

## A Numerical-Comparative Study on Springback Reduction in Sheet Metal Bending: Low-Frequency vs. Ultrasonic Vibration Assistance

Mehdi Jafari Vardanjani\*, Yaghoub Dadgar Asl

Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Article History

Received: December 16, 2025

Revised: January 08, 2026

Accepted: January 28, 2026

ePublished: February 14, 2026

### ABSTRACT

The springback phenomenon poses a significant challenge in the sheet metal bending process, adversely affecting the dimensional accuracy of the workpiece. This study presents a systematic comparison of the effectiveness of two modern techniques for springback reduction: low-frequency and ultrasonic vibration assistance, using the finite element method. The model was developed and validated against experimental data for three alloys: CK65, AA6061, and AA3105. The results demonstrated that both techniques effectively reduce springback compared to the conventional non-vibration base case. Quantitatively, low-frequency vibration alone achieved a significant 15% to 35% reduction in springback. However, ultrasonic vibration assistance, leveraging the acoustic softening mechanism, consistently outperformed low-frequency vibration, enhancing the springback reduction by an average of 54% to 117% compared to the low-frequency method. The performance gap between the two techniques widened for materials with higher yield strength. This research provides quantitative criteria for selecting the optimal vibration-assisted technique based on material type, required precision, and desired efficacy level.

**Keywords:** Springback, Sheet Metal Bending, Ultrasonic Vibration, Low-Frequency Vibration, Finite Element Simulation

### How to cite this article

Jafari Vardanjani M, Dadgar Asl Y, A Numerical-Comparative Study on Springback Reduction in Sheet Metal Bending: Low-Frequency vs. Ultrasonic Vibration Assistance. *Modares Mechanical Engineering*; 2026;26(03):181-191.

\*Corresponding author's email: [m-jafari@tvu.ac.ir](mailto:m-jafari@tvu.ac.ir)

\*Corresponding ORCID ID: 0000-0003-2530-3844



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



## مطالعه عددی-تطبیقی کاهش بازگشت فنری در خم‌کاری ورق‌های فلزی: ارتعاش کم فرکانس در مقابل تأثیر ارتعاش فراصوت

مهدی جعفری وردنجانی\*<sup>ID</sup>، یعقوب دادگر اصل

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران

### چکیده

پدیده بازگشت فنری به عنوان یک چالش اصلی در فرآیند خم‌کاری ورق‌های فلزی، دقت ابعادی قطعه کار را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در این پژوهش، به منظور مقایسه سامانند کارایی دو تکنیک نوین کاهش بازگشت فنری، فرآیند خمش ورق تحت تأثیر ارتعاشات کم فرکانس و فراصوت به کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی شد. مدل حاضر برای سه آلیاژ AA6061، AA3105 و CK65 توسعه و با داده‌های تجربی اعتبارسنجی گردید. نتایج نشان داد که هر دو تکنیک در مقایسه با حالت پایه بدون ارتعاش، بازگشت فنری را کاهش می‌دهند، به طوری که ارتعاش کم فرکانس به تنهایی منجر به کاهش کمی قابل توجه ۱۵ تا ۳۵ درصدی در این پدیده شد. با این حال، ارتعاش فراصوت با مکانیسم نرم‌شدگی آکوستیکی، عملکردی برتر داشته و میزان کاهش بازگشت فنری را به طور میانگین بین ۵۴ تا ۱۱۷ درصد بیش از روش کم فرکانس نشان داد. این برتری در تمامی مواد و بازه‌های زمانی مختلف پایدار بود و با افزایش استحکام تسلیم ماده، شکاف کارایی بین دو روش بیشتر شد. این مطالعه معیارهای کمی برای انتخاب بهینه‌ترین تکنیک ارتعاشی بر اساس نوع ماده، دقت موردنیاز و سطح کارایی مطلوب فراهم می‌آورد.

### اطلاعات مقاله

#### نوع مقاله

مقاله پژوهشی

#### تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۹/۲۵

بازنگری: ۱۴۰۴/۱۰/۱۸

پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۰۸

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۱۱/۲۵

**کلیدواژه‌ها:** بازگشت فنری، خم‌کاری ورق، ارتعاش فراصوت، ارتعاش کم فرکانس، شبیه‌سازی اجزای محدود

### نحوه ارجاع به این مقاله

جعفری وردنجانی مهدی، دادگر اصل یعقوب، مطالعه عددی-تطبیقی کاهش بازگشت فنری در خم‌کاری ورق‌های فلزی: ارتعاش کم فرکانس در مقابل تأثیر ارتعاش فراصوت، مهندسی مکانیک مدرس. ۱۹۱-۱۸۱:۲۶(۰۳):۱۴۰۴

\*پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m-jafari@tvu.ac.ir

\*شناسه ارکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: 0000-0003-2530-3844



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

## ۱- مقدمه

شکل‌دهی ورق‌های فلزی به عنوان یکی از روش‌های اصلی تولید در صنایع خودرو، هوافضا و لوازم‌خانگی شناخته می‌شود. در میان فرآیندهای مختلف شکل‌دهی، خم‌کاری ورق به دلیل سادگی و کاربرد گسترده، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با این حال، پدیده بازگشت فنری به عنوان یک چالش بزرگ، باعث انحراف هندسه قطعه نهایی از شکل مطلوب می‌شود. این پدیده ناشی از توزیع غیریکنواخت تنش‌های پسماند در اثر تغییر شکل الاستیک پس از باربرداری است و کنترل آن برای دستیابی به دقت ابعادی الزامی است.

به منظور کاهش بازگشت فنری و بهبود کیفیت شکل‌دهی، استفاده از فناوری‌های نوین از جمله اعمال میدان ارتعاشی در حین فرآیند مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. به‌طورکلی، تأثیر میدان ارتعاشی بر رفتار ماده را می‌توان در دو دسته اثر حجمی (کاهش تنش سیلان و بهبود قابلیت تغییر شکل) و اثر سطحی (کاهش اصطکاک در سطح تماس ابزار و قطعه کار) خلاصه کرد.

مطالعات متعددی به بررسی اثرات ارتعاشات فراصوت (با فرکانس بالا و دامنه پایین) بر پارامترهای مختلف شکل‌دهی پرداخته‌اند [۱-۳]. به عنوان مثال، در یک پژوهش، تأثیر مثبت این ارتعاشات در کاهش معنادار نیروی شکل‌دهی مورد تأکید قرار گرفته است [۶]. در مطالعه‌ای دیگر، مکانیسم اصلی این بهبود، به پدیده نرم‌شدگی آکوستیکی و کاهش موقت استحکام تسلیم ماده نسبت داده شده است [۷]. شواهد تجربی محکمی نیز از کاهش قابل‌توجه بازگشت فنری در فرآیند خم‌کاری ورق‌های آلومینیومی و فولادی با به‌کارگیری این فناوری گزارش شده است [۵، ۸]. علاوه بر این، پژوهش‌های دیگری نشان داده‌اند که میدان ارتعاشی فراصوت می‌تواند با بهبود شرایط اصطکاکی در سطح تماس [۴] و پالایش ریزساختار ماده [۹]، به ارتقای کیفیت سطح محصول نهایی کمک شایانی کند.

در مقابل، قابلیت‌های ارتعاشات مکانیکی با فرکانس پایین و دامنه بالا نیز به عنوان یک راهکار جایگزین و قدرتمند مورد کاوش قرار گرفته است. این تکنیک به دلیل توانایی در اعمال انرژی مکانیکی بیشتر، به ویژه برای شکل‌دهی قطعات با ابعاد بزرگ و مواد با استحکام بالا امیدوارکننده است. یک دسته از تحقیقات، موفقیت این روش را در کاهش چشمگیر نیروی شکل‌دهی در فرآیندهایی مانند کشش عمیق به اثبات رسانده‌اند [۱۰-۱۳]. در همین راستا، مطالعات دیگری به بهبود کیفیت سطح و یکنواختی قطعات در فرآیندهای آهن‌گری با کمک این ارتعاشات اشاره کرده‌اند [۱۴، ۱۵]. مکانیسم غالب در این روش را عمدتاً مبتنی بر اعمال انرژی کلان، ایجاد حرارت موضعی و

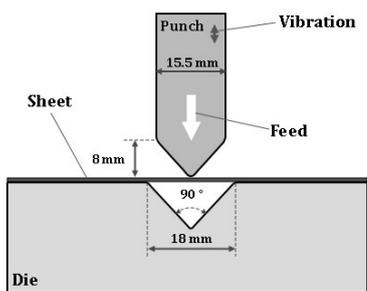
تسهیل جریان ماده در مقیاس میکروسکوپی دانسته‌اند [۱۶، ۱۷]. همچنین، پژوهش‌هایی به بررسی اثر پارامترهای این نوع ارتعاش، از قبیل دامنه و فرکانس، بر روی درجه نرم‌شدگی ماده و کنترل پدیده بازگشت فنری پرداخته‌اند [۱۸-۲۰]. لازم به ذکر که به طور مشخص، در پژوهش‌های تجربی و عددی پیشین، اثرات ارتعاش بر کاهش بازگشت فنری به صورت کمی گزارش شده است. به عنوان مثال در تحقیق انجام شده توسط فنگ و همکاران [۱]، استفاده از ارتعاش کم‌فرکانس در خمکاری ۷ شکل آلومینیوم، کاهش در حدود ۱۵ تا ۲۵ درصد در بازگشت فنری را نشان داد. همچنین مطالعات مشابه بر روی آلیاژهای آلومینیوم (مانند AA6061) نیز کاهش در بازگشت فنری به میزان ۱۰ تا ۳۰ درصد بسته به پارامترهای ارتعاش گزارش کرده‌اند [۴، ۵]. در مطالعه‌ی دیگری نیز [۱۳]، اعمال ارتعاش فراصوت در خمکاری ورق فولادی منجر به کاهش حدود ۲۰-۳۰٪ در زاویه بازگشت فنری شد. همچنین لی و همکاران [۲۱] در خمکاری گرم ۷۴Al۶Ti، کاهش بازگشت فنری را تا حدود ۲۰٪ (بسته به دما و دامنه ارتعاش) گزارش دادند.

با وجود حجم گسترده پژوهش‌های مستقل در زمینه دو تکنیک ارتعاشی فراصوت و کم فرکانس، مقایسه سامانند و مستقیم بین کارایی، مزایا و محدودیت‌های این دو روش در شرایط یکسان، به صورت یک شکاف تحقیقاتی ملموس باقی‌مانده است. به عبارت دیگر، اگرچه هر دو تکنیک به تنهایی توانایی خود را در بهبود فرآیند شکل‌دهی نشان داده‌اند [۲۲، ۲۳]، اما معیارهای کمی برای انتخاب بهینه‌ترین روش بر اساس جنس ماده، هندسه قطعه و اهداف فرآیند (مانند حداقل سازی بازگشت فنری در مقابل حداکثر سازی کیفیت سطح) در دسترس نیست. این کمبود، انتخاب آگاهانه را برای مهندسان و صنعتگران با چالش مواجه ساخته است.

هدف از این پژوهش، پر کردن این خلأ تحقیقاتی با به‌کارگیری روش اجزای محدود برای شبیه‌سازی فرآیند خم‌کاری ورق تحت تأثیر هر دو نوع ارتعاش است. در این راستا، اثر این دو تکنیک بر معیارهای کلیدی از قبیل میزان بازگشت فنری و توزیع تنش پسماند بر روی ورق‌های فولادی CK65 و آلومینیومی AA3105 و AA6061 موردبررسی و مقایسه کمی قرار خواهد گرفت. نتایج این مطالعه می‌تواند مبنای علمی معتبری برای انتخاب آگاهانه تکنیک ارتعاشی بهینه در کاربردهای صنعتی فراهم آورد.

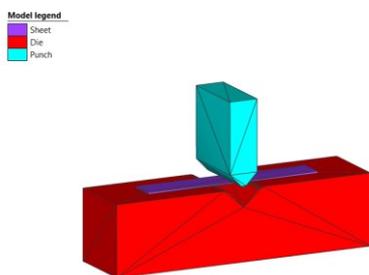
## ۱-۱- مواد و روش‌ها

در این مطالعه با بهره‌گیری از یک مدل اجزای محدود دوبعدی، تأثیر ارتعاشات کم فرکانس و فراصوت بر پدیده بازگشت فنری در فرآیند خمش ۷ شکل ورق‌های فلزی موردبررسی قرار گرفته است. مدل حاضر بر اساس پژوهش تجربی [۲۴] توسعه، و با استفاده از داده‌های تجربی استخراج‌شده از مطالعه مذکور، مورد اعتبارسنجی



شکل ۱ نمای شماتیک قالب و ورق به همراه نمایش حرکت و ارتعاش پانچ

Fig. 1 Illustration of punch movement and vibration



شکل ۲ نمای مدل شبیه‌سازی شده قالب، پانچ، و ورق

Fig. 2 Simulated model view of die, punch, and sheet

جدول ۱ ویژگی‌های مکانیکی آلیاژهای مورد استفاده

Table 1 Mechanical properties of the alloys used

Density kg/m <sup>3</sup>	Yield stress MPa	Young's modulus GPa	material
7850	490	210	CK65
2720	165	70	AA3105
2700	276	68	AA6061

برای اطمینان از صحت هندسی، ابعاد قالب شامل زاویه ۹۰ درجه و عرض دهانه ۲۰ میلی‌متر، و پانچ با زاویه ۸۸ درجه و شعاع نوک ۲ میلی‌متر، دقیقاً مطابق با مقادیر گزارش شده در مرجع [۲۴] بازتولید شد. همچنین ورق با عرض ۱۵ میلی‌متر، طول ۱۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

برای اطمینان از دقت و پایداری نتایج، از یک مش‌بندی ساخت‌یافته با تمرکز بر ناحیه تماس ورق با ابزار استفاده شد. حرکت پانچ با اعمال یک شرط مرزی جابه‌جایی به میزان ۷ میلی‌متر و با سرعت ثابت ۱ میلی‌متر بر ثانیه شبیه‌سازی گردید تا شرایط تشکیل شبه استاتیک فرآیند حفظ شود. شرایط اصطکاک در سطح تماس ورق و قالب با استفاده از مدل کولن و با ضریب اصطکاک ۰/۳ در نظر گرفته شد. این مقدار با توجه به مطالعه تجربی مرجع [۲۴] که در آن عملیات خمکاری به صورت خشک و نیمه خشک انجام شده است و با در نظر گرفتن ضرایب اصطکاک گزارش شده در شرایط مشابه بر اساس سایر مطالعات [۱۸، ۲۵، ۲۶] انتخاب شده است.

شبیه‌سازی برای سناریوهای مختلفی انجام شد:

قرار گرفته است. در این راستا، هندسه قالب و پانچ، مشخصات ماده و شرایط فرآیندی، منطبق بر مستندات آزمایشگاهی پیاده‌سازی شد تا مقایسه‌ای مستقیم و معتبر بین نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی میسر گردد. شکل ۱ نمای شماتیک قالب و ورق را به همراه پانچ نشان می‌دهد.

مدل دوبعدی فرآیند خمش در نرم‌افزار Simufact 2024.3 توسعه داده شد. این نرم‌افزار با توجه به توانایی بالا در شبیه‌سازی فرآیندهای شکل‌دهی فلزات با در نظر گرفتن شرایط پیچیده‌ای مانند اعمال بارگذاری دینامیکی و ارتعاشی مورد استفاده قرار گرفت. نمای مدل حجم داده شده در نرم‌افزار در شکل ۲ قابل مشاهده است. در این مدل، پانچ و قالب به عنوان اجسام صلب در نظر گرفته شدند، درحالی‌که ورق فلزی به عنوان یک جسم تغییر شکل‌پذیر با رفتار الاستیک-پلاستیک مدل گردید. خواص ماده مورد استفاده، منطبق بر داده‌های مواد AA6061، CK65 و AA3105 (جدول ۱) تعریف شده است. ورق تغییر شکل‌پذیر با استفاده از المان‌های ۴ ضلعی کرنش صفحه‌ای جامد مش‌بندی گردید. تعداد المان‌ها با توجه به آزمون و خطای انجام شده در زمینه تعداد المان‌ها و دقت مورد نیاز به صورتی انتخاب شد که هم دقت نتایج تضمین شود و هم از پیچیدگی محاسباتی غیرضروری کاسته شود این مقدار بر اساس مقادیر متداول گزارش شده در مطالعات مشابه [۵، ۱۱، ۱۸، ۱۹] شکل‌دهی ورق‌های فلزی با شرایط روان کاری متوسط کاسته شود. مجموع تعداد المانها ۱۱۷۲ با اندازه کلی المان ۰/۳۴ میلی‌متر به صورت ۴ لایه در راستای ضخامت، و با اندازه المان ۰/۲ در محل خمش در نظر گرفته شد. جهت اطمینان از استقلال نتایج از اندازه مش، آزمون حساسیت مش با سه اندازه مختلف انجام و اندازه ۰/۳۴ میلی‌متر به عنوان اندازه بهینه انتخاب گردید.

برای مرحله اعمال ارتعاش و تغییر شکل از حلگر Explicit و برای مرحله باربرداری و محاسبه بازگشت فنری از حلگر Implicit استفاده گردید. همچنین با توجه به ماهیت شبه استاتیک فرآیند رفتار ماده به صورت مستقل از نرخ کرنش در نظر گرفته شد. همچنین این مطالعه با فرض رفتار همسانگرد مواد انجام شده است و اثرات ناهمسانگردی، به ویژه در آلیاژهای آلومینیوم، همچنین پدیده‌ی باشینگر در مدل‌سازی لحاظ نشده است. مدل ارائه شده بر اساس هندسه‌ی خمش ۷ شکل توسعه یافته و تعمیم نتایج آن به فرآیندهای پیچیده‌تری مانند خمش U نیازمند تحقیقات بیشتر است.

میانگین قدر مطلق درصد خطا بر روی پارامتر خروجی بازگشت فنی در نظر گرفته شد. محاسبات نشان داد که مدل حاضر با خطای متوسط ۸٪ (در محدوده ۵ تا ۱۲٪ برای مواد مختلف) قادر به بازتولید رفتار واقعی فرآیند است. این سطح از دقت برای مدل‌های عددی در حوزه شکل‌دهی فلزات کاملاً رضایت‌بخش و قابل قبول ارزیابی می‌شود [۹، ۲۳].

پارامترهای فرکانس و دامنه ارتعاش کم‌فرکانس (۱۰۰ هرتز و ۰/۵ میلی‌متر) و پارامترهای ارتعاش فراصوت (بر اساس مطالعات قبلی [۵، ۸، ۲۴]) بر اساس مطالعات پیشین و داده‌های تجربی معتبر انتخاب شده‌اند. هدف این پژوهش مقایسه سیستماتیک دو تکنیک در شرایط قابل قبول و کاربردی بوده است، لذا بهینه‌سازی دقیق این پارامترها در این مرحله انجام نشده و می‌تواند موضوع تحقیقات آتی باشد.

لازم به ذکر است که در این شبیه‌سازی، خواص مکانیکی مواد به صورت مستقل از نرخ کرنش در نظر گرفته شده‌اند و اثرات گرمایش ناشی از تلفات هیستریزس مدل نشده است. با این حال، تفاوت ذاتی مواد از نظر استحکام تسلیم به طور کامل در مدل لحاظ گردیده است.

## ۲- نتایج و بحث

شکل ۴ روند تدریجی فرآیند خمش و توزیع تنش‌های پلاستیک را در ورق فولادی CK45 در چهار مرحله کلیدی، از آغاز تا پایان فرآیند و پس از باربرداری، به تصویر می‌کشد. لازم به ذکر است که ورق به طور افقی و متقارن بالای دهانه ۷ ماتریس قرار گرفت، به طوری که خط خم مرکزی ورق دقیقاً هم‌تراز با مرکز دهانه ۷ ماتریس و محور نوک پانچ باشد. این کار برای اطمینان از خم متقارن و جلوگیری از ناهم‌ترازی انجام شده است:

- در زمان  $t = 0 \text{ s}$ ، ورق در حالت اولیه و بدون تنش قرار دارد.

- با پیشروی پانچ در  $t = 3.5 \text{ s}$  (نیمه راه فرآیند)، تمرکز تنش در ناحیه‌ی تماس با شانه‌های قالب و نوک پانچ به وضوح قابل مشاهده است. در این مرحله، ماده در این نواحی شروع به تسلیم و تغییر شکل پلاستیک می‌کند.

- در  $t = 7 \text{ s}$  که پانچ به حداکثر عمق (۷ میلی‌متر) رسیده است، الگوی توزیع تنش کاملاً تثبیت شده است. بیشترین مقدار تنش در ناحیه‌ی تحتانی ورق (ناحیه کششی) و در مجاورت مستقیم نوک پانچ متمرکز شده است. این ناحیه بیشترین میزان تغییر شکل پلاستیک را تجربه می‌کند، درحالی‌که بخش‌های کناری ورق که با دیواره‌های قالب در تماس هستند، تحت تنش‌های فشاری قرار دارند.

- حالت پایه (بدون ارتعاش): این حالت به عنوان مرجع و برای اعتبارسنجی مدل با داده‌های تجربی استفاده شد.

- ارتعاش با فرکانس پایین: در این حالت، یک نوسان سینوسی با فرکانس ۱۰۰ هرتز و دامنه ۰/۵ میلی‌متر به حرکت اصلی پانچ در جهت محور طولی آن (جهت حرکت پانچ) اضافه شد.

- زمان‌های اعمال ارتعاش: اثر مدت زمان اعمال ارتعاش با شبیه‌سازی در بازه‌های زمانی ۰، ۱۰، ۲۰ و ۳۰ ثانیه مورد بررسی قرار گرفت. شکل ۳ نحوه اعمال ارتعاش را برای فرکانس و دامنه مذکور در نرم‌افزار به کمک قابلیت اعمال جابجایی جدولی نشان می‌دهد. مقادیر اعمال شده، شامل ترکیبی از حرکت رو به پائین سنبه به همراه ارتعاش می‌باشد.

- ارتعاش فراصوت: شبیه‌سازی ارتعاش فراصوت بر اساس پارامترهای دامنه و فرکانس استخراج شده از مطالعه مرجع [۲۴] انجام شد. برای شبیه‌سازی اثر نرم‌شدگی آکوستیکی، با اتکا به داده‌های تجربی [۱۳، ۱۴، ۲۲، ۲۴]، یک رویکرد دو بخشی اتخاذ شد: ابتدا با کاهش موقت و دامنه وابسته استحکام تسلیم ماده در مدل، مکانیزم اصلی نرم‌شدگی شبیه‌سازی شد و همزمان، یک حرکت سینوسی با فرکانس بالا و دامنه میکرومتری به ابزار اعمال گردید تا اثر سوپریوزیشن تنش نیز تقریب زده شود. این روش عملیاتی، که از مدل‌سازی میکروساختاری پیچیده‌ای مانند دینامیک نایجایی اجتناب کرد، با هدف دستیابی به یک شبیه‌سازی مهندسی و کاربردی پیاده‌سازی شد.

Time	Stroke X	Stroke Y	Stroke Z	Angle
s	mm	mm	mm	°
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.005	0.0	0.0	-5.0e-06	0.0
0.01	0.0	0.0	-1.0e-06	0.0
0.015	0.0	0.0	-1.0e-05	0.0
0.02	0.0	0.0	-1.90e-05	0.0
0.025	0.0	0.0	-2.5e-05	0.0
0.03	0.0	0.0	-2.98e-05	0.0
0.035	0.0	0.0	-3.5e-05	0.0
0.04	0.0	0.0	-3.93e-05	0.0
0.045	0.0	0.0	-4.45e-05	0.0
0.05	0.0	0.0	-4.95e-05	0.0

شکل ۳ نحوه اعمال ارتعاش برای فرکانس و دامنه مورد نظر در نرم‌افزار، روی سنبه

Fig. 3 Applying vibration for a frequency of 100 Hz in the software, on the punch.

به منظور ارزیابی دقت مدل شبیه‌سازی شده، نتایج عددی حاصل از تحلیل در حالت پایه (بدون ارتعاش) با داده‌های تجربی گزارش شده در مطالعه تجربی مقایسه گردید. معیار سنجش دقت،

علیرغم عملکرد ضعیف‌تر نسبی ارتعاش کم فرکانس در این مورد خاص، همین کاهش جزئی نیز از لحاظ مکانیکی قابل توجه است. اعمال ارتعاش با دامنه مناسب (حتی در فرکانس پایین) می‌تواند از طریق ایجاد کرنش‌های پلاستیک چرخه‌ای موضعی و گرمایش داخلی ناشی از اتلاف انرژی، به فرآیند کاهش تنش کمک کند. این امر تا حدی باعث بازآرایی نابعایی‌ها و کاهش تنش‌های پسماند می‌شود.

با این حال، به نظر می‌رسد برای فولاد CK65، مکانیسم نرم‌شدگی آکوستیکی (که ویژه ارتعاشات فراصوت است) اثر کارآمدتری در کاهش استحکام تسلیم موقت و یکنواخت کردن تغییر شکل پلاستیک در مقیاس ریزساختاری داشته است.

اگرچه این نمودار برتری کیفی ارتعاش فراصوت را نشان می‌دهد، میزان دقیق کاهش بازگشت فنری و مقایسه کمی کارایی این دو تکنیک برای هر سه آلیاژ مورد مطالعه، در نمودارهای میزان بازگشت فنری (شکل ۷ تا شکل ۹) ارائه و تحلیل شده است.

شکل ۷ تا شکل ۹ با نمایش مستقیم میزان بازگشت فنری، مقایسه‌ای کمی از کارایی دو تکنیک ارتعاشی برای تمامی آلیاژهای مورد مطالعه فراهم می‌کنند. این نمودارها نشان می‌دهند که ارتعاش فراصوت در کاهش پدیده بازگشت فنری، عملکردی برتر و پایدارتر از ارتعاش کم فرکانس دارد، به طوری که منحنی مربوط به آن در تمام موارد در سطوح پایین‌تری قرار گرفته است.

بررسی موردی آلیاژها:

آلیاژ AA3105 (شکل ۷): ارتعاش فراصوت به طور میانگین منجر به کاهش در حدود ۱۱۰ درصد بیشتر در بازگشت فنری نسبت به روش کم فرکانس در زمان‌های یکسان شده است.

آلیاژ AA6061 (شکل ۸): اگرچه هر دو روش مؤثر هستند، اما شکاف عملکردی بین آن‌ها برای این آلیاژ با استحکام بالاتر، حتی بیشتر مشهود است و برتری روش فراصوت را تأیید می‌کند. (حدود ۱۱۷ درصد)

آلیاژ CK65 (شکل ۹): برای این فولاد نیز برتری روش فراصوت مشهود است. کاهش بازگشت فنری تحت این تکنیک نشان می‌دهد مکانیسم نرم‌شدگی آکوستیکی حتی برای مواد با استحکام تسلیم بالا نیز می‌تواند به طور مؤثری عمل کند (حدود ۵۴ درصد بیش از روش کم فرکانس)

• در تصویر نهایی، پس از فرآیند و باربرداری، اثر پدیده‌ی بازگشت فنری آشکار می‌شود. اگرچه ورق تغییر شکل پلاستیک دائمی را حفظ کرده، اما بخش الاستیک آن نیز باز می‌گردد که این امر باعث باز شدن جزئی زاویه‌ی خم شده و انحراف از هندسه‌ی مطلوب (زاویه ۹۰ درجه) را در پی دارد. توزیع تنش‌های پسماند در این مرحله، که ریشه اصلی بازگشت فنری است، به وضوح در شکل قابل ردیابی می‌باشد.

این توالی بصری، مبانی مکانیکی تشکیل بازگشت فنری را به وضوح نشان می‌دهد.

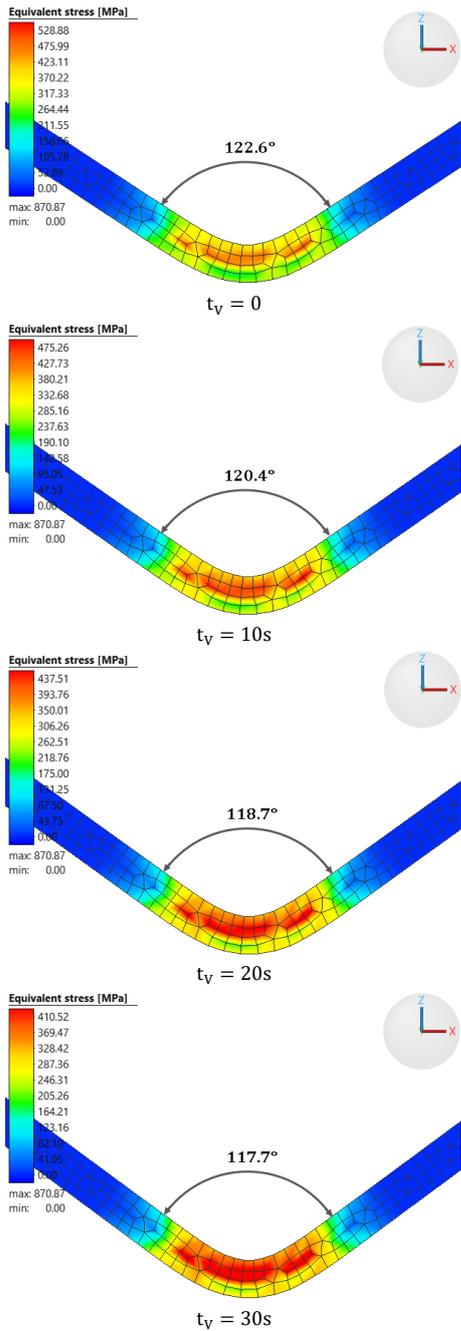
شکل ۵ به‌طور واضح تأثیر مثبت و قابل توجه مدت زمان اعمال ارتعاش ( $t_V$ ) بر توزیع و بزرگی تنش‌های پسماند در ورق فولادی CK65 را پس از اتمام فرآیند خمش نشان می‌دهد. با افزایش زمان ارتعاش از ۰ به ۳۰ ثانیه، یک روند کاهشی پیوسته در مقدار تنش پسماند بیشینه مشاهده می‌شود.

- در حالت پایه بدون ارتعاش ( $t_V = 0$ )، بالاترین سطح از تمرکز تنش‌های پسماند در ناحیه خمش دیده می‌شود.
- با اعمال ۱۰ ثانیه ارتعاش، از شدت این تمرکز تنش کاسته شده، توزیع تنش یکنواخت‌تر می‌شود.

این روند در زمان‌های ۲۰ و ۳۰ ثانیه به وضوح ادامه می‌یابد، به طوری که هم مقدار تنش پسماند بیشینه به میزان محسوسی کاهش می‌یابد و هم شیب تنش در سراسر قطعه ملایم‌تر می‌گردد.

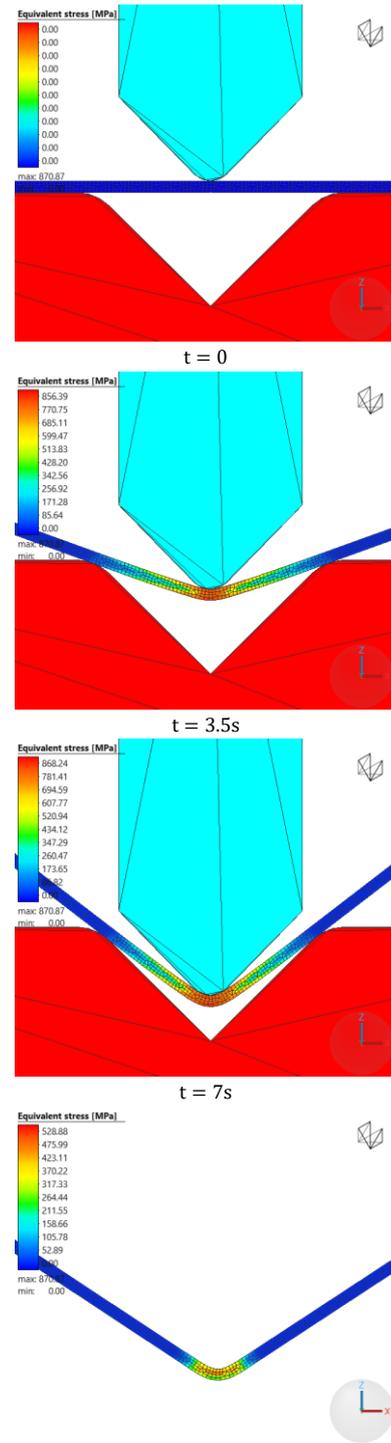
این پدیده را می‌توان به‌طور مستقیم به فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی نسبت داد. اعمال ارتعاش در مرحله پایانی فرآیند، انرژی مکانیکی را به داخل ریزساختار ماده تزریق می‌کند. این انرژی، با تسهیل حرکت نابعایی‌ها و بازآرایی آن‌ها، به علاوه ایجاد تغییر شکل‌های پلاستیک موضعی در جهات مختلف باعث آزادسازی انرژی کرنشی ذخیره‌شده در قطعه می‌گردد. در نتیجه، تنش‌های پسماند که عامل اصلی پدیده بازگشت فنری هستند، کاهش می‌یابند. افزایش مدت زمان ارتعاش، فرصت بیشتری برای انجام این فرآیند بازآرایی فراهم کرده، در نتیجه اثر تنش‌زدایی را تشدید می‌کند.

**شکل ۶** روند تغییرات زاویه نهایی خمش را برای ورق فولادی CK65 تحت تأثیر دو تکنیک ارتعاش کم فرکانس (۱۰۰ هرتز) و فراصوت (۱۰۰۰۰ هرتز) نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که اگرچه هر دو تکنیک ارتعاشی نسبت به حالت پایه (بدون ارتعاش) باعث بهبود می‌شوند، اما ارتعاش فراصوت به طور محسوس و پایدارتری عملکرد برتری دارد، چرا که منحنی مربوط به آن در تمام بازه‌های زمانی در موقعیت پایین‌تری قرار گرفته و نشان‌دهنده زاویه نهایی کوچک‌تر و در نتیجه بازگشت فنری کمتر است.



شکل ۵ توزیع تنش و تغییر شکل پس از انجام فرآیند با توجه به مدت زمان اعمال ارتعاش برای ورق CK65 ( $t_v$ : مدت زمان ارتعاش)

Fig. 5 Stress and deformation distribution after the process with regard to the vibration duration for CK65 sheet ( $t_v$ : vibration duration)



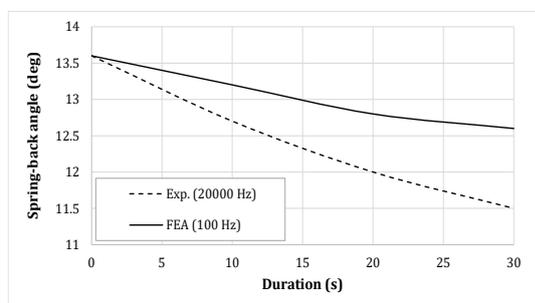
شکل ۴ توزیع تنش و تغییر شکل در حین انجام فرآیند و پس از آن برای ورق CK45، بدون اعمال ارتعاش

پس از فرآیند

Fig. 4 Stress and deformation distribution during and after the process for CK45 sheet, without vibration applied

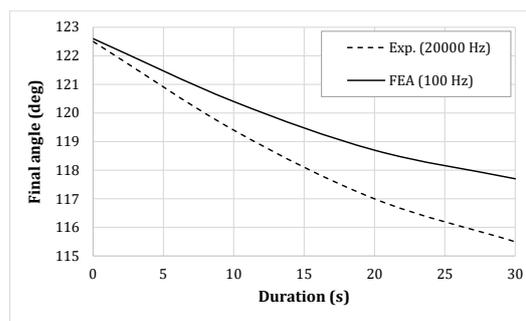
جستجو کرد. در نتیجه، هر تکنیکی که بتواند حتی بخشی از این انرژی را آزاد کند (اعم از نرم‌شدگی آکوستیکی در فراصوت یا تنش‌زدایی ارتعاشی در کم فرکانس)، اثر کاهش بازگشت فنری محسوس‌تری خواهد داشت. با این حال، در این طیف از مواد، برتری ذاتی و کارایی بالاتر مکانیسم نرم‌شدگی آکوستیکی در ارتعاش فراصوت، نمود پررنگ‌تری پیدا می‌کند و دلیل شکاف گسترده‌تر بین دو منحنی در استحکام‌های بالا است.

نتایج تجربی و عددی نشان می‌دهد که اگرچه هر دو تکنیک ارتعاش کم فرکانس و فراصوت در کاهش پدیده بازگشت فنری مؤثر هستند، اما از نظر مکانیسم عمل، کارایی و دامنه تأثیر، دارای تفاوت‌های بنیادینی می‌باشند. ارتعاش فراصوت با بهره‌گیری از پدیده نرم‌شدگی آکوستیکی، مستقیماً بر ریزساختار ماده تأثیر گذاشته و با کاهش موقت استحکام تسلیم، تغییر شکل پلاستیک یکنواخت‌تر و کارآمدتری را ایجاد می‌کند. این مکانیسم هدفمند، منجر به آزادسازی مؤثر تنش‌های پسماند و در نتیجه، کاهش برتر و پایدارتر بازگشت فنری در تمام مواد مورد مطالعه، به ویژه در آلیاژهای با استحکام بالاتر مانند CK65 و AA6061 شد. با این حال، نقطه‌ضعف اصلی این روش، نیاز به تجهیزات تخصصی و احتمالاً هزینه بالاتر راه‌اندازی و نگهداری است. در مقابل، ارتعاش کم فرکانس عمدتاً از طریق اعمال انرژی مکانیکی کلان و ایجاد حرارت داخلی ناشی از اتلاف انرژی عمل می‌کند. این روش اگرچه به دلیل سادگی نسبی در اجرا (با استفاده از محرک‌های مکانیکی متداول) و هزینه کمتر، گزینه جذابی برای برخی کاربردهای صنعتی محسوب می‌شود، اما بازدهی کمتری در تبدیل انرژی ورودی به فرآیند مؤثر تنش‌زدایی دارد. بخش قابل‌توجهی از انرژی در این روش صرف پدیده‌های جانبی مانند گرمایش کلی قطعه و غلبه بر اصطکاک‌های سیستمی می‌شود، که این امر موجب می‌گردد کاهش بازگشت فنری در مقایسه با ارتعاش فراصوت، به طور محسوسی کمتر باشد.



**شکل ۷** میزان بازگشت فنری پس از خم‌کاری انجام شده، بر اساس مدت زمان اعمال ارتعاش با توجه به مطالعه تجربی و تحلیل المان محدود برای ورق AA3105

**Fig. 7** Springback amount after the forming process, based on vibration duration according to experimental study and finite element analysis for AA3105 sheet



**شکل ۶** زاویه نهایی پس از خم‌کاری انجام شده، بر اساس مدت زمان اعمال ارتعاش با توجه به مطالعه تجربی و تحلیل المان محدود برای ورق CK65

**Fig. 6** Final bend angle after the forming process, based on vibration duration according to experimental study and finite element analysis for CK65 sheet.

مشاهده روند کاهشی تمامی منحنی‌ها با افزایش زمان ارتعاش، اثربخشی کلی فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی را تأیید می‌کند. با این حال، برتری پایدار و تکرارپذیر ارتعاش فراصوت برای مواد مختلف، نشان می‌دهد که مکانیسم غالب و مؤثر در این مطالعه، نرم‌شدگی آکوستیکی بوده است. این پدیده که منجر به کاهش موقت استحکام تسلیم و تسهیل تغییر شکل پلاستیک یکنواخت‌تر می‌شود، در کنترل و کاهش تنش‌های پسماند میکروسکوپی (که عامل اصلی بازگشت فنری هستند) از کارایی بالاتری برخوردار است. در مقابل، به نظر می‌رسد مکانیسم‌های وابسته به انرژی کلان در ارتعاش کم فرکانس (مانند گرمایش اصطکاکی یا نفوذپذیری بیشتر) در شرایط این آزمایش، اثر کمتری در آزادسازی این تنش‌ها داشته‌اند.

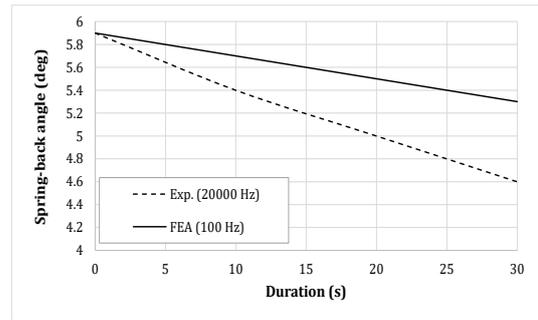
شکل ۱۰ با نمایش درصد کاهش بازگشت فنری بر اساس استحکام تسلیم مواد، یک الگوی بسیار مهم و قابل‌تعمیم را آشکار می‌سازد که مبنای علمی ارزشمندی برای انتخاب تکنیک بهینه فراهم می‌کند. همان‌طور که نمودار شکل ۱۰ نشان می‌دهد، با کاهش استحکام تسلیم مواد نرم‌تر مانند AA3105، عملکرد دو تکنیک ارتعاش فراصوت و کم فرکانس به یکدیگر نزدیک می‌شود. دلیل این پدیده را می‌توان در این واقعیت جستجو کرد که در مواد نرم، که به‌طور ذاتی مستعد تغییر شکل پلاستیک هستند، حوزه تأثیر مکانیسم‌های مختلف ارتعاش محدودتر می‌شود. در این مواد، حتی اعمال انرژی نسبتاً پایین (ارتعاش کم فرکانس) نیز می‌تواند به اندازه کافی برای تسهیل جریان ماده مؤثر باشد و در نتیجه شکاف عملکردی بین دو تکنیک کاهش می‌یابد.

در مقابل، برای مواد با استحکام تسلیم بالاتر مانند فولاد CK65، نمودار یک واگرایی واضح بین منحنی دو تکنیک و همچنین میزان کاهش کلی بیشتر را نشان می‌دهد. این بدان معناست که مواد مستحکم‌تر، به‌طور کلی از اعمال هر نوع ارتعاش، سود بیشتری می‌برند. توضیح مکانیکی این امر را می‌توان در تراکم بالاتر تنش‌های پسماند و انرژی کرنشی ذخیره‌شده در این مواد

آلیاژهای AA3105, AA6061, CK65، به صورت عددی، در یک مدل دوبعدی مورد مقایسه قرار گرفت. مهم‌ترین یافته‌ها و نتایج این مطالعه به شرح زیر است:

- اعمال هر دو نوع ارتعاش، در مقایسه با حالت پایه بدون ارتعاش، منجر به کاهش معنادار پدیده بازگشت فنری می‌شود. افزایش مدت زمان اعمال ارتعاش، این اثر را به دلیل فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی تشدید می‌کند.
- ارتعاش کم فرکانس به تنهایی توانست بازگشت فنری را در مقایسه با حالت پایه، به طور میانگین برای آلیاژهای مختلف بین ۱۵ تا ۳۵ درصد کاهش دهد که نشان‌دهنده اثرگذاری مثبت و قابل توجه این تکنیک حتی به عنوان یک روش مستقل است.
- با این وجود، ارتعاش فراصوت با عملکردی برتر، این کاهش را به سطوح بسیار بالاتری (به طور متوسط بین ۵۴ تا ۱۱۷ درصد بیشتر از مقدار کاهش حاصل از ارتعاش کم فرکانس) رساند. این برتری در تمامی سناریوها و برای کلیه آلیاژهای مورد مطالعه پایدار بود.
- مکانیسم غالب در برتری ارتعاش فراصوت، پدیده نرم‌شدگی آکوستیکی شناسایی شد که با تأثیر مستقیم بر ریزساختار ماده، تغییر شکل پلاستیک یکنواخت‌تر و کارآمدتری را موجب می‌گردد.
- کارایی نسبی ارتعاش کم فرکانس برای مواد نرم‌تر مانند AA3105 به عملکرد ارتعاش فراصوت نزدیک‌تر می‌شود، درحالی‌که برای مواد با استحکام بالاتر مانند CK65، شکاف کارایی بین دو روش بیشتر شده و برتری ذاتی ارتعاش فراصوت آشکارتر می‌گردد.
- سهم نوآوری این مقاله ارائه یک مقایسه کمی مستقیم و معتبر بین این دو تکنیک پرکاربرد است که به وضوح نشان می‌دهد: اگرچه ارتعاش کم فرکانس به طور مستقل مؤثر است، اما از نظر کارایی در شرایط یکسان قابل قیاس با ارتعاش فراصوت نبوده و ارتعاش فراصوت در زمینه حداقل سازی بازگشت فنری، برتری خود را حفظ می‌کند. این یافته‌ها مبنای علمی ارزشمندی برای انتخاب آگاهانه تکنیک بهینه بر اساس جنس ماده، الزامات فرآیندی و ملاحظات اقتصادی در اختیار مهندسان و صنعتگران قرار می‌دهد.

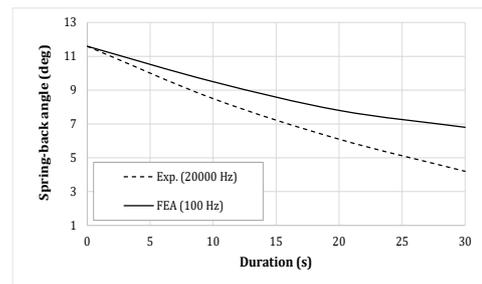
**تأییدیه اخلاقی:** محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.



**شکل ۸** میزان بازگشت فنری پس از خمکاری انجام شده، بر اساس مدت زمان اعمال ارتعاش با توجه به مطالعه تجربی و تحلیل المان محدود برای ورق AA6061

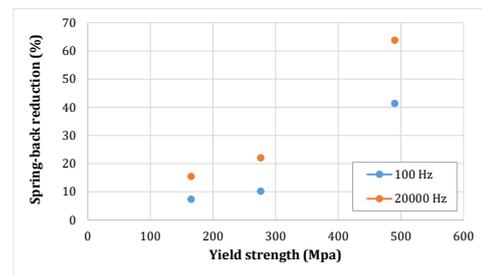
**Fig. 8** Springback amount after the forming process, based on vibration duration according to experimental study and finite element analysis for AA6061 sheet.

به طور خلاصه، انتخاب بین این دو تکنیک یک مصالحه بین کارایی و پیچیدگی/هزینه است. ارتعاش فراصوت برای کاربردهای با حساسیت ابعادی بالا و مواد سخت‌تر گزینه بهینه‌تری است، درحالی‌که ارتعاش کم فرکانس می‌تواند برای مواد نرم‌تر یا در مواردی که محدودیت بودجه اولویت دارد، به عنوان یک راه‌حل مقرون‌به‌صرفه و کاربردی مورد توجه قرار گیرد.



**شکل ۹** میزان بازگشت فنری پس از خمکاری انجام شده، بر اساس مدت زمان اعمال ارتعاش با توجه به مطالعه تجربی و تحلیل المان محدود برای ورق CK65

**Fig. 9** Springback amount after the forming process, based on vibration duration according to experimental study and finite element analysis for CK65 sheet



**شکل ۱۰** کاهش مقدار بازگشت فنری با توجه به استحکام تسلیم جنس ورق موردنظر بر حسب درصد

**Fig. 10** Reduction in springback amount in relation to the yield strength of the sheet material, expressed as a percentage.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، کارایی دو تکنیک ارتعاش کم فرکانس و فراصوت در کاهش پدیده بازگشت فنری در فرآیند خمکاری ورق‌های فلزی

**تعارض منافع:** در این مقاله هیچ تعارض منافعی برای اظهار وجود ندارد.

**منابع**

torsional vibration energy harvester: design, modeling, and experimental validation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 241, p. 113434, 2025/12/01/ 2025, DOI:10.1016/j.ymssp.2025.113434.

[11] Z. Jiao, S. Zhao, G. Wang, R. Xu, and J. Yang, "Bending and vibration analyses of functionally graded auxetic doubly curved shells via dual mesh control domain model," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 320, p. 113526, 2025/09/01/ 2025, DOI:10.1016/j.ijsolstr.2025.113526.

[12] T. Wang *et al.*, "A high-performance longitudinal-bending ultrasonic vibration horn: structural innovation and dynamic testing," *Ultrasonics*, vol. 159, p. 107835, 2026/03/01/ 2026, DOI:10.1016/j.ultras.2025.107835.

[13] J. Xiao, J. Lv, X. Xia, and J. Wang, "Flexoelectric and surface effects on bending deformation and vibration of piezoelectric nanolaminates: Analytical solutions," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 135, pp. 541-558, 2024/11/01/ 2024, DOI:10.1016/j.apm.2024.07.010.

[14] M. Elyasi, V. Modanloo, H. Talebi Ghadikolaee, F. Ahmadi Khatir, and B. Akhoundi, "Investigating the Effect of Heat Treatment on the Hydrodynamic Rotary Draw Bending of 6063 Aluminum Alloy Tubes," (in en), *Modares Mechanical Engineering*, vol. 23, no. 4, pp. 257-264, 2023, doi: 10.22034/mme.23.4.257.

[15] D. Shi, L. Yan, X. Zhuang, and Q. Xie, "The bending vibration characteristics of the hull grillage structure based on back propagation neural network," *Ocean Engineering*, vol. 337, p. 121870, 2025/10/01/ 2025, DOI:10.1016/j.oceaneng.2025.121870.

[16] G.-M. Julio C, "Bending Splitting-Frequency Index (BSFI) a Nonlinear Method & Damage Characterization for 1-D Vibration-based SHM," *Procedia Structural Integrity*, vol. 68, pp. 318-324, 2025/01/01/ 2025, DOI:10.1016/j.prostr.2025.06.060.

[17] N. Wattanasakulpong and A. Chaikittiratana, "A comprehensive study on bending, buckling and vibration of sandwich beams made of FG-GPLRC faces and FGP core using a quasi-3D theory," *Structures*, vol. 74, p. 108561, 2025/04/01/ 2025, DOI:10.1016/j.istruc.2025.108561.

[18] A. Karamanli, T. P. Vo, M.-O. Belarbi, and S. Lee, "On the bending, buckling and free vibration analysis of bio-inspired helicoidal laminated composite shear and normal deformable beams," *Composite Structures*, vol. 352, p. 118641, 2025/01/15/ 2025, DOI:10.1016/j.compstruct.2024.118641.

[19] L. Nie, X. Wang, J. Zhang, Z. Ma, L. Zhang, and W. Guo, "Dynamic characteristics analysis and vibration control of coupled bending-torsional system for axial flow hydraulic generating set," *Chaos, Solitons & Fractals*,

[1] W. Feng, C. Zhang, Y. Chen, Z. Liu, L. Huang, and X. Han, "Vibration-assisted electromagnetic forming with alternating electromagnetic force for V-bending," *Journal of Manufacturing Processes*, vol. 125, pp. 155-163, 2024/09/15/ 2024, doi: DOI:10.1016/j.jmapro.2024.07.055.

[2] K. C. Gan *et al.*, "Elastic moduli of Douglas-fir obtained by compression, bending and damped vibration," *Results in Materials*, vol. 28, p. 100793, 2025/12/01/ 2025, doi: DOI:10.1016/j.rinma.2025.100793.

[3] A. Gorji, s. montazeri, and M. Bakhshi, "A new method for compression bending of thin-walled tube in hydroforming," (in en), *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, no. 12, pp. 190-198, 2015. [Online]. Available: [https://mme.modares.ac.ir/article\\_8254.html](https://mme.modares.ac.ir/article_8254.html).

[4] Q. H. Pham and T. Cuong-Le, "A novel Chebyshev Finite Element approach for bending and free vibration analysis of tridirectional functionally graded porous nanoshell," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 198, pp. 350-376, 2025/11/15/ 2025, doi: DOI:10.1016/j.camwa.2025.10.002.

[5] Y.-H. Ri, U.-R. Rim, and J.-S. Mun, "A study for the bending vibration analysis of the intermittently welded stiffened plate," *Marine Structures*, vol. 98, p. 103674, 2024/11/01/ 2024, DOI:10.1016/j.marstruc.2024.103674.

[6] F. Huang, C. Chen, Z. Wang, T. Wang, and M. Yang, "Influence of motor rotor bending on vibration characteristics of electric drive system," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 236, p. 113009, 2025/08/01/ 2025, DOI:10.1016/j.ymssp.2025.113009.

[7] J. Sun, J. Deng, S. Zhang, J. Guan, J. Li, and Y. Liu, "Angled contact surface optimization and experimental verification of traveling wave ultrasonic motor with axial-bending coupled vibration," *Ultrasonics*, vol. 158, p. 107822, 2026/02/01/ 2026, DOI:10.1016/j.ultras.2025.107822.

[8] M. Keymanesh *et al.*, "A bending vibration-assisted ultrasonic surface rolling method for load-bearing holes," *Tribology International*, vol. 214, p. 111290, 2026/02/01/ 2026, DOI: 10.1016/j.triboint.2025.111290.

[9] R. Nasaeri, M. Kadkhodayan, and M. Shariati, "Springback evaluation of commercial pure ultrafine-grained titanium in three-point bending test," (in en), *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, no. 11, pp. 266-276, 2017. [Online]. Available: [https://mme.modares.ac.ir/article\\_9646.html](https://mme.modares.ac.ir/article_9646.html).

[10] M. Fan, Y. Fan, M.-Q. Niu, and L.-Q. Chen, "A semi-submerged vortex-induced bending-

- 13, no. 1, pp. 13-23, 2013. [Online]. Available: [https://mme.modares.ac.ir/article\\_8027.html](https://mme.modares.ac.ir/article_8027.html).
- [24] E. Soorani Yancheshmeh, A. Mohammadi, and A. ghaei, "An Experimental Investigation of the Effect of Ultrasonic Vibrations on Springback in Sheet Metal Bending Process," (in en), *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, vol. 12, no. 2, pp. 70-81, 2025, doi: 10.22034/ijme.2025.502295.2044.
- [25] I. Bobrovskij, A. Khaimovich, N. Bobrovskij, J. A. Travieso-Rodriguez, and F. Grechnikov, "Derivation of the Coefficients in the Coulomb Constant Shear Friction Law from Experimental Data on the Extrusion of a Material into V-Shaped Channels with Different Convergence Angles: New Method and Algorithm," *Metals*, vol. 12, no. 2, p. 239, 2022. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2075-4701/12/2/239>.
- [26] C. Wang, R. Ma, J. Zhao, and J. Zhao, "Calculation method and experimental study of coulomb friction coefficient in sheet metal forming," *Journal of manufacturing processes*, vol. 27, pp. 126-137, 2017.
- vol. 187, p. 115401, 2024/10/01/ 2024, DOI:10.1016/j.chaos.2024.115401.
- [20] Y. Wang *et al.*, "Nitsche-based isogeometric analysis of bending and free vibration of stiffened FGM plates with cutouts," *Computers & Structures*, vol. 310, p. 107677, 2025/04/01/ 2025, DOI:10.1016/j.compstruc.2025.107677.
- [21] A. Xiao, Z. Yan, C. Huang, Z. Yu, S. Wang, and X. Cui, "Reduction of springback of Ti6Al4V alloy by high-density and instantaneous pulsed current," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 877, p. 145188, 2023/06/22/ 2023, DOI:10.1016/j.msea.2023.145188.
- [22] Z. Ma *et al.*, "Effect of ultrasonic vibration on the roll bending deformation behavior of ultra-thin-walled corrugated sheets," *Materials Today Communications*, vol. 41, p. 110497, 2024/12/01/ 2024, DOI:10.1016/j.mtcomm.2024.110497.
- [23] M. Shafiee Alavijeh, h. Torabian, and S. Adib Nazari, "Analysis of Factors Affecting Springback and Side-Wall Curvature in U-Shaped Bending of Dual-Phase Steel Sheets," (in en), *Modares Mechanical Engineering*, vol.