

Numerical Simulation of Flexible Composite Skin Bending in Morphing Wings Using the Radial Point Interpolation Mesh free Method: Comparison with Experimental Results

Morteza Shakibaseresht, Mahmood Zabihpoor*, Keramat Malekzadeh fard, Jafar Eskandari Jam

Aerospace Engineering Department, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: September 23, 2025

Revised: November 22, 2025

Accepted: November 24, 2025

ePublished: December 09, 2025

ABSTRACT

In this study, the bending of a flexible composite shell (with an elastomeric matrix) used in a morphing wing skin is analyzed numerically, and the numerical results are compared with those of a reputable experimental study conducted on the bending behavior of this shell. First, the governing equations are derived using the total potential energy minimization method and the Euler-Lagrange equations, resulting in highly nonlinear differential equations. To discretize these equations, the strong-form meshfree Radial Point Interpolation Method (RPIM) is employed, and the Newton-Raphson method is used to obtain the numerical solution of the nonlinear equations. The boundary conditions are considered clamped on all four edges. In this analysis, the effects of pretension forces as well as out-of-plane loads on the maximum displacement of the composite shell are investigated. Comparison of the meshfree numerical results with the experimental data shows that the proposed numerical solution has good accuracy and exhibits only a small deviation from the experimental results.

Keywords: Mesh Free Method, Strong Form, Shape Function, Influence Domain

How to cite this article

Shakibaseresht M, Zabihpoor M, Malekzadeh fard K, Eskandari Jam J, Numerical Simulation of Flexible Composite Skin Bending in Morphing Wings Using the Radial Point Interpolation Mesh free Method: Comparison with Experimental Results. Modares Mechanical Engineering; 2025;25(12):773-783.

*Corresponding author's email: zabihpoor@mut.ac.ir

*Corresponding ORCID ID: 0000-0002-2648-8070



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



شاپا: ۲۴۷۶-۷۹۰۹؛ مهندسی مکانیک مدرس. ۷۸۳-۷۷۳: ۲۵(۱۲): ۱۴۰۴

مهندسی مکانیک مدرس

DOI: 10.48311/mme.2025.96923.0

صفحه اصلی مجله: mme.modares.ac.ir



حل عددی خمش پوسته کامپوزیتی انعطاف پذیر مورد استفاده در بال مورفینگ به روش بدون شبکه‌ی درونیابی نقاط شعاعی و مقایسه با نتایج تجربی

مرتضی شکبیا سرشت، محمود ذبیح پور*^{ID}، کرامت ملک زاده فرد، جعفر اسکندری جم

دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، تهران، ایران.

چکیده

در این مقاله خمش یک پوسته کامپوزیتی انعطاف پذیر (ماتریس الاستومر) مورد استفاده در پوسته بال مورفینگ به روش عددی مورد آنالیز قرار گرفته است و نتایج حاصل از حل عددی با یک مقاله معتبر که بصورت تجربی بر روی خمش این پوسته تحقیقی انجام شده، مقایسه شده است. در ابتدا معادلات حاکم با استفاده از روش حداقل انرژی پتانسیل کل و معادلات اویلر-لاگرانژ استخراج شده است که شامل معادلات دیفرانسیل بشدت غیرخطی می باشند، جهت گسسته سازی این معادلات از روش بدون شبکه درونیابی نقاط شعاعی به فرم قوی استفاده شده است و همچنین از روش نیوتن-رافسون جهت حل عددی معادلات غیر خطی بهره برده شده است. شرایط مرزی بصورت گیردار در چهار طرف در نظر گرفته شده است. در این تحلیل تاثیر نیروهای پیش کشش و همچنین بارهای خارج از صفحه در میزان جابجایی حداکثر پوسته کامپوزیتی بررسی شده است. مقایسه نتایج حل به روش عددی بدون شبکه با نتایج تجربی نشان داد که حل به روش مذکور از دقت خوبی برخوردار است و اختلاف اندکی با نتایج تجربی دارد.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۰۱

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۹/۰۱

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۰۳

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۹/۱۸

کلیدواژه‌ها: روش بدون شبکه، فرم قوی، تابع شکل، ناحیه تاثیر

نحوه ارجاع به این مقاله

شکبیا سرشت مرتضی، ذبیح پور محمود، ملک زاده فرد کرامت، اسکندری جم جعفر، حل عددی خمش پوسته کامپوزیتی انعطاف پذیر مورد استفاده در بال مورفینگ به روش بدون شبکه ی درونیابی نقاط شعاعی و مقایسه با نتایج تجربی ، مهندسی مکانیک مدرس. ۷۸۳-۷۷۳: ۲۵(۱۲): ۱۴۰۴.

*پست الکترونیکی نویسنده عهده دار مکاتبات: zabihpoor@mut.ac.ir

*شناسه اراکید نویسنده عهده دار مکاتبات: 0000-0002-2648-8070



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

۱- مقدمه

یکی از مواردی که در طراحی یک وسیله پرنده مورد نظر طراحان می باشد عملکرد آیرودینامیکی وسیله پرنده می باشد اگر بال های هواپیما بتوانند شکل خود را به روشی صاف و عاری از ناپیوستگی و شکاف سطح تغییر دهند می توان به قدرت کنترل آیرودینامیکی مشابهی دست یافت، اما با پسای بسیار کمتر، از آنجایی که جریمه درگ کمتر است، این تغییرات مداوم دروتر بال می تواند در طول پرواز برای تطبیق مداوم شکل بال و در نتیجه دستیابی به راندمان آیرودینامیکی بالاتر در تمام مراحل پرواز کارا باشد. با انجام این کار، راندمان آیرودینامیکی بالاتر ممکن است به دست آید که منجر به افزایش بهره وری سوخت شود [۱] یکی از موارد افزایش راندمان آیرودینامیکی استفاده از تغییر شکل بال یا اصطلاحاً مورفینگ بال می باشد از طرفی یکی از موارد مورفینگ تغییر در کمربال می باشد لذا در این حالت نیاز به پوسته انعطاف پذیر می باشد لذا پوسته مذکور می بایست تحمل بار آیرودینامیکی و نیروی ناشی از کشش جهت تغییر شکل علاوه بر خاصیت انعطاف پذیری را داشته باشد [۲] یکی از راه های افزایش استحکام اینگونه پوسته ها استفاده از الیاف پلیمری است که در ماده زمینه ای الاستومری قرار داده می شود که باعث ایجاد یک ماده کامپوزیتی با انعطاف پذیری بالا در جهت تغییر شکل و افزایش سفتی در جهت دیگر می شود. مواد گوناگونی با خاصیت الاستیک به عنوان ماده ی زمینه مواد کامپوزیتی استفاده می شود [۳]

استفاده روزافزون از مواد کامپوزیت در شرایط بارهای سنگین، مطالعه تحلیل غیرخطی، به ویژه در مورد صفحات و پوسته های کامپوزیتی انعطاف پذیر را مهم می نماید. شواهد تجربی نشان می دهد که نظریه های خطی نمی توانند منحنی های انحراف بار را برای جابجایی زیاد صفحات پیش بینی کند. محققان گزارش کرده اند که گنجاندن اصطلاحات غیرخطی فون کارمن در تحلیل صفحات در مقایسه با تحلیل خطی تفاوت های قابل توجهی ایجاد می کنند. لیو و همکاران [۴] تحقیقی بروی جابجایی های بزرگ و آنالیز خرابی کامپوزیت های کاروگیت با پوسته انعطاف پذیر مورد استفاده در بال مورفینگ انجام داده اند. آنها از یک روش تحلیلی و آزمایشگاهی جهت بدست آوردن جابجایی ها و خرابی بهره برده اند. حسینی و همکاران [۵] بروی رفتار خمشی و ارتعاشی غیرخطی صفحه هایپیرالاستیک با استفاده از حل عددی بدون شبکه مطالعه کرده اند که در این تحقیق از تئوری مرتبه اول برشی استفاده شده است آنها برای استخراج روابط حاکم بر مسئله از انرژی کرنشی نئوهوکی و مونی ریولین استفاده کرده اند. موری و همکاران [۶] بروی ورق کامپوزیتی انعطاف پذیر بال مورفینگ با در نظر گرفتن ترمهای غیر خطی کرنش مطالعه داشته اند. در این تحقیق از ماتریکس الاستومر به عنوان ماده زمینه ای و با توجه به سفتی خمشی پایین ماده کامپوزیتی جهت استخراج معادلات از فرض

رفتار غشایی استفاده شده است. آمابیلی و همکاران [۷] ارتعاشات و خیز استاتیکی ورق هایپیرالاستیک نازک را مورد بررسی قرار دادند. آنها از تئوری ورق کلاسیک برای فرمولبندی رفتار ورق هایپیرالاستیک استفاده کردند. ژو و همکاران [۸] آنالیز غیرخطی استاتیکی و دینامیکی بروی ماده کامپوزیتی بر اساس تئوری میندلین - ریزنر را مورد مطالعه قرار دادند آنها از روش بدون شبکه ذرات کرنل برای حل مساله استفاده کرده اند. دیانی و همکاران [۹] یک مدل معادل برای سازه هایی با هسته کامپوزیتی موجدار و پوشش الاستومری ارائه کردند. آنها از مدل دوزنقه ای برای هسته استفاده کرده اند. حجاریان و همکارانش [۱۰] در پژوهش خود ساخت، شناسایی و مدل سازی یک پوسته ی انعطاف پذیر سازه ای جدید را به انجام رساندن ساختار این پوسته از کامپوزیتی لایه ای شامل دو لایه الاستومر سیلیکونی و یک لایه پارچه نایلون ۶/۶ تشکیل شده است. نتایج این تحقیق نشان داد به کارگیری این پوسته با جهت بافت آن در راستای وتر بال بر روی سطح بالایی، موجب بهبود عملکرد و یکنواختی سطح در طول تغییر شکل بال شد همچنین طراحی کامپوزیت لایه ای متشکل از سیلیکون و پارچه تقویت کننده، می توان پوسته ای ساخت که به صورت هوشمند و وابسته به جهت، هم بارهای سازه ای را تحمل کند و هم تغییر شکل نرم و یکنواخت برای مورفینگ بال ایجاد کند. برای توصیف رفتار غیرخطی اینگونه مواد معمولاً از توابع کرنشی مربوط به خود استفاده می شود تحلیل صرفاً یک ماده الاستومر یا هایپیرالاستیک معمولاً از توابع کرنشی مونی- ریولین و نئوهوکی استفاده می شود [۱۱] اما ترکیب الیاف و ماده الاستومر تاحدودی (بسته به میزان کرنش) رفتار غیر خطی ماده را کاهش می دهد ولذا می توان از انرژی کرنش مواد کامپوزیت کلاسیک اما با در نظر گرفتن کرنش های بزرگ بهره برد [۶]. برای حل معادلات دیفرانسیل غیر خطی نیاز به استفاده از یک روش عددی می باشد یکی از روشهای عددی پرکاربرد برای حل مسائل غیرخطی، روشهای بدون شبکه هستند. در این روشها هیچ ارتباطی میان گرهای دامنه وجود نداشته و در نتیجه، محدودیت تغییر شکل المان، در روش المان محدود را ندارند بنابراین برای حل مسائل غیرخطی روشهای کارآمدی هستند [۱۲]

همانطور که در مطالب قبلی اشاره شد برای حل معادلات دیفرانسیل غیر خطی نیاز به استفاده از یک روش عددی می باشد یکی از روشهای عددی پرکاربرد برای حل مسائل غیرخطی، روشهای بدون شبکه هستند. در این روشها هیچ ارتباطی میان گرهای دامنه وجود نداشته و در نتیجه، محدودیت تغییر شکل المان، در روش المان محدود را ندارند بنابراین برای حل مسائل غیرخطی روشهای کارآمدی هستند. ون و هون [۱۳] تحلیل غیرخطی هندسی ورق میندلین- ریزنر را با استفاده از روش بدون شبکه بررسی کردند. آنها از توابع پایه شعاعی و فرم قوی معادلات استفاده کردند. لیو و همکاران [۱۴] تحلیل غیرخطی ورقهای موجدار را با استفاده از

تئوری ورق برشی مرتبه اول بررسی کردند. آنها از روش بدون شبکه گلرکین برای حل معادلات حاکم بر مسئله استفاده کردند. ژیانگ و همکاران [۱۵] تئوریهای غیر خطی کرنش را برای مواد ایزوتروپیک، اورتوتروپیک و ساندویچی مورد مطالعه قرار داده‌اند آنها برای خطی سازی روابط غیر خطی از روش برون یابی درجه دوم و برای حل معادلات از روش بدن شبکه با توابع پایه‌ای شعاعی استفاده کرده‌اند. تیاگو و همکاران [۱۶] آنالیز غیر خطی ورق با تغییر شکل بزرگ را مورد بررسی قرار دادند آنها از روش بدون شبکه گلرکین و توابع شکل حداقل مربعات برای گسسته سازی معادلات استفاده کردند و نشان دادند روش استفاده شده برای آنالیز غیرخطی دارای دقت خوبی می‌باشد.

یولا و همکارانش [۱۷] روش کوپل المان محدود و بدون مش را برای آنالیز خطی و غیر خطی مسائل مورد مطالعه قرار دادند در این روش ابتدا کل مسئله توسط روش المان محدود مدل می‌شود سپس در جاهایی که المان به لحاظ هندسی ارضا نمی‌شود از روش بدون شبکه استفاده شده است. خسروپور و همکارانش [۱۸] روش بدون شبکه‌ای را برای آنالیز تنش مواد هاپیرالاستیک ارائه کردند آنها از توابع پایه شعاعی برای تابع شکل استفاده کرده و روش‌های مختلفی را برای شرایط مرزی مورد تحقیق قرار دادند آنها همچنین از تابع انرژی کرنشی مونی-ریولین برای استخراج معادلات استفاده نموده‌اند.

گروث و همکارانش [۱۹] در تحقیق خود جابجایی‌ها و دوران‌های بزرگ بر روی صفحات نازک مورد استفاده در PCB ها را با استفاده از روش بدون شبکه بررسی نموده‌اند در این تحقیق، از توابع پایه شعاعی برای نمایش یک تبدیل کلی در صفحه دوبعدی استفاده شده است. رکو و همکارانش [۲۰] با استفاده از روش بدون شبکه بر روی کامپوزیت تحلیل غیرخطی انجام داده‌اند در این تحقیق روش بدون شبکه با روش‌های اجزا محدود و روش تحلیلی فوریه مقایسه شده‌است که نتایج حاصل گویای دقت مناسب روش بدون شبکه می‌باشد. کومار و همکارانش [۲۱] تحلیل خمش صفحه مستطیلی متخلخل با ماده‌ی تابعی (FGM) که بر روی بستر الاستیک و تحت انواع مختلف بارهای عرضی قرار می‌گیرد را با استفاده از روش بدون شبکه انجام داده‌اند نتایج این پژوهش به نشان داد روش مذکور عددی، در مقایسه با سایر روش‌های عددی دیگر (مثل المان محدود، یا روش‌های نیمه‌تحلیلی) دقت مناسبتری دارد.

باربیری و همکاران [۲۲] تحقیقی با استفاده از تئوری ون-کارمن غیرخطی و تئوری ورق برشی مرتبه اول انجام داده و از روش بدون شبکه برای حل معادلات غیرخطی بهره برده‌اند. محمد و همکاران [۲۳] با استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی، تغییر شکل بزرگ الاستیک ورق نازک با شرایط مرزی شامل لبه‌های آزاد مطالعاتی را انجام داده‌اند. پنگ و همکارانش [۲۴] با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و استفاده از روش بدون شبکه به فرم ضعیف به تحلیل غیر

خطی هندسی صفحه کامپوزیتی تقویت شده پرداخته‌اند انه در روش بدون شبکه از تابع تقریب به روش حداقل مربعات متحرک (moving least square) بهره برده‌اند و با مقایسه‌ای که بین المان محدود انجام دادند مشاهده کردند که روش حل همگرایی خوبی با المان محدود دارد. کانل و همکارانش [۲۵] با استفاده روش بدون شبکه درون‌یابی نقاط آنالیز خرابی تیرکامپوزیتی را مورد مطالعه قرار دادند آنها در این مطالعه از انواع بارگذاری بروی سازه کامپوزیتی استفاده کرده‌اند و از تئوری مرتبه بالا برای میدان جابجایی استفاده کرده‌اند در این تحقیق معیارهای مختلف خرابی مورد مقایسه قرار گرفته است. کومار و همکارانش [۲۶] با استفاده از روش بدون شبکه و توابع پایه‌ای شعاعی چهارگانه تحلیل خمش بروی صفحه نازک کامپوزیتی با بستر الاستیک را مورد مطالعه قرار دادند در این تحقیق از بارگذاری‌های نقطه‌ای و گسترده استفاده شده است و نتایج نشان داد که همگرایی خوبی بین این روش با روش‌های عددی دیگر وجود دارد.

پنگ و همکارانش [۲۴] در تحقیق دیگر بروی رفتار دینامیکی و استاتیکی صفحه کامپوزیتی مطالعاتی را انجام داده‌اند. در این تحقیق از روش بدون شبکه به فرم ضعیف و استفاده از روش حداقل مربعات متحرک در حل عددی بهره برده شده است در این تحقیق نیز از تئوری برش مرتبه اول در محاسبه میدان جابجایی استفاده شده است. تلایا و قهتانی [۲۷] مطالعه‌ای بروی اثرات تغییر شکل بزرگ با استفاده از روش بدون شبکه و استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی بر روی صفحه مستطیلی ایزوتروپ انجام داده‌اند. سلیم و لیو [۲۸] در تحقیقی به تاثیر صفحات کامپوزیتی تقویت‌شده با نانوپلاک‌های گرافن با درجه‌بندی عملکردی (FG) با شرایط مرزی دلخواه و بستر الاستیک پرداخته‌اند آنها در این تحقیق برای حل عددی از روش بدون شبکه و با استفاده از توابع شکل حداقل مربعات متحرک اصلاح شده، بهره‌برده‌اند و برای میدان جابجایی تئوری مرتبه بالا برشی در نظر گرفته‌اند.

خادم الرسول و نادری [۲۹] در تحقیقی دیگر با استفاده از روش بدون شبکه بر پایه روش المان محدود توسعه یافته، گسترش ترک را در مواجه با ناپیوستگی سازه بدون مش بندی مجدد را بررسی کرده‌اند چرا که روش المان محدود توسعه یافته در برخورد با ناپیوستگی و مرز داخلی ناهمگن، دارای محدودیت می‌باشد. افشار و فرجی [۳۰] برای بهبود دقت جواب‌های مسایل الاستیسیته خطی در تحقیقات خود از روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته مختلط، در کاهش خطای تطبیقی غنی‌سازی-جابه‌جایی استفاده کرده‌اند.

با توجه به استفاده مواد الاستومر به دلیل تحمل کرنش‌های بالا در برابر حفظ استحکام و همچنین توانایی خستگی بسیار خوب، در این تحقیق سعی بر آن شد یک ماده کامپوزیتی با الیاف شیشه و ماده زمینه‌ای الاستومر مورد استفاده در پوسته بال مورفینگ، که بصورت تجربی توسط مرجع [۶] بر روی رفتار خمشی با پیش تنش

محاسبات مورد لحاظ قرار بگیرد پس انرژی کرنشی در این حالت برابر خواهد بود با :

$$U_1 = \iint (N_x \varepsilon_x + N_y \varepsilon_y) dx dy \quad (۳)$$

که در رابطه (۳)، N_x و N_y نیروهای پیش کشش برواحد طول در جهت های x و y می باشند. در صورتی که ماده کامپوزیتی مورد تحلیل از روابط تنش و کرنش کلاسیک پیروی کند [۶] انرژی کرنشی ماده ارتوتروپیک برابر خواهد بود با :

$$U_2 = t/2 \left(\iint (Q_{11} \varepsilon_x^2 + Q_{22} \varepsilon_y^2 + 2 \varepsilon_x \varepsilon_y Q_{12} + \gamma_{xy}^2 G_{xy}) dx dy \right) \quad (۴)$$

بنابراین انرژی کرنش کل از رابطه (۵) بیان می شود :

$$U = U_1 + U_2 \quad (۵)$$

کار انجام شده توسط نیروی خارجی برون صفحه ای نیز توسط رابطه (۶) محاسبه می شود:

$$W = \iint p w(x, y) dx dy \quad (۶)$$

کرنش های غیر خطی فون کارمن نیز باتوجه به فرض غشایی برابر خواهد بود با:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (۷)$$

بنابراین با حداقل کردن انرژی پتانسیل ($\delta \pi = 0$) و استفاده از معادلات اویلر لاگرانژ سه دسته معادلات دیفرانسیل استخراج می-

$$\begin{aligned} ELu &= \frac{\partial L}{\partial u} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial u_x} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial u_y} \right) \\ ELv &= \frac{\partial L}{\partial v} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial v_y} \right) \\ ELw &= \frac{\partial L}{\partial w} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial w_x} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial w_y} \right) \end{aligned} \quad (۸)$$

شوند :

که در معادلات (۸)، L چگالی انرژی پتانسیل کل می باشد. معادلات دیفرانسیل بر حسب جابجایی ها در روابط (۹ تا ۱۱) نشان داده شده اند:

معادله دیفرانسیل جابجایی در جهت x :

$$\begin{aligned} &[(G_{xy} + Q_{12})w, y + 2Q_{16}w, x]w, xy + (G_{xy} + \\ &Q_{12})v, xy + (Q_{11}w, x + Q_{16}w, y)w, xx + \\ &(G_{xy}w, x + Q_{26}w, y)w, yy + Q_{11}u, xx + \\ &2Q_{16}u, xy + G_{xy}u, yy + Q_{16}v, xx + Q_{26}v, yy = 0 \end{aligned} \quad (۹)$$

معادله دیفرانسیل جابجایی در جهت y :

اولیه به دلیل رفتار مشابه غشا انجام شده است را توسط حل عددی روش بدون شبکه و استفاده از توابع چند جمله ای به همراه توابع پایه شعاعی به عنوان توابع شکل مورد آنالیز قرار داده و با نتایج تجربی مقایسه شوند لازم به ذکر است در این تحقیق روابط حاکم که شامل معادلات دیفرانسیل غیرخطی برای برحسب جابجایی های u, v, w به فرم قوی و بدون انتگرال گیری عددی حل شده اند. لذا در ابتدا معادلات حاکم توسط روش حداقل انرژی پتانسیل و معادلات اویلر-لاگرانژ استخراج می شوند و سپس با استفاده از روش درون یابی نقاط شعاعی که یکی از روش های بدون شبکه می باشد حل می شوند.

یکی از مزایای استفاده از روش های بدون شبکه به فرم قوی عدم استفاده از شبکه (المان) و حتی شبکه زمینه ای می باشد که در روش های بدون شبکه مبتنی به فرم ضعیف وجود دارند. همچنین در استخراج معادلات از ترم های غیر خطی کرنش های فون کارمن استفاده شده است. در تحقیقات گذشته به حل عددی کامپوزیتهای انعطاف پذیر با ماده زمینه ای الاستومر به دلیل کاربرد خاص اینگونه مواد پرداخته نشده است همچنین با توجه به استحکام خمشی در اینگونه مواد از نیروی پیش تنش جهت افزایش استحکام خمشی و مقاومت برشی استفاده شده است. لذا در این تحقیق سعی بر آن شد اینگونه مواد که دارای تغییر شکل زیاد هستند را با استفاده از روش بدون شبکه (فارغ از شکل المان) تحلیل کرد.

۲- استخراج معادلات حاکم

جهت استخراج معادلات حاکم برروی مسئله از اصل مینیم انرژی پتانسیل می توان استفاده کرد. بنابراین انرژی پتانسیل کل بصورت زیر در حالت استاتیکی بیان می شود :

$$\pi = U - W \quad (۱)$$

که در رابطه ۱ U انرژی کرنشی، W کارانجام شده توسط نیروی خارجی می باشد.

در خصوص پوسته ی بال مورفینگ همانطور که پیش از این بیان شد رفتار آن به حالت غشا نزدیکتر است [۶] چرا که در حالت نرمال و بدون پیش کشش، سفتی خمشی و مقاومت برشی پایینی دارد لذا اگر فرض غشا بودن این پوسته در نظر گرفته شود میدان جابجایی بصورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u(x, y) \\ v(x, y, z) &= v(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (۲)$$

لذا معمولا پوسته های مورفینگ برای اتصال به بال باید تحت پیش کشش قرار بگیرند تا بدین صورت سفتی خمشی افزایش یابد از طرفی این پیش کشش باعث کاهش چروچیدگی در هنگام تغییر شکل کورد می شود بنابراین انرژی کرنشی پیش کشش نیز باید در

$$u(X) = (\sum_i^n R_i(X)a_i + \sum_j^m p_j(x_j)b_j)u = \quad (13)$$

$$(R^T a + P^T b)u, \quad X^T = [x, y] \quad (14)$$

$$\Phi(X) = \sum_i^n R_i(X)a_i + \sum_j^m p_j(x_j)b_j \quad \text{توابع}$$

شکل:

که در رابطه (۱۳) و (۱۴)، ضرایب a_i و b_j ، ضرایب ثابتی هستند که باید محاسبه شوند. توابع $R_i(X)$ توابع شعاعی هستند و $P_j(X)$ توابع چند جمله‌ای هستند که توسط مثلث خیام- پاسکال تعیین می‌شوند. در توابع پایه شعاعی، X ، حدفاصل نقاط موجود در دامنه که نقاط کالوکیشن (x_i, y_i) تعریف می‌شوند و نقاط مورد نظر (x_0, y_0) برای درونیابی می‌باشند که در حالت دوبعدی بصورت رابطه (۱۵) میتوان بیان کرد:

$$X = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} \quad (15)$$

اثبات می‌شود ضرایب a_i و b_j طبق روابط به فرم ماتریسی رابطه (۱۶) زیر قابل محاسبه هستند:

$$b = [P_m^T R_0^{-1} P_m] \quad , \quad a = R_0^{-1} [1 - P_m b] \quad (16)$$

که در رابطه (۱۶) ماتریس‌های R_0 و P_m برابر خواهند بود با:

$$R_0 = \begin{bmatrix} R_1(r_1) & \dots & R_n(r_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_1(r_n) & \dots & R_n(r_n) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_m(x_1) & p_m(x_2) & \dots & p_m(x_n) \end{bmatrix} \quad (18)$$

توابع شعاعی زیادی وجود دارد که به عنوان توابع شکل می‌توان استفاده کرد در این تحقیق از تابع مربعات چندگانه استفاده شده است که در رابطه (۱۹) نشان داده شده است در این تابع دو پارامتر q و α وجود دارد که در دقت نتایج تاثیر گذار هستند که وابسته به نوع مسئله و پراکندگی نقاط هستند. مقادیر q و α با توجه به شکل توابع شکل تخمین زده می‌شوند چرا که هرچه مقدار تابع شکل در نقطه هدف به یک نزدیکتر و همچنین شکل زنگوله‌ای داشته باشد دقت نتایج مناسبتر است. در این تحقیق مقادیر q و α بعد از ارزیابی نهایی توابع شکل برابر ۰/۴ و ۰/۱ به ترتیب در نظر گرفته شده است. پارامتر d میانگین فاصله اقلیدسی هرجفت گره در دامنه حل می‌باشد.

$$R(X) = (X^2 + (\alpha d)^2)^q \quad (19)$$

$$d = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & [(G_{xy} + Q_{12})w, x + 2Q_{26}w, y]w, xy \\ & + (G_{xy} + Q_{12})u, xy + (Q_{16}w, x \\ & + G_{xy}w, y)w, xx + (Q_{26}w, x \\ & + Q_{22}w, y)w, yy + Q_{16}u, xx \\ & + Q_{26}u, yy + G_{xy}v, xx + 2Q_{26}v, xy \\ & + Q_{22}v, yy = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

معادله دیفرانسیل جابجایی در جهت z :

$$\begin{aligned} & -1/2[(3tQ_{11}w, x^2 + 6tQ_{16}w, x \cdot w, y + 2t(G_{xy} + 2Q_{12}) \\ &)w, y^2 + 2tQ_{16}u, y + 2tQ_{16}v, x + 2tQ_{11}u, x + 2tQ_{12}v, y + \\ & 2Nx)w, xx] - 1/2[(2t(G_{xy} + 2Q_{12})w, x^2 + 6tQ_{26}w, x \cdot w, y \\ & + 3tQ_{22}w, y^2 + 2tQ_{22}v, y + 2tQ_{26}u, y + 2tQ_{26}v, x + \\ & 2tQ_{12}u, x + 2Ny)w, yy] - 2t[3/2Q_{16}w, x^2 + 2(G_{xy} + \\ & 2Q_{12})w, x \cdot w, y + 3/2Q_{26}w, y^2 + Q_{16}u, x + Q_{26}v, y + \\ & G_{xy}u, y + G_{xy}v, x]w, xy - 2t[Q_{16}w, x + 1/2(G_{xy} + Q_{12}) \\ &)w, y]u, xy - 2t[(2G_{xy} + 2Q_{12})w, x + Q_{26}w, y]v, xy - \\ & t[Q_{11}w, x + Q_{16}w, y]u, xx - t[G_{xy}w, x + Q_{26}w, y]u, yy - \\ & t[Q_{16}w, x + G_{xy}w, y]v, xx - t[Q_{26}w, x + Q_{22}w, y]v, yy - \\ & p = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

در معادلات بالا عبارت‌های R, ij ، Ri و Rii ، مشتقات جزئی متغیرهای جابجایی و p نیروی یکنواخت خارج از صفحه می‌باشد شرایط مرزی برای این نوع تحلیل بصورت گیردار در لبه‌ها در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} x = 0, a: \quad & u = v = w = 0 \\ y = 0, b: \quad & u = v = w = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

۳- روش بدون شبکه به فرم قوی

روش‌های المان محدود در میان روشهای عددی دارای قابلیت زیاد و بسیار قدرتمند است اما با وجود این بدلیل وجود المان و فرمولاسیون وابسته به المان در پاره‌ای از مواقع دارای خطای زیاد می‌شوند بنابراین استفاده از روشی که محدودیت المان را از بین ببرد ضروری می‌شود بخصوص در تغییر شکل‌های بزرگ سازه. در روش بدون شبکه هم معادلات نهایی، یک دسته معادلات جبری هستند با این تفاوت که وجود المان در مسئله لازم نیست در این روش فقط یک سری گره‌های پراکنده در دامنه مساله استفاده شده و هیچ المانی این گره‌ها را به هم متصل نمی‌کند در حقیقت اطلاعاتی برای مرتبط کردن گره‌ها به یکدیگر لازم نیست [۳۱] یکی از روش‌های بدون شبکه بخصوص در مواقعی که معادلات دیفرانسیل غیر خطی می‌باشند استفاده از روش درونیابی نقاط شعاعی به فرم قوی می‌باشد برای تقریب میدان حل در روش درونیابی نقاط شعاعی از روابط زیر استفاده می‌شود:

۴- نتایج و بحث

یک نمونه از ماده کامپوزیتی با ماده زمینه الاستومری و چیدمانی الیاف شیشه با زوایای $\pm 75^\circ$ درجه که در چهار طرف دارای تکیه گاه ثابت و تحت با خمشی قرار گرفته است (علت در نظر گرفتن زاویه بالا الیاف کاهش سفتی در جهت x و افزایش سفتی در جهت y می باشد) را مورد تحلیل به روش حل درون یابی نقاط شعاعی قرار داده و با نتایج [۶] مقایسه خواهد شد مشخصات ماده کامپوزیتی در جدول ۱ نشان داده شده است.

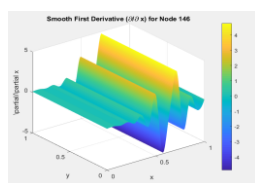
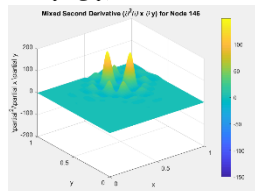
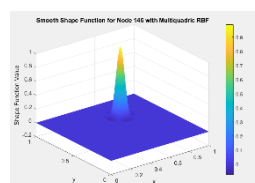
جدول ۱ مشخصات ماده کامپوزیتی در نظر گرفته شده

برای آنالیز [۶]

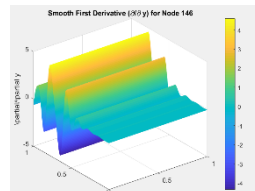
Table 1 material composite specification for analysis

مقدار	مشخصه
0/15 MPa	E_m
20%	V_f
0/54 MPa	E_x
104 MPa	E_y
0/072	ν_{yx}
0/43 MPa	G_{xy}
0/165 m	2a
0/1778 m	2b

یکی از موارد مهم در استفاده از روش بدون شبکه درون یابی نقاط شعاعی، توابع شکل، می باشد که بشدت بر روی نتایج تاثیرگذار هستند در این روش توابع شکل دارای خاصیت دلتای کرونگر هستند در شکل ۳ برای گره ۱۴۶ توابع شکل و تعدادی از مشتقات آن نشان داده شده است (علت انتخاب این گره با توجه به موقعیت گره در صفحه، صرفاً جهت نمایش بهتر تابع شکل و مشتقات آن است) همانطور که از شکل ۳-الف مشاهده می شود خاصیت دلتای کرونگر کاملاً برای تابع شکل وجود دارد.

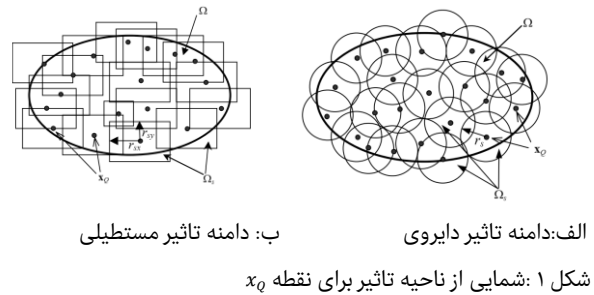
ب: مشتق اول تابع شکل نسبت به x برای گره ۱۴۶د: مشتق تابع شکل نسبت به x, y برای گره ۱۴۶

الف: تابع شکل برای گره ۱۴۶

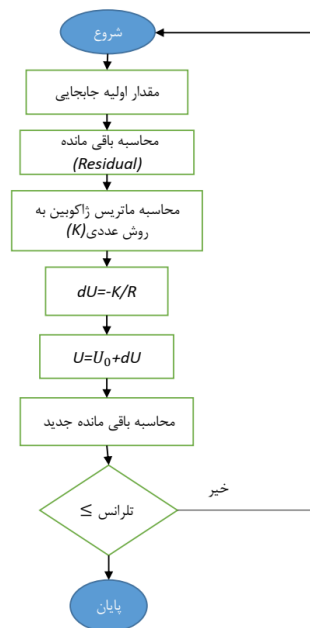
ج: مشتق اول تابع شکل نسبت به y برای گره ۱۴۶

شکل ۳: تابع شکل و مشتقات آن برای گره ۱۴۶

Fig.3: shape function and its derivatives for node 146

Fig.1: schematic of influence area for point x_0

لازم به ذکر است توابع شکل فقط در نواحی که ناحیه تاثیر نامگذاری شده اند صادق است و در خارج از این نواحی مقادیر صفر دارند. این نواحی می توانند در اشکال دایره یا مستطیلی مشخص شوند. در شکل ۱ این نواحی نشان داده شده است. همانطور که از معادلات ۹ تا ۱۱ قابل مشاهده است این معادلات غیر خطی می باشند لذا از روش حل تکراری نیوتن رافسون استفاده شده است مراحل حل دستگاه معادلات غیر خطی در فلوچارت شکل (۲) نشان داده شده است لازم به ذکر است تکرار در نظر گرفته شده برای خروج از فلوچارت، ۰/۰۰۰۱ در نظر گرفته شده است. تمامی مراحل از استخراج معادلات و پیاده سازی روش عددی در نرم افزار متلب ورژن ۲۰۲۱ انجام شده است.

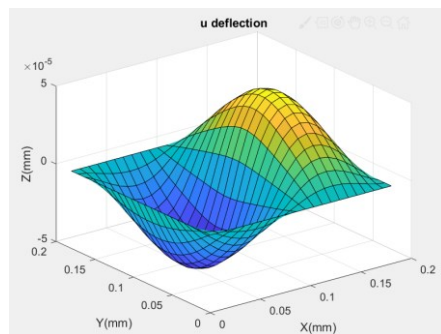


شکل ۲: فلوچارت روش حل عددی

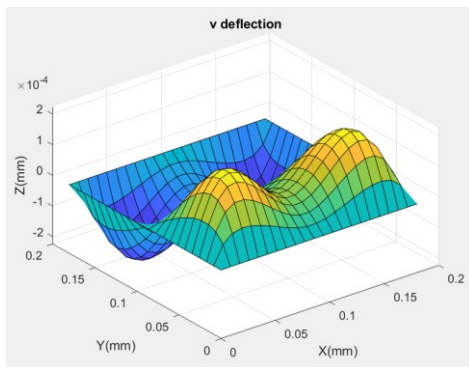
Fig.2: flowchart for numerical solution

همانطور که از شکل ۵ مشاهده می‌شود نتایج روش حل به روش بدون شبکه درون‌یابی نقاط شعاعی بسیار به نتایج تجربی نزدیک است و حداکثر خطا در بعضی از شرایط بارگذاری به ۸ الی ۹ درصد می‌رسد.

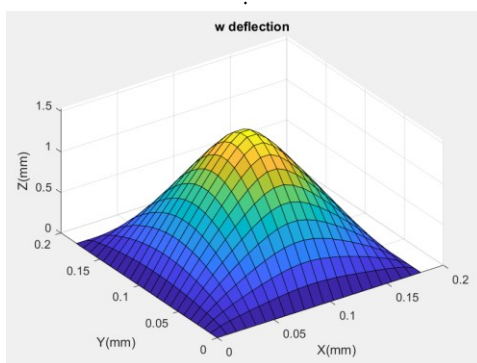
مقادیر جابجایی در سه راستای x, y, z که به ترتیب u, v, w می‌باشند بصورت کانتورهای رنگی با استفاده از روش بدون شبکه درون‌یابی نقاط شعاعی در شکل ۶ برای فشار ۱۵۸ (نیوتن بر متر مربع) و پیش کشش ۳۳۸ (نیوتن بر متر) نشان داده شده است.



الف



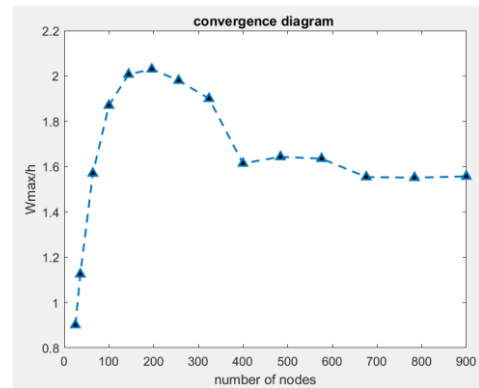
ب



ج

شکل ۶ کانتور جابجایی برای الف: در جهت z ب: در جهت y ج: در جهت x

Fig.6: Displacement contour plots for: (a) z -direction, (b) y -direction, and (c) x -direction.

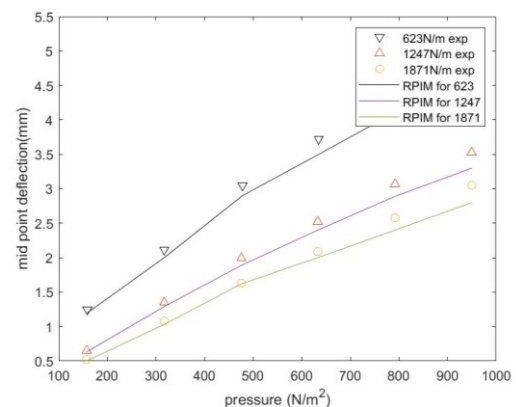


شکل ۴ نمودار همگرایی تعداد گره بر اساس حداکثر جابجایی بی بعد شده به روش بدون شبکه درون‌یابی نقاط شعاعی

Fig.4: Convergence plot of number of nodes vs. non-dimensional maximum displacement using Radial Point Interpolation Method (RPIM)

در ابتدای حل می‌بایست همگرایی حل به ازای نقاط موجود در دامنه حل بررسی شوند لذا میزان حداکثر جابجایی در راستای z یا همان حداکثر خیز بی بعد شده نسبت به ضخامت پوسته کامپوزیتی، در نمودار شکل ۴ نشان داده شده است لازم به ذکر است ضخامت پوسته ۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است

همانطور که از شکل ۴ مشاهده می‌شود با تعداد گره یا نود 26×26 همگرایی صورت می‌گیرد. همچنین پیش از این بیان شد با توجه به رفتار غشایی ماده کامپوزیتی جهت بررسی خمش نیاز به یک نیروی پیش کشش می‌باشد (N_x و N_y). برای تحلیل سه مقدار برای نیروی پیش کشش در نظر گرفته شده است که عبارتند از $623/7$ ، $1247/4$ و $1871/2$ (نیوتن بر متر)، فشار خارج از صفحه نیز از ۱۵۸ تا ۹۵۰ (نیوتن بر متر مربع) در نظر گرفته شده است نتایج تحلیل خمش در نمودار شکل ۵ جهت مقایسه با مرجع [۶] نشان داده شده است



شکل ۵ مقایسه حداکثر جابجایی پوسته کامپوزیتی به روش بدن شبکه $RPIM$ با نتایج تجربی انجام شده در مرجع [۶] با در نظر گرفتن سه مقدار پیش کشش

Fig.5: comparison of the maximum displacement of a composite shell obtained by the mesh free RPIM method with the experimental results reported in Ref. [6], considering three pre-tension values

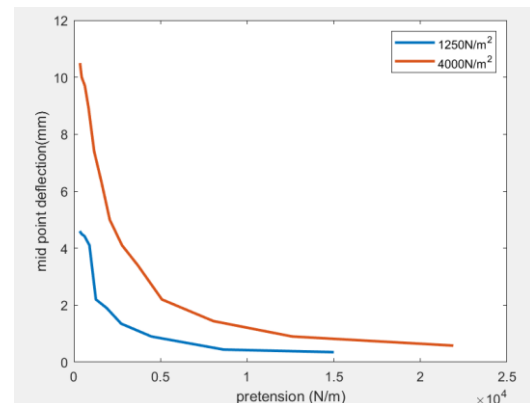
هستند. پوسته کامپوزیتی مورد تحلیل رفتار غشایی دارد که نسبت به بار خمشی سفتی ناچیز دارد لذا در جهت الیاف پیش کشش در نظر گرفته شده است تا سفتی خود را در جهت بار خارج از صفحه حفظ کند نتایج حداکثر جابجایی به ازای سه مقدار پیش کشش و بارگذاری‌های مختلف با نتایج تجربی انجام شده در مرجع [۶] مقایسه گردید که نشان داد حل در نظر گرفته شده به روش بدون شبکه به فرم قوی از دقت مناسبی برخوردار است و می‌توان برای مسائلی که رفتار غیر خطی دارند کاربرد داشته باشد. این رفتار غیرخطی هم می‌تواند ناشی از ماده و هم ناشی از تغییر شکل‌های بزرگ باشد. در شکل (۷) نیز تغییرات جابجایی حداکثر نسبت به طیف گسترده‌ای از پیش کشش رسم گردیده است این منحنی‌ها در انتخاب میزان پیش کشش در اتصال پوسته مورفینگ به سازه بال می‌تواند موثر باشد. همانطور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش پیش کشش، مقاومت پوسته به خیز به شدت بیشتر می‌شود، و جابجایی نقطه میانی با سرعت زیادی کاهش می‌یابد. هردو منحنی به سمت یک مقدار جابجایی کم میل می‌کنند که نشان می‌دهد نقش کشش اولیه در سختی پوسته بسیار تعیین‌کننده است

- **تأییدیه‌های اخلاقی:** این مقاله تاکنون در نشریه‌ی دیگری چاپ نشده است. محتوای ادبی مقاله منتج از فعالیت علمی نویسندگان بوده، صحت و اعتبار مقاله و نتایج و متن برعهده نویسندگان مقاله است.

- **تعارض منافع:** مقاله حاضر هیچ گونه تعارض منافی با پایان نامه‌ی دیگری ندارد

منابع

- [1] J. N. Kudva, "Overview of the DARPA smart wing project," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 15, no. 4, pp. 261-267, 2004. doi:10.1177/1045389X04042796
- [2] A. E. Rivero, P. M. Weaver, J. E. Cooper, and B. K. Woods, "Parametric structural modelling of fish bone active camber morphing aerofoils," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 29, no. 9, pp. 2008-2026, 2018. doi: 10.1177/1045389X18758182
- [3] S. Ameduri and A. Concilio, "Morphing wings review: Aims, challenges, and current open issues of a technology," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 237, no. 18, pp. 4112-4130, 2023. doi: 10.1177/0954406220944423
- [4] T.-W. Liu, J.-B. Bai, S.-L. Li, and N. Fantuzzi, "Large deformation and failure analysis of the corrugated flexible composite skin for morphing wing," *Engineering Structures*, vol. 278, p. 115463, 2023. doi: 10.1016/j.engstruct.2022.115463



شکل ۷ تغییرات حداکثر جابجایی در برابر پیش کشش
Fig.7: Variation of maximum displacement with respect to pre-tension

علت دو موجی بودن گراف جابجایی در جهت y وجود جابجایی ناشی از نیروی پیش کشش N_y می‌باشد همانطور که از شکل ۶ مشاهده می‌شود جابجایی در جهات yx و در مقابل z بسیار ناچیز است.

در نمودار شکل ۷ تغییرات یا به عبارتی تاثیر نیروی پیش کشش در میزان خمش یا جابجایی حداکثر برای دو نوع بارگذاری خارج از مرکز ۱۲۵۰ و ۴۰۰۰ (نیوتن بر متر مربع) نشان داده شده است. همانطور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش پیش کشش، مقاومت پوسته به خیز به شدت بیشتر می‌شود، و جابجایی نقطه میانی با سرعت زیادی کاهش می‌یابد. هردو منحنی به سمت یک مقدار جابجایی کم میل می‌کنند نشان می‌دهد که نقش کشش اولیه در سختی پوسته بسیار تعیین‌کننده است.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق خمش یک پوسته کامپوزیتی با در نظر گرفتن تغییر شکل غیرخطی هندسی با استفاده از روش درونیابی نقاط شعاعی که یکی از روش‌های بدون شبکه به فرم قوی می‌باشد بررسی شد لازم به ذکر است مشخصات پوسته کامپوزیتی بر اساس مرجع [۶] در نظر گرفته شده است نتایج حل به روش عددی با نتایج تجربی مقایسه گردید در ابتدا جهت همگرایی و بدست آوردن تعداد نقاط مورد استفاده در روش بدون شبکه گراف تغییرات تعداد نقاط بر اساس جابجایی رسم گردید بر این اساس از ۶۷۶ نقطه که مرز همگرایی می‌باشد جهت محاسبات استفاده شد با توجه به اینکه روش‌های بدون شبکه، مخصوصاً به فرم قوی وابستگی به المان و شبکه زمینه‌ای ندارند برای مسائلی که تغییر شکل سازه بزرگ است مناسب می‌باشد این ادعا در مقایسه نتایج به روش بدون شبکه با نتایج تجربی کاملاً همسو است. در استفاده از روش بدون شبکه از ترکیب توابع چند جمله‌ای و توابع شعاعی استفاده شد و همچنین از تابع مربعات چندگانه (MQ) به عنوان تابع شعاعی استفاده گردید. توابع شکل فقط در نواحی که ناحیه تاثیر نامیده می‌شوند تعریف می‌شود از طرفی این توابع دارای خاصیت دلتای کرونکر

- with boundary elements, vol. 32, no. 6, pp. 494-511, 2008. doi: 10.1016/j.enganabound.2007.10.014
- [17] J. Zhang, S. Ullah, and Y. Zhong, "New analytical free vibration solutions of orthotropic rectangular thin plates using generalized integral transformation," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 367, p. 112439, 2020. doi: 10.1016/j.cam.2019.112439
- [18] E. Khosrowpour, M. Hematiyan, and M. Hajhashemkhani, "A strong-form meshfree method for stress analysis of hyperelastic materials," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 109, pp. 32-42, 2019. doi: 10.1016/j.enganabound.2019.09.013
- [19] C. Groth, A. Chiappa, S. Porziani, P. Salvini, and M. E. Biancolini, "An RBF meshless approach to evaluate strain due to large displacements in flexible printed circuit boards," *Micromachines*, vol. 13, no. 8, p. 1163, 2022. doi: 10.3390/mi13081163
- [20] C. Roque and J. Grasa, "Geometrically nonlinear analysis of laminated composite plates using RBF-PS meshless method," *Composite Structures*, vol. 267, p. 113830, 2021. doi: 10.1016/j.compstruct.2021.113830
- [21] C. Kumar and A. Kumar, "Meshless approach for the bending analysis of elastically supported Sandwich plate under transverse line load," *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, vol. 12, no. 7, 2021.
- [22] E. Barbieri, L. Ventura, D. Grignoli, and E. Bilotti, "A meshless method for the nonlinear von Kármán plate with multiple folds of complex shape: A bridge between cracks and folds," *Computational Mechanics*, vol. 64, pp. 769-787, 2019. doi: 10.1007/s00466-019-01671-w
- [23] M. M. Hussein Al-Tholaia and H. J. Al-Gahtani, "RBF-Based Meshless Method for Large Deflection of Elastic Thin Rectangular Plates with Boundary Conditions Involving Free Edges," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2016, no. 1, p. 6489375, 2016. doi: 10.1155/2016/6489375
- [24] L. Peng, Z. Huang, D. Wei, and X. He, "Static and dynamic analysis of the composite laminated stiffened plates via the MLS meshless method," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 151, pp. 309-327, 2023. doi: 10.1016/j.enganabound.2023.03.008
- [25] K. S. Shah, A. M. Gadade, and S. M. Sansgiri, "Implementation of point interpolation meshless method for failure analysis of laminated composite beams," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 29, no. 25, pp. 3997-4007, 2022. doi: 10.1080/15376494.2021.1916137
- [26] C. Kumar, R. Kumar, H. K. Sharma, and S. Khare, "Simulation and Modelling for Bending Analysis of Elastically Supported Laminated Plates Under Concentrated Load: A Meshless Approach," *International Journal of Steel Structures*, vol. 23, no. 4, pp. 1091-1104, 2023. doi: 10.1007/s13296-023-00752-0
- [27] M. M. H. Al-Tholaia and H. J. Al-Gahtani, "RBF-based meshless method for large deflection of elastic thin plates on nonlinear foundations," *Engineering*
- [5] S. Hosseini and G. Rahimi, "Nonlinear bending analysis of hyperelastic plates using FSDT and meshless collocation method based on radial basis function," *International Journal of Applied Mechanics*, vol. 13, no. 01, p. 2150007, 2021. doi: 10.1142/S1758825121500071
- [6] G. Murray, F. Gandhi, and C. Bakis, "Flexible matrix composite skins for one-dimensional wing morphing," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, no. 17, pp. 1771-1781, 2010. doi: 10.1177/1045389X10369719
- [7] M. Amabili, P. Balasubramanian, I. D. Breslavsky, G. Ferrari, R. Garziera, and K. Riabova, "Experimental and numerical study on vibrations and static deflection of a thin hyperelastic plate," *Journal of sound and vibration*, vol. 385, pp. 81-92, 2016. doi: 10.1016/j.jsv.2016.09.015
- [8] B. Xue, A.-M. Zhang, Y.-X. Peng, Q. Zhang, and S. Li, "A meshfree orthotropic laminated shell model for geometrically nonlinear static and dynamic analysis," *Computational Mechanics*, vol. 73, no. 5, pp. 1033-1051, 2024. doi: 10.1007/s00466-023-02399-4
- [9] I. Dayyani, M. I. Friswell, S. Ziaei-Rad, and E. S. Flores, "Equivalent models of composite corrugated cores with elastomeric coatings for morphing structures," *Composite Structures*, vol. 104, pp. 281-292, 2015. doi:10.1016/j.compstruct.2013.04.034
- [10] A. Hajarian, O. Zargar, M. Zakerzadeh, S. Baghernejad, and M. Baghani, "Fabrication, characterization, and modeling of a structural flexible skin for applications in morphing wings," *Mechanics of Materials*, vol. 172, p. 104409, 2022. doi: 10.1016/j.mechmat.2022.104409
- [11] R. Gupta and D. Harursampath, "Dielectric elastomers: Asymptotically-correct three-dimensional displacement field," *International Journal of Engineering Science*, vol. 87, pp. 1-12, 2015. doi: 10.1016/j.ijengsci.2014.10.006
- [12] G.-R. Liu and Y.-T. Gu, *An introduction to meshfree methods and their programming*. Springer Science & Business Media, 2005. doi: 10.1007/1-4020-3468-7_3
- [13] P. Wen and Y. Hon, "Geometrically nonlinear analysis of Reissner-Mindlin plate by meshless computation," *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, vol. 21, no. 3, p. 177, 2007. doi:10.3970/cmesc.2007.021.177
- [14] K. Liew, L. Peng, and S. Kitipornchai, "Nonlinear analysis of corrugated plates using a FSDT and a meshfree method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, no. 21-24, pp. 2358-2376, 2007. doi:10.1016/j.cma.2006.11.018
- [15] S. Xiang, K.-m. Wang, Y.-t. Ai, Y.-d. Sha, and H. Shi, "Analysis of isotropic, sandwich and laminated plates by a meshless method and various shear deformation theories," *Composite Structures*, vol. 91, no. 1, pp. 31-37, 2009. doi: 10.1016/j.compstruct.2009.04.029
- [16] C. Tiago and P. M. Pimenta, "An EFG method for the nonlinear analysis of plates undergoing arbitrarily large deformations," *Engineering analysis*

- Analysis with Boundary Elements*, vol. 51, pp. 146-155, 2015. doi: 10.1016/j.enganabound.2014.10.011
- [28] B. Selim and Z. Liu, "Impact analysis of functionally-graded graphene nanoplatelets-reinforced composite plates laying on Winkler-Pasternak elastic foundations applying a meshless approach," *Engineering Structures*, vol. 241, p. 112453, 2021. doi: 10.1016/j.engstruct.2021.112453
- [29] Naderi R., Khademalrasoul A. Fully Automatic Crack Propagation Modeling in the Interaction with Void and Inclusion without Remeshing, *Modares Mechanical Engineering*, 2015; 15(7): 261-273.
- [30] faraji S., Afshar M. Node enrichment-moving error estimate and adaptive refinement in Mixed Discrete Least Squares Meshless method for solution of elasticity problems. *Modares Mechanical Engineering*, 2014; 14(3): 194-202.