



# Flexural Sensitivity Analysis of Atomic Force Microscope Made of Functionally Graded Materials Based on Modified Couple Stress Theory

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Saeedi B.<sup>1</sup> MSc,

Vatankhah R.<sup>\*1</sup> PhD

### How to cite this article

Saeedi B, Vatankhah R. Flexural Sensitivity Analysis of Atomic Force Microscope Made of Functionally Graded Materials Based on Modified Couple Stress Theory. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(6):1457-1466.

## ABSTRACT

In this article, the flexural sensitivity and flexural resonant frequency of the atomic force microscope made of functionally graded materials is investigated by modified couple stress theory (MCST). In MCST, the size effect of the system is taking into account by means of the material length scale parameter. Microbeam is made of a mixture of metal and ceramic with properties varying through the thickness following a simple power law of  $n$ . In this work, due to the kinematic energy and potential energy of microbeam, the governing equations of motion and corresponding boundary conditions are derived on the basis of Hamilton principle by considering Euler-Bernoulli beam theory. Based on the results, it is clear that when the contact stiffness increases, the flexural sensitivity of the system decreases, and flexural resonant frequency increases. Moreover, when the microbeam thickness comes approximately close to material length scale parameter, the difference between MCST and classical continuum mechanic becomes significant. Furthermore, in low contact stiffness, increasing the power  $n$  reduces the flexural sensitivity of microbeam, while in high contact stiffness, increasing the power  $n$  increases the flexural sensitivity of the system. Results also show that at each value of contact stiffness, as ceramic volume fraction increases the flexural resonant frequency will be increased, too.

**Keywords** Functionally Graded Materials; Modified Couple Stress Theory; Length Scale Parameter; Atomic Force Microscope

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Faculty, Shiraz University, Shiraz, Iran

### \*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Faculty, Shiraz University, Shiraz, Iran

Phone: -

Fax: -

rvatankhah@shirazu.ac.ir

### Article History

Received: June 29, 2018

Accepted: December 01, 2018

ePublished: June 01, 2019

## CITATION LINKS

[1] Modal interactions in contact-mode atomic ... [2] Atomic force ... [3] AFM lithography of aluminum ... [4] Coupled lateral bending-torsional vibration ... [5] Effects of AFM-based nanomachining ... [6] Dynamic atomic force microscopy ... [7] Dynamics of tapping mode atomic ... [8] Measurement sensitivity improvement ... [9] Effect of interactive damping on sensitivity ... [10] Study of the sensitivity of the first four flexural ... [11] Sensitivity and resonant frequency of ... [12] Flexural sensitivity of a V-shaped cantilever ... [13] A more comprehensive modeling of ... [14] Role of material microstructure in plate stiffness ... [15] Nonlinear forced vibration of strain ... [16] Nonlinear dynamic analysis of an atomic ... [17] Higher-mode excitation in the non-contact ... [18] Size dependent vibration behavior of an ... [19] Effect of different geometrical parameters of ... [20] Sensitivity analysis of rectangular atomic ... [21] Investigation of the size-dependent ... [22] On the size-dependent behavior of functionally ... [23] Couple stress based strain gradient theory ... [24] The size-dependent natural frequency of ... [25] Sensitivity analysis of atomic force microscope ...

# بررسی حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته

بهزاد سعیدی MSC

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

رامین وطن‌خواه PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

## چکیده

در این پژوهش فرکانس تشدید و حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته مورد بررسی قرار می‌گیرد. تئوری تنش کوپل بهبودیافته شامل پارامتر مقیاس طولی مواد است، به‌طوری که اثر اندازه را در بررسی رفتار سیستم‌ها در نظر می‌گیرد. میکروتیر ساخته‌شده از مواد مدرج تابعی، ترکیبی از سرامیک و فلز بوده، به‌طوری که خواص آن با توان‌های مختلف از  $n$  در راستای ضخامت میکروتیر تغییر می‌کند. در این پژوهش، با توجه به انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل میکروتیر، معادلات حرکت و شرایط مرزی حاکم بر سیستم با در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر-برنولی به کمک اصل همپلتون استخراج می‌شود. براساس نتایج به‌دست‌آمده مشخص می‌شود که با افزایش سختی تماسی، حساسیت خمشی میکروتیر، کاهش و فرکانس تشدید خمشی افزایش می‌یابد. از طرفی زمانی که ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طولی ماده نزدیک می‌شود، اختلاف بین تئوری تنش کوپل بهبودیافته و تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته قابل ملاحظه خواهد بود. علاوه بر این، در سختی‌های تماسی پایین، افزایش توان  $n$  موجب کاهش حساسیت خمشی میکروتیر و در سختی تماسی بالا، افزایش توان  $n$  موجب افزایش حساسیت خمشی سیستم می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهند که به‌ازای هر سختی تماسی، با افزایش کسر حجمی سرامیک، فرکانس تشدید خمشی میکروتیر افزایش می‌یابد.

**کلیدواژه‌ها:** مواد مدرج تابعی، تئوری تنش کوپل بهبودیافته، پارامتر مقیاس طولی، میکروسکوپ نیروی اتمی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۱۰

\*نویسنده مسئول: rvatankhah@shirazu.ac.ir

## ۱- مقدمه

میکروسکوپ‌های نیروی اتمی (AFM) به‌طور قابل توجهی در تصویربرداری با وضوح بالا از سطوح در ابعاد میکرو و نانو در محیط‌های مختلفی نظیر هوا، خلا و مایع مورد استفاده قرار می‌گیرند<sup>[1-4]</sup>. میکروسکوپ‌های نیروی اتمی به‌طور معمول از یک میکروتیر ساخته شده‌اند که در انتهای آزاد آن یک پروب مخروطی یا کروی شکل قرار دارد. پروب در میکروسکوپ‌های نیروی اتمی از اهمیت بالایی برخوردار بوده، به‌گونه‌ای که عمل تصویربرداری و دستکاری از نمونه مورد بررسی از طریق نوک پروب امکان‌پذیر است<sup>[3, 5]</sup>. علاوه بر موارد ذکرشده، از دیگر کاربردهای میکروسکوپ‌های نیروی اتمی می‌توان به بررسی خواص و ساختار مواد رسانا، سخت، منسجم، پودری و نانولیتوگرافی و همچنین اندازه‌گیری ویژگی‌های سطح، توزیع چسبندگی، اصطکاک و ناخالصی سطوح در سیستم‌های میکرو/نانوالکترومکانیکال اشاره کرد. میکروسکوپ‌های نیروی اتمی براساس حالت کاری میکروتیر سیستم مورد نظر، به دو دسته عمده زیر تقسیم می‌شوند<sup>[6]</sup>:

۱- حالت کاری ایستای میکروسکوپ نیروی اتمی

۲- حالت کاری پویای میکروسکوپ نیروی اتمی.

در حالت کاری ایستا، نوک پروب با سطح نمونه در طول فرآیند تصویربرداری در تماس است، از این رو به این نوع از روبش سطح،

حالت تماسی نیز گویند. حالت کاری پویا خود شامل دو نوع حالت غیرتماسی و حالت ضربه‌ای بوده و با توجه به نیروی جانبی کوچک، سرعت اسکن سریع، توانایی ضدتداخلی قوی و سایر مزایای این حالت کاری نسبت به حالت کاری ایستا، به حالت کاری اصلی میکروسکوپ‌های نیروی اتمی تبدیل شده است<sup>[7, 8]</sup>.

رفتار دینامیک و همچنین حساسیت میکروتیر میکروسکوپ‌های نیروی اتمی، تاثیر گسترده‌ای بر کیفیت و سرعت تصویربرداری از سطح نمونه مورد بررسی دارد. به همین دلیل، بررسی فرکانس تشدید و همچنین حساسیت میکروسکوپ‌های نیروی اتمی از اهمیت بالایی برخوردار است. به این ترتیب، برخی از محققان مدل ساده‌شده‌ای از نیروی تماسی بین نوک پروب و سطح نمونه را ارائه کرده‌اند. براساس این مدل، نیروی عکس‌العمل بین سطح نمونه و نوک پروب از طریق یک فنر خطی مدل شده است. به‌عنوان نمونه، حل تحلیلی برای حساسیت خمشی و همچنین حساسیت پیچشی میکروتیر میکروسکوپ‌های نیروی اتمی توسط چانگ و همکاران<sup>[9]</sup> ارائه شده است<sup>[9]</sup>. چانگ و همکاران<sup>[10]</sup> پاسخ فرکانسی و همچنین حساسیت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی به‌همراه دیواره جانبی را به‌ازای سختی تماسی متفاوت مورد بررسی قرار داده و مدل حاکم بر جابه‌جایی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی را براساس تئوری کلاسیک و همچنین با در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر-برنولی استخراج کرده‌اند، به‌طوری که اثر سختی تماسی را با استفاده از یک فنر خطی مدل‌سازی کرده‌اند. کهریانیان و همکاران<sup>[11]</sup>، حساسیت پیچشی و همچنین پاسخ فرکانسی پیچشی میکروسکوپ نیروی اتمی به‌همراه دو دیواره جانبی را مورد بررسی قرار داده و نتایج را با استفاده از تئوری ریلی-ریتز استخراج کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که حساسیت شکل مودهای اول ارتعاشی نسبت به دیگر شکل مودها در سختی‌های تماسی پایین بیشتر است. حساسیت خمشی میکروسکوپ‌های نیروی اتمی با ساختار  $V$ -شکل با توجه به شیب میکروتیر توسط لی و همکاران<sup>[12]</sup> با استفاده از روش ریلی-ریتز مورد بررسی قرار گرفته است. آنها همچنین در کاری دیگر، فرکانس تشدید و حساسیت خمشی-پیچشی جانبی میکروسکوپ‌های نیروی اتمی را به‌ازای سختی‌های تماسی متفاوت و هندسه مختلف از پروب مطالعه کرده‌اند<sup>[4]</sup>. مهدوی و همکاران<sup>[13]</sup> با در نظر گرفتن اثر تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی برای میکروتیر، فرکانس تشدید و حساسیت میکروسکوپ نیروی اتمی را مورد بررسی قرار داده‌اند.

تیرهای استفاده‌شده در سیستم‌های میکرو/نانوالکترومکانیکال دارای ابعادی در محدوده میکرون و زیر میکرون هستند، به‌گونه‌ای که بررسی‌های آزمایشگاهی چنین سیستم‌هایی نشان می‌دهد که ارتعاشات و تغییر شکل آنها وابسته به پارامتر مقیاس طولی است. رفتار وابسته به اندازه یک خاصیت ذاتی مواد بوده و زمانی که اندازه مشخصه سیستم با مقیاس طولی ماده تفاوت چندانی ندارد، در رفتار سیستم اثر قابل توجهی دارد. بنابراین طبق نتایج به‌دست‌آمده از تئوری‌های کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته نمی‌توان اثر اندازه را در بررسی رفتار سیستم‌های در ابعاد میکرو و زیر میکرو در نظر گرفت<sup>[14]</sup>. بدین منظور، تئوری‌های غیرکلاسیک مانند تئوری الاستیسیته غیرمحلی، گرادیان کرنشی و تنش کوپل بهبودیافته، اثر اندازه را به‌طور مناسبی در تحلیل سیستم‌های ارتعاشی و دینامیکی در نظر می‌گیرند.

تئوری تنش کوپل بهبودیافته بر خلاف تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته، شامل یک پارامتر مقیاس طولی مواد است که اثر اندازه را در رفتار دینامیک سیستم‌های با ابعاد میکرو و زیر

تنش کوپل بهبودیافته و تئوری کلاسیک مکانیک محیط، پیوسته تفاوت قابل توجهی با یکدیگر دارند.

در این پژوهش، فرکانس تشدید و حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته شده از مواد مندرج تابعی براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، در ابتدا با توجه به انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و همچنین کار مجازی حاکم بر سیستم، معادلات حاکم بر حرکت و شرایط مرزی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی استخراج می‌شود. سپس برای استخراج فرکانس‌های تشدید سیستم، ابتدا معادله دیفرانسیل پاره‌ای حاکم بر سیستم با در نظر گرفتن تغییر متغیر مناسب به یک معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شود. سپس با در نظر گرفتن پاسخ سیستم و جای‌گذاری در معادله حاکم و شرایط مرزی مربوطه، معادله مشخصه سیستم استخراج می‌شود، به طوری که فرکانس‌های تشدید سیستم به‌ازای سختی تماسی مختلف از این معادله به دست می‌آیند. در انتها پس از به‌دست آوردن رابطه حاکم بر حساسیت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی، برای مقایسه تئوری تنش کوپل بهبودیافته و تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته و همچنین تاثیر افزایش نسبت ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طولی و تغییرات در مقیاس ترکیب فلز و سرامیک در ساخت سیستم مورد نظر، حل عددی معادلات به‌دست آمده از طریق شبیه‌سازی به کمک نرم‌افزار MATLAB ارایه می‌شود.

شایان ذکر است که تاکنون تحلیل فرکانس تشدید و حساسیت خمشی میکروسکوپ‌های نیروی اتمی ساخته شده از مواد مندرج تابعی با در نظر گرفتن اثر پارامتر مقیاس طولی بررسی نشده است. در این پژوهش، تاثیر تغییرات جنس میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی و همچنین پارامتر مقیاس طولی را به کمک تئوری تنش کوپل بهبودیافته، در رفتار دینامیک سیستم مورد نظر به‌هنگام تصویربرداری از سطح نمونه مورد بررسی قرار می‌دهیم. علاوه بر این، معادلات استخراج شده در این پژوهش با مدل‌سازی‌های انجام گرفته برای تیرهای ساخته شده از مواد مندرج تابعی تفاوت عمده‌ای داشته است و در این پژوهش، تاثیر نیروی بین نوک پروب و سطح نمونه باعث جابه‌جایی و ارتعاش میکروتیر می‌شود که هدف، بررسی تاثیر پارامتر مقیاس طولی و مواد سازنده در فرکانس‌های خمشی و حساسیت میکروتیر به‌هنگام روبش سطح نمونه است.

## ۲- مدل‌سازی ریاضی

### ۱-۲- تئوری تنش کوپل بهبودیافته

نظریه تنش کوپل بهبودیافته نخستین بار توسط یانگ و همکاران برای سیستم‌های در ابعاد میکرو در سال ۲۰۰۲ ارایه شده است [23]. انرژی کرنشی براساس این تئوری به‌صورت زیر ارایه می‌شود:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \epsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

پارامترهای  $\sigma_{ij}$ ،  $\epsilon_{ij}$ ،  $m_{ij}$  و  $\chi_{ij}$  به ترتیب بیانگر تانسور تنش  $\sigma$ ، تانسور کرنش  $\epsilon$ ، جزء انحرافی تانسور تنش کوپل  $m$  و تانسور انحنای متقارن  $\chi$  است، به طوری که برای یک ماده همسان‌گرد به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\sigma_{ij} = \lambda \text{tr}(\epsilon) \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (2)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} ((\nabla u)_{ij} + (\nabla u)_{ji}^T) \quad (3)$$

$$m_{ij} = 2\mu l^2 \chi_{ij} \quad (4)$$

میکرو به خوبی نمایش می‌دهد. وطن‌خواه و همکاران [15] میکروتیر دو سر مفصل را با در نظر گرفتن اثر کشیدگی صفحه میانی، با استفاده از تئوری گرا دیان کرنشی مدل‌سازی کرده و با استفاده از تئوری انحراف جزئی، ارتعاشات غیرخطی سیستم مورد نظر را مورد بررسی قرار داده‌اند. سعیدی و وطن‌خواه [16] میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی را براساس تئوری گرا دیان کرنشی در محیط مایع مدل‌سازی کرده و ارتعاشات غیرخطی سیستم مورد نظر را در حالت‌های متفاوتی که میکروتیر در سیال‌های مختلفی قرار دارد، مورد مطالعه قرار داده‌اند. صفی‌خانی‌محمودی و همکاران [17] استفاده از فرکانس‌های تشدید بالاتر برای تحریک میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی در حالت غیرتماسی را مورد بررسی و تحلیل قرار داده‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که با بالا رفتن شماره مود، جابه‌جایی غیرخطی فرکانس تشدید کوچک‌تر می‌شود، اما مودها و هارمونیک‌های بالاتر نسبت به فرکانس تشدید اول، سرعت بیشتری در ثبت اطلاعات نمونه دارند و همچنین به دلیل حساسیت بیشتر به دامنه تحریک کوچک‌تری نیاز دارند. عباسی [18] تاثیر اثر اندازه را در بررسی رفتار ارتعاشی میکروسکوپ نیروی اتمی به همراه دیواره جانبی، به طوری که دو پروب در انتهای آزاد میکروتیرها قرار داشته، مورد بررسی قرار داده است. مدل حاکم بر حرکت میکروتیرها براساس تئوری تیر اوپلر- برنولی و با در نظر گرفتن تئوری غیرکلاسیک گرا دیان کرنشی، با استفاده از اصل همپلتون به دست آمده است. نتایج به‌دست آمده از این مدل با دو تئوری تنش کوپل بهبودیافته و همچنین با تئوری کلاسیک مقایسه شده است و نتایج بیان می‌دارد که پاسخ فرکانسی و حساسیت میکروسکوپ نیروی اتمی مجهز به پروب جانبی به شدت به اندازه وابسته است، به خصوص اگر سختی تماسی خیلی کم یا خیلی زیاد باشد. حبیب‌نژاد کورایم و همکاران [19] به بررسی دو نوع متداول از میکروتیرهای میکروسکوپ‌های نیروی اتمی، V- شکل و خنجر پُر داخته‌اند. در این پژوهش نشان داده شده است که برای جابه‌جایی ذرات بیولوژیک، میکروتیرهای خنجر مناسب‌تر هستند. لی و چانگ [20] حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی با مقطع مستطیل شکل را با در نظر گرفتن تئوری تنش کوپل بهبودیافته مورد مطالعه قرار داده و نتایج را با تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته مقایسه کرده‌اند. کهرایانی و همکاران [21] پاسخ فرکانسی و حساسیت میکروسکوپ‌های نیروی اتمی را براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته مورد مطالعه قرار داده‌اند. براساس نتایج این پژوهش مشاهده می‌شود که اثر اندازه تا زمانی که نسبت ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طولی کمتر از ۱۰ باشد، تاثیر قابل ملاحظه‌ای در رفتار سیستم دارد.

مواد مندرج تابعی (FGMs)، مواد مرکب ناهمگن است که به‌طور معمول ترکیبی از سرامیک و فلز هستند. خواص این مواد به‌طور پیوسته از طریق تابعی از موقعیت در راستای یکی از ابعاد سیستم مورد بررسی تغییر می‌کند. مواد مندرج تابعی دارای خواص هر دو ماده تشکیل‌دهنده است. تغییرات پیوسته اجزا در مواد مندرج تابعی، یک راه‌حل مناسب برای جلوگیری از پیدایش تنش‌های برشی با شدت بالا بوده که ممکن است در مواد مرکب لایه‌ای ایجاد شوند. امروزه به دلیل کاربردهای بالای مواد مندرج تابعی در زمینه‌های صنعتی و مهندسی، این مواد مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. / صغری و همکاران [22] رفتار ارتعاشی و استاتیک میکروتیرهای ساخته شده از مواد مندرج تابعی را مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که انحراف ایستایی و همچنین فرکانس تشدید سیستم مورد نظر در دو تئوری

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (12)$$

است. همچنین با توجه به معادلات ۱۱-۶ داریم:

$$\theta_y = -\frac{\partial w(x, t)}{\partial x}, \quad \theta_x = \theta_z = 0 \quad (13)$$

با جای‌گذاری معادله ۱۳ در معادله ۵، روابط زیر به دست خواهد آمد:

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}, \quad (14)$$

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz} = \chi_{xz} = \chi_{yz} = 0$$

به‌منظور استخراج درایه‌های تانسور تنش و تنش کوپل، مراحل زیر انجام می‌گیرد. با جای‌گذاری معادله ۱۲ در معادله ۲ و همچنین صرف نظر از تاثیر پواسون برای تیرهای بلند و باریک درایه‌های تانسور تنش به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\sigma_{xx} = -E(\bar{z})z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}, \quad (15)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$$

با جای‌گذاری معادله ۱۱ در رابطه ۴ داریم که:

$$m_{xy} = -\mu(\bar{z})l^2 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}, \quad (16)$$

$$m_{xx} = m_{yy} = m_{zz} = m_{xz} = m_{yz} = 0$$

برای به‌دست‌آوردن موقعیت محور خنثی، معادلات تعادل در جهت محور X به‌صورت زیر است:

$$\int_A \sigma_{xx} dA = - \int_A E(\bar{z})z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dA \quad (17)$$

به‌طوری که رابطه ۱۸ را به ما خواهد داد.

$$\int_A E(\bar{z})z dA = \int_A E(\bar{z})(\bar{z} - \bar{z}_c) dA = 0 \quad (18)$$

با توجه به معادله‌های ۱۷ و ۱۸، فاصله محور خنثی  $\bar{z}_c$  از صفحه پایین میکروتیر از رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$\bar{z}_c = \frac{\int_A E(\bar{z})\bar{z} dA}{\int_A E(\bar{z}) dA} \quad (19)$$

حال به‌منظور استخراج معادلات حاکم بر جابه‌جایی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی نشان‌داده‌شده در شکل ۲، انرژی جنبشی و پتانسیل آن به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L ((EI)_{eq} + (\mu A)_{eq} l^2) \times (w''(x, t))^2 dx + \frac{1}{2} k(w(L, t))^2 \quad (20)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L m(\dot{w}(x, t))^2 dx \quad (21)$$

به‌طوری که  $(EI)_{eq}$ ،  $(\mu A)_{eq}$  و  $m$  از روابط زیر به دست خواهد آمد:

$$(EI)_{eq} = \int_A E(z)z^2 dA = \int_A E(\bar{z})(\bar{z} - \bar{z}_c)^2 dA \quad (22)$$

$$(\mu A)_{eq} = \int_A \mu(\bar{z}) dA \quad (23)$$

$$m = \int_A \rho(\bar{z}) dA \quad (24)$$

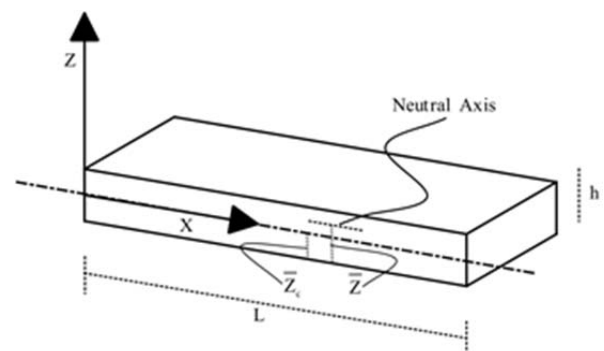
$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} ((\nabla\theta)_{ij} + (\nabla\theta)_{ji}^T) \quad (5)$$

به‌طوری که  $\delta_{ij}$  بیانگر دلتای کرنر،  $\lambda$  و  $\mu$  ثابت‌های لامه،  $u$  بردار جابه‌جایی و  $l$  پارامتر مقیاس طولی ماده بوده که نشان‌دهنده تاثیر تنش کوپل بوده و  $\theta$  معرف بردار دوران است و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [24]:

$$\theta = \frac{\text{curl}(u)}{2} \quad (6)$$

## ۲-۲- معادله حاکم بر حرکت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی

میکروتیر ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی براساس تئوری تیر اویلر-برنولی در شکل ۱ نشان داده شده است. پارامترهای  $\bar{Z}$  و  $\bar{Z}_c$  به‌ترتیب بیانگر فاصله هر نقطه دلخواه از محور خنثی و صفحه پایین میکروتیر است. همچنین فاصله محور خنثی از صفحه پایین میکروتیر و مختصات محوری به‌ترتیب با  $\bar{Z}_c$  و  $X$  نشان داده شده‌اند.



شکل ۱ مدل میکروتیر اویلر-برنولی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی

در مواد مندرج تابعی، فرض بر این است که خواص میکروتیر در راستای ضخامت آن با توجه به قوانین ساده زیر تغییر می‌کند:

$$\mu(\bar{z}) = \mu_c + \left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^n (\mu_m - \mu_c) \quad (7)$$

$$E(\bar{z}) = E_c + \left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^n (E_m - E_c) \quad (8)$$

$$\mu(\bar{z}) = \mu_c + \left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^n (\mu_m - \mu_c) \quad (9)$$

که  $E$ ،  $\mu$  و  $\mu$  به‌ترتیب بیانگر مدول الاستیک، مدول برشی و چگالی هستند. اندیس‌های  $c$  و  $m$  نیز بیانگر مواد سازنده میکروتیر است که به‌ترتیب شامل سرامیک و فلز هستند. در این پژوهش، فرض می‌شود که صفحه بالایی میکروتیر از فلز و صفحه پایینی آن از سرامیک خالص تشکیل شده است. توان  $n$  در معادلات داده‌شده، نوع تغییرات خواص مواد سازنده میکروتیر را در راستای ضخامت آن بیان می‌دارد. برای تیر اویلر-برنولی میدان جابه‌جایی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u = z\psi(x, t), \quad v = 0, \quad w = w(x, t) \quad (10)$$

$u$ ،  $v$  و  $w$  به‌ترتیب بیانگر جابه‌جایی در راستای محورهای  $x$ ،  $y$ ،  $z$  هستند. از طرفی زاویه دوران  $\psi$  از طریق معادله زیر به انحراف میکروتیر وابسته است [24].

$$\psi(x, t) \approx -\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (11)$$

با توجه به روابط ۳، ۱۰ و ۱۱ تنها درایه غیرصفر تانسور کرنش عبارت از [24]:

$$(EI)_{eq} = \int_0^h (\bar{z} - \bar{z}_c)^2 \left[ E_c + \left( \frac{\bar{z}}{h} \right)^n (E_m - E_c) \right] b d\bar{z} \quad (۳۸)$$

$$= bh^3 \tilde{E}(n)$$

$$(\mu A)_{eq} = \int_0^h \left[ \mu_c + \left( \frac{\bar{z}}{h} \right)^n (\mu_m - \mu_c) \right] b d\bar{z} \quad (۳۹)$$

$$= bh \tilde{\mu}(n)$$

به طوری که  $\tilde{E}(n)$  و  $\tilde{\mu}(n)$  برابر با رابطه زیر است:

$$\tilde{E}(n) = \frac{E_c}{3} + \frac{(E_m - E_c)}{n + 3}$$

$$+ \left( E_c + \frac{(E_m - E_c)}{n + 1} \right) \left( \frac{E_c + \frac{(E_m - E_c)}{n + 2}}{E_c + \frac{(E_m - E_c)}{n + 1}} \right)^2$$

$$- \left( E_c + 2 \frac{(E_m - E_c)}{n + 2} \right) \frac{E_c + \frac{(E_m - E_c)}{n + 2}}{E_c + \frac{(E_m - E_c)}{n + 1}} \quad (۴۰)$$

$$\tilde{\mu}(n) = \mu_c + \frac{\mu_m - \mu_c}{n + 1} \quad (۴۱)$$

حال به منظور بی بعدسازی معادله حاکم بر جابه جایی سیستم مورد نظر و همچنین شرایط مرزی مربوطه، پارامترهای بی بعد زیر در نظر گرفته می شوند:

$$y = \frac{X}{L}, \quad t = \tau \sqrt{\frac{mL^4}{(EI)_{eq}}}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{L}, \quad \zeta$$

$$= \frac{\tilde{\mu}(n)}{\tilde{E}(n) \left( \frac{h}{L} \right)^2} \quad (۴۲)$$

$$\gamma = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{(EI)_{eq}}{mL^4}}}, \quad \beta = \frac{kL^3}{(EI)_{eq}}$$

با جای گذاری پارامترهای ارائه شده (رابطه ۴۲) در معادلات ۳۱-۲۸، معادلات حاکم بر شرایط مرزی و جابه جایی میکروتیر به صورت زیر بیان می شوند:

$$y''''(\tilde{x}) - K^4 y(\tilde{x}) = 0 \quad (۴۳)$$

$$y(0) = y'(0) = 0 \quad (۴۴)$$

$$y'''(1) = 0 \quad (۴۵)$$

$$(1 + \zeta) y''''(1) = \beta y(1) \quad (۴۶)$$

به طوری که K به صورت زیر بیان می شود:

$$K^4 = \frac{\gamma^2}{1 + \zeta} \quad (۴۷)$$

حل معادله ۴۳ به صورت زیر قابل بیان است:

$$y(\tilde{x}) = c_1 (\cos(K\tilde{x}) + \cosh(K\tilde{x})) + c_2 (\cos(K\tilde{x}) - \cosh(K\tilde{x})) + c_3 (\sin(K\tilde{x}) + \sinh(K\tilde{x})) + c_4 (\sin(K\tilde{x}) - \sinh(K\tilde{x})) \quad (۴۸)$$

با جای گذاری معادله ۴۸ در شرایط مرزی ۴۴، ضرایب  $c_1$  و  $c_3$  برابر با صفر خواهند شد، از این رو معادله ۴۸ به معادله ۴۹ تبدیل خواهد شد.

$$y(\tilde{x}) = c_2 (\cos(K\tilde{x}) - \cosh(K\tilde{x})) + c_4 (\sin(K\tilde{x}) - \sinh(K\tilde{x})) \quad (۴۹)$$

حال برای به دست آوردن معادله حاکم بر جابه جایی میکروتیر ساخته شده از مواد مدرج تابعی میکروسکوپ نیروی اتمی و همچنین شرایط مرزی آن از اصل همپیتون به صورت زیر استفاده می شود:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U + w) dt = 0 \quad (۲۵)$$

با توجه به رابطه ۲۵، تغییرات و انتگرال گیری از روابط ۲۰ و ۲۱ به صورت زیر اعمال می شود:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta U dt = ((EI)_{eq} + (\mu A)_{eq} l^2) \times \int_{t_1}^{t_2} \left\{ w''(x, t) \delta w'(x, t) \Big|_0^L - w'''(x, t) \delta w(x, t) \Big|_0^L + \int_0^L w''''(x, t) dx \right\} dt + \int_{t_1}^{t_2} k w(L, t) \delta w(L, t) dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta T dt = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L m \ddot{w}(x, t) \delta w(x, t) dx dt \quad (۲۷)$$

با جای گذاری معادلات ۲۶ و ۲۷ در رابطه حاکم بر اصل همپیتون، معادله حاکم بر جابه جایی میکروتیر به صورت زیر استخراج می شود:

$$((EI)_{eq} + (\mu A)_{eq} l^2) w''''(x, t) + m \ddot{w}(x, t) = 0 \quad (۲۸)$$

به طوری که شرایط مرزی حاکم بر سیستم مورد نظر برابر است با:

$$w(0, t) = w'(0, t) = 0 \quad (۲۹)$$

$$w''(L, t) = 0 \quad (۳۰)$$

$$((EI)_{eq} + (\mu A)_{eq} l^2) w''''(L, t) = k w(L, t) \quad (۳۱)$$

با در نظر گرفتن پاسخ هارمونیک برای تغییر شکل خمشی w به صورت زیر:

$$w(x, t) = X(x) e^{i\omega t} \quad (۳۲)$$

معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۲۸ و همچنین معادلات حاکم بر شرایط مرزی (۳۱-۲۹) به معادلات دیفرانسیل معمولی زیر تبدیل می شوند، به طوری که  $\omega$  نشان دهنده فرکانس میکروتیر است:

$$((EI)_{eq} + (\mu A)_{eq} l^2) X''''(x) - m \omega^2 X(x) = 0 \quad (۳۳)$$

$$X(0) = X'(0) = 0 \quad (۳۴)$$

$$X''(L) = 0 \quad (۳۵)$$

$$((EI)_{eq} + (\mu A)_{eq} l^2) X(L) = k X(L) \quad (۳۶)$$

به منظور بررسی رفتار سیستم و همچنین محاسبه  $(EI)_{eq}$  و  $(\mu A)_{eq}$ ، به دست آوردن فاصله محور خنثی از صفحه پایینی میکروتیر امری ضروری است. بدین منظور رابطه زیر در به دست آوردن  $\bar{z}_c$  استفاده می شود:

$$\bar{z}_c = \frac{\int_0^h E(\bar{z}) \bar{z} b d\bar{z}}{\int_0^h E(\bar{z}) b d\bar{z}} = h \frac{E_c + \frac{E_m - E_c}{n + 2}}{E_c + \frac{E_m - E_c}{n + 1}} \quad (۳۷)$$

حال  $(EI)_{eq}$  و  $(\mu A)_{eq}$  با توجه به روابط ۲۲ و ۲۳ به صورت زیر محاسبه می شوند:

حال با جای‌گذاری معادله ۴۹ در شرایط مرزی ۴۵ و ۴۶، رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 \\ c_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (50)$$

به‌طوری‌که:

$$q_{11} = -K^2(\cos(K) + \cosh(K)) \quad (51)$$

$$q_{12} = -K^2(\sin(K) + \sinh(K)) \quad (52)$$

$$q_{21} = -\frac{\beta \cos(K)}{1 + \zeta} + \frac{\beta \cosh(K)}{1 + \zeta} + K^3 \sin(K) - K^3 \sinh(K) \quad (53)$$

$$q_{22} = -K^3 \cosh(K) + \frac{-K^3(1 + \zeta)\cos(K) - \beta \sin(K) + \beta \sinh(K)}{1 + \zeta} \quad (54)$$

معادله مشخصه حاکم بر میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$CE(\zeta, K, \beta) = q_{11} \times q_{22} - q_{21} \times q_{12} = 0 \quad (55)$$

معادله ۵۵ نشان می‌دهد که معادله مشخصه و همچنین فرکانس تشدید که از این معادله استخراج می‌شود، به پارامترهای  $\zeta, K, \beta$  وابسته بوده که با توجه به پارامتر بی‌بعد  $\zeta$  می‌توان به این نتیجه رسید که فرکانس تشدید سیستم به نسبت ضخامت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی و پارامتر مقیاس طولی ماده ( $h/l$ ) وابسته است.

تحلیل حساسیت بی‌بعد شده  $S$ ، میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی با استفاده از مشتق‌گیری از پارامتر بی‌بعد فرکانس تشدید  $\gamma$  نسبت به پارامتر بی‌بعد سختی تماسی  $\beta$  به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$S = \frac{d\gamma}{d\beta} = \frac{d\gamma}{dK} \frac{dK}{d\beta} \quad (56)$$

به‌طوری‌که:

$$\frac{dK}{d\beta} = -\left(\frac{\partial CE(\zeta, K, \beta)}{\partial \beta}\right) / \left(\frac{\partial CE(\zeta, K, \beta)}{\partial K}\right) \quad (57)$$

از طرفی، مشتق معادله مشخصه نسبت به دو پارامتر  $K$  و  $\beta$  به‌صورت زیر تعریف به دست می‌آید:

$$\frac{\partial CE(\zeta, K, \beta)}{\partial K} = \frac{2k^2}{1 + \zeta} \times (3K^2(1 + \zeta) - \beta \cos(K) \cosh(K) + \cosh(K)(\beta \cos(K) + 3k^2(1 + \zeta) \cos(K) - k^3(1 + \zeta) \sin(K)) + \beta \sin(K) \sinh(K) + (k^3(1 + \zeta) \cos(K) + \beta \sin(K)) \sinh(K)) \quad (58)$$

$$\frac{\partial CE(\zeta, K, \beta)}{\partial \beta} = \frac{2k^2(\cosh(K) \sin(K) - \cos(K) \sinh(K))}{1 + \zeta} \quad (59)$$

با جای‌گذاری معادلات ۵۸ و ۵۹ در رابطه ۵۷، رابطه حاکم بر حساسیت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی به دست خواهد آمد.

با جای‌گذاری پارامتر بی‌بعد سختی تماسی  $\beta$  و همچنین پارامتر مقیاس طولی ماده  $l$  در رابطه ۵۵، فرکانس‌های تشدید سیستم مورد نظر و همچنین به‌کمک رابطه ۵۶، حساسیت هر کدام از شکل موده‌های سیستم به دست خواهد آمد. از طرفی با برابر صفر قرار دادن پارامتر مقیاس طولی  $l$ ، حساسیت و فرکانس‌های تشدید خمشی سیستم مورد نظر با استفاده از تئوری تیرهای کلاسیک استخراج

خواهد شد.

### ۳- بررسی و تحلیل نتایج

در این قسمت از پژوهش، به‌کمک روابط استخراج‌شده از بخش مدل‌سازی ریاضی، نمودارهای گوناگونی برای تحلیل حساسیت خمشی و فرکانس تشدید میکروسکوپ‌های نیروی اتمی با توجه به سختی‌های تماسی مختلف ارائه می‌شود.

#### ۳-۱- اعتبارسنجی معادلات حاکم بر رفتار دینامیک

به‌منظور اعتبارسنجی روابط استخراج‌شده در بخش مدل‌سازی ریاضی، معادلات حاکم بر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی، زمانی که تئوری تنش کوپل بهبودیافته به تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته تبدیل شد، به‌صورت زیر استخراج می‌شود. بدین منظور، زمانی که مقدار پارامتر مقیاس طولی  $l$  را برابر صفر قرار دهیم، انرژی جنبشی سیستم به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EI)_{eq} \times (w''(x, t))^2 dx + \frac{1}{2} k(w(L, t))^2 \quad (60)$$

همچنین رابطه ۶۱ بیانگر انرژی جنبشی حاکم بر سیستم مورد نظر خواهد بود.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L m(\dot{w}(x, t))^2 dx \quad (61)$$

معادلات ۶۰ و ۶۱ با معادلات حاکم بر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل پژوهش انجام‌گرفته توسط رهایی‌فرد و همکاران<sup>[25]</sup> یکسان بوده، به‌طوری‌که این روابط نشان‌دهنده مدل‌سازی براساس تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته است. از این رو، صحت روابط استخراج‌شده و مدل‌سازی انجام‌گرفته مشخص می‌شود. از طرفی باید توجه داشت که معادلات حاکم بر سیستم کاملاً تحلیلی است و نتایج پژوهش با حل دقیق معادله مشخصه حاکم بر سیستم و همچنین حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی استخراج می‌شود.

#### ۳-۲- شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

در این پژوهش، فرکانس تشدید و حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی و تأثیر افزایش نسبت ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طولی ماده داخلی با توجه به پارامترهای ارائه‌شده در جدول ۱ مورد بررسی قرار گرفته و دو تئوری تنش کوپل بهبودیافته و تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همچنین تأثیر تغییرات خواص میکروتیر ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی به‌ازای توان‌های مختلفی از  $n$  مورد بررسی قرار گرفته است.

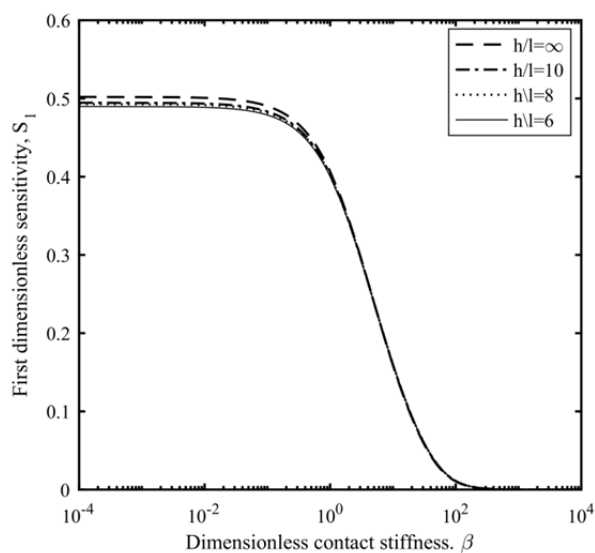
جدول ۱) مشخصات میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی

|                        |          |                      |
|------------------------|----------|----------------------|
| طول میکروتیر           | $L$      | ۳۰۰ $\mu\text{m}$    |
| عرض میکروتیر           | $b$      | ۵۰ $\mu\text{m}$     |
| ضخامت میکروتیر         | $h$      | ۲ $\mu\text{m}$      |
| مدول الاستیسیته سرامیک | $E_c$    | ۳۹۳ GPa              |
| مدول الاستیسیته آهن    | $E_m$    | ۷۰ GPa               |
| چگالی سرامیک           | $\rho_c$ | ۳۹۶۰ $\text{kg/m}^3$ |
| چگالی آهن              | $\rho_m$ | ۲۷۰۰ $\text{kg/m}^3$ |

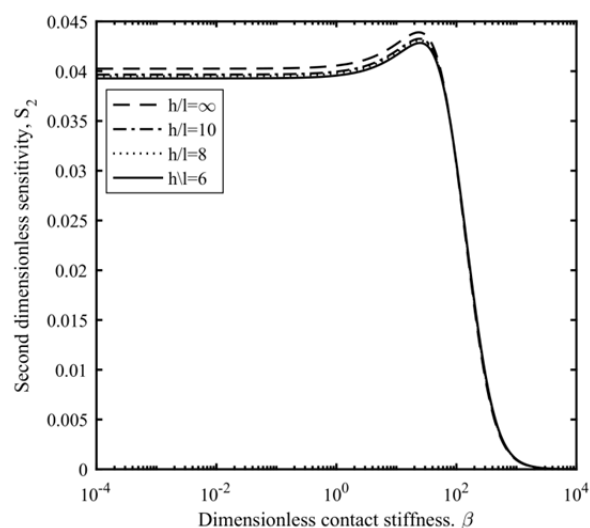
فرکانس تشدید خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته‌شده از مواد مندرج تابعی برای شکل مود اول و دوم سیستم مورد نظر، به‌صورت تابعی از پارامتر بی‌بعد سختی تماسی  $\beta$ ، به‌ازای تغییرات در نسبت  $h/l$  در نمودارهای ۱ و ۲ نشان داده شده است.

می‌یابد. از این رو می‌توان تاثیر پارامتر مقیاس طولی ماده را در حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی مشاهده کرد. توجه به این نکته ضروری است که با افزایش نسبت ضخامت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی به پارامتر مقیاس طولی ماده، دو تئوری تنش کوپل بهبودیافته و تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته بر یکدیگر منطبق می‌شوند.

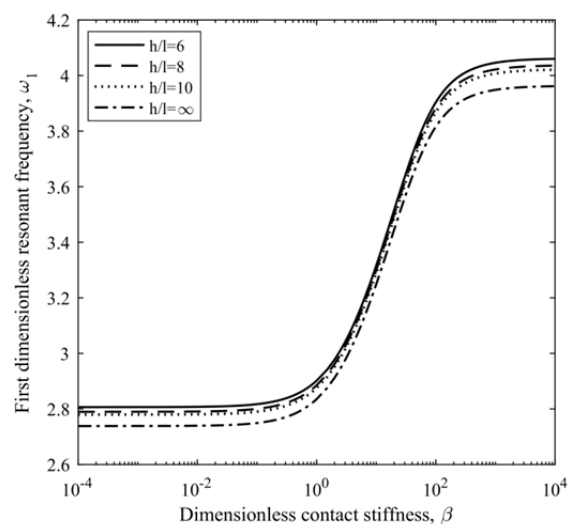
به‌منظور بررسی رفتار میکروسکوپ‌های نیروی اتمی ساخته شده از مواد مندرج تابعی، فرکانس تشدید خمشی شکل مود اول و دوم میکروتیر سیستم مورد نظر به‌ترتیب در نمودارهای ۵ و ۶ نشان داده شده است. این نمودارها به‌ازای مقادیر مختلف  $n$  که بیانگر میزان توزیع‌پذیری مواد مندرج تابعی در جهت ضخامت میکروتیر میکروسکوپ نیروی بوده، ترسیم شده است. همان طور که مشخص است، برای تمام مقادیر از توان  $n$ ، به‌ازای افزایش سختی تماسی  $\beta$ ، فرکانس تشدید خمشی هر دو شکل مودهای سیستم افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش توان  $n$ ، فرکانس‌های تشدید افزایش می‌یابد، به‌طوری که به‌ازای  $n = \infty$  که بیانگر صفحه ساخته شده از سرامیک خالص است، بیشترین مقدار را خواهد داشت.



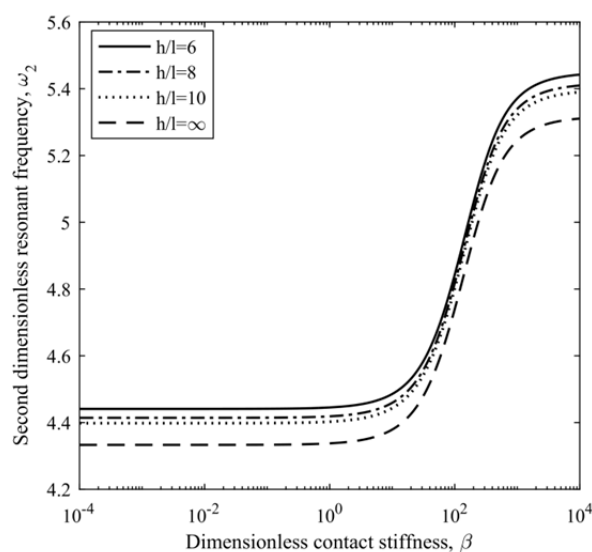
نمودار (۳) اولین حساسیت خمشی در برابر سختی تماسی



نمودار (۴) دومین حساسیت خمشی در برابر سختی تماسی



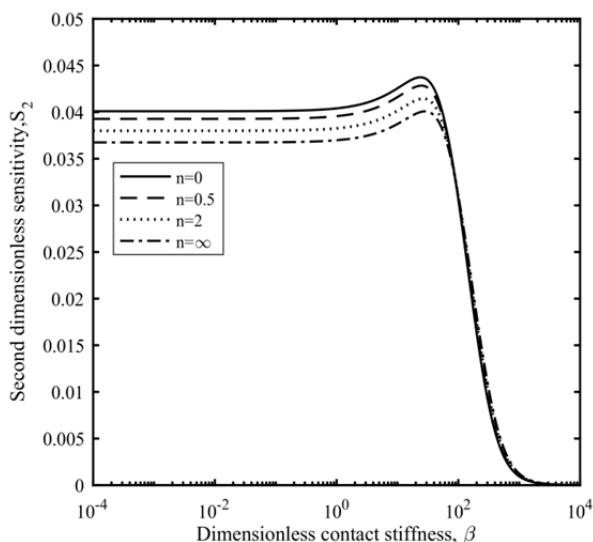
نمودار (۱) اولین فرکانس تشدید در برابر سختی تماسی



نمودار (۲) دومین فرکانس تشدید در برابر سختی تماسی

همان طور که در نمودارهای ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، با افزایش سختی تماسی  $\beta$ ، بین نوک پراب و سطح نمونه، فرکانس تشدید خمشی سیستم افزایش خواهد داشت. علاوه بر این، با افزایش نسبت ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طولی ماده  $(h/l)$ ، فرکانس تشدید خمشی سیستم کاهش یافته که بیانگر تاثیر پارامتر مقیاس طولی ماده در رفتار سیستم است. شایان ذکر است که  $\frac{h}{l} = \infty$  رفتار سیستم را براساس تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته بیان می‌دارد و با افزایش  $h/l$ ، رفتار سیستم براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته به تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته نزدیک می‌شود.

حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی براساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته به‌ازای تغییرات در نسبت ضخامت میکروتیر به پارامتر مقیاس طولی ماده برای شکل مود اول و دوم سیستم مورد نظر به‌ترتیب در نمودارهای ۳ و ۴ نشان داده شده است. با توجه به این نمودارها با افزایش سختی تماسی  $\beta$ ، حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی کاهش می‌یابد. از طرفی با توجه به نمودارهای ارائه شده به‌ازای سختی تماسی پایین  $\beta$ ، حساسیت خمشی سیستم مورد نظر افزایش

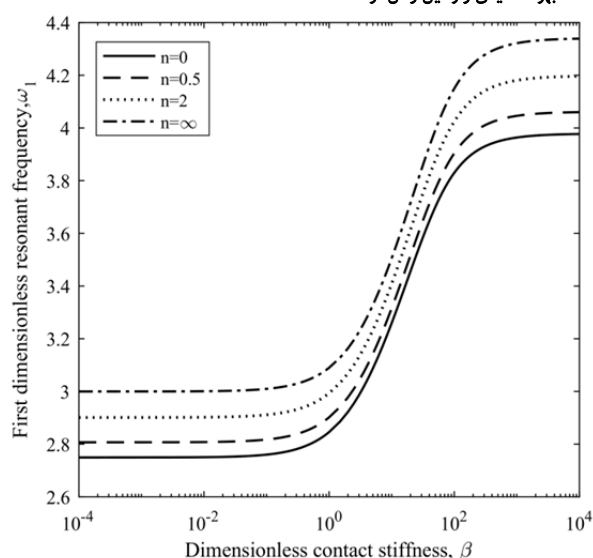


نمودار ۸) دومین حساسیت خمشی از میکروتیر مواد مندرج تابعی

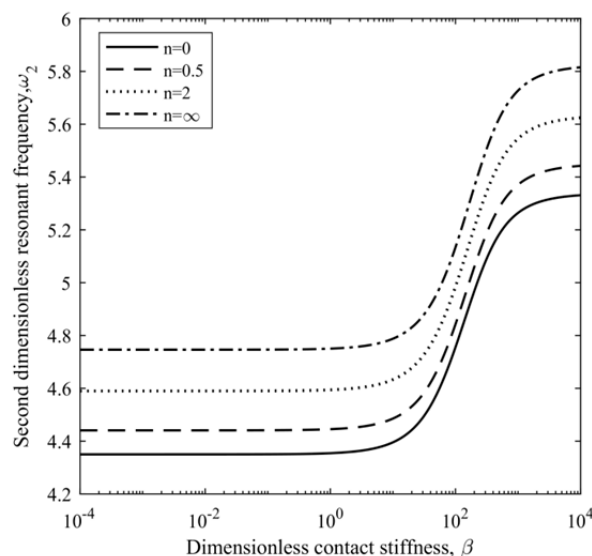
حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته شده از مواد مندرج تابعی به ازای مقادیر مختلف  $n$  برای شکل مودهای اول و دوم در نمودارهای ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند. همان طور که در نمودارها مشاهده می‌شود، حساسیت خمشی شکل مود اول سیستم مورد نظر نسبت به شکل مود دوم آن بیشتر است و همچنین به ازای تمام مقادیر  $n$ ، با افزایش سختی تماسی  $\beta$ ، حساسیت خمشی سیستم مورد نظر برای هر دو شکل مود سیستم کاهش می‌یابد. از طرفی با دقت در نمودارهای ارائه شده مشخص می‌شود که با افزایش توان  $n$  به ازای سختی تماسی پایین  $\beta$ ، میزان حساسیت شکل مود اول و دوم کاهش می‌یابد. در مقابل به ازای مقادیر بالای سختی تماسی  $\beta$ ، با افزایش توان  $n$ ، حساسیت خمشی هر دو شکل مود سیستم افزایش می‌یابد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

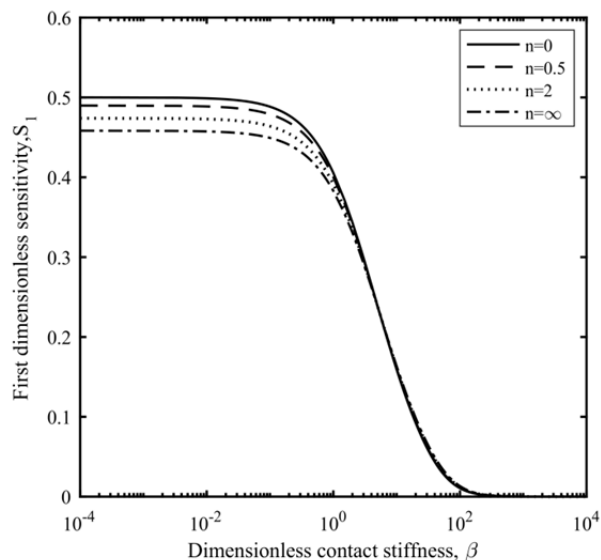
در این پژوهش، فرکانس تشدید و حساسیت خمشی میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته شده از مواد مندرج تابعی با در نظر گرفتن رفتار وابسته به اندازه با استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته مورد بررسی قرار گرفت. میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی مورد مطالعه دارای مقطع مستطیل شکل بوده که یک سر درگیر است، به طوری که در انتهای آزاد میکروتیر، پروب متصل می‌شود که قادر به روبش سطح مواد در ابعاد میکرو و نانو است. در ابتدا با در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر-برنولی و همچنین با استفاده از اصل همیلتون پس از استخراج انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم مورد نظر، معادلات حاکم بر جابه‌جایی خمشی و همچنین شرایط مرزی میکروتیر استخراج شد. سپس معادله دیفرانسیل پاره‌ای حاکم و شرایط مرزی سیستم با استفاده از تغییر متغیر مناسب به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شد، به گونه‌ای با در نظر گرفتن پاسخ سیستم و جای‌گذاری در شرایط مرزی سیستم، معادله مشخصه سیستم به دست آمد. سپس با استفاده از رابطه حاکم بر حساسیت سیستم و معادله مشخصه سیستم، معادله حاکم بر حساسیت خمشی میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی ساخته شده از مواد مندرج تابعی استخراج شد. با استفاده از معادلات به دست آمده، رفتار وابسته به اندازه سیستم با استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته استخراج شد و نتایج حاصل از این تئوری با تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته مورد مقایسه قرار گرفت.



نمودار ۵) اولین فرکانس تشدید از میکروتیر مواد مندرج تابعی



نمودار ۶) دومین فرکانس تشدید از میکروتیر مواد مندرج تابعی



نمودار ۷) اولین حساسیت خمشی از میکروتیر مواد مندرج تابعی

- signal. Review of Scientific Instruments. 2011;82(10):103704.
- 9- Chang WJ, Fang TH, Chou HM. Effect of interactive damping on sensitivity of vibration modes of rectangular AFM cantilevers. Physics Letters A. 2003;312(3-4):158-165.
- 10- Chang WJ, Lee HL, Chen TYF. Study of the sensitivity of the first four flexural modes of an AFM cantilever with a sidewall probe. Ultramicroscopy. 2008;108(7):619-624.
- 11- Kahrobaiyan MH, Ahmadian MT, Haghighi P, Haghighi A. Sensitivity and resonant frequency of an AFM with sidewall and top-surface probes for both flexural and torsional modes. International Journal of Mechanical Sciences. 2010;52(10):1357-1365.
- 12- Lee HL, Chang WJ, Yang YC. Flexural sensitivity of a V-shaped cantilever of an atomic force microscope. Materials Chemistry and Physics. 2005;92(2-3):438-442.
- 13- Mahdavi MH, Farshidianfar A, Tahani M, Mahdavi S, Dalir H. A more comprehensive modeling of atomic force microscope cantilever. Ultramicroscopy. 2008;109(1):54-60.
- 14- McFarland AW, Colton JS. Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors. Journal of Micromechanics and Microengineering. 2005;15(5):1060-1067.
- 15- Vatanikhah R, Kahrobaiyan MH, Alasty A, Ahmadian MT. Nonlinear forced vibration of strain gradient microbeams. Applied Mathematical Modelling. 2013;37(18-19):8363-8382.
- 16- Saeedi B, Vatanikhah R. Nonlinear dynamic analysis of an atomic force microscope submerged in liquid based on strain gradient theory. Modares Mechanical Engineering. 2018;17(12):275-285. [Persian]
- 17- Safikhani Mahmoudi M, Yusefpour A, Bahrami A. Higher-mode excitation in the non-contact atomic force microscopy. Modares Mechanical Engineering. 2018;18(7):149-158. [Persian]
- 18- Abbasi M. Size dependent vibration behavior of an AFM with sidewall and top-surface probes based on the strain gradient elasticity theory. International Journal of Applied Mechanics. 2015;7(3):1550046.
- 19- Habibnejad Korayem M, Dehghani Ghahnaviyeh S, Ghasemi M, Taheri M. Effect of different geometrical parameters of atomic force microscope cantilevers in critical force and time based on manipulation with applying EFAST sensitivity analyses. Modares Mechanical Engineering. 2015;15(1):310-316. [Persian]
- 20- Lee HL, Chang WJ. Sensitivity analysis of rectangular atomic force microscope cantilevers immersed in liquids based on the modified couple stress theory. Micron. 2016;80:1-5.
- 21- Kahrobaiyan MH, Asghari M, Rahaeifard M, Ahmadian MT. Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory. International Journal of Engineering Science. 2010;48(12):1985-1994.
- 22- Asghari M, Ahmadian MT, Kahrobaiyan MH, Rahaeifard M. On the size-dependent behavior of functionally graded micro-beams. Materials and Design. 2010;31(5):2324-2329.
- 23- Yang F, Chong ACM, Lam DCC, Tong P. Couple stress based strain gradient theory for elasticity. International Journal of Solids and Structures. 2002;39(10):2731-2743.

نتایج نشان می‌دهند زمانی که ضخامت میکروتیر کاهش می‌یابد و در محدوده پارامتر مقیاس طولی قرار می‌گیرد، اختلاف بین دو تئوری تنش کوپل بهبود یافته و تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته در پیش‌بینی مقادیر فرکانس تشدید و حساسیت خمشی تقریباً به‌ازای تمام مقادیر سختی تماسی قابل ملاحظه خواهد بود. در انتها تاثیر تغییر خواص مواد سازنده میکروتیر مواد مندرج تابعی در فرکانس تشدید و حساسیت خمشی میکروتیر مورد بررسی قرار گرفت. طبق نتایج به‌دست‌آمده به‌ازای تمام مقادیر  $n$  که بیانگر میزان توزیع‌پذیری مواد مندرج تابعی در جهت ضخامت میکروتیر میکروسکوپ نیروی اتمی است، فرکانس تشدید خمشی برای هر دو شکل مود اول و دوم سیستم با افزایش سختی تماسی  $\beta$  افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش توان  $n$ ، فرکانس تشدید افزایش می‌یابد، به‌گونه‌ای که در صفحه ساخته شده از سرامیک خالص بیشترین مقدار را خواهد داشت. از نمودارهای ارائه شده برای حساسیت خمشی میکروتیر براساس توان‌های مختلف از تغییرات  $n$ ، این نتیجه حاصل شد که حساسیت خمشی هر دو شکل مود اول و دوم سیستم به‌ازای تمام مقادیر  $n$  با افزایش سختی تماسی  $\beta$  کاهش یافته است. همچنین در هر دو شکل مود اول و دوم در سختی تماسی پایین، افزایش توان  $n$  موجب کاهش حساسیت خمشی و در سختی تماسی بالا، افزایش توان  $n$  موجب افزایش حساسیت خمشی سیستم شده است.

**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

**تأییدیه اخلاقی:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

**سهم نویسندگان:** بهزاد سعیدی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/روش‌شناسی/پژوهشگر اصلی (۵۰٪)؛ رامین وطن‌خواه (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۵۰٪)

**منابع مالی:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

## منابع

- 1- Arafat HN, Nayfeh AH, Abdel-Rahman EM. Modal interactions in contact-mode atomic force microscopes. Nonlinear Dynamics. 2008;54(1):151-166.
- 2- Binnig G, Quate CF, Gerber C. Atomic force microscope. Physical Review Letters. 1986;56(9):930-933.
- 3- Davis ZJ, Abadal G, Hansen O, Borise X, Barniol N, Perez-Murano F, et al. AFM lithography of aluminum for fabrication of nanomechanical systems. Ultramicroscopy. 2003;97(1-4):467-472.
- 4- Lee HL, Chang WJ. Coupled lateral bending-torsional vibration sensitivity of atomic force microscope cantilever. Ultramicroscopy. 2008;108(8):707-711.
- 5- Fang TH, Chang WJ. Effects of AFM-based nanomachining process on aluminum surface. Journal of Physics and Chemistry of Solids. 2003;64(6):913-918.
- 6- Garcia R, Perez R. Dynamic atomic force microscopy methods. Surface Science Reports. 2002;47(6-8):197-301.
- 7- Basak S, Raman A. Dynamics of tapping mode atomic force microscopy in liquids: Theory and experiments. Applied Physics Letters. 2007;91(6):064107.
- 8- Loganathan M, Kodandarama SR, Bristow DA. Measurement sensitivity improvement in tapping-mode atomic force microscopy through bi-harmonic drive

made of functionally graded materials. ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 30 August-2 September, 2009, San Diego, California, USA. New York: American Society of Mechanical Engineers; 2009.

24- Kong Sh, Zhou Sh, Nie Z, Wang K. The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler micro-beams. International Journal of Engineering Science. 2008;46(5):427-437.  
25- Rahaeifard M, Kahrobaiyan MH, Ahmadian MT. Sensitivity analysis of atomic force microscope cantilever