http://mme.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک مدرس
فوق‌العاده اسفند ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۱۳ ص ص ۱۷۶-۱۸۷

مقاله پژوهشی کامل
تاریخ دریافت ۹۲/٤/۱۶
تاریخ پذیرش ۹۲/۶/۲۰
ارائه در سایت ۹۲/۱۰/۳۰

بهینه‌سازی منحنی فشار جابجایی در فرایند هیدروفرمینگ لوله با استفاده از روش رویه پاسخ چند مرحله‌ای

سید احسان افتخاری شهری[۱]، خلیل خلیلی[۲*]، سید یوسف احمدی بروغنی[۳]

۱- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک ساخت و تولید، دانشگاه بیرجند، بیرجند
۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
۳- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
* بیرجند، صندوق پستی ۹۷۱۷۵/۶۱۵، kkhalili@birjand.ac.ir

چکیده- در فرایند هیدروفرمینگ لوله، ایجاد تعادل بین فشار داخلی و جابجایی محوری انتهای لوله برای تولید قطعه بدون عیب ضروری است. در این مقاله به منظور بهینه‌سازی منحنی اعمال بار، از یک شیوه آماری بر پایه شبیه‌سازی اجزای محدود، استفاده شده است. ابتدا مدل دقیق اجزای محدود از فرایند تهیه گردیده و صحت مدل ایجاد شده در قیاس با قطعهٔ تجربی تایید شده است. سپس تحلیل رگرسیون رویه پاسخ، برای برازش یک سطح بر پاسخ‌های به دست آمده از آزمایشات بکار رفته است. به منظور طرح‌ریزی یک مدل آماری، شبیه‌سازی می‌بایست به تعداد معینی تکرار گردد. با تحلیل مدل حاصل، می‌توان رفتار سیستم را پیش‌بینی کرده و شرایط بهینه را استنتاج کرد. در این تحقیق در گام اول، مدل پاسخ برای محدودهٔ معینی از متغیرها به دست آمد و سپس در مرحله بعد برای افزایش دقت مدل، بهینه‌سازی چند مرحله‌ای انجام شد. در اینجا کمترین پراکندگی در منحنی ضخامتی به عنوان تابع هدف و حداقل ارتفاع برآمدگی لازم به عنوان تابع قید در نظر گرفته شده است. با انجام بهینه‌سازی دو مرحله‌ای، نمودار فشار-جابجایی بهینه‌ای حاصل شده است که با اعمال آن، قطعه با کمترین پراکندگی ضخامت تولید می‌شود.

کلیدواژگان: هیدروفرمینگ لوله، بهینه‌سازی، روش رویه پاسخ، اجزای محدود، شکل‌دهی فلزات.

Optimization of loading curve in tube hydroforming process using multilevel response surface

S. E. Eftekhari Shahri[1], K. Khalili[2*], S.Y. Ahmadi-Brooghani[3]

1- PhD Student, Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
2- Assoc. Prof., Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
3- Assist. Prof., Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
* P. O. B. 97175/615, Birjand, Iran. kkhalili@birjand.ac.ir

Abstract- In tube hydroforming, the loading path, that is the relationship between axial feeding and internal fluid pressure, is of important significance. Researchers have employed various optimization approaches to find an optimum loading path. In this research a statistical method based on finite element analysis has been developed. An accurate FEA has been used to simulate the process and to find the response of the process to the loading. The Response Surface Method (RSM) has been used to model the responses from the finite element analysis. The behavior of the process can be predicted using this model. The obtained model then used to optimize the process. Since The RSM model was initially obtained for a predefined domain of variables multilevel optimization was employed to improve the accuracy of the model. The multilevel optimized curve yielded the best thickness uniformity, the result of which are reported.

Keywords: Tube Hydroforming, Optimization, Response Surface Method, Finite Element, Metal Forming.

۱- مقدمه

ورود تکنولوژی هیدروفرمینگ لوله به صنعت و استفاده از آن به صورت یک فرایند تولیدی، در صنایع مکانیکی، خودروسازی و شیمیایی، از دهه ۱۹۹۰ آغاز شد. هیدروفرمینگ یک روش عالی برای ساخت قطعات اتومبیل با هزینه کم است و همچنین برای قطعاتی که بصورت یکپارچه می‌باشند راندمان بالایی دارد. ساخت قطعات به روش هیدروفرم فواید زیادی نسبت به روش جوشکاری و پرس دارد که از جمله مهم‌ترین آنها، می‌توان به کاهش وزن و افزایش استحکام و سفتی قطعات اشاره کرد [۱]. اما از معایب این روش می‌توان به مواردی از قبیل پایین بودن سرعت تولید قطعه، کمبود دانش فنی در زمینه فرایند، حساسیت بالای قطعه به شرایط نیرویی و کاری و گران بودن تجهیزات اشاره کرد.

در بسیاری از فرایندها، کرنش قابل حصول به مسیر انجام فرایند وابسته است. بنابراین خواص شکل‌پذیری قطعات، تابعی از مسیر اعمال بار در طول فرایند شکل‌دهی است. از آنجا که تنش ایجاد شده در ماده، تابعی از کرنش می‌باشد، در فرایندی مانند هیدروفرمینگ، که نیروهای چند گانه اعمال می‌شود، توالی نیروها و بزرگی هر نیرو بر خواص قطعه تولیدی تأثیر خواهد داشت [۲].

شکل‌دهی مواد به گونه‌ای مطلوب خواهد بود که به خواص مورد انتظار از جمله کمینهٔ نازک شدگی، کمترین تنش باقی‌مانده و بیشترین میزان شکل‌دهی در قطعهٔ نهایی برسد. در گذشته سازندگان از شیوه‌های سعی و خطا برای بهینه‌سازی مسیر اعمال نیرو بهره می‌گرفتند. در بسیاری از موارد این شیوه‌ها یک راه حل مناسب اقتصادی به شمار نمی‌رفتند و یا بسیار وقت‌گیر بودند.

با ترکیب کردن شیوه‌های بهینه‌سازی، با شیوه‌های طراحی آزمایشات[1] و شبیه‌سازی اجزای محدود، شیوه‌های کارآمدی برای رسیدن به قطعه نهایی با خواص مورد انتظار بدست می‌آید. یکنواختی ضخامت قطعه و بیشترین شکل‌دهی ممکن از مهمترین این خواص می‌باشند.

در سال‌های اخیر، تحقیقات بسیاری برای یافتن مسیر نیرویی بهینه، در فرایندهای مختلف هیدروفرمینگ لوله به کار گرفته شده است. در زمینه بهینه‌سازی سه راهی T شکل، فن [۳] به بهینه‌سازی منحنی بارگذاری، یعنی رابطهٔ بین فشار داخلی و جابجایی محوری در فرایند تولید سه‌راهی به روش هیدروفرمینگ لوله پرداخت. برای این کار، با تنظیم یک برنامه کامپیوتری، از روش اجزای محدود و الگوریتم بهینه‌سازی گرادیان مزدوج استفاده کرد تا توزیع ضخامت و شکل هندسی محصول بهینه شود.

ایدمیر [۴] با استفاده از شبیه‌سازی تطبیقی و با در نظر گرفتن یک پارامتر پیش‌بینی کنندهٔ چروکیدگی و یک پارامتر پیش‌بینی کنندهٔ ترکیدگی به شرایط بارگذاری مطلوب دست پیدا کرد. در ابتدای فرایند فشار داخلی و نیروی محوری با شیب‌های ثابتی اعمال می‌شوند. اگر شیب‌های تعیین شده باعث شوند که در قطعه چروکیدگی ایجاد گردد، فشار داخلی افزایش و نیروی محوری کاهش می‌یابد و در مورد ترکیدگی برعکس عمل می‌شود. ایمانی نژاد و همکارانش [۵] به کمک روشهای بهینه‌سازی و اجزای محدود، مسیرهای بارگذاری بهینه را برای فرایند هیدروفرمینگ لوله آلومینیمی T شکل بدست آوردند. در کار آنها فشار به صورت ثابت و خطی افزایش می‌یافت و بهینه‌سازی بر روی جابجایی محوری اعمال می‌شد. کاشانی زاده و همکارانش به شبیه‌سازی و بهینه‌سازی منحنی اعمال بار سه‌راهی T شکل با استفاده از روش‌های عددی بهینه‌سازی پرداختند [۷،۶]. تابع هدف در کار آنها، نیروی گیره‌بندی، و توابع قیود شامل چروکیدگی و کمترین ضخامت دیواره بود که توابع بهینه‌سازی با آموزش شبکه عصبی به دست آمد. کوک و آلن [۸] برای بهینه‌سازی پارامترهای هندسی از قبیل طول لوله و قطر قسمت برآمدگی سه‌راهی، شیوه خاصی از طراحی آزمون به نام روش رویه پاسخ با هزینه کم[2] را به‌کار بردند. کدخداییان و همکارانش [۹]، ابتدا با تحلیل آماری بر روی نتایج حاصل از شبیه‌سازی، ارتباط ریاضی بین متغیرهای نیرویی و شاخص‌های شکل‌پذیری را تعیین کردند، و سپس با وارد کردن مدل‌های ریاضی حاصل به یک الگوریتم تکاملی، منحنی‌های نیرویی بهینه برای سه‌راهی T را به دست آوردند.

الاسود و همکارانش [۱۰] به بررسی اثر پارامترهای هندسی بر ضخامت دیواره و ارتفاع برآمدگی (پاسخ‌ها) در سه‌راهی هیدروفرم دو لایه پرداختند. آنها از مدل‌سازی اجزای محدود و روش رویه پاسخ[3] برای طراحی آزمایشات بهره گرفتند. اینگارا و

1. Design of Experiments

2. Low Cost Response Surface Method (LCRSM)

3. Response Surface Method (RSM)

همکارانش از تلفیق شبیه‌سازی عددی، روش رویهٔ پاسخ و روش‌های جستجوی راه حل بهینهٔ پارتو[1]، برای بهینه‌سازی هیدروفرمینگ لوله به شکل Y استفاده کردند [۱۱]. در کار آنها فشار داخلی و عملکرد پیستون عمودی، با هدف دست‌یابی به کمترین نازک‌شدگی و کاهش حجم پر نشده قالب بهینه‌سازی شد. آنها همچنین در کار دیگری، از روش بهینه‌سازی آبشاری، برای دستیابی به منحنی بهینهٔ فشار بهره گرفتند [۱۲]. روش مورد استفاده آنها، ترکیبی از روش بیشترین شیب نزولی، و روش رویه پاسخ بر اساس تقریب حداقل مجذورات بود. چباه و همکارانش یک روش جدید بر اساس اجزاء محدود معکوس در شبیه‌سازی فرایند هیدروفرمینگ و روش رویهٔ پاسخ، مبتنی بر تقریب پراکندگی ارائه دادند [۱۳]. هدف بهینه‌سازی در کار آنها کمترین احتمال ایجاد عیوب گلویی و چروکیدگی بود که با تغییر منحنی اعمال بار حاصل می‌شد.

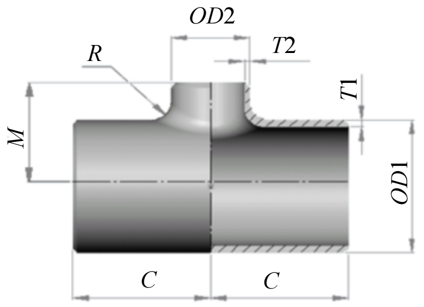
در این مقاله شبیه‌سازی اجزای محدود و روش رویه پاسخ برای ساخت مدل تخمینی ارتفاع برآمدگی و پراکندگی ضخامت دیواره به صورت تابعی از منحنی فشار- جابجایی استفاده شده است. مدل ایجاد شده به منظور بهینه‌سازی منحنی اعمال بار سه‌راهی T شکل، به کار می‌رود. هدف از این کار، یافتن مسیر نیرویی بهینه‌ای است که قطعه‌ای با پراکندگی ضخامت کمینه و بیشترین میزان شکل‌دهی ممکن برای ماده تولید شود. در ابتدا، مدل اجزای محدود فرایند ارائه می‌شود.

۲- شبیه‌سازی اجزای محدود

به کمک این روش می‌توان به یک حل مجازی برای فرایند شکل‌دهی دست یافت و از هزینه‌های انجام آزمایش‌های عملی مکرر جلوگیری کرد. شبیه‌سازی فرایند به کمک نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس[2] به صورت حل صریح انجام شده است. مدل هندسی سه راهی T شکل با مشخصات ابعادی نشان داده شده در شکل ۱ و جدول ۱ بنا شده است.

لوله اولیه به طول ۲۱۶ میلی‌متر بوده که شعاع خارجی آن ۳۰ میلی‌متر و ضخامت دیوارهٔ آن ۳/۹۱ میلی‌متر می‌باشد. منظور از سه‌راهی نوع مساوی[3] یعنی $OD1$ و $OD2$ در شکل برابر هستند.

1. Pareto
2. ABAQUSE/EXPLICIT
3. Equal



شکل ۱ سه‌راهی T شکل و پارامترهای هندسی آن

جدول ۱ مشخصات هندسی سه‌راهی تولیدی (ابعاد به میلی‌متر)

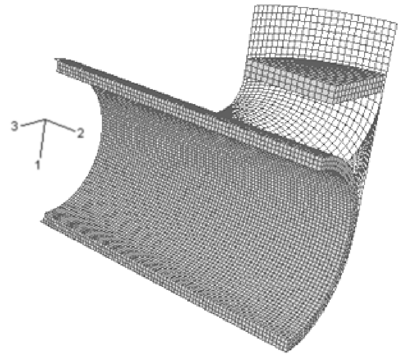
اندازه (اینچ)	نوع سه‌راهی	C	M	$OD1$	$OD2$	R
۲x۲	مساوی	۶۴	۶۴	۶۰	۶۰	۱۵

مدل اجزای محدود سه‌راهی T شکل برای سه قطعه ایجاد گردید. الف) لولهٔ اولیه که شکل‌پذیر می‌باشد، ب) قالب صلب ج) سنبه عمودی که ارتفاع برآمدگی را کنترل می‌کند. به منظور کاهش زمان تحلیل و استفاده از مزایای تقارن مدل، تنها ۱/۴ لوله و قالب مدل‌سازی شده است. به منظور مدل‌سازی هندسی قالب سه‌راهی از شیوه ECFM[4] استفاده شده است. این روش مطابق با نام آن، شامل اکسترود کردن، برش و فیلت زدن است [۱۴].

المان سه بعدی C3D8R برای حل مسأله استفاده شده است که یک المان هشت‌وجهی با میان‌یابی خطی است. این المان برای مسائل شکل‌دهی با تغییر شکل زیاد مناسب می‌باشد. قالب نیز با المان خطی و چهارگوش R3D4، از سری المان‌های صلب مش‌بندی شده است. در مدل اجزای محدود لوله شکل‌پذیر از سه المان در جهت ضخامت استفاده شده است. اندازه المان‌ها به صورت سعی و خطا به اندازه‌ای در نظر گرفته شده، که کوچک شدن بیشتر آن تأثیر قابل ملاحظه‌ای در دقت نتایج نداشته باشد. به منظور جلوگیری از خرابی مش‌ها در تغییر شکل‌های بالا، تکنیک مش انطباق‌پذیر[5] بکار رفته است. مدل اجزای محدود در شکل ۲ نشان داده شده است.

نحوهٔ اتصال میان لوله و قالب و لوله و سنبه عمودی با الگوریتم تماس سطح با سطح و بر مبنای قانون اصطکاک کولمبی می‌باشد.

4. Extrusion- Cutting -Fillet Method
5. Adaptive mesh



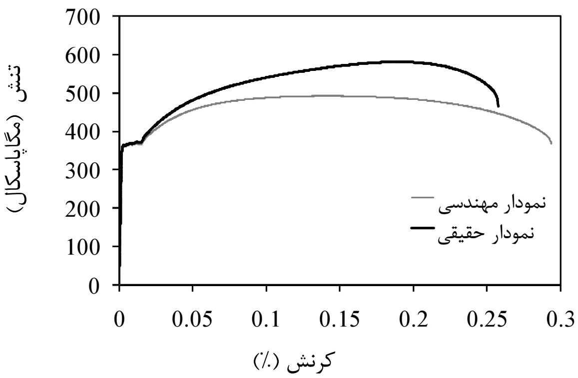
شکل ۲ مدل اجزای محدود سه راهی T شکل

مطابق با جداول استاندارد، ضریب اصطکاک برای تماس قالب و لوله، با توجه به استفاده از نایلون به عنوان روان‌کار حین فرایند، ۰/۰۴ و برای اتصال فلز با فلز لوله و سنبه عمودی ۰/۱ در نظر گرفته شده است [۱۵].

ماده مورد استفاده در این تحقیق، فولاد ASTM A106 می‌باشد که ماده متداول در تولید اتصالات گازی است. نمودار تنش کرنش مهندسی و حقیقی این ماده در نمودار شکل ۳ نشان داده شده است. نمودار مهندسی با انجام تست کشش بر روی نمونه‌های استاندارد غیر مسطح تهیه شده از لولهٔ اولیه، بدست آمده است. به منظور تحلیل شبیه‌سازی، نمودار تنش و کرنش حقیقی از نمودار مهندسی استخراج می‌شود. مشخصات مکانیکی اندازه‌گیری شده برای این ماده، که در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته، در جدول ۲ ارائه شده است.

خواص پلاستیک به‌صورت توانی و به شکل $\sigma = K\varepsilon^n$ قابل اعمال است که دراینجا ضریب استحکام K=۷۹۴/۴۸ و توان کرنش سختی n =۰/۱۷۱۱ می‌باشد.

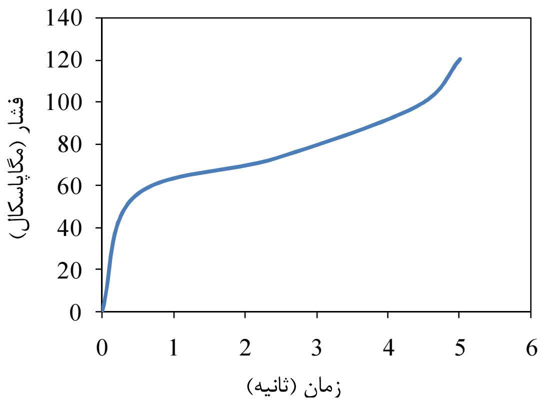
همان گونه که قبلاً نیز عنوان شد، از جملهٔ مهمترین شرایط مرزی در فرایند هیدروفرمینگ که بر نحوه شکل‌گیری لوله بسیار مؤثر است، منحنی اعمال بار است. دو رکن اساسی در فرایند هیدروفرمینگ لوله، فشار هیدرواستاتیکی و جابجایی محوری می‌باشد. در این تحقیق، تغذیهٔ محوری دو انتهای لوله به صورت خطی تغییر می‌کند. منحنی فشار-زمان نیز، که از فرایند تولید به دست آمده، در شکل ۴ نشان داده شده است. زمان انجام فرایند تولیدی، برابر 5s در نظر گرفته شده است. روش حل دینامیکی صریح[1] معمولاً برای حل دو گروه از فرایندهای مکانیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۳ نمودار تنش کرنش ماده سه‌راهی

جدول ۲ خواص مکانیکی ماده مورد استفاده در سه‌راهی T شکل

مدول یانگ E	استحکام تسلیم S_y	استحکام تسلیم S_u	ضریب پواسان ν	چگالی ρ
۱۹۵/۴۹۵ GPa	۳۶۰/۷۱ MPa	۴۹۲/۱۴ MPa	۰/۳۱	۷۸۳۰ kgm^{-3}



شکل ۴ منحنی فشار و سرعت حرکت جک‌ها بر حسب زمان

این دو گروه عبارتند از محاسبات پاسخ‌گذاری دینامیکی و شبیه‌سازی‌های شبه استاتیک[2] که شامل اثرات پیچیدهٔ غیر خطی مثل شرایط پیچیدهٔ تماس باشند [۱۶]. با توجه به سرعت پایین انجام فرایند در اینجا، تحلیل به صورت شبه-استاتیکی می‌باشد.

با توجه به مش‌بندی ریز لوله و ماهیت شبه‌استاتیک فرایند، تحلیل فرایند بسیار زمان‌بر خواهد بود. به منظور

1. Explicit

2. Quasi-static

کاهش زمان از توانایی مقیاس دهی به جرم[1] استفاده شده است. در این روش چگالی المان‌ها به صورت مصنوعی افزایش می‌یابد، به گونه‌ای که حد پایداری افزایش یافته و تحلیل در تعداد گام‌های کمتری صورت پذیرد. آزمون انرژی نشان می‌دهد که نسبت انرژی جنبشی به کل انرژی داخلی همچنان در حد بسیار پایین (کمتر از ۰/۱٪) باقی می‌ماند. این موضوع اطمینان می‌دهد که استفاده از مقیاس‌دهی به جرم اثرات دینامیکی قابل ملاحظه‌ای ایجاد نمی‌کند. در شکل ۵ سه‌راهی شبیه‌سازی شده در انتهای شکل‌دهی نشان داده شده است.

۳- کار عملی

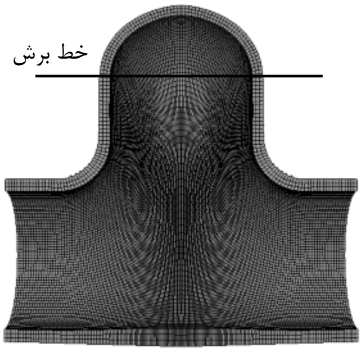
به منظور بررسی صحت نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود، آزمایش عملی برای تولید سه‌راهی صورت گرفت. قطعهٔ اولیه در این فرایند شکل‌دهی، لوله با ابعاد مشخص است که پس از برش با دستگاه CNC برای شکل‌دهی به دستگاه پرس هیدروفرمینگ بسته می‌شود. پس از آب‌بندی لوله، پیستون‌های جانبی به سمت داخل حرکت کرده و همزمان با حرکت پیستون ها، تشدید کننده موجب افزایش فشار درون سه‌راهی شده، لوله شکل حفره قالب را به خود می‌گیرد. پس از شات بلاست لوله، برآمدگی T شکل آن در ارتفاع مناسبی برش می‌خورد. شکل ۶ سه‌راهی هیدروفرم شده را نشان می‌دهد.

برای ارزیابی صحت شبیه‌سازی، دو فاکتور ضخامت دیواره و ارتفاع برآمدگی به عنوان پارامترهای کنترلی در نظر گرفته شده است. بدین منظور سه‌راهی تا روی صفحه تقارن طولی توسط فرز عمودی ماشین‌کاری شده و ضخامت دیواره آن در ۱۲ نقطه اندازه‌گیری شده است.

در شکل ۷ ضخامت مربوط به شبیه‌سازی با ضخامت قطعه تولیدی مقایسه شده است. در این شکل ضخامت قطعه برای دیواره چپ و راست قطعه گزارش شده است. ارتفاع برآمدگی ۸۲/۳ mm می‌باشد. این ارتفاع از محور لوله اصلی تا لایه پایینی قوس برآمدگی اندازه‌گیری شده است.

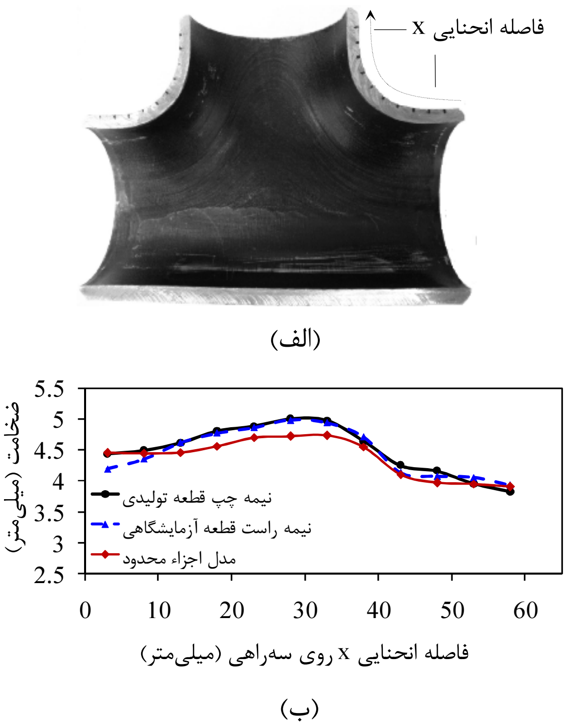
بیشترین اختلاف ضخامت دیواره چپ و راست قطعه برابر ۰/۲۶ میلی‌متر می‌باشد. اندازه‌گیری ضخامت در نقاط متناظر قطعه و مدل اجزای محدود انجام شده است. همان طور که در شکل ۷ نشان داده شده است، محدوده اندازه‌گیری از فاصله ۳ میلی متری از کناره سه‌راهی تا نزدیک خط برش آن را شامل می‌شود.

1. Mass-scaling



شکل ۵ سه راهی شکل یافته در شبیه‌سازی

شکل ۶ سه راهی T شکل، قبل و بعد از آماده‌سازی نهایی



شکل ۷ مقایسه ضخامت قطعه شبیه‌سازی شده با ضخامت قطعه تولیدی. الف- قطعه تولیدی. ب- نمودار ضخامت دیواره

بیشترین درصد اختلاف نسبی ضخامت دیواره مدل و قطعه عملی برش داده شده، ٪۵/۶ و میانگین اختلاف نسبی ضخامت برای تمام نقاط ٪۲/۲۱ بدست آمد. بنابراین با انطباق نسبی نتایج مدل و قطعه، می‌توان با دقت خوبی ضخامت و ارتفاع برآمدگی در تحلیل مدل اجزای محدود را جانشین این پارامترها در قطعه نمود. لذا در گام بعد، تحلیل شبیه‌سازی جایگزین آزمایشات عملی در بهینه‌سازی می‌شود.

۴- بهینه‌سازی با روش رویه پاسخ

هر مسالهٔ بهینه‌سازی نیازمند تعریف یک تابع هدف[1] است، که بر طبق نیاز، می‌بایست کمینه (یا بیشینه) شود. این کار با تغییر در متغیرهای طراحی[2] امکان‌پذیر است [۱۷]. در این تحقیق، نمودار فشار- جابجایی بهینه‌ای می‌بایست تعیین شود که اهداف مورد نظر شکل‌دهی، یعنی بیشترین یکنواختی در ضخامت دیواره و بیشترین میزان شکل‌پذیری را برآورده سازد.

در عمل، یکنواخت‌سازی ضخامت قطعه، با اعمال فشار ملایم‌تر امکان‌پذیر است، در حالی که فشار پایین، ارتفاع کم برآمدگی را به‌همراه خواهد داشت. به عبارتی دو هدف مساله با هم رقابت می‌کنند. در چنین مواردی، بهتر است مهم‌ترین ویژگی قطعه به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شود و دیگر ویژگی‌ها به عنوان قید در بهینه‌سازی اعمال شوند [۱۸]. در اینجا بیشترین یکنواختی در ضخامت دیواره به عنوان تابع هدف و ارتفاع برآمدگی به عنوان قید در نظر گرفته شده است.

روش مورد استفاده در این تحقیق، مدل‌سازی رویه پاسخ می‌باشد که از جمله روشهای آماری است. این روش مجموعه‌ای متشکل از تکنیک‌های ریاضی و استنتاج آماری است که برای مدلسازی و تحلیل مسائلی به کار می‌رود که در آنها خروجی سیستم (پاسخ) از تعداد زیادی از متغیرها تاثیر می‌پذیرد و هدف، بهینه‌سازی پاسخ‌های به دست آمده می‌باشد [۱۹].

۴-۱- مدل رویه پاسخ

در شیوهٔ آماری رویه پاسخ، یک تحلیل رگرسیون برای انطباق مدل استفاده می‌شود. مدل رویه پاسخ در واقع یک مدل تقریبی است که بر داده‌های به‌دست آمده از آزمایشات برازش می‌گردد. فرض شود که خروجی y (پاسخ)، تابعی از متغیرهای $[x_1, x_2, \dots, x_k]$ می‌باشد. می‌توان رابطه خروجی‌ها و متغیرهای سیستم را به صورت رابطه (۱) بیان کرد [۱۹].

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \quad (۱)$$

به صورتی که عبارت آخر یعنی ε میزانی از خطا در برازش پاسخ می‌باشد. حال چنانچه پاسخ مورد انتظار سیستم با $E(y) = f(x_1, x_2, \dots, x_k) = \eta$ بیان شود، آنگاه سطحی که به‌صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود، رویه پاسخ نامیده می‌شود.

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (۲)$$

در عمدهٔ مسائل رویه پاسخ نحوهٔ ارتباط بین متغیرهای مستقل مساله و پاسخ مربوط به آنها ناشناخته می‌باشد. بنابراین اولین گام در یافتن مدل رویه پاسخ، یافتن یک تقریب مناسب میان پاسخ (y) و مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل می‌باشد.

در حالت کلی مدل رویه پاسخ چند جمله‌ای، می‌تواند به فرم ماتریسی توسط رابطه (۳) بیان شود.

$$y = xb + \varepsilon$$
$$x = [x_1, x_1, \dots, x_i], b = [b_1, b_2, \dots, b_j] \quad (۳)$$

بگونه‌ای که x ماتریس داده‌ها و b بردار ضرایب می‌باشد. برای حدس ضرائب مجهول، یک مجموعه از داده‌های متغیر و مجموعهٔ پاسخ‌های مرتبط با آنها یعنی y تعیین می‌شوند. چنانچه Y و X به ترتیب، معرف مجموعهٔ پاسخ‌ها و ماتریس متغیرها باشند، بردار ضرائب مطابق با رابطه (۴) بدست می‌آید.

$$b = (X^{\mathrm{T}}X)^{-1}X^{\mathrm{T}}Y \quad (۴)$$

روش حداقل مربعات برای تخمین ضرائب مجهول در چند جمله‌ای تقریب استفاده می‌شود. برای استفاده از روش حداقل مربعات، تعداد نمونه‌های آزمایش باید از تعداد ضرائب مجهول بیشتر باشد تا ماتریس $X^{\mathrm{T}}X$ تکین نشود [۲۰].

پس از تعیین ضرایب مجهول، پاسخ سیستم توسط سطح برازش بر داده‌های حاصل، به صورت تقریبی مدل می‌شود. اگر رویه تخمین زده شده، تقریب مناسبی از تابع پاسخ باشد، تحلیل رویه حاصل معادل با تحلیل سیستم واقعی، با لحاظ مقدار قابل قبولی از خطا خواهد بود.

در اینجا رویه‌های پاسخ برای پیش‌بینی وضعیت سه‌راهی، تحت تأثیر استفاده از منحنی‌های اعمال بار متفاوت بکار رفته است.

۴-۲- طراحی آزمایشات

سهولت و کارآمدی مدل رویه پاسخ، بسته به انتخاب طرح

1. Objective Function
2. Design Variables

مناسب برای آزمایشات دارد. طراحی آزمایشات، شامل استفاده از اصول هندسی برای نمونه‌برداری آماری است و از اهداف این طراحی، کمینه کردن تعداد آزمایش‌های مورد نیاز و در عین حال حفظ دقت مدل برآورد شده می‌باشد. در اینجا، برای ایجاد مدل جانشین رویه پاسخ، مجموعه‌ای از داده‌های متعلق به آزمایشات عددی، بکار گرفته شده است.

یکی از مهمترین روشها برای ایجاد مدل جانشین، استفاده از طراحی فاکتوریل[1] است که در آن از یک چند جمله‌ای برای برازش داده‌های آزمایش استفاده می‌شود.

اگر رویه پاسخ به طور مناسبی با یک معادلهٔ خطی از متغیرهای مسأله مدل گردد، تابع تقریبی، یک مدل مرتبهٔ اول خواهد بود. چنانچه در سیستم انحنا وجود داشته باشد، چند جمله‌ای با درجات بالاتر از واحد مورد نیاز است.

در طرح فاکتوریل مرتبهٔ دوم، برای هر یک از k متغیر طراحی، سه سطح در نظر گرفته می‌شود. سطح کم، سطح متوسط و سطح بالا. تعداد آزمایش‌ها در این حالت 3^k برای طرح فاکتوریل کامل[2] یا کسری از آن می‌باشد. لذا این شیوه طراحی آزمایش را "طرح فاکتوریل 3^k" [3] نیز می‌نامند. در اینجا از طرح فاکتوریل کامل مرتبه دوم استفاده شده است. ارتباط بین پاسخ سیستم و متغیرهای طراحی، مطابق با معادلهٔ (۵) غیرخطی بوده و رویه پاسخ ایجاد شده دارای انحناء می‌باشد [۱۸].

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (۵)$$

در این تحقیق، سطوح متغیرها با ۱- (سطح کم)، ۰ (سطح متوسط)، ۱+ (سطح زیاد) مشخص شده است، که برازش منحنی رگرسیون را آسانتر می‌سازد.

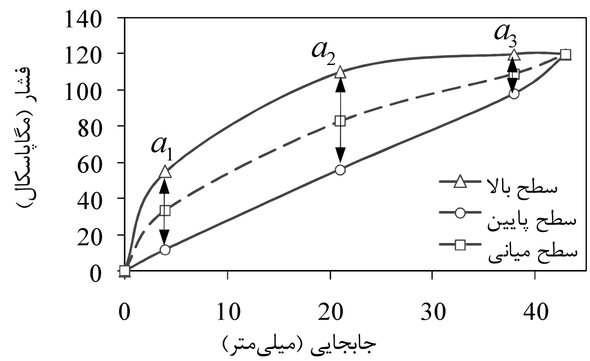
با حذف پارامتر زمان از منحنی‌های زمانی فشار و جابجایی، طراحی آزمایش عددی، بر مبنای منحنی فشار-جابجایی صورت می‌گیرد که این امر به منظور کاهش تعداد متغیرها و در نتیجه کاهش تعداد آزمایشات مورد نیاز است. متغیرهای طراحی در اینجا، نقاط کنترلی هستند که بر روی منحنی فشار- جابجایی قرار می‌گیرند (نقاط a_1، a_2 و a_3 در شکل ۸). در واقع این نمودار به صورت چند خطی تقریب زده می‌شود.

1. Factorial Designs
2. Full Factorial
3. 3^k Factorial Designs

هر چه محدوده تغییرات متغیرها کوچک‌تر باشد، مدل پیش‌بینی دقیق‌تر بوده، خطای مدل کاهش می‌یابد، اما این احتمال نیز می‌رود که نقطهٔ بهینه مطلق، در بیرون این محدوده واقع شده باشد و پیش‌بینی رویه پاسخ تنها یک نقطه بهینه محلی باشد [۱۹]. محدوده اولیه متغیرها با انجام چند تست شبیه‌سازی، با اعمال منحنی های فشار- جابجایی متفاوت، و بررسی روند تغییر نتایج آنها انتخاب شد. درک درست از فرایند و تکیه بر تجربیات در انتخاب درست این محدوده موثر می‌باشد. نقاط کنترلی نمودار (متغیرهای طراحی) و بازه تغییرات آنها در شکل ۸ نشان داده شده است. در جدول ۳ نیز سطوح مختلف متغیرهای طراحی ارائه شده است.

با استفاده از ترکیب داده‌های این جدول، ۲۷ آزمایش شبیه‌سازی با اعمال نمودارهای نیرویی متفاوت، برای ساخت مدل فاکتوریل مرتبه دوم انجام شد. نتایج به دست آمده از این آزمایشات در جدول ۴ نشان داده شده است.

همان گونه که اعداد جدول نشان می‌دهد هر چه متغیرها به سمت کران بالا نزدیک‌تر می‌شوند، میزان ارتفاع برآمدگی بیشتر شده و ضخامت دیواره غیر یکنواخت‌تر می‌شود.



شکل ۸ عوامل طراحی و حدود تغییرات آنها در طرح مرتبهٔ دوم a_1، a_1 و a_1 متغیرهای طراحی می‌باشند.

جدول ۳ متغیرهای طراحی در مرحله اول بهینه‌سازی

سطوح	۱	۰	۱-
متغیر a_1	۵۵	۳۳/۵	۱۲
متغیر a_2	۱۱۰	۸۳	۵۶
متغیر a_3	۱۲۰	۱۰۹	۹۸

جدول ۴ نتایج حاصل از شبیه‌سازی در مرحله اول بهینه‌سازی

ارتفاع برآمدگی	پراکندگی ضخامت	a_3	a_2	a_1	آزمایش
۷۶/۳۷۳	۰/۰۶۴۵	۱-	۱-	۱-	۱
۷۷/۰۹۱	۰/۰۵۹۸	۰	۱-	۱-	۲
۷۷/۹۹۵	۰/۰۶۲۳	۱	۱-	۱-	۳
۷۹/۲۶۸	۰/۰۴۲۲	۱-	۰	۱-	۴
۸۰/۰۶۲	۰/۰۴۵۱	۰	۰	۱-	۵
۸۱/۰۰۹	۰/۰۵۳۳	۱	۰	۱-	۶
۸۲/۷۴۶	۰/۰۵۸۳	۱-	۱	۱-	۷
۸۳/۷۸۴	۰/۰۶۶۶	۰	۱	۱-	۸
۸۴/۸۰۳	۰/۰۷۶۵	۱	۱	۱-	۹
۷۸/۴۶۰	۰/۰۶۳۳	۱-	۱-	۰	۱۰
۷۹/۲۱۲	۰/۰۶۳۵	۰	۱-	۰	۱۱
۸۰/۰۹۷	۰/۰۷۰۸	۱	۱-	۰	۱۲
۸۱/۴۲۹	۰/۰۵۴۸	۱-	۰	۰	۱۳
۸۲/۱۸۵	۰/۰۶۱۹	۰	۰	۰	۱۴
۸۳/۱۲۶	۰/۰۶۷۳	۱	۰	۰	۱۵
۸۵/۰۰۵	۰/۰۸۴۳	۱-	۱	۰	۱۶
۸۶/۰۳۶	۰/۰۹۰۷	۰	۱	۰	۱۷
۸۷/۳۷۴	۰/۱۰۰۹	۱	۱	۰	۱۸
۸۰/۶۶۹	۰/۰۷۰۰	۱-	۱-	۱	۱۹
۸۱/۴۲۱	۰/۰۷۲۲	۰	۱-	۱	۲۰
۸۲/۲۸۰	۰/۰۸۴۰	۱	۱-	۱	۲۱
۸۳/۷۸۲	۰/۰۸۳۲	۱-	۰	۱	۲۲
۸۴/۵۸۲	۰/۰۸۶۰	۰	۰	۱	۲۳
۸۵/۶۵۹	۰/۰۹۲۳	۱	۰	۱	۲۴
۸۷/۴۴۴	۰/۱۲۱۰	۱-	۱	۱	۲۵
۸۸/۵۲۵	۰/۱۲۸۰	۰	۱	۱	۲۶
۸۹/۷۶۲	۰/۱۳۹۶	۱	۱	۱	۲۷

۴-۳- ساخت مدل

در این مرحله مدل‌های رویه پاسخ، با برازش یک سطح بر پاسخ‌های به‌دست آمده در مرحله قبل ایجاد می‌شود. مدل‌های برازش بر اساس کمترین مجموع مربعات تفاضلات ایجاد شده، توابع تقریبی واریانس ضخامت دیواره و ارتفاع برآمدگی بر حسب نقاط منحنی چند خطی فشار- جابجایی بیان می‌شود. برای ایجاد مدل از جعبه ابزار مدلسازی ام بی سی [1] درمحیط برنامه‌نویسی مت‌لب [2] استفاده شده است.

1. Mbc-Model (Model-Base Calibration)
2. MATLAB

رویه پاسخ به دست آمده بر اساس آزمایشات عددی، در روابط ۶ و ۷ نشان داده شده است. معادلات ارائه شده، معرف مدل تخمینی برای واریانس ضخامتی، $Var(t)_{est}$ و ارتفاع برآمدگی H_{est} می‌باشند.

$$Var(t)_{est} = 0.178 + 0.017a_1 + 0.060a_2 + 0.022a_3 + 0.015a_1^2 + 0.042a_1a_2 + 0.008a_1a_3 + 0.034a_2^2 + 0.013a_2a_3 + 0.004a_3^2 \qquad (۶)$$

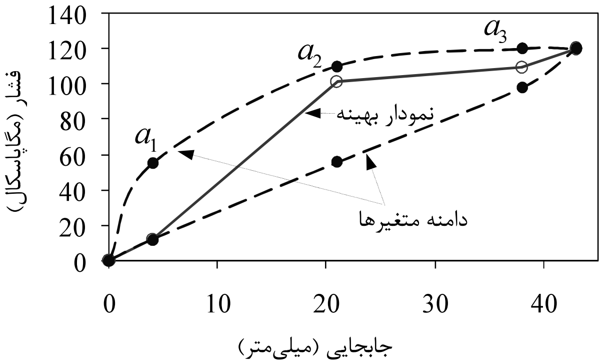
$$H_{est} = 82.238 + 2.278a_1 + 3.438a_2 + 0.941a_3 + 0.078a_1^2 + 0.124a_1a_2 + 0.032a_1a_3 + 0.382a_2^2 + 0.156a_2a_3 + 0.083a_3^2 \qquad (۷)$$

۴-۴- حل معادلات تخمین زده شده

در این مرحله معادلات به دست آمده در مرحلهٔ قبل در حل‌گر [3] قرار گرفته، برای بهترین جواب حل می‌شوند. در اینجا کمترین واریانس ضخامت دیواره با معادله (۶) به عنوان هدف بهینه‌سازی، و عوامل طراحی که به بازه $[a_{i\min}, a_{i\max}]$ محدود می‌گردند و همچنین ارتفاع برآمدگی با معادله (۷) به عنوان قید در نظر گرفته می‌شود. ارتفاع برآمدگی میبایست از حداقل مقدار قابل قبول که ۸۲/۲ میلیمتر می‌باشد، بیشتر باشد. برای حل معادلات از حل‌گر نرم‌افزار اکسل [4] استفاده شده است. نتایج بدست آمده از حل معادلات که بیانگر نمودار نیرویی بهینه می‌باشند، در شکل ۹ ارائه شده است. در این شکل نمودار بهینه در قیاس با حدود اولیه‌ای که برای متغیرها در نظر گرفته شده نشان داده شده است. در جدول ۵ نیز مقادیر بهینهٔ به دست آمده در بازهٔ بهنجار [5] ۱- تا ۱ و در بازهٔ واقعی متغیرها نشان داده شده است.

نمودار بدست آمده اگر چه پاسخ بهینهٔ معادلات ۶ و ۷ است، اما الزاماً پاسخ بهینهٔ کل سیستم نمی‌باشد. به عبارتی این نمودار حالت بهینه محلی در محدودهٔ اولیه در نظر گرفته شده برای متغیرهاست که در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است. رویه پاسخ یک شیوهٔ پی‌درپی می‌باشد، بنابراین گام بعدی جستجوی نقطهٔ بهینهٔ سیستم در ناحیهٔ بهینگی است.

3. Solver
4. Excel
5. Normalized



شکل ۹ منحنی بهینه به دست آمده در قیاس با محدودهٔ متغیرها

جدول ۵ مقادیر بدست آمده از حل معادلات رویه پاسخ

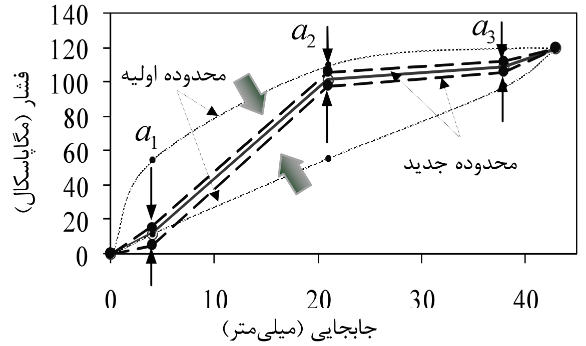
متغیرهای طراحی	a_1	a_2	a_3
مقادیر بهنجار بدست آمده از حل‌گر	۱-	۰/۶۸۱	۰/۰۲۹
مقادیر واقعی متغیرها	۱۲	۱۰۱/۳۷۶	۱۰۹/۳۱۸

۴-۵- بهینه سازی چند مرحله‌ای

همان گونه که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، منحنی فشار-جابجایی در نقطهٔ اول کنترلی، بر روی مرز پایینی قرار گرفته است. از آنجاکه قید دامنهٔ متغیرها در مسأله بهینه‌سازی اعمال شده و موقعیت این نقطه بین مرز بالا و پایین محدود بوده است، امکان قرارگیری نقطه زیر مرز پایین وجود نداشته و الزاماً بر روی آن قرار گرفته است. به عبارت دیگر چنانچه حد پایین کوچک‌تر انتخاب می‌شد، برای این نقطه مقداری غیر از کمترین سطح (۱-) حاصل می‌شد. لذا می‌توان انتظار داشت که این نقطه در مراحل بعدی بهینه‌سازی به سمت پایین حرکت کند.

در این مرحله با انتخاب مرزهای جدید، بهینه‌سازی ادامه می‌یابد. انتظار می‌رود در مرحلهٔ قبل، همسایگی بهینه‌ای از منحنی فشار-جابجایی به‌دست آمده باشد. در این مرحله، به منظور دسترسی به منحنی نیرویی دقیق‌تر، محدودهٔ باریک‌تری از تغییرات در اطراف منحنی فشار- جابجایی حاصل در مرحلهٔ قبل، مطابق با شکل ۱۰ در نظر گرفته می‌شود. متغیرهای طراحی مشابه مدل قبل در شکل ۸ بوده و بازه تغییرات جدید این متغیرها در جدول ۶ نشان داده شده است. در اینجا نیز از طرح فاکتوریل 3^k برای ایجاد مدل آماری و یافتن منحنی بهینه استفاده شده است.

مطابق با شکل ۱۰ بازه تغییرات متغیرها در مرحلهٔ دوم بسیار کوچک و نزدیک به نمودار بهینه در مرحلهٔ قبل می‌باشد.



شکل ۱۰ تغییر حدود متغیرها در مرحله دوم بهینه‌سازی

جدول ۶ متغیرهای طراحی در مرحله دوم بهینه‌سازی

سطوح	۱	۰	۱-
متغیر a_1	۱۴	۹/۵	۵
متغیر a_2	۱۰۶	۱۰۲	۹۸
متغیر a_3	۱۱۲	۱۰۹	۱۰۶

نتایج به دست آمده از آزمایشات شبیه‌سازی برای توابع پراکندگی ضخامت دیواره و ارتفاع برآمدگی در جدول ۷ نشان داده شده است. ساخت مدل جانشین همانند مرحلهٔ قبل انجام می‌گیرد. معادلات برازش شده بر داده‌های آزمایش در مرحلهٔ دوم بهینه‌سازی بصورت زیر بدست آمده‌اند.

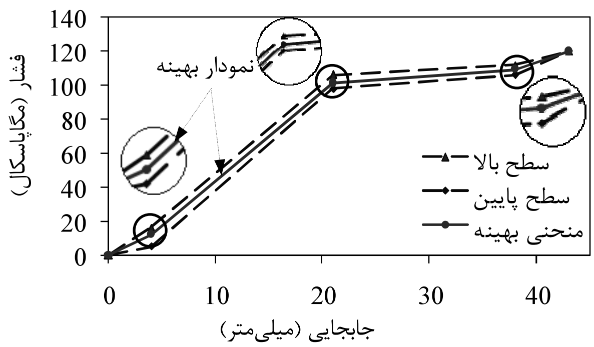
$$Var(t)_{est} = 0.051 + 0.004a_1 + 0.005a_2 + 0.002a_3 + 0.001a_1^2 + 0.001a_1a_2 + 0.000a_1a_3 + 0.001a_2^2 + 0.000a_2a_3 + 0.002a_3^2 \tag{۸}$$

$$H_{est} = 82.200 + 0.441a_1 + 0.570a_2 + 0.254a_3 + 0.001a_1^2 + 0.023a_1a_2 + 0.018a_1a_3 + 0.051a_2^2 + 0.012a_2a_3 + 0.017a_3^2 \tag{۹}$$

مشابه مرحله قبل، رابطه ۸ برای کمترین واریانس ضخامت دیواره با استفاده از حل‌گر و اعمال قید ارتفاع در رابطه ۹ و قیود دامنه متغیرها حل می‌شود. منحنی فشار جابجایی حاصل از مرحلهٔ دوم بهینه‌سازی نسبت به حدود مرزی آن در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در جدول ۸ نیز مقادیر بهینه بدست آمده از حل مدل جانشین ارائه شده است. با دقت در شکل ۱۱ و اعداد جدول ۸ مشخص می‌شود که منحنی فشار- جابجایی حاصل در این مرحلهٔ بهینه‌سازی کاملاً در درون محدودهٔ تعریف شده برای متغیرها قرار گرفته است و نقطه مرزی ندارد.

جدول ۷ نتایج حاصل از شبیه‌سازی در مرحله اول بهینه‌سازی

ارتفاع برآمدگی	پراکندگی ضخامت	a_3	a_2	a_1	آزمایش
۸۱/۰۲۱	۰/۰۴۲۰	-۱	-۱	-۱	۱
۸۱/۲۵۹	۰/۰۴۶۹	۰	-۱	-۱	۲
۸۱/۵۴۴	۰/۰۴۷۸	۱	-۱	-۱	۳
۸۱/۵۰۹	۰/۰۴۶۸	-۱	۰	-۱	۴
۸۱/۷۳۵	۰/۰۴۷۵	۰	۰	-۱	۵
۸۲/۰۵۳	۰/۰۵۱۰	۱	۰	-۱	۶
۸۲/۰۹۳	۰/۰۵۱۴	-۱	۱	-۱	۷
۸۲/۳۶۷	۰/۰۵۳۵	۰	۱	-۱	۸
۸۲/۶۶۹	۰/۰۵۵۵	۱	۱	-۱	۹
۸۱/۴۵۵	۰/۰۴۶۴	-۱	-۱	۰	۱۰
۸۱/۶۷۸	۰/۰۴۶۶	۰	-۱	۰	۱۱
۸۱/۹۳۸	۰/۰۵۰۵	۱	-۱	۰	۱۲
۸۱/۹۸۲	۰/۰۴۸۷	-۱	۰	۰	۱۳
۸۲/۲۱۸	۰/۰۵۰۸	۰	۰	۰	۱۴
۸۲/۴۸۸	۰/۰۵۳۴	۱	۰	۰	۱۵
۸۲/۵۶۵	۰/۰۵۴۶	-۱	۱	۰	۱۶
۸۲/۸۱۰	۰/۰۵۷۰	۰	۱	۰	۱۷
۸۳/۰۷۴	۰/۰۶۰۷	۱	۱	۰	۱۸
۸۱/۸۷۸	۰/۰۴۸۹	-۱	-۱	۱	۱۹
۸۲/۱۳۰	۰/۰۴۹۹	۰	-۱	۱	۲۰
۸۲/۳۳۳	۰/۰۵۳۵	۱	-۱	۱	۲۱
۸۲/۴۲۵	۰/۰۵۵۷	-۱	۰	۱	۲۲
۸۲/۶۲۸	۰/۰۵۶۱	۰	۰	۱	۲۳
۸۲/۸۷۳	۰/۰۶۰۱	۱	۰	۱	۲۴
۸۲/۹۸۱	۰/۰۶۰۲	-۱	۱	۱	۲۵
۸۳/۳۵۹	۰/۰۶۲۶	۰	۱	۱	۲۶
۸۳/۵۷۷	۰/۰۶۳۸	۱	۱	۱	۲۷



شکل ۱۱ مقدار بهینه حاصل از حل مدل نسبت به مقادیر مرزی

جدول ۸ مقادیر بدست آمده از حل معادله رویه پاسخ در مرحلهٔ دوم

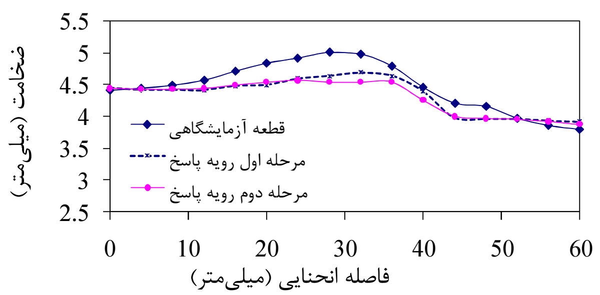
متغیرهای طراحی	a_1	a_2	a_3
مقادیر بهنجار بدست آمده از حل‌گر	-۰/۲۷۰	۰/۶۹۳	۰/۰۱۴
مقادیر واقعی متغیرها	۸/۲۸۵	۱۰۴/۷۷۳	۱۰۹/۰۴۳

بنابراین با لحاظ معیاری که قبلاً به آن اشاره شد، این منحنی را می‌توان منحنی بهینهٔ فشار-جابجایی در نظر گرفت و مراحل بهینه سازی را متوقف نمود. با این استدلال که اگر این محدوده کوچک متغیرها، همسایگی جواب بهینه مطلق نبود، نمودار جواب به سمت بهینه مطلق متمایل می شد و بر نقاط مرزی قرار می‌گرفت؛ مشابه آنچه در بهینه‌سازی مدل در مرحلهٔ اول رخ داد. از آنجا که با کاهش دامنه محدوده متغیرها، دقت مدل افزایش می‌یابد، لذا در مرحلهٔ اول، برای یافتن همسایگی نقطهٔ بهینه، محدودهٔ وسیع‌تر و در مرحلهٔ بعد برای یافتن بهینهٔ دقیق، محدودهٔ کوچک‌تری از متغیرها انتخاب شده است.

۵- نتایج

در این تحقیق با ساخت مدل اجزای محدود از فرایند هیدروفرمینگ لوله، فرایند انبساط لوله تحت فشار داخلی، و شکل‌گیری سه راهی T شکل شبیه‌سازی شد. نتایج آزمایش عملی صحت مدل ایجاد شده را تایید کرد.

پس از تایید صحت مدل، ابتدا با استفاده از روش رویه پاسخ، توابع پراکندگی ضخامت و ارتفاع برآمدگی بر حسب منحنی اعمال بار به دست آمد و سپس با بهینه‌سازی در دو مرحله نمودار جابجایی- فشار به‌گونه‌ای تعیین شد که کمترین تغییرات ضخامت در دیواره ایجاد شود. در شکل ۱۲ تأثیر استفاده از روش رویه پاسخ بر توزیع ضخامت دیواره نسبت به قطعه عملی نشان داده شده است.



شکل ۱۲ پراکندگی ضخامت دیواره برای قطعهٔ عملی و نمودارهای نیرویی بهینه حاصل از مراحل اول و دوم رویه پاسخ

به منظور بررسی دقت رویه حاصل در تخمین رفتار شکل‌دهی، شبیه‌سازی اجزای محدود با استفاده از نمودار فشار-جابجایی بهینه پیش‌بینی شده توسط این مدل انجام شد. در جدول ۹ پراکندگی ضخامت دیواره مربوط به نمودار بهینه تخمینی مدل با نتایج اجزای محدود و در جدول ۱۰ با مقدار اندازه‌گیری شده در قطعهٔ عملی مقایسه شده است.

اختلاف نسبی میان نتایج شبیه‌سازی و مدل رویه پاسخ، در مرحله دوم بهینه‌سازی بسیار کم است. انتخاب محدوده کوچک برای متغیرها در مرحلهٔ دوم بهینه‌یابی، سبب بهبود بالای دقت رویه پاسخ در این مرحله نسبت به مرحله اول شده است. لذا می‌توان نتیجه گرفت مدل جانشین حاصل، با دقت بالایی رفتار سیستم را تخمین زده است.

همان گونه که مشاهده می‌گردد با استفاده نمودار بهینه حاصل شده، میزان پراکندگی ضخامت از ۰/۱۵۳۰ برای قطعهٔ عملی به ۰/۰۵۳۸ برای مدل پیشنهادی بهینه به روش رویه پاسخ دو مرحله‌ای کاهش یافته است، که بیانگر ٪۶۴/۸ بهبود در هدف مورد نظر مساله است.

جدول ۹ پراکندگی ضخامت پیش‌بینی مدل در قیاس با شبیه‌سازی

مدل RSM	پیش‌بینی مدل	شبیه‌سازی	اختلاف
مرحلهٔ اول	۰/۰۵۵۲۴	۰/۰۵۳۴۲	٪۳/۳۰
مرحلهٔ دوم	۰/۰۵۳۸۱۳	۰/۰۵۳۸۰۱	٪۰/۰۲

جدول ۱۰ پراکندگی ضخامت پیش‌بینی مدل در قیاس با قطعه عملی

مدل RSM	پیش‌بینی مدل	قطعه عملی	بهبود
مرحلهٔ اول	۰/۰۵۵۲۴	۰/۱۵۲۹۵	٪۶۳/۹
مرحلهٔ دوم	۰/۰۵۳۸۱۳	۰/۱۵۲۹۵	٪۶۴/۸

۶- نتیجه گیری

با جمع‌بندی نتایج حاصل، نکات زیر با اهمیت می‌باشند:

- نتایج این تحقیق نشان می‌دهد، روش رویه پاسخ ابزار مفیدی برای پیش‌بینی رفتار یک سیستم می‌باشد. طرح فاکتوریل کامل مرتبه دوم، که بر روی محدودهٔ کوچکی از متغیرها در مرحله دوم بهینه‌یابی تعریف شده است، توانست با خطای بسیار کم (٪۰/۰۲ مطابق جدول ۹) رفتار شکل‌دهی سه‌راهی را مدل‌سازی کند. با حل مدل رویه پاسخ حاصل، میزان پراکندگی ضخامت دیواره در حدود ٪۶۴ نسبت به قطعهٔ عملی بهبود یافت. ضعف این روش تعداد تکرار نسبتاً زیاد آن می‌باشد.
- با تغییر محدودهٔ متغیرها، بهینه‌یابی به صورت چند مرحله‌ای ادامه یافت. هدف از این کار، رفع وابستگی به مرزهای متغیرها و بهبود دقت تخمین نمودار بهینه بود.
- برای بهینه‌سازی چند مرحله‌ای معیارهای متفاوتی برای توقف الگوریتم معرفی شده است. وضعیت بهینه در روش مورد استفاده در این تحقیق زمانی حاصل شد که جواب حاصل کاملاً در درون محدوده متغیرها قرار گرفت.
- از آنجا که اعمال این نمودار در عمل، نیاز به دستگاه‌های پرس برنامه‌پذیر دارد، استفاده از این نمودار به عنوان یک پیشنهاد مطرح می‌شود.

۷- مراجع

[1] Ahmetoglu M., Altan T., "Tube hydroforming, state-of-the-art and future trends", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 98, 2000, pp. 25-33.

[2] Budiansky B., "A reassessment of deformation theories of plasticity", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 26, 1959, pp. 259–264.

[3] Fann J.K., Hsiao P.Y, "Optimization of loading conditions for tube hydroforming", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 140, 2003, pp. 520-524.

[4] Aydemir A., de Vree J.H.P., Brekelmans W.A.M., Geers M.G.D., Sillekens W.H., Werkhoven R.J., "An adaptive simulation approach designed for tube hydroforming processes", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 159, 2005, pp. 303-310.

[5] Imaninejad M., Subhash G. , Loukus A., "Loading path optimization of tube hydroforming process", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 45, 2005, pp. 1504-1514.

[6] Kashani Zadeh H., Mosavi Mashhadi M., "Finite element simulation and experiment in tube hydroforming of unequal T shapes", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, 2006, pp. 684–687.

[7] Mohammadi F., Kashani Zadeh H., Mosavi Mashhadi M., "Optimization using finite element analysis, neural network, and experiment in tube hydroforming of aluminium T joints", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 221, 2007, pp. 1299-1305.

[8] Koc M., Allen T., Jiratheranat S., “The use of FEA and design of experiments to establish design guidelines for simple hydroformed parts”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 40, 2000, pp. 2249-2266.

[9] Kadkhodayan M., Erfani-Moghadam A., “An investigation of the optimal load paths for the hydroforming of T-shaped tubes”, *Int J Adv Manuf Technol*, Vol. 61, 2012, pp. 73–85.

[10] Alaswad A., Benyounis K.Y., Olabi A.G., “Employment of finite element analysis and Response Surface Methodology to investigate the geometrical factors in T-type bi-layered tube hydroforming”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 42, 2011, pp. 917–926.

[11] Ingarao G., Di Lorenzo R., Micari F., “Internal pressure and counterpunch action design in Y-shaped tube hydroforming processes: A multi-objective optimisation approach”, *Computers & Structures*, Vol. 87, (No. 9, 10), 2009, pp. 591-602.

[12] Di Lorenzo R., Ingarao G., Chinesta F., “Integration of gradient based and response surface methods to develop a cascade optimisation strategy for Y-shaped tube hydroforming process design”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 41 No. 2, 2010, pp, 336-348.

[13] Chebbah M.S., Naceur H., Hecini M., “Rapid coupling optimization method for a tube hydroforming process”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B-Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 224, 2010, pp. 245-256.

[14] Kwan C.-T., Lin C.-Y., Luo Y.-S., Hu W.-b., Jau T.-C., “Die shape design for T-shape tube hydroforming”, *International Journal Advance Manufacture Technology*, Vol. 23, 2004, pp. 169–175.

[15] Meriam J. L., Kraige L. G, Palm W. J., *Engineering Mechanics: Dynamics*, 5^{th} Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc., 2002.

[16] Rahmanin S. Maleki M., *Finite Element Software, ABAQUS*, First Edition, Tehran, Simayeh Danesh, 2007. (In Persian)

[17] Rao S. S., *Engineering optimization: theory and practice*, 4^{th} Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc., 2009.

[18] Jirathearanat S., *Advance methods for finite element simulation for part and process design in tube hydroforming*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering The Ohio State University, 2004.

[19] Montgomery D.C., *Designand analysis of experiments*, 5^{th} Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc., 2005.

[20] Kini S.D., *An approach to integrating numerical and response surface models for robust desgin of production systems*, PhD Thesis, The Ohio State University, 2004.