h_1^3h_2^3) \quad (5)$$

$$C = Ah_2 \quad (6)$$

در لایه‌های  $0^\circ // 90^\circ$  و  $0^\circ // 45^\circ$  باعث کاهش ۲۰ درصدی در مقدار در مقایسه با لایه‌های  $0^\circ // 0^\circ$  می‌شود و اگر پل زنی الیاف اتفاق نیفتد، زوایای لایه‌های اطراف ترک می‌توانند یک متغیر با اهمیت در چقرمگی شکست برای مقادیر گسترش نرخ رهایی انرژی کرنشی به حساب آیند. پیرا و همکاران [۷] چقرمگی شکست چندلایه‌ای چندجهته با تورق  $\theta // \theta$  شیشه/اپوکسی را به صورت تجربی و مدل‌سازی مورد مطالعه قرار دادند. به عقیده آنها عمده اختلاف مقادیر  $G_c$ ، ۳ تا ۴ برابر بزرگتر، برای چندلایه‌ای‌های چندجهته نسبت به نمونه‌های تک‌جهته را می‌توان به علت غیرخطی شدن و گسترش پل زنی الیاف دانست. محمد رهان و همکاران [۸] اثر تغییر چیدمان بر در چندلایه‌ای‌های چندجهته را مورد مطالعه قرار دادند و دریافتند که اثر تغییر زوایای مجاور ترک بر نرخ رهایی انرژی کرنشی از سایر لایه‌ها بیشتر است که اهمیت این اثر در حالت گسترش ترک نمود بیشتری نسبت به حالت شروع رشد تورق دارد. شکریه و زین‌الدینی [۹] اثر زوایای الیاف مجاور ترک بر مود I نرخ رهایی انرژی کرنشی کامپوزیت‌های شیشه/اپوکسی با چیدمان  $\theta // -\theta$  را مورد مطالعه قرار دادند و دریافتند که تا زاویه  $\theta = 60^\circ$ ، مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی روند صعودی را دنبال می‌کند اما پس از این زاویه، مقدار  $G_{Ic}$  کاهش می‌یابد. در این تحقیق در ابتدا روش چیدمان معادل معرفی خواهد شد. این مدل با استفاده از روابط (۱) تا (۷) که در ادامه معرفی می‌شوند ارائه شده است. هدف از این روش آنست که با آزمایش یا مدل‌سازی یک نمونه تک‌جهته قطعه ADCB و با اندازه‌گیری و یا محاسبه مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی با استفاده از روش‌های کاهش داده، بتوان مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق نمونه‌های چندجهته را پیش‌بینی کرد. برای ارزیابی این روش، نتایج تجربی، تحلیلی و مدل‌سازی عددی بکار گرفته شده‌اند. نمونه‌های چندجهته ساخته شدند و مورد آزمایش قرار گرفتند. در مقالات روش‌هایی تئوری برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌های ADCB ارائه شده است که برخی از این روش‌ها در این مقاله ذکر شده‌اند. همچنین برای ارزیابی با استفاده از نتایج عددی، نمونه‌های تک‌جهته و چندجهته در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شده‌اند. برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی قطعه مدل‌سازی شده از روش بسته شدن مجازی ترک استفاده شده است. نهایتاً نتایج

۲. در زمان رشد ترک، حالت تنش در نوک ترک بصورت یکنواخت فرض می‌شود.

این فرضیه در حالتی که طول رشد ترک در مقایسه با طول ترک کوچک فرض شود، قابل قبول است. روش بسته شدن مجازی ترک به طور گسترده برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس نتایج حاصل از آنالیز سه بعدی اجزاء محدود بکار می‌رود. برای تورق در مواد مرکب لایه‌ای که در آن معیار شکست بسیار وابسته به نسبت اختلاط مودها<sup>۲</sup> است و رشد تورق در صفحه چندلایه‌ای اتفاق می‌افتد، VCCT جهت تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی بیشترین استفاده را داشته است. روش VCCT که توسط ریبیک و کنین [۱۳] پیشنهاد شده است در مواد مرکب برای پیش‌بینی رشد تخریب بکار برده می‌شود. این روش مبتنی بر این فرض است که هنگامی ترک مقدار کمی رشد کند، انرژی جذب شده در این فرایند برابر با کار لازم برای بستن ترک و ایجاد همان طول اولیه است. پس نرخ رهایی انرژی از نیروهای گرهی و جابجایی‌های بدست آمده از مدل اجزاء محدود قابل محاسبه است. این فرایند هنگامی کارآیی محاسباتی دارد که شبکه‌بندی به اندازه کافی ریز باشد و همه المان‌های نوک ترک ابعاد یکسانی در راستای رشد ترک داشته باشند. تحت این شرایط، نرخ آزاد شدن انرژی فقط از یک تحلیل قابل محاسبه است. حیدری رارانی [۱۴] اثر نرم‌افزار اجزاء محدود بکار گرفته شده را بر مقدار محاسبه شده برای نرخ رهایی انرژی کرنشی به تفصیل بررسی کرده است. در این راستا، از نمونه آزمایشگاهی DCB استفاده شده است و حل-های اجزاء محدود با استفاده از نرم‌افزار انسیس انجام شده و در این مدل‌سازی از المان‌های سالیید ۴۶ استفاده شده است. با توجه به کارآیی و اهمیت روش VCCT در محاسبات عددی نرخ رهایی انرژی کرنشی و بررسی تورق، کروگر [۱۵] تاریخچه، اصول و کاربردهای روش VCCT را به تفصیل بررسی کرده است. در این مطالعه، روابط متناظر با المان‌های دو بعدی با توابع فرمی خطی و مرتبه ۲ ارائه شده است. همچنین روابط مورد نیاز برای المان‌های ۳ بعدی در محاسبات نرخ رهایی انرژی کرنشی آورده شده است. اصلاحات لازم برای زمانی که آنالیز اجزاء محدود از لحاظ هندسی غیر خطی باشد و یا المان‌های نوک ترک اندازه‌های متفاوتی داشته باشند پیشنهاد

$$D = E_{CLT}(h_1^8 + 2h_1^7 h_2 + h_1^6 h_2^2) \quad (7)$$

در روابط فوق  $h_1$ ،  $h_2$  و  $H_1$  و  $H_2$  به ترتیب ضخامت بازوی بالایی و پایینی نمونه چندجهته و ضخامت بازوی بالایی و پایینی نمونه تک‌جهته هستند. همچنین  $E_0$  و  $E_{CLT}$  به ترتیب مدول کششی نمونه تک‌جهته و مدول کششی مؤثر نمونه چندجهته است که این مدول کششی مؤثر با استفاده از رابطه (۸) محاسبه می‌شود [۱۰].

$$E_{CLT} = \frac{2(E_1^s h_1^3 E_2^s h_2^3)}{\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)^3 (E_1^s h_1^3 + E_2^s h_2^3)} \quad (8)$$

در رابطه (۸)  $E_1^s$  و  $E_2^s$  به ترتیب مدول کششی معادل بازوی بالایی و پایینی نمونه چندجهته هستند. با استفاده از رابطه زیر می‌توان برای هر بازو، مدول کششی معادل را محاسبه نمود [۱۰]:

$$E_i^s = \left(\frac{2t}{h_i}\right)^3 \left\{ \sum_{j=1}^{h_i/t} \left[ 3\left(\frac{h}{t}\right)^2 - 3\left(\frac{h}{t}\right) + 1 \right] E_{ij}^p \right\} \quad (9)$$

در رابطه (۹)،  $E_{ij}^p$  مدول کششی مربوط به لایه  $j$  ام مربوط به بازوی  $i$  ام می‌باشد [۱۰].

$$E_j^p = \frac{1}{\frac{1}{E_x} \cos^4 \theta_j + \left[ \frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\nu_x}{E_x} \right] \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j + \frac{1}{E_y} \sin^4 \theta_j} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)،  $E_x$  مدول کششی لایه  $j$  ام در راستای محور  $x$ ،  $E_y$  مدول کششی لایه  $j$  ام در راستای محور  $y$ ،  $G_{xy}$  مدول برشی لایه  $j$  ام در صفحه  $xv$ ،  $\nu_x$  نسبت پواسون مربوط به لایه  $j$  ام و  $\theta_j$  جهت‌گیری الیاف نسبت به محور  $x$  است.

### ۳- مدل‌سازی عددی

روش‌های گوناگونی برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس نتایج بدست آمده از آنالیزهای اجزاء محدود استفاده شده است. یکی از پرکاربردترین روش‌های پیش‌بینی چقرمگی شکست در مواد کامپوزیتی روش بسته شدن مجازی ترک<sup>۱</sup> (VCCT) است، که روشی تقریبی بر پایه مکانیک شکست است [۱۱، ۱۲]. این روش بر پایه دو فرض عمده بنا شده است: ۱. زمانی که ترک رشد می‌کند مقدار انرژی آزاد شده برابر با مقدار انرژی لازم برای بستن دهانه ترک است.

شده است. پرامبت و همکارانش [۱۶] با استفاده از روش VCCT تورق در چندلایه‌های چندجهته را مطالعه کرده و مدل‌های اجزاء محدود ۳ بعدی برای تعیین نرخ رهایی انرژی بکار گرفته‌اند. هینتونا و همکاران [۱۷] از روش VCCT برای پیش‌بینی رشد تورق در ورق‌های دارای یک ترک تحت کشش و فشار استفاده کرده است. یک المان لایه‌ای سه بعدی با هشت گره استفاده شده و نرخ رهایی انرژی کرنشی برای هر سه مود بارگذاری در طول پیشانی تورق محاسبه شده‌اند. موقعیت نرخ آزاد شدن انرژی ماکزیمم پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی مطابقت خوبی نشان می‌دهد. استفاده از المان سه بعدی برای تعیین نرخ آزاد شدن انرژی با استفاده از VCCT می‌تواند بر وابستگی نتایج به تغییر شکل برشی المان غلبه کند.

در انتخاب اندازه المان در نوک ترک هنگام استفاده از VCCT برای شبیه سازی رشد ترک باید دقت کرد. وانگ و راجو [۱۸] نشان دادند که مؤلفه‌های نرخ آزاد شدن انرژی هنگامی که نسبت اندازه المان‌های نوک ترک به ضخامت لایه افزایش یابد همگرا نمی‌شود.

در یک مدل اجزاء محدود سه بعدی که از المان‌های سه‌بعدی توپر<sup>۱</sup> یا صفحه<sup>۲</sup> یا پوسته<sup>۳</sup> تشکیل شده است، تورق به طول  $a$  بصورت یک ناپیوستگی دو بعدی بین دو سطح تعریف می‌شود. بعد سوم این امکان را فراهم می‌کند که توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در طول نوک ترک بدست آید و مود III نرخ رهایی انرژی کرنشی محاسبه شود که در مدل‌های دو بعدی برابر با صفر است. گره‌ها در سطوح بالایی و پایینی همان‌طور که قبلاً ذکر شد مختصات یکسانی دارند اما متصل نیستند در شکل ۵ قسمتی از ناحیه تورق نشان داده شده است که با المان ۸ گرهی مدل‌سازی شده است. مؤلفه‌های نرخ رهایی انرژی کرنشی یعنی  $G_I$  و  $G_{II}$  با استفاده از روابط (۱۱) و (۱۲) قابل محاسبه هستند.

$$G_I = -\frac{1}{2\Delta A} \cdot Z_{Li} \cdot (w_{L\ell} - w_{L\ell}^*) \quad (11)$$

$$G_{II} = -\frac{1}{2\Delta A} \cdot X_{Li} \cdot (u_{L\ell} - u_{L\ell}^*) \quad (12)$$

که در این روابط  $\Delta A = \Delta a \times b$ ، مساحتی است که بصورت مجازی بسته می‌شود و  $b$  پهنای المان‌ها است.

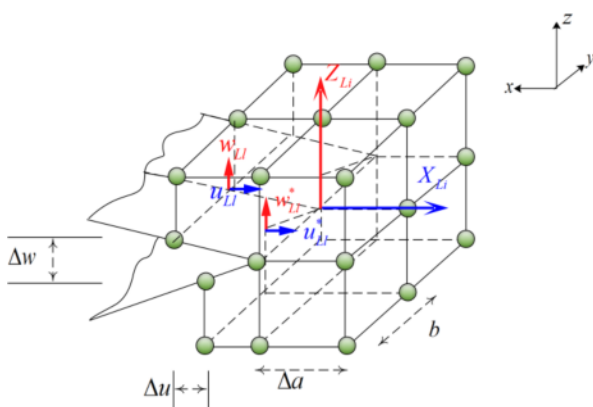
#### ۴- مدل‌های تحلیلی

در سال‌های اخیر مدل‌هایی تحلیلی برای تخمین نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ADCB گزارش شده است. ویلیامز<sup>۴</sup> [۱۹] روشی را برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی و مؤلفه‌های آن (یعنی مدهای اول و دوم) ارائه نمود. این مدل براساس بارها و گشتاورهای خمشی اعمالی بر نمونه ایجاد شده است. بر اساس تئوری تیر الاستیک راه‌حلی تئوری برای نمونه ADCB پایه‌گذاری شده است [۵]. کرتون<sup>۵</sup> و همکاران [۲۰] یک رابطه برای محاسبه مقدار SERR براساس تیر بر بستر الاستیک (مدل کنینن) ارائه نمودند.

#### ۴-۱- مدل تیر الاستیک

براساس تئوری تیر الاستیک مدلی تحلیلی برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی در نمونه ADCB پایه‌گذاری شده است. در این روش هر بازو بصورت یک تیر یک‌سرگیردار الاستیک مدل‌سازی شده است [۵]. نهایتاً در این روش می‌توان با استفاده از رابطه (۱۳) نرخ رهایی انرژی کرنشی را محاسبه کرد:

$$G = \frac{3\delta^2 E_1 E_2 h_1^3 h_2^3}{8a^4 (E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3)} \quad (13)$$



شکل ۴ روش VCCT برای المان ۸ گرهی سه بعدی

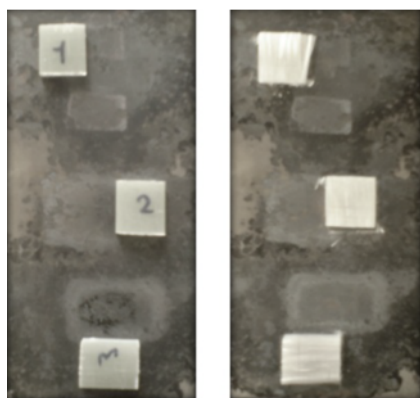
4. Williams  
5. Creton

1. Solid  
2. Plate  
3. Shell

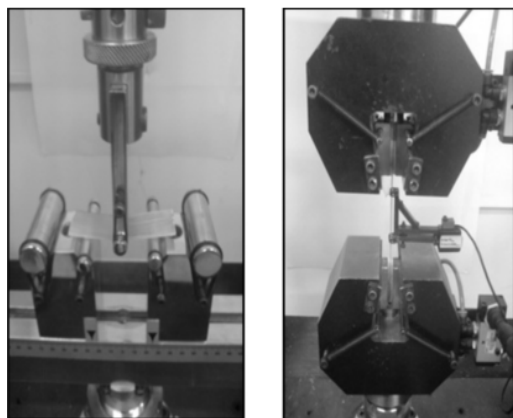
وسيله استانداردهای ASTM D3039 [۲۲] (خواص کششی)، ASTM D3410 [۲۳] (خواص فشاری) و ASTM D3518 [۲۴] (خواص برشی) به ترتیب برای نمونه‌های ۹۰، ۰ و  $\pm 45^\circ$  درجه اندازه‌گیری شده است (شکل ۷). همچنین مدول خمشی مؤثر برای این قطعات طبق استاندارد ASTM D790 [۲۵] محاسبه شده است (شکل ۷). در جدول ۱ خواص الاستیک صفحه‌ای اندازه‌گیری شده، آورده شده‌اند.



شکل ۵ ساخت نمونه‌های ADCB



شکل ۶ آزمایش سوزاندن برای محاسبه نسبت حجمی الیاف



شکل ۷ تجهیزات مورد نیاز برای مشخصه سازی کامپوزیت شیشه/اپوکسی

جدول ۱ خواص الاستیک شیشه/اپوکسی

| $E_{fx}$  | $\nu_{12}$ | $G_{12}$ | $E_1$     | $E_1$     |
|-----------|------------|----------|-----------|-----------|
| ۱۶/۷۸ GPa | ۰/۲۶       | ۴/۱۲ GPa | ۱۰/۳۱ GPa | ۲۳/۰۷ GPa |

در رابطه (۱۳)  $E_1$  و  $E_2$  مدول‌های خمشی مؤثر هر یک از بازوها،  $h_1$  و  $h_2$  ضخامت بازوها،  $\delta$  جابجایی دهانه ترک در محل اعمال بار و  $a$  طول ترک نمونه است.

#### ۴-۲- مدل تیر بر بستر الاستیک

کرتون و همکاران [۲۰] یک رابطه برای محاسبه مقدار SERR براساس تیر بر بستر الاستیک (مدل کنین) ارائه نمودند. در این روش مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی با استفاده از رابطه (۱۴) قابل محاسبه است.

$$G = \frac{3\delta^2 E_1 E_2 h_1^3 h_2^3 (C_1^2 E_2 h_2^3 + C_2^2 E_1 h_1^3)}{8a^4 (C_2^3 E_1 h_1^3 + C_1^3 E_2 h_2^3)^2} \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)،  $E_1$  و  $E_2$  مدول‌های خمشی مؤثر هر بازو،  $h_1$  و  $h_2$  ضخامت هر یک از بازوها،  $\delta$  جابجایی دهانه ترک در محل اعمال بار،  $a$  طول ترک نمونه، و  $C_1$  و  $C_2$  پارامترهای هندسی هستند که با استفاده از روابط (۱۵) و (۱۶) تخمین زده شده‌اند.

$$C_1 = 1 + 0.64 \left( \frac{h_1}{a} \right) \quad (15)$$

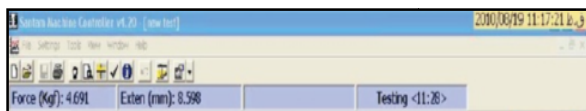
$$C_2 = 1 + 0.64 \left( \frac{h_2}{a} \right) \quad (16)$$

#### ۵- ساخت قطعات و تجهیزات اندازه‌گیری

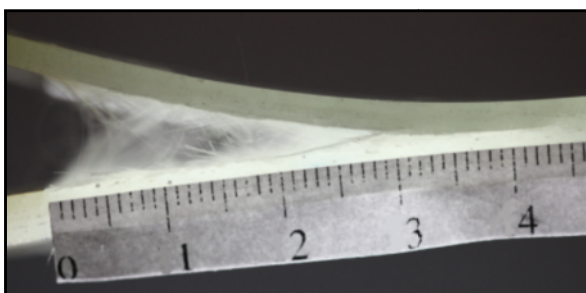
در این آزمایش‌ها نمونه‌ها به روش چیدمان دستی، از ۱۸ یا ۱۴ لایه تک‌جهته ساخته شده‌اند، (شکل ۵). برای دستیابی به دقت بالا با استفاده از نتایج تجربی، از هر چیدمان خاص ۳ نمونه ساخته شده است. سیستم انتخاب شده برای نمونه‌های مذکور شیشه/اپوکسی است. الیاف شیشه و رزین به ترتیب دارای چگالی‌های ۲/۶ و ۱/۱۶ گرم بر سانتی‌متر مکعب هستند. رزین استفاده شده اپوکسی Epikote 828 می‌باشد. پخت چندلایه‌ای‌ها در دمای اتاق به مدت ۷ روز به انجام رسیده و سپس به مدت ۲ ساعت در دمای ۷۰ درجه سانتی‌گراد تحت فراپخت قرار گرفته است. میانگین نسبت حجمی الیاف پس از آزمایش سوزاندن<sup>۱</sup> برای نمونه‌ها، ۳۸/۲٪ بدست آمده است (شکل ۶). همچنین، طبق استاندارد ASTM D2743 [۲۱] حجم حباب‌ها کمتر از ۱٪ است. خواص داخل صفحه‌ای به



شکل ۸ تجهیزات آزمایش نمونه ADCB



شکل ۹ نرم‌افزار ثبت کننده بار و جابجایی دهانه ترک



شکل ۱۰ خط کش مدرج برای اندازه‌گیری طول تورق

برای اعتبارسنجی روش‌های چیدمان معادل، روش بسته شدن مجازی ترک و روش‌های تحلیلی، چیدمان نمونه‌های ADCB به ترتیب مطابق جدول ۲ طراحی شده‌اند. نمودار بار-جابجایی قطعه ADCB با چیدمان‌های مختلف در شکل ۱۱ آورده شده است. بار بحرانی شروع تورق، بار در نقطه غیرخطی شدن نمودار بار-جابجایی، برای نمونه‌های ADCB در جدول ۳ مشاهده می‌شوند.

زین‌الدینی [۲۶] براساس تئوری تیر الاستیک، برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ADCB براساس داده‌های تجربی رابطه‌ای را پیشنهاد دادند. در تئوری تیر الاستیک [۴] رابطه‌ای برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی بصورت زیر ارائه شده است:

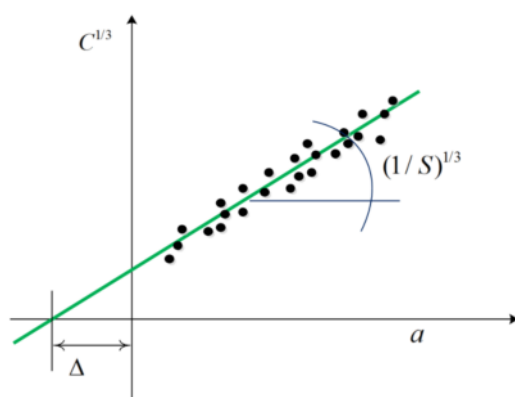
$$G = \frac{3S\delta^2}{2B(a + |\Delta|)^4} \quad (۱۷)$$

برای ایجاد شروع کننده ترک تورق، لایه‌ای از تفلون به ضخامت ۲۰ میکرومتر در میانه چندلایه‌ای طی فرایند چیدمان لایه‌ها قرار داده شده است. نمونه‌های ADCB با طول کلی ۱۴۰، عرض ۲۵ و ضخامت ۲۰ میلی‌متر بوسیله اهر الماسی از صفحه‌ای درآورده شده‌اند. سپس لبه‌های نمونه سنباده زده می‌شوند و این کار برای حذف زوایدی است که ممکن است در رشد ترک دخالت کنند و همچنین برای ایجاد تصویری واضح از موقعیت نوک ترک است. برای جلوگیری از گشتاورهای خمشی تصادفی، لولایی‌هایی<sup>۱</sup> به دو طرف نمونه بوسیله چسب اپوکسی متصل می‌شوند که بار بوسیله این لولاها به نمونه منتقل می‌شود. قبل از اتصال نمونه و لولاها فولادی به یکدیگر سطوح آن‌ها به وسیله کاغذ سنباده گریت سنباده زده و سپس با استون تمیز شده‌اند. یک وسیله اندازه‌گیری با دقت یک میلی‌متر به لبه پایینی نمونه برای اندازه‌گیری طول ترک طی آزمایش متصل شده است. بهتر است هنگام آزمایش برای درک بیشتر رفتار و رشد ترک نمونه در معرض چراغ ال ای دی قرار گیرند.

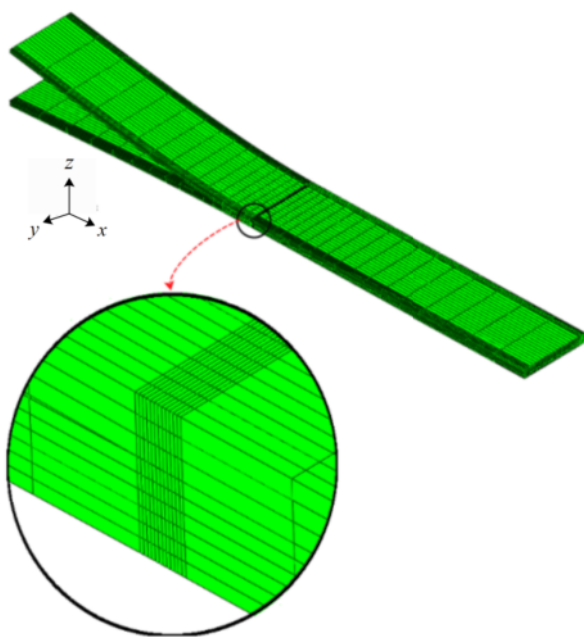
یک ماشین تست یونیورسال سنتام<sup>۲</sup> برای اجرای آزمایش نمونه‌های ADCB بکار برده شده است. یک لودسل با دقت بالا، دارای ظرفیت ۵۰ کیلوگرم برای ثبت بار بکار می‌رود. لولاها متصل به نمونه برای اطمینان از تراز بودن و هم مرکز بودن به دقت بر روی گریپ‌های دستگاه بارگذاری سوار شده‌اند. بارگذاری مود ترکیبی تحت شرایط بار کنترل صورت گرفته است. به دلیل اطمینان از آنکه رشد ترک پایدار باشد و ثبت آن به آسانی صورت گیرد، نرخ بارگذاری حدود ۰/۷۵mm/min لحاظ شده است. دستگاه کشش یک منحنی بار-جابجایی دهانه ترک را به عنوان خروجی نمایش می‌دهد. یک برنامه کامپیوتری برای چاپ منحنی بار-جابجایی دهانه ترک طی آزمایش نوشته شده است و همزمان با یک دوربین دیجیتال متصل به کامپیوتر امکان مشاهده گسترش ترک وجود دارد. بعد از اولین مقدار طول گسترش ترک که با چشم قابل مشاهده است، دروبین شروع به ثبت عکس‌هایی از رشد ترک می‌کند. این تجهیزات ثبت طول ترک‌های مختلف متناظر با بار و جابجایی دهانه ترک در هر زمانی از گسترش ترک را نتیجه می‌دهند. در شکل‌های ۸ تا ۱۰ روند اندازه‌گیری بار-جابجایی دهانه و طول ترک مشاهده می‌شود.

1. Piano Hinges
2. Santam STM-150

آباکوس بصورت سه بعدی و با در نظر گرفتن المان‌های آجری هشت گرهی انجام شده است. لازم بذکر است که نتایج ارائه شده برای  $\Delta a = t/20$  (پس از همگرایی) بدست آورده شده‌اند. شکل ۱۳ مش‌بندی در مدل اجزاء محدود و بزرگ‌نمایی نزدیک نوک ترک برای نمونه را نشان می‌دهد. در اطراف نوک ترک، طول المان به اندازه  $\Delta a = t/20$  در نظر گرفته شده است. لازم بذکر است که با استفاده از ابزار سیم‌ترک، به عنوان جدا کننده دو بازوی دهانه ترک، مدل‌سازی شده است.



شکل ۱۲ پارامترهای کالیبراسیونی تورق

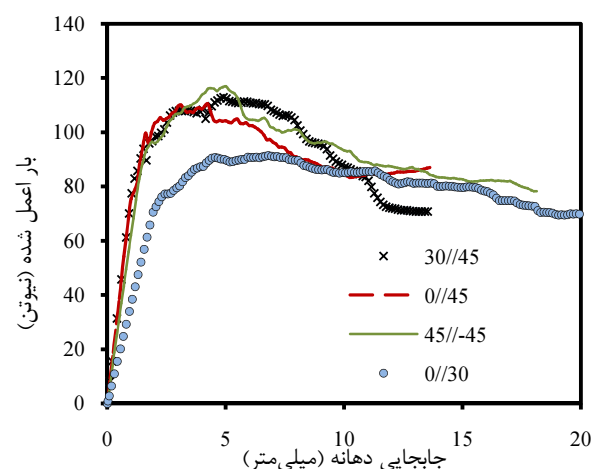


شکل ۱۳ نمونه مدل‌سازی شده و بزرگ‌نمایی اطراف ترک

که  $\Delta$  و  $S$  پارامترهای کالیبراسیونی رابطه فوق هستند و مطابق شکل ۱۲ بدست می‌آیند.

جدول ۲ چیدمان‌های نمونه‌های ADCB با نسبت  $h_1/h = 1/3$

| نمونه | چیدمان                                                                                   |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱     | $[(0_2^\circ/90^\circ)/0_2^\circ/0^\circ//30^\circ/(0_2^\circ/90^\circ)_3/0_2^\circ]$    |
| ۲     | $[(0_2^\circ/90^\circ)/0_2^\circ/0^\circ//45^\circ/(0_2^\circ/90^\circ)_3/0_2^\circ]$    |
| ۳     | $[(0_2^\circ/90^\circ)/0_2^\circ/30^\circ//45^\circ/(0_2^\circ/90^\circ)_3/0_2^\circ]$   |
| ۴     | $[(0_2^\circ/90^\circ)/0_2^\circ/45^\circ// -45^\circ/(0_2^\circ/90^\circ)_3/0_2^\circ]$ |



شکل ۱۱ نمودار بار-جابجایی نمونه‌های مختلف

جدول ۳ بار بحرانی نمونه‌های ADCB

| نمونه | بار بحرانی (نیوتن) |
|-------|--------------------|
| ۱     | ۶۸/۷               |
| ۲     | ۷۰/۴               |
| ۳     | ۷۱/۶۹              |
| ۴     | ۷۲/۰۷              |

شکل ۱۲ منحنی مجذور سوم نرمی ( $C^{1/3}$ )، نرمی به صورت بار بر جابجایی تعریف می‌شود، بر حسب طول ترک را نشان می‌دهد.  $\Delta$  طول فاصله محل برخورد منحنی با محور طولی از مبدا و  $(1/S)^{1/3}$  شیب این منحنی است و با استفاده از می‌توان مقدار پارامتر  $S$  را محاسبه نمود.

## ۶- مدل‌سازی قطعات ADCB

مدل‌سازی قطعات ADCB با استفاده از نرم‌افزار

جدول ۴ مقایسه نتایج روش‌های مختلف نمونه شماره ۱

| روش                       | $G_C (J/m^2)$ | خطا (%) |
|---------------------------|---------------|---------|
| تجربی                     | ۱۵۳/۷         |         |
| چیدمان معادل              | ۱۴۴/۳         | -۶/۱    |
| تئوری تیر الاستیک         | ۱۳۷/۵         | -۱۰/۵   |
| تئوری تیر بر بستر الاستیک | ۱۴۱/۱         | -۸/۲    |
| VCCT                      | ۱۴۵/۲         | -۵/۵    |

جدول ۵ مقایسه نتایج روش‌های مختلف نمونه شماره ۲

| روش                       | $G_C (J/m^2)$ | خطا (%) |
|---------------------------|---------------|---------|
| تجربی                     | ۱۶۰/۸         |         |
| چیدمان معادل              | ۱۵۰/۶         | -۶/۱    |
| تئوری تیر الاستیک         | ۱۴۵/۲         | -۹/۷    |
| تئوری تیر بر بستر الاستیک | ۱۴۶/۱         | -۹/۱    |
| VCCT                      | ۱۵۲/۲         | -۵/۳    |

جدول ۶ مقایسه نتایج روش‌های مختلف نمونه شماره ۳

| روش                       | $G_C (J/m^2)$ | خطا (%) |
|---------------------------|---------------|---------|
| تجربی                     | ۱۷۵/۳         |         |
| چیدمان معادل              | ۱۶۲/۲         | -۷/۵    |
| تئوری تیر الاستیک         | ۱۵۳/۷         | -۱۲/۳   |
| تئوری تیر بر بستر الاستیک | ۱۵۵/۹         | -۱۱/۶   |
| VCCT                      | ۱۶۵/۲         | -۵/۸    |

جدول ۷ مقایسه نتایج روش‌های مختلف نمونه شماره ۴

| روش                       | $G_C (J/m^2)$ | خطا (%) |
|---------------------------|---------------|---------|
| تجربی                     | ۱۸۴/۱         |         |
| چیدمان معادل              | ۱۷۳/۵         | -۵/۸    |
| تئوری تیر الاستیک         | ۱۶۱/۸         | -۱۲/۱   |
| تئوری تیر بر بستر الاستیک | ۱۶۲/۶         | -۱۱/۷   |
| VCCT                      | ۱۷۵/۹         | -۴/۵    |

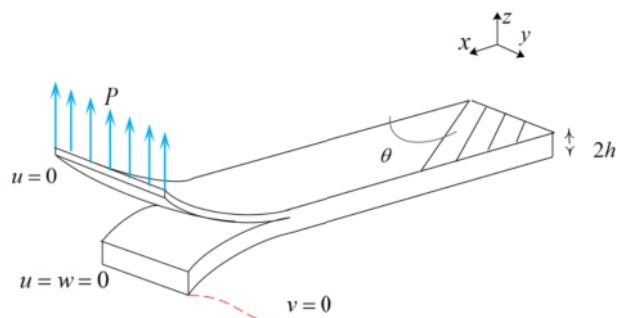
با استفاده از رابطه (۱۷) نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌های ۱ تا ۴، با چیدمان‌های ذکر شده در جدول ۱، با افزایش طول ترک تحت بارگذاری محاسبه شده‌اند. شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ این منحنی‌ها را نشان می‌دهند. دو مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی

همان‌طور که ذکر شد مدل‌سازی فقط در حالت شروع رشد ترک انجام شده است.

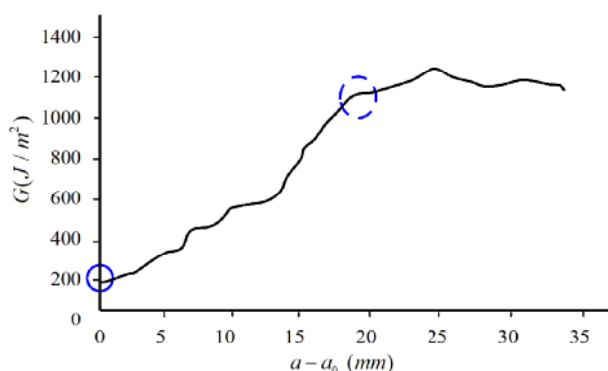
شکل ۱۴ شماتیک بارگذاری و شرایط مرزی مدل را نشان می‌دهد. از تغییر مکان‌های لبه پایینی و بالایی در جهت  $x$  ممانعت می‌شود یعنی  $u = 0$ . برای جلوگیری از حرکت جسم صلب تغییر مکان در جهت  $y$ ،  $v$ ، گره گوشه پایین صفر در نظر گرفته می‌شود.

## ۷- نتایج

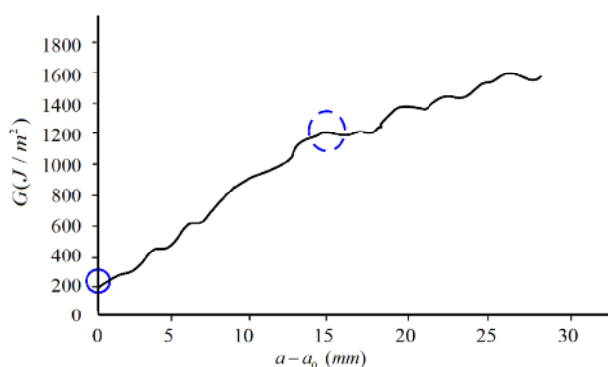
برای اعتبارسنجی روش چیدمان معادل نتایج حاصل از این روش برای نمونه‌های ۱ تا ۴، با نتایج حاصل از روش‌های اجزاء محدود، تجربی و مدل‌های تئوری مقایسه شدند. در جدول‌های ۴ تا ۷ مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی برای نمونه‌های مذکور براساس نتایج تجربی، مدل‌سازی عددی، روابط تحلیلی مدل تیر الاستیک و تیر بر بستر الاستیک، و روش چیدمان معادل آورده شده‌اند. در این جدول‌ها خطای روش پیش‌بینی نسبت به روش تجربی محاسبه و همچنین خطای ناشی از پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی با خطاهای نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی و عددی مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود خطای روش پیش‌بینی کمتر از خطای روش تئوری است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش چیدمان معادل روشی مناسب برای پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی کامپوزیت‌های لایه‌ای در شروع تورق است. با توجه به جدول‌های ۴ تا ۷ می‌توان دریافت که به ترتیب، کمترین و بیشترین مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی مربوط به نمونه‌ها با چیدمان اطراف ترک  $0^\circ // 30^\circ$  و  $45^\circ // -45^\circ$  می‌باشد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش مقدار اختلاف زوایای اطراف ترک مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۱۴ شرایط بارگذاری و مرزی نمونه مدل‌سازی شده



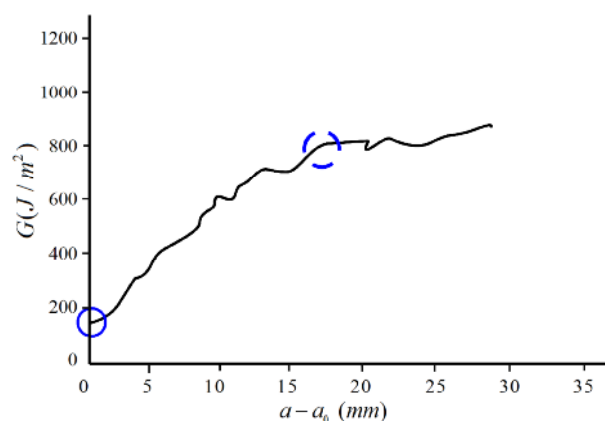
شکل ۱۷ منحنی نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه شماره ۳ هنگام رشد ترک



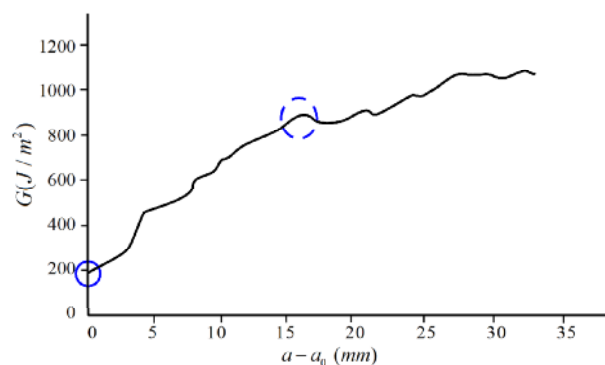
شکل ۱۸ منحنی نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه شماره ۴ هنگام رشد ترک

همان‌طور که ذکر شد شروع قسمت خطی اول نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق و محل تلاقی دو قسمت خطی نرخ رهایی انرژی کرنشی گسترش یافته می‌باشند. برای مشاهده اثر چیدمان بر توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی، و همچنین بر نسبت مود اول یا دوم به نرخ رهایی انرژی کرنشی کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی قطعات ADCB در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شدند و با استفاده از روش بسته شدن مجازی ترک، روابط (۱۱) و (۱۲)، منحنی موجود در شکل ۱۹ برای نمونه ۳ ترسیم شده است،  $G_T = G_I + G_{II}$ . برای سایر نمونه‌ها نیز چنین مشاهده گردید. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که برای نمونه‌های ADCB، همان‌طور که انتظار می‌رفت [۱]، سهم عمده‌ای از نرخ رهایی انرژی کرنشی کلی به مود اول این پارامتر اختصاص دارد. شکل ۲۰ درصد توزیع مود اول و دوم نمونه‌های مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نمونه شماره ۴ دارای بیشترین نسبت نرخ رهایی انرژی کرنشی مود دوم به نرخ رهایی انرژی کرنشی کلی است.

بحرانی وجود دارد؛ نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در شروع تورق ( $G_{IC-Initiation}$ ) و نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی گسترش یافته ( $G_{IC-Propagation}$ ). در تمامی نمودارهای ۱۵ تا ۱۸ مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی گسترش یافته قابل مشاهده است که ترک پس از این مقدار دارای تغییرات ناچیز مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی است. پس از این مقدار بدون افزایش بار ترک رشد می‌یابد و این به معنای رشد پایدار ترک است. در این شکل‌ها دایره با خط محیطی توپر، نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در شروع تورق ( $G_{IC-Initiation}$ ) و دایره با خط محیطی خط چین نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی گسترش یافته ( $G_{IC-Propagation}$ ) را نشان می‌دهند. به طور کلی نمودارهای نرخ رهایی انرژی کرنشی در قطعات ADCB هنگام رشد ترک، دارای یک قسمت تقریباً خطی با شیب ثابت و مثبت، و یک قسمت خطی با شیب ثابت و صفر هستند.



شکل ۱۵ منحنی نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه شماره ۱ هنگام رشد ترک



شکل ۱۶ منحنی نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه شماره ۲ هنگام رشد ترک

پیش‌بینی شد. این روش براساس ترکیب چیدمان تک‌جهته که معادل نمونه چندجهته است، توسعه یافت. از مقایسه نتایج روش پیش‌بینی، اجزاء محدود و مدل‌های تحلیلی می‌توان نتیجه گرفت که مدل ارائه شده روشی ساده برای پیش‌بینی مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی کامپوزیت‌های لایه‌ای است. بنابراین می‌توان موارد زیر را از مهم‌ترین مزایای روش چیدمان معادل به شمار آورد:

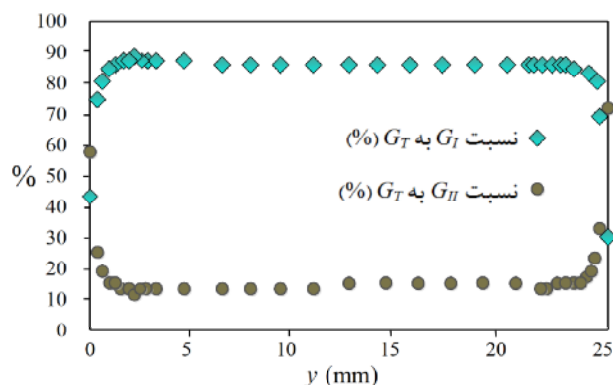
- کاهش هزینه ناشی از ساخت قطعات ADCB و هزینه مطالعات آزمایشگاهی
- کاهش محاسبات مربوط مدل‌سازی عددی
- خطای بسیار کمتر نسبت به روش تحلیلی
- قابل استفاده برای همه سیستم‌های (جنس) کامپوزیتی لایه‌ای
- مستقل بودن این روش از ابعاد هندسی نمونه

## ۹- فهرست علائم

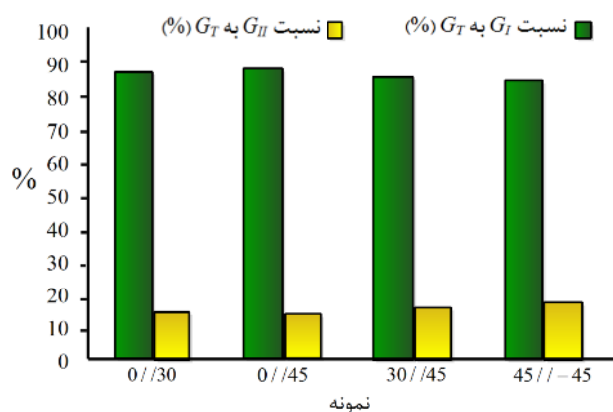
|            |                                           |
|------------|-------------------------------------------|
| $a_0$      | طول ترک اولیه (m)                         |
| $\Delta a$ | طول ترک گسترش یافته (m)                   |
| $b$        | عرض المان در مدل‌سازی عددی (m)            |
| $B$        | عرض نمونه ADCB (m)                        |
| $\delta$   | جابجایی دهانه ترک در محل اعمال بار (m)    |
| $E_{fx}$   | مدول خمشی مؤثر در راستای محور طولی (GPa)  |
| $E_{11}$   | مدول الاستیسیته کششی در راستای طولی (GPa) |
| $E_{22}$   | مدول الاستیسیته کششی در راستای عرضی (GPa) |
| $G$        | نرخ رهایی انرژی کرنشی ( $J/m^2$ )         |
| $G_C$      | نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی ( $J/m^2$ )  |
| $L$        | طول نمونه ADCB (m)                        |

## ۱۰- مراجع

- [1] Pohlitz D.J., *Dynamic Mixed-Mode Fracture of Bonded Composite Joints for Automotive Crashworthiness*, MSc Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, June 2007.
- [2] Nikbakht M. and Choopani N., Experimental study of fracture in thermoplastic matrix composite in mixed mode, *ISME* 2007. (In Persian)
- [3] Bradley W.L. and Cohen R.N, Matrix deformation and fracture in graphite-reinforced epoxies, Delamination and Debonding of Materials, *American Society for Testing and Materials*, Vol.



شکل ۱۹ نسبت توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق در راستای عرض نمونه شماره ۳



شکل ۲۰ نسبت توزیع مود اول و دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق نمونه‌های مختلف

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که هر چه جهت‌گیری زوایای الیاف نسبت به راستای اصلی نمونه (در جهت الیاف صفر) بزرگتر باشد مقدار مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی افزایش می‌یابد. در واقع عامل اصلی ایجاد مود دوم شکست در نمونه‌های DCB وجود لایه‌های غیر صفر است.

## ۸- جمع‌بندی

در این مقاله روشی تحت عنوان چیدمان معادل برای پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی توسعه یافت. این روش برای چیدمان‌هایی که در لایه‌های غیر مجاور ترک دارای الیافی با جهت‌گیری غیر صفر هستند بکار رفت. در این روش مقدار بحرانی نرخ رهایی انرژی کرنشی شروع تورق انواع چیدمان‌ها و هر جنس از قطعات ADCB با استفاده از مقادیر معلوم نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق چیدمان‌های DCB

- [15] Krueger R., The Virtual Crack Closure Technique: History, Approach and Applications, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 57, pp. 109-143, 2004.
- [16] Prombut P., Michel L., Lachaud F. and Barrau J.J, Delamination of multidirectional composite laminates at  $0^\circ/\theta$  ply interfaces, *Engineering Fracture Mechanics*, 73, pp. 2427-2442, 2006.
- [17] Hinton M.J., Kaddour A.S. and Soden P.D., A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: comparison with experimental evidence, *Composites Science and Technology*, Vol. 64, pp. 549-588, 2004.
- [18] Wang J.T. and Raju I.S., Strain energy release rate formulae for skin-stiffener debond modeled with plate elements, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 54, pp. 211-228, 1996.
- [19] Williams J.G., On the calculation of energy release rates for cracked laminates, *International Journal of Fracture*, Vol. 36, No. 2, pp. 101-119, 1988.
- [20] Creton C., Kramer E.J., Hui C.Y. and Brown H.R, Failure mechanisms of polymer interfaces reinforced with block copolymers, *Macromolecules*, Vol. 25, pp. 3075-3088, 1992.
- [21] Standard test methods for void content of reinforced plastics, Annual book of ASTM standards, D 2734-09, 2007.
- [22] Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials, Annual book of ASTM standards, D 3039/D3039M, 2007.
- [23] Standard test method for compressive properties of polymer matrix composite materials with unsupported gage section by shear loading, Annual book of ASTM standards, D 3410, 2007.
- [24] Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of angle ply laminate, Annual book of ASTM standards, ASTM-D 3518, 2007.
- [25] Standard test method for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials, Annual book of ASTM standards, D 790-03, 2007.
- [26] Zeinedini A., *Study of Mode I Delamination in Laminated Composites with  $(\phi/\theta)$  Interface*, MSc Thesis, Iran University of Science and Technology, 2012. (In Persian)
- 876, pp. 389-410, 1985.
- [4] Davies P, Blackman B.R.K, Brunner A.J, Standard test methods for delamination resistance of composite materials: current status. *Appl. Compos. Mater.*, Vol. 5, No. 6, pp. 345-64, 1998.
- [5] Mollón V., Bonhomme J., Viña J. and Argüelles A., Mixed mode fracture toughness: An empirical formulation for  $G_I/G_{II}$  determination in asymmetric DCB specimens, *Engineering Structures*, Vol. 32, pp. 3699-3703, 2010.
- [6] Pereira A.B. and De Morais A.B, Mode I interlaminar fracture of carbon/epoxy multidirectional laminates, *Composites Science and Technology*, Vol. 64, Is. 13-14, pp. 2261-2270, 2004.
- [7] Pereira A.B., De Morais A.B., De Moura M.F.S.F. and Magalhães A.G., Mode I interlaminar fracture of woven glass/epoxy multidirectional laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 36, Is. 8, pp. 1119-1127, 2005.
- [8] Mohamed Rehan M.S., Rousseau J., Gonga X.J., Guillaumata L. and Ali J.S.M., Effects of fiber orientation of adjacent plies on the mode I Crack propagation in a carbon-epoxy laminates, *Procedia Engineering*, Vol.10, pp. 3179-3184, 2011.
- [9] Shokrieh M.M., Zeinedini A., Modeling of effect of crack adjacent plies on mode I strain energy release rate laminated composite using superposition method, *Second National Conference on Mechanical Engineering*, Shiraz, 2012. (In Persian)
- [10] Tsai S.W., *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publishing Company, 1980.
- [11] Chang F.K. and Chang K.Y., A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, *J. Composite Material*, Vol. 21, pp. 834-855, 1987.
- [12] Olsson R. A., A simplified improved beam analysis of the DCB specimen, *Composites Science and Technology*, Vol. 43, pp. 329-338, 1992.
- [13] Rybicki E.F and Kanninen M.F., A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 9, pp. 931-938, 1977.
- [14] Heidari-Rarani M., *Simulation of delamination propagation of composite double cantilever beam in static loading*, PhD Thesis, Iran University of Science and Technology, 2012. (In Persian)