



Calculating residual stresses by measured released strains using different linear and nonlinear approximations

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Ghasemi A.^{*1} PhD,
AmirAhmadi S.S.¹ MSc,
Asgari B.¹ MSc,
Sareban M.R.¹ MSc

How to cite this article

Ghasemi A, AmirAhmadi S.S, Asgari B, Sareban M.R. Calculating residual stresses by measured released strains using different linear and nonlinear approximations. Modares Mechanical Engineering.2019; 19(3):609-620.

ABSTRACT

In this study, the method of releasing strains for calculating residual stresses in hole drilling process has been considered. For this purpose, a thick piece of cylindrical aluminum of 5 mm thickness has been investigated. Stepwise and high-speed drilling was performed in several successive steps, and released strains were recorded by a rosette strain gauge. The distribution of released strains in 3 forms of functions in the depth of the hole has been studied to transform strains to stresses, a linear function, a second-order function, and a third-order function. For each case, the longitudinal, tangential, shear stresses, principle stresses, and principle angles in the thickness of the piece were calculated and the results of the convergence analysis by the Tikhonov regularization were evaluated. In the end, the results are evaluated and compared for 3 modes. The results of the comparison of stresses and the degree of curves have shown that the third-order curve is more suitable for evaluation of released strains and using to transform them to residual stresses, and the magnitude of the error in the second-order curve is greater than the two other modes.

Keywords Residual Stresses; Measurement of Released Strains; Non-uniform Residual Stress; Incremental Hole Drilling Method

¹Solid Mechanics Department, Mechanical Engineering Faculty, University of Kashan, Kashan, Iran

*Correspondence

Address: Solid Mechanics Department, Mechanical Engineering Faculty, University of Kashan, Kashan, Iran. Postal Code: 8731753153
Phone: +98 (31) 55913430
Fax: +98 (31) 55913434
ghasemi@kashanu.ac.ir

Article History

Received: April 04, 2018
Accepted: November 10, 2018
ePublished: March 01, 2019

CITATION LINKS

[1] Growth and residual stresses in the bonded compliant ... [2] On the role of the residual stress state in product ... [3] Methods of measuring residual stresses ... [4] A comprehensive experimental and numerical ... [5] Incorporating the principles of shot peening ... [6] Eigenstrain simulation of residual stresses ... [7] Experimental and numerical investigation on generation ... [8] Overview of residual stresses and their ... [9] Standard test method for determining residual stresses ... [10] Measurement of residual stresses by the ... [11] Measurement of non-uniform residual stresses using ... [12] Measurement of non-uniform residual stresses using ... [13] Far-field boundary conditions for calculation of hole-drilling ... [14] Effects of plasticity on residual stresses measurement ... [15] Effect of elasto-plastic material behaviour on determination ... [16] Uncertainty analysis for non-uniform ... [17] First-order correction to counter the effect of eccentricity on the hole-drilling ... [18] Measured strains correction for eccentric holes in the determination ... [19] A short survey on residual stress measurements by ... [20] Measurement of structural stresses by hole-drilling ... [21] General calibration formulas for incremental hole drilling ... [22] Applications of the incremental hole-drilling method for ... [23] Experimental method for residual stress evaluation through ... [24] Determination of residual stress in composite ...

محاسبه تنش‌های پسماند به‌وسیله اندازه‌گیری کرنش‌های رهاشده با استفاده از تقریب‌های متفاوت خطی و غیرخطی

احمدرضا قاسمی* PhD

گروه طراحی جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

سیده‌سارا امیراحمدی MSc

گروه طراحی جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

بهزاد اصغری MSc

گروه طراحی جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

محمدرضا ساریان MSc

گروه طراحی جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده

در این تحقیق نحوه آزادسازی کرنش‌های رهاشده برای محاسبه تنش‌های پسماند در روش سوراخکاری مرحله‌ای مورد توجه قرار گرفته است. برای این منظور یک قطعه ضخیم استوانه‌ای از جنس آلومینیوم با ضخامت ۵ میلی‌متر مورد بررسی قرار گرفته است. سوراخکاری به روش مرحله‌ای و با سرعت بالا در چند گام متوالی انجام شده و کرنش‌های رهاشده توسط یک کرنش‌سنج ریزت ثبت شده است. برای تبدیل کرنش‌های رهاشده به تنش‌های پسماند، توزیع کرنش‌های رهاشده به سه شکل تابع خطی، تابع درجه دو و تابع درجه سه در عمق سوراخ مورد مطالعه قرار گرفته است. برای هر حالت تنش‌های پسماند طولی، محیطی، برشی، تنش‌های اصلی و زاویه‌های اصلی برای هر گام در ضخامت قطعه محاسبه شده و به‌وسیله ماتریس تنظیم تیخانوف همگرایی نتایج مورد ارزیابی قرار گرفته است. در پایان نتایج برای سه حالت مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است. نتایج حاصل از مقایسه تنش‌ها و درجه منحنی‌ها نشان می‌دهد که منحنی درجه سه برای ارزیابی کرنش‌های رهاشده و تبدیل به تنش‌های پسماند مناسب‌تر بوده و مقدار خطا در منحنی درجه دو از دو حالت دیگر بیشتر است.

کلیدواژه‌ها: تنش‌های پسماند، اندازه‌گیری کرنش‌های رهاشده، تنش پسماند غیریکنواخت، روش سوراخکاری مرحله‌ای

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۹

*نویسنده مسئول: ghasemi@kashanu.ac.ir

۱- مقدمه

تنش‌های پسماند تنش‌هایی هستند که مستقل از بارهای خارجی و خودمتعاد هستند. اغلب اوقات در فرآیند ساخت و مونتاژ، تنش‌های پسماند در حالتی که هیچ بار خارجی به قطعه وارد نمی‌شود، به وجود می‌آیند و در غیاب نیروهای خارجی تعادل دارند. تنش‌های پسماند فاکتور مهمی در بسیاری از مسائل مهندسی به شمار می‌روند^[1, 2] و اندازه‌گیری آن در بعضی موارد اهمیت زیادی دارد. شناخت تنش‌های پسماند در مواد مختلف از موضوعات مورد توجه محققان طی سالیان متمادی بوده و روش‌های متفاوتی نیز در راستای اهداف هر تحقیق به کار رفته است^[3]. تنش‌های پسماند معمولاً در اثر فرآیند ساخت در قطعه به وجود می‌آیند. جوشکاری، ریخته‌گری، نورد و تسلیم قطعه از جمله مواردی هستند که می‌توانند باعث ایجاد تنش پسماند در فلزات شوند. تنش‌های پسماند همیشه مضر نیستند و با توجه به اندازه، علامت و توزیع تنش در مقایسه با بارهای خارجی می‌توانند مفید باشند. این تنش‌ها هم می‌توانند به‌صورت ناخواسته در قطعه به وجود آیند و هم برای جلوگیری از رشد و گسترش ترک تحت بارهای استاتیکی و بارگذاری‌های خستگی به‌طور دلخواه مانند عملیات ساچمه‌زنی ایجاد شوند. شبیه‌سازی اجزای محدود

(FEM) یک روش متداول برای بررسی مسایل تنش‌های پسماند در مسایلی همچون ساچمه‌زنی^[4, 5]، شوک لیزری^[6] و جوشکاری^[7] به شمار می‌رود.

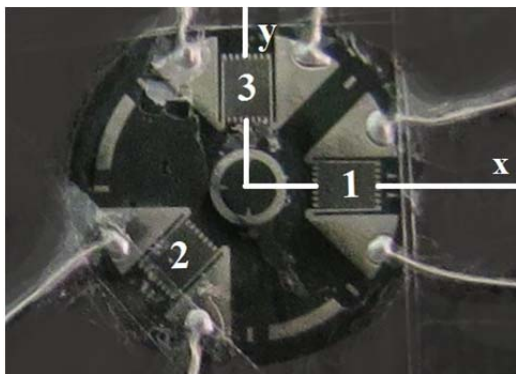
در حالت کلی، روش‌های اندازه‌گیری تنش‌های پسماند به سه دسته عمده تقسیم می‌شوند. دسته اول روش‌های مکانیکی مخرب و نیمه‌مخرب هستند که نیاز به مقطع‌زدن در قطعه یا برداشتن مقداری از ماده را دارند. دسته دوم روش‌های نوری هستند که غیرمخرب یا نیمه‌مخرب بوده‌اند و دسته سوم روش‌های فراصوتی و مغناطیسی غیرمخرب هستند^[8]. از میان این روش‌ها، روشی که بیشترین کاربرد را دارد، روش سوراخکاری مرکزی است که اولین بار توسط *ماتر* برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند پیشنهاد شده است. روش سوراخکاری با توجه به ضخامت نمونه و توزیع تنش پسماند در راستای ضخامت شامل سوراخکاری مرکزی، سوراخکاری مرحله‌ای و سوراخکاری عمیق است. روش سوراخکاری مرکزی تنها روش مکانیکی بوده که به‌صورت استاندارد E837ASTM^[9] در آمده است. این روش، ساده و مطمئن بوده و از آنجایی که باعث تخریب موضعی شده است و تاثیر عمده‌ای در کاهش عملکرد نمونه ندارد، نیمه‌مخرب نامیده می‌شود. روش سوراخکاری مرکزی برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند یکنواخت و غیریکنواخت به کار می‌رود^[10]. این روش به‌صورت استاندارد برای مواد ایزوتروپیک و همگن در مقیاس ماکروسکوپی ارایه شده است^[9]. روش‌های متعددی برای تخمین حوزه تنش غیریکنواخت از طریق سوراخکاری مرحله‌ای و ثبت کرنش‌های رهاشده در هر مرحله از سوراخکاری وجود دارد. از جمله روش‌های تعیین حوزه تنش غیریکنواخت می‌توان به روش‌های کرنش‌های مرحله‌ای، تنش متوسط، سری‌های توانی و انتگرال اشاره نمود^[11, 12].

در روش سوراخکاری مرحله‌ای ایجاد یک سوراخ در مرکز روزت و سطح قطعه در چند مرحله باعث آزادسازی تنش‌ها در محیط پیرامونی می‌شود و کرنش‌های رهاشده به‌وسیله سه کرنش‌سنج روزت اندازه‌گیری می‌شوند. کرنش‌های رهاشده با ضرایبی به‌نام ضرایب کالیبراسیون به تنش‌های پسماند محبوس در قطعه مرتبط می‌شوند. برای به‌دست‌آوردن ضرایب کالیبراسیون از شبیه‌سازی المان محدود استفاده می‌شود و از آنجایی که در این شبیه‌سازی روش سوراخکاری روی یک صفحه نامحدود مدل‌سازی می‌شود، نمی‌توان در واقعیت از تاثیر شرایط مرزی سوراخ روی این ضرایب صرف نظر کرد^[13]. ضرایب کالیبراسیون برای سوراخکاری مواد ایزوتروپیک در استاندارد بیان شده است^[9]. از آنجایی که استاندارد، روش انتگرال را برای مواد ایزوتروپیک با رفتار الاستیک خطی برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماندی که زیر ۶۰٪ تنش تسلیم ماده هستند، ارایه می‌دهد، سیفی و سلیمی^[14] تاثیر رفتار پلاستیک مواد بر اندازه‌گیری تنش پسماند را با استفاده از روش سوراخکاری بررسی کردند. برای تنش پسماندهایی که بیشتر از ۶۰٪ تنش تسلیم ماده باشند، در اطراف سوراخ ایجاد شده تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهد. در نظر گرفتن این منطقه پلاستیک ایجاد شده باعث بروز خطا در تنش پسماند محاسبه شده خواهد شد که آنها برای کاهش این خطا تنش میانگین وزنی را تعریف و از ضرایب تصحیح مناسب استفاده کردند. همچنین چوپاچین و همکاران^[15] روش انتگرال را برای اندازه‌گیری تنش پسماند در مواد با رفتار الاستیک-پلاستیک و برای تنش‌های بیشتر از ۶۰٪ تنش تسلیم ماده مورد توجه قرار دادند.

پیرال و همکاران^[16] عدم قطعیت روش سوراخکاری برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند غیریکنواخت را بررسی کردند. آنها این

استاندارد در آمده است و این استاندارد مهم‌ترین مرجع برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند یکنواخت و غیریکنواخت در عمق قطعه به شمار می‌رود. تنش‌ها می‌توانند در عمق قطعه ثابت بمانند (تنش یکنواخت) یا در راستای عمق قطعه به‌صورت قابل توجهی تغییر کنند (تنش غیریکنواخت). تنش‌های یکنواخت را می‌توان برای قطعات نازک و ضخیم به کار برد، در حالی که تنش‌های غیریکنواخت تنها برای قطعات ضخیم به کار می‌روند. هر گاه ضخامت قطعه مورد نظر از قطر سوراخ ایجادشده کمتر باشد، قطعه را نازک و اگر ضخامت قطعه از قطر سوراخ ایجادشده بیشتر باشد، آن را ضخیم می‌نامند^[9].

برای اندازه‌گیری کرنش‌های رهاشده باید از یک کرنش‌سنج مناسب استفاده کرد. یک روزت دارای سه کرنش‌سنج رشته‌ای است که طبق یک الگوی دایره‌ای با فواصل مساوی از مرکز روزت به‌صورت ساعتگرد یا پادساعتگرد چیده می‌شوند. محورهای روزت باید در سه جهت مشخص شامل یک جهت مرجع، یک جهت عمود بر جهت مرجع و یک جهت که نیمساز بین جهت مرجع و جهت عمود بر آن است، باشند که به‌صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است. مرکز دایره روزت باید کاملاً مشخص باشد، زیرا قرار است به‌عنوان محل سوراخ مورد نظر استفاده شود^[9]. کرنش‌سنج نوع A در چندین اندازه اسمی مختلف (۱/۸، ۱/۱۶، و ۱/۳۲) موجود است. دقت کرنش‌سنج باید حدود $1 \times 10^{-4} \pm$ باشد.



شکل ۱) شماتیک از یک کرنش‌سنج روزت

در واقع تنش‌های یکنواخت، میانگین تنش‌های موجود در عمق سوراخ هستند. برای محاسبه تنش‌های پسماند یکنواخت در یک قطعه ضخیم ابتدا کرنش‌های ترکیبی برای هر مرحله از سوراخکاری براساس کرنش‌های اندازه‌گیری‌شده طبق روابط ۱ به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} p &= \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1)}{2} \\ q &= \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)}{2} \\ t &= \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}{2} \end{aligned} \quad (1)$$

ضرایب کالیبراسیون $\bar{a}$ و $\bar{b}$ از جدول‌های مشخصی در استاندارد ASTM-E837 استخراج شده است و طبق روابط ۲، تنش‌های ترکیبی برای هر مرحله از سوراخکاری محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} P &= -\frac{E}{(1+\nu)} \frac{\sum(\bar{a} \cdot p)}{\sum(\bar{a}^2)} \\ Q &= -E \frac{\sum(\bar{b} \cdot q)}{\sum(\bar{b}^2)} \end{aligned} \quad (2)$$

کار را با استفاده از روش مونت‌کارلو روی یک نمونه Ti6Al4V انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که تشخیص عمق صفر برای سوراخکاری، بیشترین تاثیر را بر عدم قطعیت تنش‌های پسماند سطحی محاسبه‌شده دارد. از دیگر عوامل عدم قطعیت می‌توان به وسایل اندازه‌گیری، مدول یانگ و پارامترهای مربوط به کرنش‌سنج اشاره کرد.

انحراف میان سوراخ و مرکز روزت کرنش‌سنج، هر چند کوچک، در روش سوراخکاری برای محاسبه تنش‌های پسماند اجتناب‌ناپذیر است. *بارسنتی* و همکاران^[17] روش انتگرال ارایه‌شده در استاندارد را براساس این انحراف‌های کوچک، اصلاح و ضرایب کالیبراسیون را مجدداً محاسبه کردند. *پرال* و همکاران^[18] نیز کرنش‌های اندازه‌گیری‌شده در سوراخ‌های خارج از مرکز در محاسبه تنش‌های پسماند را با استفاده از روش سوراخکاری مرکزی اصلاح کردند و یک روش اصلاحی برای به‌دست‌آوردن تنش‌های پسماند غیریکنواخت در این سوراخ‌های خارج از مرکز ارایه دادند. هر چند پرکاربردترین روش سوراخکاری، روش کرنش‌سنج است، اما روش‌های نوری دیگر مثل ESPI^[19]، DIC^[20] و Moiré^[21] از دقت و اطمینان بالاتری مخصوصاً در تشخیص دقیق مرکز سوراخ برخوردارند.

در این تحقیق بر اهمیت کرنش‌های اندازه‌گیری‌شده، دقت این اندازه‌گیری و نحوه تقسیم این کرنش‌ها در گام‌های متوالی روش سوراخکاری مرحله‌ای توجه شده است. کرنش‌های اندازه‌گیری‌شده طی سه مرحله سوراخکاری با استفاده از تقریب‌های متفاوت خطی و غیرخطی به‌شکل تابع درجه دو و درجه سه در عمق سوراخ فرض شده‌اند. آن گاه با استفاده از ضرایب کالیبراسیون، کرنش‌های اندازه‌گیری‌شده به تنش‌های پسماند در عمق سوراخ و گام‌های متوالی سوراخکاری تبدیل می‌شوند. تنش‌های محاسبه‌شده غیریکنواخت بوده و برای محاسبه آنها از روش انتگرال و برای کاهش خطا از ماتریس تنظیم تیخانوف استفاده شده است. سپس برای هر حالت، میزان همگرایی پاسخ‌ها و درصد خطا، ارزیابی و تحلیل شده است.

۲- معادلات حاکم

روش سوراخکاری مرکزی را می‌توان برای به‌دست‌آوردن اندازه و علامت گرادینان تنش در عمق قطعه بهبود داد. مشابه روش سوراخکاری مرکزی ابتدا کرنش‌سنج روزت روی سطح نمونه نصب می‌شود. با افزایش تدریجی سوراخی که در مرکز روزت ایجاد می‌شود، کرنش‌های رهاشده در فواصل مساوی اندازه‌گیری می‌شوند. سپس تنش‌هایی محاسبه می‌شوند که در هر مرحله از عمق سوراخ وجود داشته‌اند. فرض می‌شود که کرنش‌های رهاشده در هر مرحله کاملاً در اثر تنش موجود در همان مرحله از عمق سوراخ بوده است. برای هر مرحله از عمق سوراخ، ضرایب کالیبراسیون متفاوتی را باید به کار برد. این ضرایب در استاندارد^[9] موجود است. براساس اصل سن-ونان، پاسخ‌های کرنش روی سطح قطعه به‌سرعت نسبت به تاثیرات تنش‌های داخلی در عمق قطعه غیرحساس می‌شوند. بنابراین خطاهای عمده‌ای که در این روش امکان بروز می‌یابد، در اثر محدودیت فیزیکی در روش آزمایش سوراخکاری بوده که کرنش‌سنج روزت در سطح نمونه است و کرنش‌های رهاشده روی سطح قطعه قرائت می‌شوند، در صورتی که تنش‌های غیریکنواخت در عمق قطعه قرار دارند.

روش سوراخکاری تنها روش اندازه‌گیری مقادیر تنش پسماند در سطح یک ماده الاستیک خطی ایزوتروپیک بوده که به‌صورت

خطاهای استاندارد نیز از روابط ۸ استخراج خواهند شد.

$$p_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(p_j - 3p_{j+1} + 3p_{j+2} - p_{j+3})^2}{20(n-3)}$$

$$q_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(q_j - 3q_{j+1} + 3q_{j+2} - q_{j+3})^2}{20(n-3)} \quad (۸)$$

$$t_{std}^2 = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{(t_j - 3t_{j+1} + 3t_{j+2} - t_{j+3})^2}{20(n-3)}$$

در معادلات ۷ باید مقادیر ضرایب α_p و α_Q و α_T به شکل بهینه انتخاب شوند و معیار انتخاب مقادیر بهینه، محاسبه درصد خطای ایجاد شده به واسطه استفاده از ماتریس تیخانوف است که نباید از مقدار مجاز ۵٪ بیشتر باشد. پارامترهای نامتجانس نشان دهنده اختلافی است که ماتریس تیخانوف ایجاد می کند تا مقادیر را تنظیم کند که به عنوان هزینه استفاده از تیخانوف شناخته می شوند و با روابط ۹ محاسبه می شوند.

$$p_{misfit} = p - \frac{1+\nu}{E} \bar{a} P$$

$$q_{misfit} = q - \frac{1}{E} \bar{b} Q \quad (۹)$$

$$t_{misfit} = t - \frac{1}{E} \bar{b} T$$

برای محاسبه خطا، توان دوم مقادیر به دست آمده از روابط ۹ برای هر مرحله در معادلات ۱۰ جای گذاری می شوند.

$$p_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (p_{misfit})_j^2$$

$$q_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (q_{misfit})_j^2 \quad (۱۰)$$

$$t_{rms}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (t_{misfit})_j^2$$

محاسبات فوق تا جایی ادامه می یابد که درصد خطای بین خطاهای استاندارد معادلات ۸ و خطاهای محاسبه شده در روابط ۱۰ از ۵٪ کمتر شود. اگر خطا کمتر از ۵٪ شود، آن گاه P, Q, T به دست آمده مورد قبول است. اما اگر درصد خطا بیشتر از ۵٪ شد، باید برای ضرایب α_p و α_Q و α_T حدس جدید زده شود که حدس جدید این ضرایب از روابط ۱۱ به دست می آید.

$$(\alpha_p)_{new} = \frac{p_{std}^2}{p_{rms}^2} (\alpha_p)_{old}$$

$$(\alpha_Q)_{new} = \frac{q_{std}^2}{q_{rms}^2} (\alpha_Q)_{old} \quad (۱۱)$$

$$(\alpha_T)_{new} = \frac{t_{std}^2}{t_{rms}^2} (\alpha_T)_{old}$$

در نهایت محاسبات فوق تا جایی انجام می شود که جواب ها همگرا و درصد خطا از ۵٪ کمتر شود. تنش های σ_x و σ_y و τ_{xy} برای هر مرحله سوراخکاری طبق روابط ۱۲ به دست می آید.

$$T = -E \frac{\sum(\bar{b} \cdot t)}{\sum(\bar{b}^2)}$$

سپس از روابط ۳، تنش های σ_x, σ_y و τ_{xy} به دست می آیند.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= P - Q \\ \sigma_y &= P + Q \\ \tau_{xy} &= T \end{aligned} \quad (۳)$$

برای محاسبه تنش های غیریکنواخت در قطعات ضخیم از روابط ۴، ابتدا کرنش های ترکیبی p, q, t و برای هر مرحله از سوراخکاری به دست می آید.

$$\begin{aligned} p_j &= \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1)_j}{2} \\ q_j &= \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)_j}{2} \\ t_j &= \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)_j}{2} \end{aligned} \quad (۴)$$

سپس ماتریس تنش های ترکیبی P, Q, T از روابط ۵ به دست می آیند.

$$\begin{aligned} \bar{a}P &= \frac{E}{(1+\nu)} p \\ \bar{b}Q &= Eq \\ \bar{b}T &= Et \end{aligned} \quad (۵)$$

ماتریس ضرایب کالیبراسیون $\bar{a}$ و $\bar{b}$ از جداول مشخصی در استاندارد استخراج می شوند. اگر تعداد گام های سوراخکاری کم باشد، از روابط ۶ تنش های σ_x و σ_y و τ_{xy} برای هر گام سوراخکاری به دست می آید.

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_k &= P_k - Q_k \\ (\sigma_y)_k &= P_k + Q_k \\ (\tau_{xy})_k &= T_k \end{aligned} \quad (۶)$$

اما برای تعداد گام های بالای سوراخکاری، ماتریس های ضرایب کالیبراسیون $\bar{a}$ و $\bar{b}$ به صورت عددی ناخوشایند می شوند. در این صورت خطاهای کوچک در اندازه گیری کرنش های رهانده منجر به خطاهای بزرگی در محاسبه تنش های پسماند می شوند. بنابراین از ماتریس تنظیم تیخانوف (ماتریس مشتق دوم C) برای منظم کردن تنش های محاسبه شده استفاده می شود. ماتریس C یک ماتریس قطری بوده که تعداد سطرهای آن نشان دهنده تعداد گام های سوراخکاری است و به شکل زیر نشان داده می شود:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

اگر ماتریس مشتق دوم تیخانوف روی روابط ۵ اعمال شود، ماتریس تنش های ترکیبی جدید P و Q و T از روابط ۷ به دست می آیند.

$$\begin{aligned} (\bar{a}^T \bar{a} + \alpha_p C^T C) P &= \frac{E}{1+\nu} \bar{a}^T p \\ (\bar{b}^T \bar{b} + \alpha_Q C^T C) Q &= E \bar{b}^T q \\ (\bar{b}^T \bar{b} + \alpha_T C^T C) T &= E \bar{b}^T t \end{aligned} \quad (۷)$$

که حدس اولیه ضرایب α_p و α_Q و α_T باید عدد کوچکی بین 10^{-4} و 10^{-6} باشد.

کرنش‌سنج مورد استفاده در این آزمایش از نوع FRS-2-23 ساخت شرکت TML ژاپن با ابعاد اسمی ۱۶/۱۱ اینچ بوده است. سوراخکاری نمونه با دستگاه فرزکاری CNC با سرعت دورانی بالا^[22-24] و نرخ پیشروی ثابت انجام گرفت و مته مورد استفاده نیز از جنس فولاد HSS و با قطر ۲ میلی‌متر انتخاب شد. دستگاه ثبت داده مورد استفاده برای ثبت کرنش‌های ره‌اشده حین انجام آزمایش سوراخکاری، یک دستگاه ثبت داده ساخته‌شده توسط شرکت TML کالیبره شد. هر دو دستگاه در شکل ۳ نشان داده شده‌اند.

عملیات سوراخکاری در ۳ گام انجام و پس از هر گام، زمان کافی برای انتقال حرارت داده شده است تا از تاثیر کرنش‌های حرارتی بر مقادیر ثبت‌شده جلوگیری شود. در این پژوهش مدت زمان سوراخکاری هر گام ۱۵ ثانیه و زمان لازم برای آزادشدن کرنش‌های حرارتی در هر گام سوراخکاری ۱۲۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. پس از هر مرحله سوراخکاری کرنش اندازه‌گیری شده ثبت و قرائت شد که کرنش‌های اندازه‌گیری شده برای این نمونه در جدول ۲ ارائه شده است.



شکل ۳ (الف) دستگاه ثبت داده؛ (ب) دستگاه ثبت داده استفاده‌شده در تحقیق حاضر، (ب) دستگاه ثبت داده TDS-150 استفاده‌شده برای کالیبره کردن

جدول ۲) کرنش‌های اندازه‌گیری شده در سوراخکاری مرحله‌ای

کرنش‌ها	کرنش در راستای صفر درجه (ϵ_1)	کرنش در راستای ۴۵ درجه (ϵ_2)	کرنش در راستای ۹۰ درجه (ϵ_3)
گام اول (۰/۲۵)	۵۹/۳	۲۱	۱۴/۳
گام دوم (۰/۵)	۶۲/۱	۴۳	۳۹/۲
گام سوم (۰/۷۵)	۱۸/۳	۲۴۳	-۲۰۷

۳-۱- برازش خطی روی کرنش‌های آزادشده

برای برازش خطی روی کرنش‌های اندازه‌گیری شده در سه راستا، از رابطه خطی $\epsilon_i = \epsilon_0 + i\Delta\epsilon$ استفاده شده که ϵ_i کرنش در هر مرحله و ϵ_0 کرنش اندازه‌گیری شده در هر گام سوراخکاری است. نمودارهای ۱-۳ کرنش‌های تقریبی خطی را نشان می‌دهند.

در برنامه رایانه‌ای نوشته‌شده برای محاسبه تنش‌های پسماند، با حدس اولیه مقادیر α_p ، α_q و α_T ، برابر با 5×10^{-5} و استفاده از روابط تحلیلی ۱۲-۴، تنش‌های پسماند غیریکنواخت محاسبه شده است. نتایج بعد از هفت مرحله همگرا شده و درصد خطا نیز به کمتر از ۵٪ رسیده است.

نمودارهای ۴-۶ توزیع تنش‌های پسماند غیریکنواخت در راستاهای X و Y و تنش پسماند برشی را نشان می‌دهند. تنش‌های اصلی σ_{min} و σ_{max} و زاویه اصلی β_k نیز برای هر مرحله به دست آمده و در نمودار ۷ و شکل ۴ نشان داده شده‌اند.

$$(\sigma_x)_k = P_k - Q_k$$

$$(\sigma_y)_k = P_k + Q_k \quad (12)$$

$$(\tau_{xy})_k = T_k$$

در پایان تنش‌های اصلی σ_{min} و σ_{max} و جهت اصلی β برای هر مرحله از سوراخکاری طبق رابطه ۱۳ به دست می‌آید.

$$(\sigma_{max})_k, (\sigma_{min})_k = P_k \pm \sqrt{Q_k^2 + T_k^2} \quad (13)$$

$$\beta_k = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{-T_k}{-Q_k}\right)$$

تنش‌های اصلی محاسبه شده نباید از ۸۰٪ تنش تسلیم ماده فراتر رود، در غیر این صورت تنش‌ها دیگر مقادیر کمی نبوده است و فقط به‌عنوان نشان‌دهنده تنش پسماند استفاده می‌شوند^[9].

برای به‌دست‌آوردن تنش‌های پسماند غیریکنواخت، با استفاده از روش سوراخکاری مرحله‌ای، یک قطعه ضخیم استوانه‌ای از جنس آلومینیوم تحت سوراخکاری مرحله‌ای قرار گرفته است و کرنش‌های ره‌اشده در ۳ گام اندازه‌گیری شده‌اند. آن گاه با سه برازش خطی، درجه دو و درجه سه کرنش‌های ره‌اشده در عمق‌های مختلف و متوالی سوراخ، ترسیم و بررسی شده است. برای مقایسه برازش‌های مختلف خطی و غیرخطی از این کرنش‌ها به‌ترتیب سه نمودار خطی، درجه دو و درجه سه ترسیم شده است. سپس با داشتن معادلات این منحنی‌ها و استفاده از روابطی که در بالا مورد اشاره و بررسی قرار گرفت، تنش‌های پسماند غیریکنواخت برای هر سه حالت براساس روش انتگرال به دست آمده و نتایج، مقایسه و ارزیابی شده و بهترین حالت انتخاب شده است.

۳- نتایج تجربی

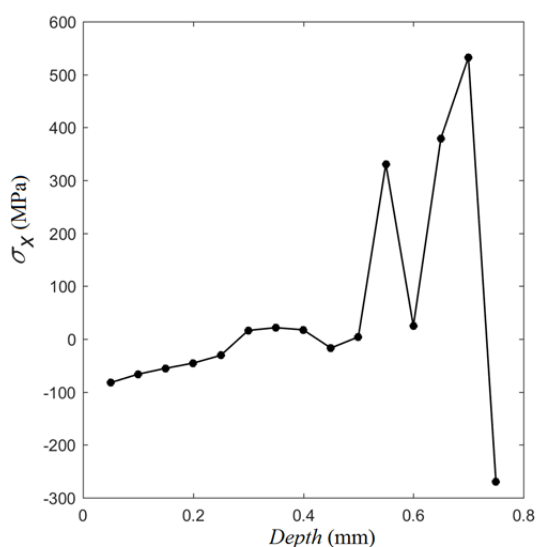
یک قطعه ضخیم استوانه‌ای با ضخامت ۵ میلی‌متر از جنس آلایژ آلومینیوم ۱۱۰۰ با درصد خلوص ۹۹٪ و مشخصات داده‌شده در جدول ۱ که تحت عملیات حرارتی قرار گرفته، به‌عنوان نمونه آزمایش در نظر گرفته شد که در شکل ۲ نمایش داده شده است.

جدول ۱) خواص آلایژ آلومینیوم مورد استفاده

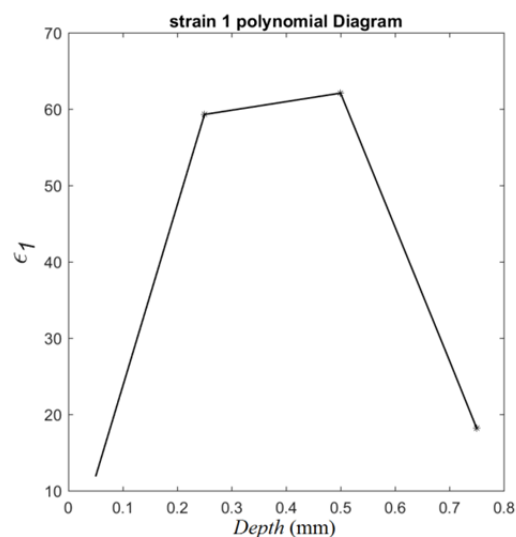
جنس	چگالی (Kg/m^3)	σ_T (MPa)	E (GPa)	α ($\mu/^\circ C$)	ν
آلومینیوم ۱۱۰۰	۲۷۱۰	۹۵	۷۰	۲۳/۶	۰/۳



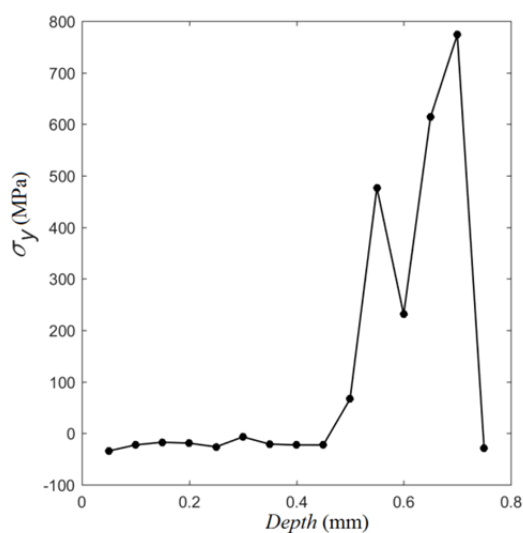
شکل ۲) نمونه آزمایشی



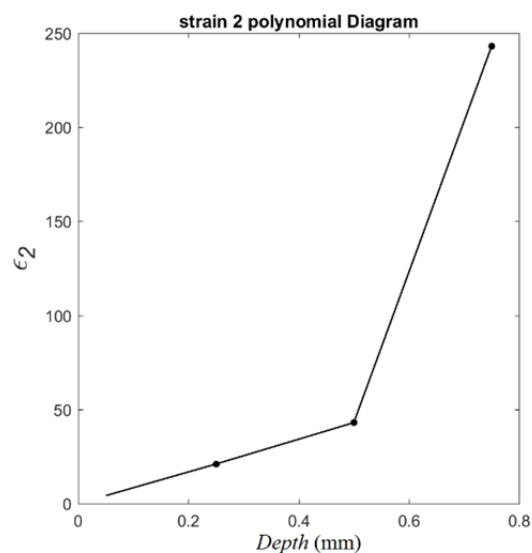
نمودار ۴) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت σ_x در برآزش خطی



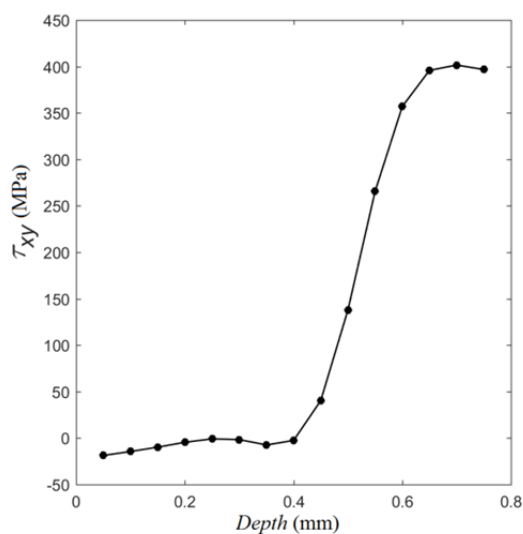
نمودار ۱) برآزش خطی کرنش ϵ_1 در راستای صفدرجه



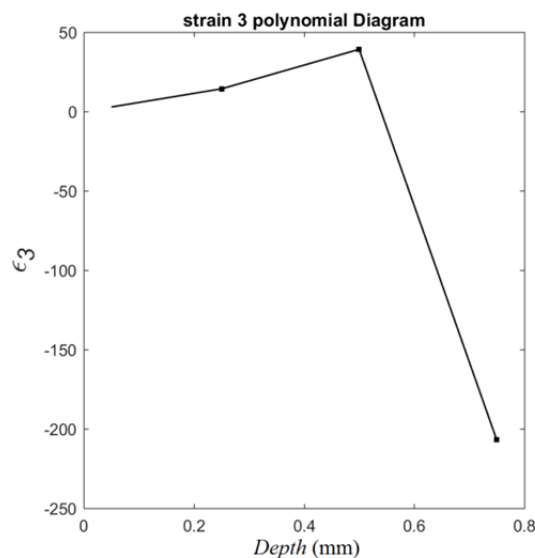
نمودار ۵) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت σ_y در برآزش خطی



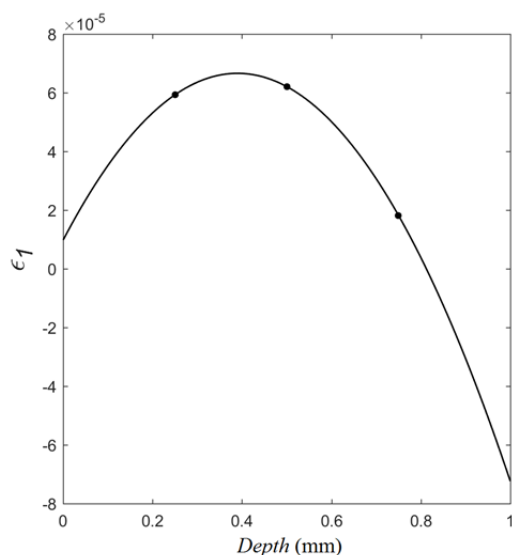
نمودار ۲) برآزش خطی کرنش ϵ_2 در راستای ۴۵ درجه



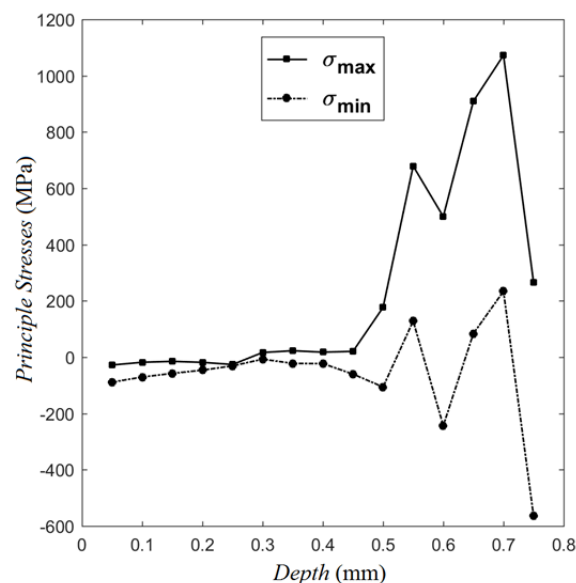
نمودار ۶) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت τ_{xy} در برآزش خطی



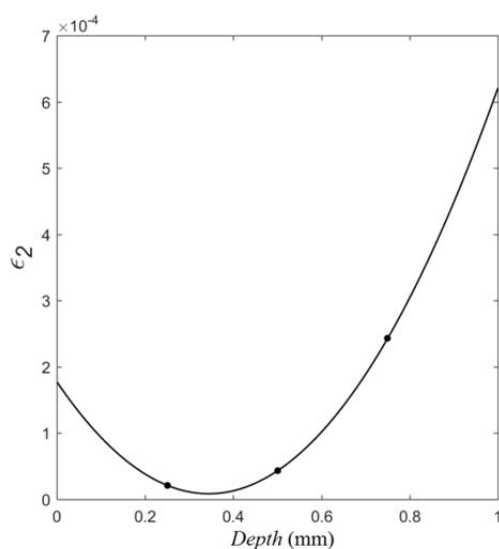
نمودار ۳) برآزش خطی کرنش ϵ_3 در راستای ۹۰ درجه



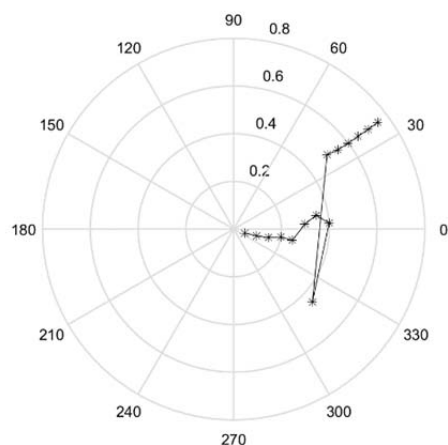
نمودار ۸) برازش منحنی درجه دو به کرنش ϵ_1 در راستای صف درجه



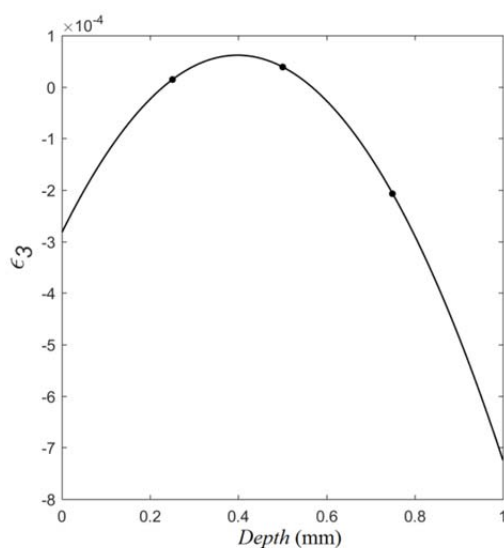
نمودار ۷) تنش‌های اصلی در برازش خطی



نمودار ۹) برازش منحنی درجه دو به کرنش ϵ_2 در راستای ۴۵ درجه



شکل ۴) زاویه‌های اصلی در برازش خطی



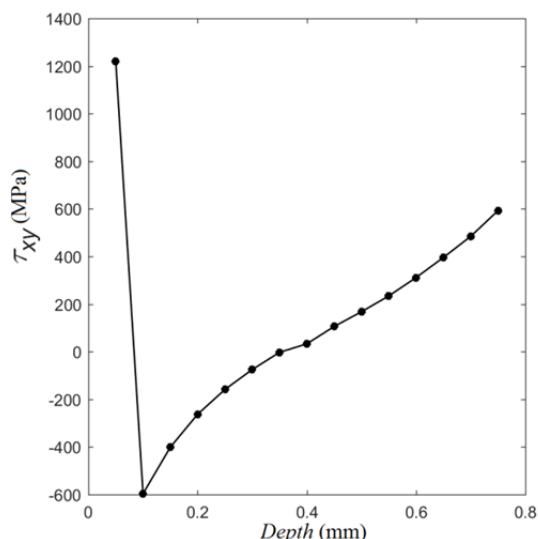
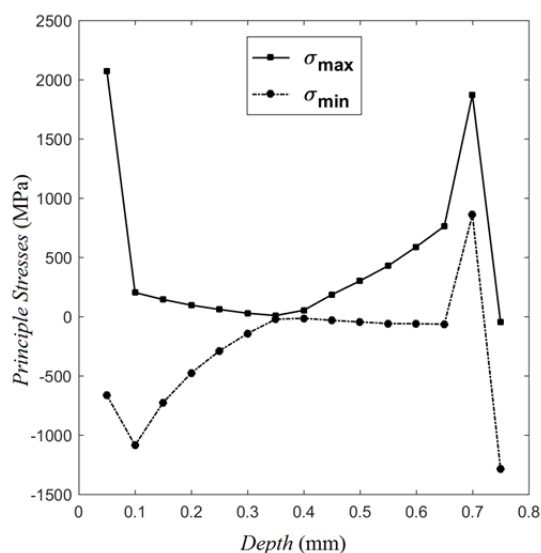
نمودار ۱۰) برازش منحنی درجه دو به کرنش ϵ_3 در راستای ۹۰ درجه

۳-۲- برازش منحنی درجه دو به کرنش‌های آزاد شده

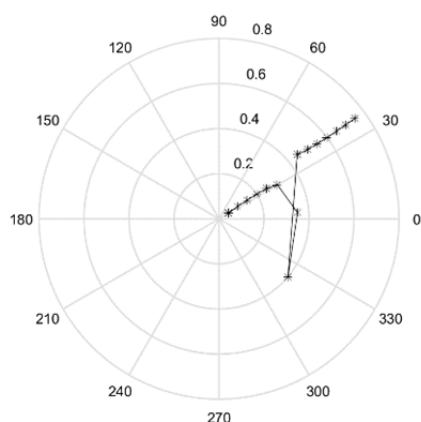
اگر به کرنش‌های رها شده طی سه مرحله سوراخکاری، معادله منحنی درجه دو به صورت جدول ۳ برازش شود، کرنش‌های تقریبی به صورت نمودارهای ۸-۱۰ خواهند بود. جدول ۳ معادلات حاصل از برازش منحنی درجه دو به کرنش‌های اندازه‌گیری شده را که x معادل گام سوراخکاری است، نشان می‌دهد.

جدول ۳) معادلات حاصل از برازش منحنی درجه دو به کرنش‌های اندازه‌گیری شده

$\epsilon_1 = -373.6x^2 + 291.4x + 9.8$	معادله حاصل از برازش منحنی درجه دو به کرنش (ϵ_1)
$\epsilon_2 = 1424x^2 - 980x + 177$	معادله حاصل از برازش منحنی درجه دو به کرنش (ϵ_2)
$\epsilon_3 = -2168.8x^2 + 1726.2x - 281.7$	معادله حاصل از برازش منحنی درجه دو به کرنش (ϵ_3)

نمودار ۱۳) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت τ_{xy} در برآزش منحنی درجه دو

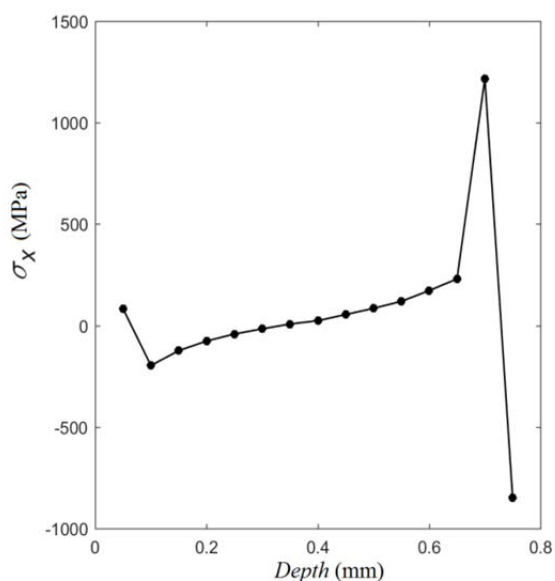
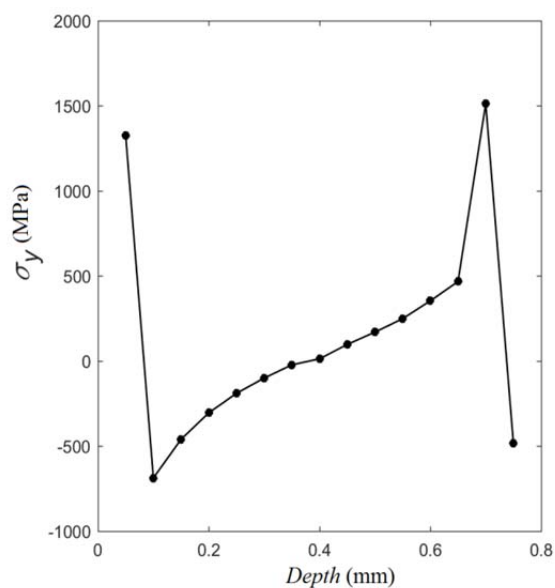
نمودار ۱۴) تنش‌های اصلی در برآزش منحنی درجه دو

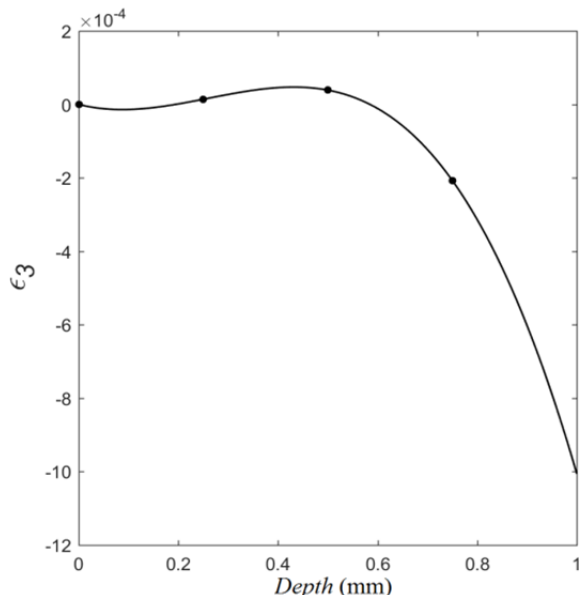


شکل ۵) زاویه‌های اصلی در برآزش منحنی درجه دو

مانند حالت قبل در برنامه رایانه‌ای نوشته شده برای محاسبه تنش‌های پسماند، با حدس اولیه مقادیر α_Q ، α_P و α_T برابر با 5×10^{-5} و استفاده از روابط تحلیلی ۱۲-۴، تنش‌های پسماند غیریکنواخت محاسبه شده است. نتایج در این حالت همگرا نشده است و درصد خطا به کمتر از ۵٪ نمی‌رسد و نتایج با حالتی که از ماتریس تنظیم تیخانوف استفاده نشود و تنش‌های پسماند با استفاده از روابط ۱-۷ محاسبه شوند، یکسان است.

نمودارهای ۱۱-۱۳ توزیع تنش‌های پسماند غیریکنواخت در راستاهای x و y و تنش پسماند برشی را نشان می‌دهند. تنش‌های اصلی σ_{max} و σ_{min} و جهت اصلی β_k نیز برای هر مرحله به دست آمده و در نمودار ۱۴ و شکل ۵ نشان داده شده‌اند.

نمودار ۱۱) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت σ_x در برآزش منحنی درجه دونمودار ۱۲) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت σ_y در برآزش منحنی درجه دو

نمودار ۱۷) برازش منحنی درجه سه به کرنش ε_3 در راستای ۹۰ درجه

مانند حالت قبل در برنامه رایانه‌ای نوشته شده برای محاسبه تنش‌های پسماند، با حدس اولیه مقادیر α_Q و α_T برابر با 5×10^{-5} و استفاده از روابط تحلیلی ۱۲-۴، تنش‌های پسماند غیریکنواخت محاسبه شده، جواب‌ها بعد از چهار مرحله تکرار، همگرا شده و درصد خطا به کمتر از ۵٪ رسیده است.

نمودارهای ۲۰-۱۸ تنش‌های پسماند غیریکنواخت در راستاهای X و Y و تنش پسماند برشی را نشان می‌دهند. تنش‌های اصلی σ_{max} و σ_{min} و زاویه اصلی β_k نیز برای هر مرحله به دست آمده و در نمودار ۲۱ و شکل ۶ نشان داده شده‌اند. تنش‌های اصلی نباید از ۸۰٪ تنش تسلیم ماده فراتر روند و همان طور که از نمودارها در هر سه حالت مشخص است، در گام سوم (عمق ۰/۷۵-۰/۵) تنش‌های محاسبه شده کمی و قابل استناد نیستند و فقط نشان‌دهنده وجود تنش پسماند در این عمق به شمار می‌روند.

زوایای اصلی مثبت، نشان‌دهنده زاویه تنش اصلی بیشینه از کرنش‌سنج شماره ۱ و زوایای اصلی منفی، نشان‌دهنده زاویه تنش اصلی کمینه از کرنش‌سنج شماره ۳ هستند.

در پایان برای هر سه کرنش اندازه‌گیری شده در سه راستای مختلف، توان دوم خطا در هر دو برازش درجه دو و درجه سه به دست آمد و با حالت خطی مقایسه شد که مقادیر این خطاها در جدول ۵ آمده است. همچنین شماتیکی از خطای ناشی از هر دو برازش در مقایسه با برازش خطی برای کرنش در راستای ۹۰ درجه، در نمودارهای ۲۲ و ۲۳ ارائه شده‌اند. با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان دریافت که بهترین انتخاب بین این دو برازش، برازش درجه سوم است.

جدول ۵) مجموع توان دوم خطا برای برازش‌های درجه دو و سه

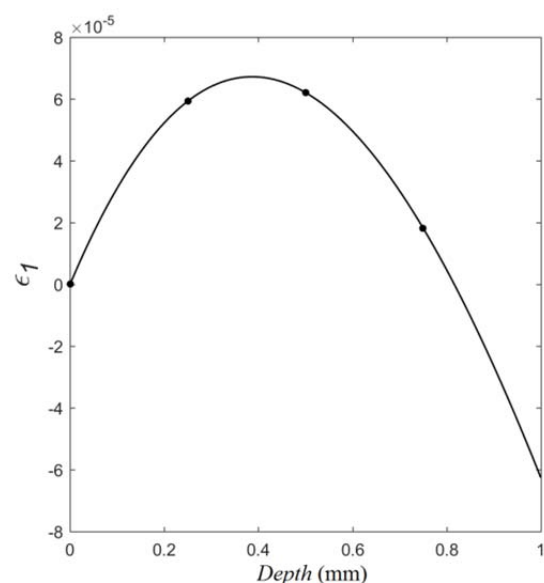
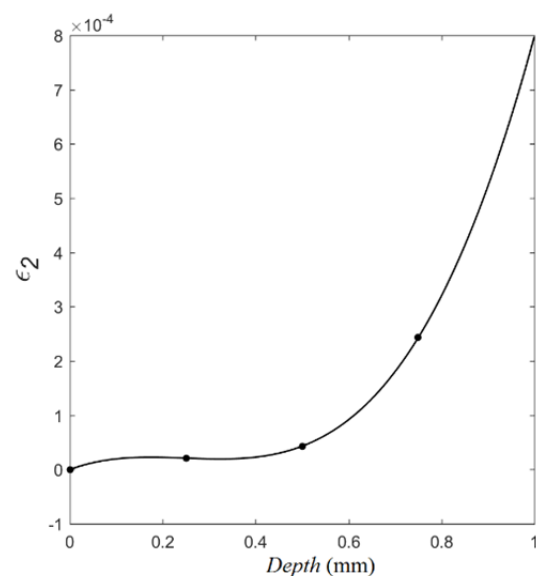
مجموع توان دوم خطا	کرنش در راستای صفر درجه (ε_1)	کرنش در راستای ۴۵ درجه (ε_2)	کرنش در راستای ۹۰ درجه (ε_3)
برازش درجه دو	$2/1236e-10$	$2/3188e-09$	$5/6132e-09$
برازش درجه سه	$2/2206e-10$	$2/0228e-09$	$4/9294e-09$

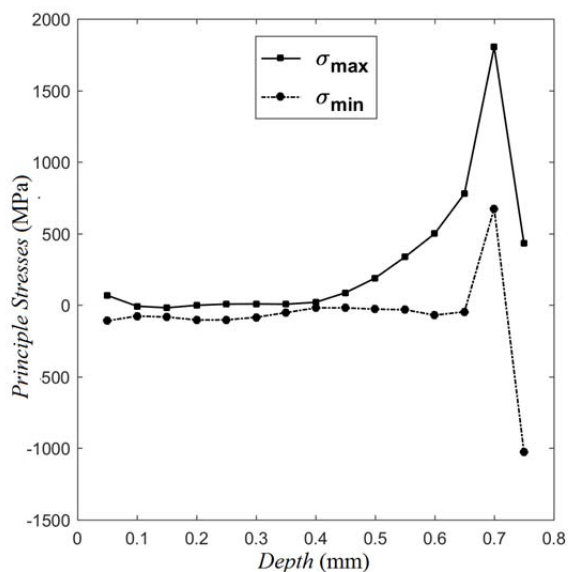
۳-۳- برازش منحنی درجه سه به کرنش‌های آزاد شده

اگر به کرنش‌های ره‌اشده طی سه مرحله سوراخکاری، معادله منحنی درجه دو به صورت جدول ۴ برازش شود، کرنش‌های تقریبی به صورت نمودارهای ۱۷-۱۵ خواهند بود.

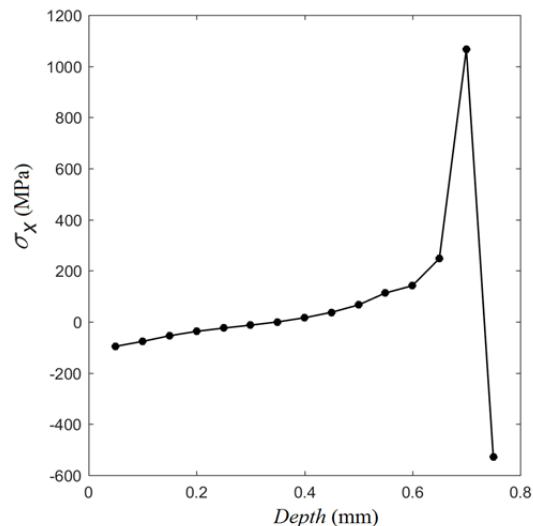
جدول ۴) معادلات حاصل از برازش منحنی درجه سه به کرنش‌های اندازه‌گیری شده

$\varepsilon_1 = 104.5x^3 - 530.4x^2 + 363.26x$	معادله حاصل از برازش منحنی درجه سه به کرنش (ε_1)
$\varepsilon_2 = 1888x^3 - 1408x^2 + 318x$	معادله حاصل از برازش منحنی درجه سه به کرنش (ε_2)
$\varepsilon_3 = -3004.8x^3 + 2338.4x^2 - 339.6x$	معادله حاصل از برازش منحنی درجه سه به کرنش (ε_3)

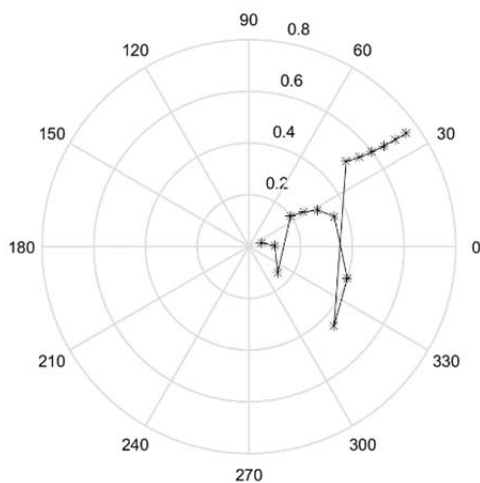
نمودار ۱۵) برازش منحنی درجه سه به کرنش ε_1 در راستای صفر درجهنمودار ۱۶) برازش منحنی درجه سه به کرنش ε_2 در راستای ۴۵ درجه



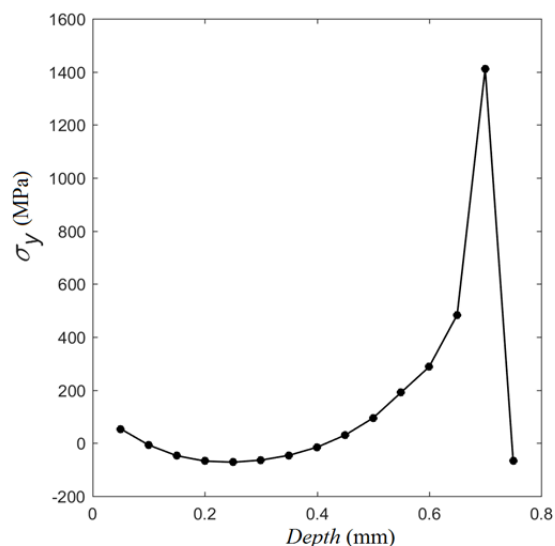
نمودار ۲۱) تنش‌های اصلی در برآزش منحنی درجه سه



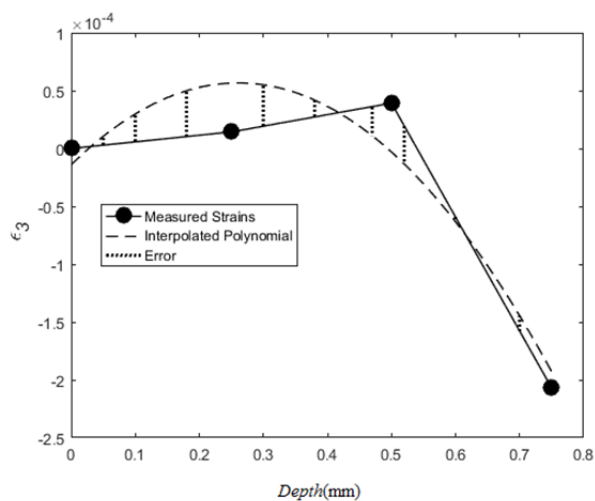
نمودار ۱۸) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت σ_x در برآزش منحنی درجه سه



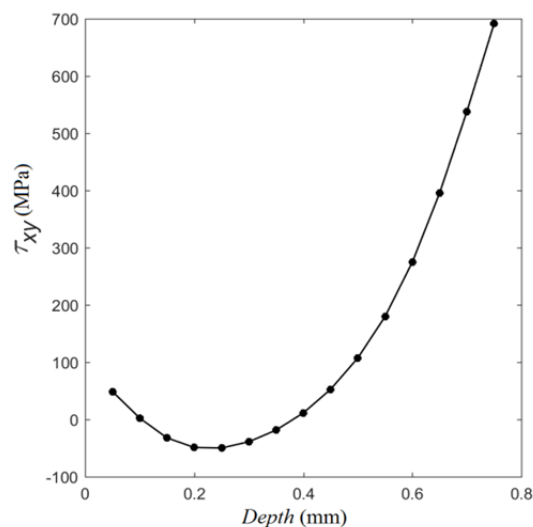
شکل ۶) زاویه‌های اصلی در برآزش منحنی درجه سه



نمودار ۱۹) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت σ_y در برآزش منحنی درجه سه

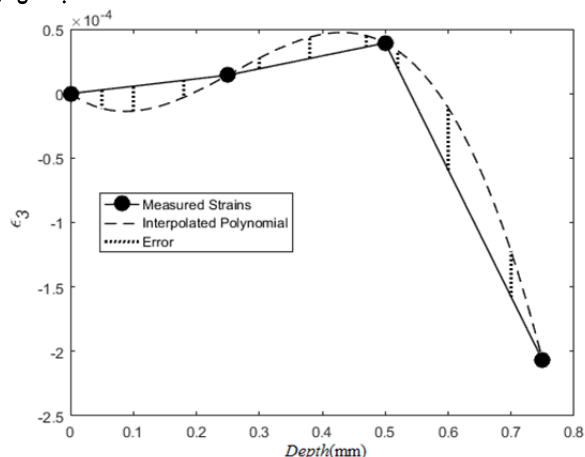


نمودار ۲۲) شماتیک خطای ناشی از برآزش منحنی درجه دو برای کرنش (ϵ_3)



نمودار ۲۰) توزیع تنش پسماند غیریکنواخت τ_{xy} در برآزش منحنی درجه سه

- seal of planar solid oxide fuel cell: Thickness design of window frame. *Materials and Design*. 2016;93(C):53-62.
- 2- Zijlstra G, Groen M, Post J, Ocelík V, De Hosson JTM. On the role of the residual stress state in product manufacturing. *Materials and Design*. 2016;105:375-380.
- 3- Rossini NS, Dassisti M, Benyounis KY, Olabi AG. Methods of measuring residual stresses in components. *Materials and Design*. 2012;35:572-588.
- 4- Mahmoudi AH, Ghasemi A, Farrahi GH, Sherafatnia K. A comprehensive experimental and numerical study on redistribution of residual stresses by shot peening. *Materials and Design*. 2016;90(C):478-487.
- 5- Astaræe AH, Miresmaeili R, Bagherifard S, Guagliano M, Aliofkhazraei M. Incorporating the principles of shot peening for a better understanding of surface mechanical attrition treatment (SMAT) by simulations and experiments. *Materials and Design*. 2017;116:365-373.
- 6- Correa C, Gil-Santos A, Porro JA, Díaz M, Ocaña JL. Eigenstrain simulation of residual stresses induced by laser shock processing in a Ti6Al4V hip replacement. *Materials and Design*. 2015;79:106-114.
- 7- Okano Sh, Kobayashi Sh, Kimura K, Ando A, Yamada E, Go T, et al. Experimental and numerical investigation on generation characteristics of welding deformation in compressor impeller. *Materials and Design*. 2016;101:160-169.
- 8- Schajer GS, Ruud CO. Overview of residual stresses and their measurement. In: GS Schajer, editor. *Practical residual stress measurement methods*. 1st Edition. Hoboken: John Wiley & Sons; 2013. pp. 1-27.
- 9- ASTM Standards. Standard test method for determining residual stresses by the hole-drilling strain-gage method, ASTM E837 - 13a [Internet]. Pennsylvania: ASTM International Standards Organization; 2008 [cited 2018 April 1]. Available from: <https://www.astm.org/Standards/E837.htm>
- 10- Vishay Precision Group. Measurement of residual stresses by the hole-drilling* strain gage method [Internet]. Malvern: Vishay Precision Group; 2010 [cited 2018 April 2]. Available from: <http://www.vishaypg.com/doc?11053>
- 11- Schajer GS. Measurement of non-uniform residual stresses using the hole-drilling method. Part I-Stress calculation procedures. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1988;110(4):338-343.
- 12- Schajer GS. Measurement of non-uniform residual stresses using the hole-drilling method. Part II-practical application of the integral method. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1988;110(4):344-349.
- 13- Baldi A. Far-field boundary conditions for calculation of hole-drilling residual stress calibration coefficients. *Experimental Mechanics*. 2017;57(4):659-664.
- 14- Seifi R, Salimi-Majd D. Effects of plasticity on residual stresses measurement by hole drilling method. *Mechanics of Materials*. 2012;53:72-79.
- 15- Chupakhin S, Kashaev N, Huber N. Effect of elastoplastic material behaviour on determination of residual stress profiles using the hole drilling method. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2016;51(8):572-581.
- 16- Peral D, De Vicente J, Porro JA, Ocaña JL. Uncertainty analysis for non-uniform residual stresses determined by the hole drilling strain gage method. *Measurement*. 2017;97:51-63.
- 17- Barsanti M, Beghini M, Bertini L, Monelli BD, Santus C. First-order correction to counter the effect of



نمودار ۲۳) شماتیک خطی ناشی از برازش منحنی درجه سه برای کرنش (ϵ_z)

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق حالت‌های متفاوت خطی و غیرخطی برای توزیع کرنش‌های رهاشده در عمق سوراخ، در روش سوراخکاری مرحله‌ای مورد توجه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در بررسی توزیع کرنش‌های رهاشده و محاسبه تنش‌های پسماند، منحنی درجه سوم دارای خطای کمتری نسبت به منحنی‌های خطی و درجه دو است. همچنین به نظر می‌رسد که تابع زوج به‌علت انتگرال‌گیری در عمق سوراخ و شرط تعادل تنش‌های پسماند در ضخامت، تابع مناسبی نبوده است و مقدار خطای تابع فرد با افزایش درجه کاهش می‌یابد. توزیع تنش‌های پسماند نشان می‌دهد که با افزایش عمق سوراخ، خطا به نحو قابل توجهی افزایش یافته و درصد افزایش این خطا برای منحنی درجه سوم نیز مشهود است. لازم به ذکر است که نتایج این تحقیق نشان می‌دهد، تابع تنظیم تیخانوف برای تعیین تنش‌های پسماند غیریکنواخت ضروری است و صرف نظر کردن از آن می‌تواند سبب افزایش قابل توجه خطا شود. همچنین در تعیین تنش‌های پسماند، کاهش عمق هر مرحله سوراخکاری می‌تواند به افزایش دقت در محاسبه تنش‌های پسماند منجر شود.

تشکر و قدردانی: نویسندگان مقاله از دانشگاه کاشان برای حمایت مادی و معنوی از این تحقیق تشکر می‌نمایند.

تأییدیه اخلاقی: نویسندگان گواهی می‌کنند که این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. ضمناً محتوای علمی و ادبی مقاله مستخرج از فعالیت علمی خود نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج و متن مقاله بر عهده نویسندگان است.

تعارض منافع: نویسندگان گواهی می‌کنند در نگارش این مقاله هیچ تعارضی در منافع نویسندگان وجود ندارد.

سهم نویسندگان: احمدرضا قاسمی (نویسنده اول)، روش‌شناس/پژوهشگر اصلی (۲۵٪)؛ سیده‌سارا امیراحمدی (نویسنده دوم)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ بهزاد اصغری (نویسنده سوم)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ محمدرضا ساریان (نویسنده چهارم)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)

منابع مالی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

منابع

- 1- Jiang W, Zhang YC, Zhang WY, Luo Y, Woo W, Tu ST. Growth and residual stresses in the bonded compliant

- 21- Zhang K, Yuan M, Chen J. General calibration formulas for incremental hole drilling optical measurement. *Experimental Techniques*. 2017;41(1):1-8.
- 22- Ghasemi AR, Mohammadi MM. Applications of the incremental hole-drilling method for measurement of non-uniform residual stresses in fiber metal laminates. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(6):335-345. [Persian]
- 23- Andersen LF. Experimental method for residual stress evaluation through the thickness of a plate. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 2002;124(4):428-433.
- 24- Sicot O, Gong XL, Cherouat A, Lu J. Determination of residual stress in composite laminates using the incremental hole-drilling method. *Journal of Composite Materials*. 2003;37(9):831-844.
- eccentricity on the hole-drilling integral method with strain-gage rosettes. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2016;51(6):431-443.
- 18- Peral D, Correa C, Diaz M, Porro JA, De Vicente J, Ocaña JL. Measured strains correction for eccentric holes in the determination of non-uniform residual stresses by the hole drilling strain gauge method. *Materials and Design*. 2017;132:302-313.
- 19- Pappalettere C. A short survey on residual stress measurements by HDM and ESPI. In: Lamberti L, Lin MT, Furlong C, Sciammarella C, editors. *Advancement of optical methods in experimental mechanics*. 3rd Volume. Berlin: Springer; 2018. pp. 105-110.
- 20- Harrington JS, Schajer GS. Measurement of structural stresses by hole-drilling and DIC. *Experimental Mechanics*. 2017;57(4):559-567.