



# طراحی روینگر غیر خطی اغتشاش و کنترل کننده پسگام مرتبه کسری بر پایه روش LQR برای ربات پوشیدنی باز توانی

مریم خمر<sup>1</sup>، مهدی ادریسی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی برق، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی 8174673441، edrisi@eng.ui.ac.ir

## چکیده

تاکنون نمونه‌های مختلفی از ربات‌های پوشیدنی با کاربرد باز توانی طراحی و ساخته شده‌اند. یکی از چالش برانگیزترین بخش‌های طراحی ربات‌های اسکلت خارجی، طراحی سیستم کنترل حرکت آن است. در ربات‌های پوشیدنی به دلیل غیرخطی بودن مدل دینامیکی، عدم قطعیت پارامترها، ساختارهای مدل نشده یا ساده شده و اغتشاش خارجی (ناشی از نیروی اعمال شده توسط کاربر) استفاده از روش‌های کنترلی مقاوم ضروری است. بنابراین در این پژوهش جهت تخمین کلیه عوامل ناخواسته به صورت یک اغتشاش کلی از روینگر غیر خطی اغتشاش استفاده شد و کنترل کننده مقاوم مورد استفاده LQR-FOBSC از ترکیب دو کنترل کننده LQR و پسگام مرتبه کسری طراحی شد. مزیت کنترل کننده LQR، انتخاب ورودی کنترلی برای رسیدن سریع و بهینه به نقطه تعادل است و FOBSC مقاوم بودن کنترل کننده در برابر عدم قطعیت و اغتشاش و کاهش چترینگ را تضمین می‌کند. همچنین جهت انتخاب مناسب ضرایب تابع هدف کنترل کننده LQR از الگوریتم ازدحام ذرات استفاده شد. به منظور ارزیابی روش کنترلی ارائه شده، بین نرم افزارهای بیومکانیکی این سیم برای شبیه سازی بدن انسان و ربات و محاسباتی متلب به صورت بر خط ارتباط برقرار شد. با استفاده از متلب در هر لحظه ورودی کنترلی محاسبه و به ربات اعمال و اثر آن روی ماهیچه ها و استخوان‌های بدن کاربر با استفاده از نرم افزار این سیم مشاهده و موقعیت مفصل زانو محاسبه گردید. روش حاضر با روش های پسگام مود لغزشی، مرتبه کسری و LQR مقایسه و برتری آن نشان داده شد.

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 12 اسفند 1396  
پذیرش: 15 اردیبهشت 1397  
ارائه در سایت: 10 خرداد 1397  
کلید واژگان:  
ربات پوشیدنی زانو  
کنترل کننده گام به عقب مرتبه کسری  
رگولاتور درجه دوم خطی و روینگر غیر خطی  
اغتشاش

## Designing a nonlinear disturbance observer and LQR based fractional order backstepping controller for a wearable rehabilitation robot

Maryam Khamar, Mehdi Edrisi\*

Department of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

\* P.O.B. 8174673441, Isfahan, Iran, edrisi@eng.ui.ac.ir

## Article Information

Original Research Paper  
Received 03 March 2018  
Accepted 05 May 2018  
Available Online 31 May 2018

### Keywords:

Knee wearable robot  
Fractional order backstepping control  
Linear quadratic regulator  
Nonlinear disturbance observer

## Abstract

Recently, a vast variety of wearable robots with various applications, including rehabilitation, have been produced, but a very challenging part of exoskeleton designing which is its motion control system still requires further investigation to be completed. Due to the nonlinearity in the dynamics of human-exoskeleton, uncertainty in parameters, unmodeled or simplified structures, and external disturbances (such as interaction of exerted human forces and movements), the use of robust control strategies is inevitable. Thus, in this research, a nonlinear disturbance rejection observer was used to estimate all of those as total disturbances. Then, a fractional order backstepping sliding mode (FOBSC) was utilized for enhanced tracking plus a Linear Quadratic Regulator (LQR) method to optimize the convergence to the equilibrium points. The advantage of using LQR is the optimum selection of the control input, and the FOBSC guarantees the robustness of the controller against uncertainties and disturbances. The combination of fractional order theory and control methods causes less chattering in the human-exoskeleton interactions. Moreover, particle swarm algorithm was used in order to select the coefficients of the cost function of LQR. In order to calculate the effect of the exoskeleton on human muscles and bones, the human parameters and knee motions, OpenSim was used. Matlab was used to implement the control strategy through OpenSim. The proposed method was then compared with the normal backstepping, fractional order system and LQR methods. The results show the superiority of this method compared to the classical methods.

مفصل دیگری در معرض آسیب دیدن است. هر آسیب یا ضعیفی در قسمتی از

بدن، در این مفصل تاثیر گذاشته و در حین راه رفتن فرد را دچار درد و

زانو بزرگترین و پیچیده ترین مفصل در بدن است. این مفصل بیش از هر

1- مقدمه



Fig. 1 A view of the designed wearable knee robot

شکل 1 نمایشی از ربات طراحی شده پوشیدنی زانو

$$J\ddot{\theta} = -\tau_g \cos\theta - B_1 \sin\theta - B_2 \dot{\theta} - K(\theta - \theta_0) + \tau + \tau_h \quad (1)$$

که در آن  $J$  مجموع اینرسی ربات و کاربر،  $\tau_g$  ضریب گرانش،  $K$  سختی ربات و کاربر،  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب ضرایب اصطکاک جامد و چسبندگی،  $\tau$  گشتاور موتور و  $\tau_h$  گشتاور کاربر است.

## 2-1- اغتشاش و عدم قطعیت

عدم قطعیت در پارامترها، اغتشاش خارجی و تداخل بین ربات و کاربر سبب ایجاد تغییرات در مدل دینامیکی و در نهایت باعث تغییر خروجی می‌شوند. مدل دینامیکی بیان شده در رابطه (1) با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترها و اغتشاش خارجی به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$(J + \Delta J)\ddot{\theta} = -(\tau_g + \Delta\tau_g)\cos\theta - (B_1 + \Delta B_1)\sin\theta - (B_2 + \Delta B_2)\dot{\theta} - (K + \Delta K)(\theta - \theta_0) + \tau + \tau_h \quad (2)$$

حال، می‌توان اغتشاش کل سیستم کاربر-ربات را به صورت رابطه (3) تعریف کرد.

$$D = \Delta J\ddot{\theta} - \Delta\tau_g \cos\theta - \Delta B_1 \sin\theta - \Delta B_2 \dot{\theta} - \Delta K(\theta - \theta_0) + \tau_h \quad (3)$$

برای مدل‌سازی سیستم ربات پوشیدنی-کاربر با در نظر گرفتن عدم قطعیت و اغتشاش خارجی، می‌توان متغیرهای حالت را به صورت  $x = [x_1 \ x_2]^T$  و ورودی کنترلی  $U$  را در نظر گرفت. بنابراین، معادلات حالت رابطه (4) برای سیستم به‌دست می‌آید.

$$\dot{x} = F(x) + G_1(x)U + G_2(x)D \quad (4)$$

که در آن توابع به کار رفته به صورت رابطه (5) تعریف می‌شوند.

$$F(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ f(x) \end{bmatrix} \quad f(x) = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} -\tau_g \cos\theta - B_1 \sin\theta \\ -B_2 \dot{\theta} - K(\theta - \theta_0) \end{bmatrix} \quad G_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} b \triangleq \frac{1}{J} \quad G_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 3- طراحی رباتیک و کنترل کننده

### 3-1- رباتیک غیر خطی اغتشاش

اغتشاشات داخلی به دینامیک‌های مدل نشده سیستم و اغتشاشات خارجی به مجموعه عدم قطعیت‌ها، نیروها و یا گشتاورهای خارجی که در دینامیک سیستم پیش بینی نشده‌اند، مرتبط می‌شوند. روش‌های مختلفی برای حذف اثرات اغتشاش در سیستم ارائه شده‌اند، یکی از این روش‌ها استفاده از رباتیک

مشکل می‌کند به‌طوری که زانو قادر به ایجاد حرکت طبیعی نخواهد بود [1]. بدین منظور پژوهشگران برای کمک به این معضل به طراحی و ساخت ابزارهای کمکی مختلفی پرداخته‌اند. یکی از این ابزارها ربات پوشیدنی است [2]. ربات‌های پوشیدنی زانو با هدف انجام فیزیوتراپی و به‌عنوان ابزار کمکی جهت تقویت عملکرد زانو در سه ده اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [3]. یکی از اهداف مهم کنترل در ربات‌های پوشیدنی استفاده شده در باز توانی، کنترل مسیر آن است. معمولاً کنترل کننده‌های استفاده شده برای ربات‌های پوشیدنی از نوع PID هستند [4] ولی به‌دلیل تغییر سیستم با زمان، اهمیت پایداری، وجود عدم قطعیت در پارامترها و اغتشاش این الگوریتم کنترلی، به خوبی خواسته‌های مطلوب را دنبال نمی‌کند. لذا جهت رفع این مشکل در الگوریتم کنترل PID کلاسیک، از روش‌های کنترل پیشرفته، الگوریتم‌های مقاوم و الگوریتم‌های بر پایه کنترل کننده‌های زبانی برای ربات‌های پوشیدنی توسعه یافته‌اند. یکی از مشهورترین کنترل کننده‌های زبانی، کنترل کننده فازی است که برای کنترل ربات پوشیدنی دست، توسعه داده شده است [5].

در مرجع [5] از الگوریتم کنترل عصبی و فازی برای ربات پوشیدنی با سه درجه آزادی استفاده شده است. با این حال، در این مرجع قوانین الگوریتم کنترلی فازی به روش سیستماتیک تولید نشده و بررسی پایداری انجام نگرفته است. علاوه بر کنترل‌های زبانی، کنترل کننده‌های مقاوم بر پایه مد لغزشی نیز برای ربات‌های پوشیدنی استفاده شده است [6-8]. برای مثال، مرجع [9] الگوریتم مد لغزشی مرتبه اول (FOSMC) برای ربات Lokomat™ با کار برده است. اشکال عمده در مد لغزشی مرتبه اول، وجود چترینگ در سیگنال کنترل است. چترینگ شامل قطع ناگهانی و یا تغییرات سریع سیگنال کنترلی است که سبب آسیب دیدن محرک و کاهش ایمنی کاربر می‌شود. به‌منظور حل این مشکل کنترل کننده‌های مختلفی بر پایه مد لغزشی مرتبه بالا (HOSMC) توسعه داده شده‌اند [11,10,3] مد لغزشی مرتبه بالاتر گرچه تاحدودی مشکل چترینگ را حل کرده ولی دارای پیچیدگی زیادی است. به‌منظور حل مشکل مد لغزشی از یک مشاهده‌گر غیرخطی برای تخمین گشتاور ربات استفاده شد و خروجی آن به عنوان ورودی اسلایدینگ مد در نظر گرفته شد که این امر باعث بهبود عملکرد الگوریتم کنترلی شده است. در این استراتژی کنترل، اغتشاش به کمک یک رباتیک غیرخطی تعیین شده و ردیابی مسیر با طراحی کنترل کننده مد لغزشی و در نظر گرفتن اغتشاش انجام می‌شود [12].

در این پژوهش، با توجه به روش‌های موجود برای کنترل مسیر ربات‌های پوشیدنی یک کنترل کننده مقاوم نسبت به عدم قطعیت و اغتشاش طراحی و پیشنهاد می‌گردد. در ادامه ابتدا مدل دینامیکی ربات پوشیدنی زانو بیان می‌شود. پس از آن مراحل طراحی کنترل کننده پیشنهادی توضیح داده می‌شود. در قسمت چهارم نتایج شبیه‌سازی و ارزیابی روش پیشنهادی با مقایسه با دو روش معمول استفاده شده در مقالات آورده می‌شود. در انتها جمع‌بندی و نتیجه‌گیری آمده است.

## 2- مدل دینامیکی ربات پوشیدنی زانو

ربات پوشیدنی زانو با یک درجه آزادی در "شکل 1" نشان داده شده است. زاویه مشخص شده در "شکل 1" نشان دهنده میزان باز شدن و یا خم شدن زانو است. با استفاده از روش لاگرانژ، مدل دینامیکی ربات زانو به صورت رابطه (1) به‌دست می‌آید [12].

<sup>1</sup> First Order Sliding Mode Control

<sup>2</sup> High Order Sliding Mode Control

صورت رابطه (12) تعریف می شود.

$$\dot{x}_2 = f(x) + b\left(u + \frac{D}{b}\right) \quad (12)$$

در رابطه (12)،  $1/b$  ضریب رویتگر است و قسمتی از ورودی کنترلی که برای حذف اغتشاش طراحی شده است به صورت رابطه (13) تعریف می شود.

$$u_D = \frac{\bar{D}}{b} \quad (13)$$

### 3-2- الگوریتم گام به عقب مرتبه کاهش یافته بر پایه LQR

در قسمت قبل نحوه تخمین اغتشاش با استفاده از رویتگر غیرخطی اغتشاش توضیح داده شد. در این قسمت به طراحی کنترل کننده پرداخته می شود. از لحاظ تئوری کنترل کلاسیک، کنترل کننده LQR یک کنترل کننده بهینه است که با حل یک مسئله بهینه سازی خطی درجه دوم به دست می آید [15] به دلیل غیرخطی بودن مدل و وجود عدم قطعیت در پارامترهای مدل و اغتشاش، کنترل کننده های کلاسیک مانند LQR به تنهایی پاسخگو نیست. از طرفی کنترل کننده هایی از قبیل مد لغزشی و یا پسگام نسبت به اغتشاش و عدم قطعیت پارامترها مقاوم هستند ولی چترینگ در این کنترل کننده وجود دارد. بنابراین، در این پژوهش با استفاده از مفهوم کنترل مد لغزشی و با به کار گرفتن کنترل کننده LQR، یک کنترل کننده معرفی می شود. کنترل کننده مد لغزشی جهت ردیابی مسیر از دو قسمت، یکی برای رساندن به سطح لغزش و دیگری برای نگاه داشتن متغیر کنترلی روی سطح لغزشی تشکیل شده است. برای نگاه داشتن متغیر روی سطح لغزش از کنترل کننده LQR و برای رساندن متغیر به سطح لغزش از کنترل کننده پسگام مرتبه کسری استفاده شده است. مزیت کنترل کننده LQR انتخاب بهینه قانون کنترل، و مزیت پسگام مرتبه کسری کاهش چترینگ و مقاوم بودن نسبت به اغتشاش است.

بنابراین کنترل کننده پیشنهادی برای ربات پوشیدنی زانو (رابطه (4)) به صورت رابطه (14) تعریف می شود.

$$v = v_n + v_s \quad (14)$$

که در آن  $v_n$  بر اساس کنترل کننده LQR و  $v_s$  بر اساس پسگام مرتبه کسری طراحی می شود. در ادامه ابتدا توضیح مختصری در مورد کنترل کننده داده خواهد شد و پس از آن کنترل کننده پسگام مرتبه کسری بیان شده است.

### 3-3- کنترل کننده LQR

کنترل کننده LQR برای سیستم های خطی طراحی می شود. به دلیل غیرخطی بودن سیستم مورد نظر، لازم است که معادلات سیستم خطی سازی شوند. بدین منظور از روش خطی سازی فیدبک ورودی خروجی استفاده می شود.

#### 3-3-1- خطی سازی فیدبک ورودی خروجی

در زیر به شرح مختصری از روال خطی سازی فیدبک ورودی خروجی برای فرایندهای غیرخطی پرداخته می شود [14].

فرم کلی یک فرایند غیرخطی در حالت استاندارد تک ورودی تک خروجی در معادله (15) آمده است.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (15)$$

با گرفتن مشتق از خروجی، رابطه (16) به دست می آید.

$$\dot{y} = \Delta h(f + gu) = L_f h(x) + L_g h(x)u \quad (16)$$

اگر رابطه (17) برقرار باشد، ورودی کنترلی به صورت رابطه (18) انتخاب می شود.

اغتشاش است [13]. ایده اصلی رویتگر اغتشاش براساس تخمین اغتشاش از مقایسه گشتاور ورودی سیستم واقعی با گشتاور مجازی که از معکوس مدل اسمی به دست می آید، گرفته شده است. این تخمین به عنوان سیگنال حذف کننده اغتشاش از گشتاور ورودی سیستم کم می شود. رویتگرهای اغتشاش براساس روش های خطی و غیرخطی آنالیز و طراحی می شوند. رویتگرهای خطی به گونه ای طراحی می شوند تا اغتشاش را در یک محدوده فرکانسی مشخص حذف کنند. این الگوریتم شامل معکوس مدل نامی و فیلتر پایین گذر می شود. این روش در ابتدا توسط چیانگ و همکارانش برای ربات با دو لینک الاستیک به کار گرفته شد. چن و همکارانش نیز ربات با دو لینک صلب را مورد مطالعه قرار دادند و برای این ربات یک رویتگر اغتشاش غیرخطی ارائه دادند که به واسطه آن توانستند اغتشاش وارد به سیستم را تخمین زده و حذف کنند. آن ها پایداری رویتگر ارائه شده را به روش لیاپانوف ثابت کردند [5]. در پژوهش حاضر یک رویتگر اغتشاش غیرخطی برای ربات پوشیدنی ارائه می شود و پایداری آن به روش لیاپانوف اثبات می گردد. رویتگر اغتشاش ارائه شده قادر خواهد بود بدون استفاده از سنسور اضافی اغتشاش وارد به سیستم را تخمین زده و حذف نماید. در این پژوهش ربات پوشیدنی با معادلات مربوط به ربات با لینک صلب مدل شده و اثرات انعطاف پذیری لینک ها و گشتاور کاربر به عنوان اغتشاش فرض می شود که توسط رویتگر تخمین زده و حذف می گردد. اغتشاش تخمین زده شده در سیستم ربات پوشیدنی- کاربر با رابطه (6) و (7) محاسبه می شود [12].

$$\bar{D} = z + p(x) \quad (6)$$

$$\dot{z} = -L(x) \left( F(x) + G_1(x)U + G_2(x)(z + p(x)) \right) \quad (7)$$

که در رابطه (6)،  $z$  متغیر حالت داخلی،  $p(x)$  بردار کمکی و  $L(x)$  بهره رویتگر غیرخطی است و طبق رابطه غیرخطی (8) محاسبه می شود.

$$L(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x} = [0 \ a] \quad (8)$$

اکنون، خطای رویتگر طبق رابطه (9) تعریف می گردد.

$$\bar{D} = D - \bar{D} \quad (9)$$

نتقی است [13] بنابراین رابطه (10) برقرار خواهد بود.

$$|\dot{\bar{D}}| \leq \delta \quad (10)$$

با گرفتن مشتق از رابطه (9) و استفاده از روابط (7) و (8) دینامیک خطای رویتگر طبق رابطه (11) به دست می آید.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{D}} &= \dot{D} - \dot{\bar{D}} = -\dot{z} - \dot{p}(x) \\ &= L(x) \left( F(x) + G_1(x)U + G_2(x)(z + p(x)) \right) - \dot{p}(x) \\ &= L(x) \left( F(x) + G_1(x)U + G_2(x)(z + p(x)) \right) - L(x)\dot{x} \\ &= L(x) \left( F(x) + G_1(x)U + G_2(x)\bar{D} - F(x) - G_1(x)U - G_2D \right) \\ &= L(x)G_2\bar{D} - L(x)G_2D = -a\bar{D} \end{aligned} \quad (11)$$

در حالت کلی، اطلاعاتی در مورد مشتق اغتشاش وجود ندارد. به هر حال، در ربات توانبخشی زانو، محدود در نظر گرفتن تغییرات اغتشاش یک فرض همان طور که در رابطه (11) مشاهده می شود، خطای رویتگر پایدار نمایی است، اگر پارامتر  $a$  بزرگتر از صفر انتخاب شود و  $\dot{D}$  صفر باشد. بنابراین در صورت برقراری این شرایط، خطا پایدار یکنواخت خواهد بود. با در نظر گرفتن رابطه (10) و (11) و براساس قضیه 4-14 کتاب اسلاتین خطای رویتگر تماماً پایدار خواهد بود [14].

پس از طراحی رویتگر غیرخطی اغتشاش، خروجی رویتگر (اغتشاش تخمین زده شده) به ورودی کنترلی اعمال می گردد. اکنون، با استفاده از معادلات حالت رابطه (4) و با در نظر گرفتن اثر رویتگر، حالت دوم سیستم به

می آید.

$$v_n = -\alpha^{-1} B^T P z \quad (30)$$

که در آن  $P$  یک ماتریس مثبت معین است و با حل معادله ریکاتی زیر و با تعریف پارامترهای  $Q$  و  $\alpha$  تناسب با هدف کنترلی به دست می آید.

$$A^T P + P A - \alpha^{-1} P B B^T P + Q = 0 \quad (31)$$

$$(Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix})$$

می توان نشان داد در حالتی که  $d(x) = 0$  قانون کنترل به تنهایی قادر به صفر کردن خطای ردیابی در زمان محدود نخواهد بود.

ماتریس های وزنی  $\alpha$  و  $Q$  موجود در تابع هزینه کنترل کننده LQR نقش بسیار اساسی در پیدا کردن بهره ی فیدبک حالت ایفا می کنند. انتخاب مناسب ماتریس های وزنی یکی از مهمترین مراحل طراحی این گونه کنترل کننده ها محسوب می شود. روش های مختلفی جهت پیدا کردن این ماتریس های وزنی ارائه شده است، در این پژوهش از الگوریتم ازدحام ذرات استفاده شد.

الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات یکی از روش های فرا ابتکاری است که در حل مسائل بهینه سازی پیوسته موفقیت بسیاری از خود نشان داده است [16]. این الگوریتم از روی زندگی جمعی و گروهی پرندگان الهام می گیرد تا به راه حل بهینه برسد. با استفاده از این روش می توان با مسائلی که جواب آن ها یک نقطه یا سطح در فضای  $n$  بعدی است، برخورد نمود. در این چنین فضایی، فرضیاتی مطرح می شود و یک سرعت ابتدایی به آن ها اختصاص داده می شود، همچنین کانال های ارتباطی بین ذرات در نظر گرفته می شود. سپس این ذرات در فضای پاسخ حرکت می کنند، و نتایج حاصله بر مبنای یک تابع شایستگی پس از هر بازه زمانی محاسبه می شود. با گذشت زمان، ذرات به سمت ذراتی که دارای مالک شایستگی بالاتری هستند و در گروه ارتباطی یکسانی قرار دارند، شتاب می گیرند. در "شکل 2" فلوچارت الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، این الگوریتم با یک گروه از جواب های تصادفی شروع به کار می کند. سپس برای یافتن جواب بهینه در فضای مسئله با به روز کردن موقعیت و سرعت هر ذره به جستجو می پردازد. هر ذره به صورت چند بعدی با دو مقدار  $x_{ij}$  و  $v_{ij}$  که به ترتیب مکان و سرعت مربوط به بعد  $i$  امین ذره هستند تعریف می شود. در هر مرحله از حرکت جمعیت، هر ذره با توجه به دو مقدار بهترین به روز می شود. اولین مقدار بهترین جواب از لحاظ شایستگی است که تاکنون برای هر ذره به طور جداگانه به دست آمده است. این مقدار بهترین تجربه فردی است که بهترین فردی نامیده می شود. مقدار بهترین دیگر که توسط PSO به دست می آید، بهترین مقداری است که تاکنون توسط تمام ذره ها در میان جمعیت به دست آمده است. این مقدار بهترین تجربه گروهی است که بهترین گروه نامیده می شود. پس از یافتن دو مقدار بهترین فردی و گروهی هر ذره سرعت  $v$  و مکان  $x$  جدید خود را با رابطه (32) به روز می کند.

$$v_{ij}^{t+1} = w v_{ij}^t + c_1 r_1 (p_{ij}^t - x_{ij}^t) + c_2 r_2 (g_j^t - x_{ij}^t) \quad (32)$$

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + v_{ij}^{t+1}$$

به طوری که  $w$  وزن اینرسی  $c_1$  و  $c_2$  ضرایب شتاب  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی در بازه  $(0,1)$  می باشند. همچنین  $p$  و  $g$  به ترتیب بهترین فردی و بهترین گروهی هستند.

$$L_g h(x) \neq 0 \quad (17)$$

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} (-L_f h(x) + v) \quad (18)$$

در غیر این صورت اگر رابطه (19) برقرار باشد دوباره از خروجی مشتق گرفته می شود.

$$L_g h(x) = 0 \quad (19)$$

$$y^i = L_f^i h(x) + L_g L_f^{i-1} h(x) u \quad (20)$$

$$y^i = L_f^i h(x) + L_g L_f^{i-1} h(x) u \quad (21)$$

مشتق گیری تا زمانی که  $L_g h(x) \neq 0$  شود ادامه پیدا می کند تا نهایتاً قانون خطی سازی فیدبک را بتوان به صورت رابطه (22) نوشت.  $r$  را نیز درجه نسبی خطی سازی ورودی خروجی گویند به طوری که اگر مقدار  $r$  از  $n$  که تعداد حالات فرایند را مشخص می کند کمتر باشد بایستی دینامیک صفر داخلی نیز بررسی شود و پایداری آن توسط قوانین اول یا دوم لیاپانف اثبات گردد. نهایتاً قانون کنترلی به فرم (22) به دست می آید.

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} (-L_f^r h(x) + v) \quad (22)$$

حال با فرض ورودی کنترل جدید  $v$ ، می توان نشان داد که با فرض پایداری دینامیک صفر فرایند از دید ورودی  $v$  و خروجی  $y$ ، این فرایند یک فرایند خطی از مرتبه  $r$  است.

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{1}{s^r} \quad (23)$$

حال با استفاده از روش خطی سازی پسگام ورودی خروجی برای خطای ردیابی، رابطه (24) به دست می آید.

$$e^r = L_f^r e + L_g L_f^{r-1} u \quad (24)$$

یا

$$e^r = F(x) + G(x)u \quad (25)$$

به دلیل وجود اغتشاش و عدم قطعیت رابطه (25) به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$e^r = F^*(x) + G^*(x)u + d(x) \quad (26)$$

که در آن  $F^*(x)$  و  $G^*(x)$  قسمت نامی سیستم هستند و با استفاده از قسمت معلوم  $f(x)$  و  $g(x)$  به دست می آیند.  $d(x)$  بیانگر عدم قطعیت و اغتشاش است.

### 3-2- طراحی کنترل کننده LQR برای ربات پوشیدنی زانو

جهت طراحی کنترل کننده LQR، حالت خاص  $d(x) = 0$  را در نظر بگیرید. در این حالت نیازی به جبران عدم قطعیت نخواهد بود و قانون کنترل به صورت  $v = v_n$  تعریف می شود. مدل ربات پوشیدنی با استفاده از روش فیدبک خطی ساز، به فرم خطی زیر بازنویسی می گردد.

$$\dot{z} = A \times z + B \times v_n \quad (27)$$

که در آن  $z = [e \quad \dot{e}]^T$  است و  $A$  و  $B$  به صورت رابطه (28) تعریف می شوند.

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

هدف کنترلی میل کردن حالت های سیستم به صفر  $z = 0$  در حداقل زمان ممکن است. بنابر این، تابع هدف زیر در نظر گرفته می شود.

$$J = \int_0^\infty z^T Q z + \alpha v_n^2 dt, \quad Q \in R^{2 \times 2}, \quad \alpha \in R \quad (29)$$

اکنون، قانون کنترل  $v_n$  با حداقل کردن مقدار  $J$  به صورت رابطه (30) به دست

### 3-4- طراحی کنترل کننده پسگام مرتبه کسری

کنترل کننده مد لغزشی یک روش مناسب برای پایدارسازی و ایجاد ردیابی مناسب در سیستم‌های غیرخطی است که به دلیل مقاومت در برابر اغتشاش و نامعینی پارامتری مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم پسگام به طور ذاتی توانایی مقابله با اغتشاش ناسازگار را داشته و ترکیب آن با کنترل کننده مد لغزشی سبب افزایش عملکرد مقاوم کنترل کننده می‌شود. اخیراً مطالعات زیادی پیرامون کنترل کننده‌های مرتبه کسری انجام شده است [19,18]. محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه‌های گوناگون علمی دارد و به خصوص در دهه اخیر کاربرد مرتبه کسری در مهندسی کنترل به عنوان یک موضوع مهم در عرصه تحقیقات بین‌المللی مطرح شده است از مزیت‌های کنترل کننده مرتبه کسری افزایش تعداد پارامترهای کنترل کننده و ایجاد آزادی عمل در تنظیم پارامترهای کنترل کننده است [20,8]. اخیراً دانشمندان نشان داده‌اند که معادلات مرتبه کسری قادرند پدیده‌های گوناگون را مناسب‌تر از مرتبه صحیح آن مدل کنند و کنترل کننده‌های مرتبه کسری یک ابزار قدرتمند جهت کنترل سیستم‌های با دینامیک پیچیده‌اند. مشتق و انتگرال مرتبه کسری دارای تعاریف مختلفی است که پرکاربردترین و مهم‌ترین آن‌ها تعاریف گرانولد-لتنیکوف، ریمان-لیوی و کاپوتو هستند [21]. در این پژوهش از تعریف گرانولد-لتنیکوف استفاده شد.

### 3-4-1- تعریف گرانولد-لتنیکوف برای مشتق مرتبه کسری

اگر  $\mu$  کوچک‌تر از یک باشد مشتق مرتبه کسری طبق رابطه (33) تعریف می‌شود. این تعریف مشتق مرتبه  $\mu$  تابع  $f(t)$  را در بازه زمانی  $a$  و  $t$  نشان می‌دهد.

$$a^{D_t^\mu} f(t) \gg h^{-\mu} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{\mu}{j} f(t-jh) \quad (34)$$

در رابطه (34) ضریب  $w_j$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$w_0 = 1, w_j = \left(1 - \frac{u+1}{1}\right) w_{j-1}, j = 1, 2, \dots \quad (35)$$

اگر  $\mu$  بزرگ‌تر از یک باشد مشتق مرتبه  $\mu$  در بازه  $a$  تا  $t$  به صورت رابطه (36) تعریف می‌شود.

$$a^{D_t^\mu} = a^{D_t^n} \left(a^{D_t^{\delta}}\right), n + \delta \quad (36)$$

$$n \in \mathbb{Z}, \delta \in [0,1]$$

### 3-4-2- طراحی کنترل کننده پسگام مرتبه کسری

اکنون به طراحی کنترل کننده پسگام مرتبه کسری پرداخته می‌شود. جهت تعریف سطح لغزش، خطای سیستم با روابط (37) و (38) تعریف می‌شود.

$$e_1 = y - y_d \quad (37)$$

$$e_2 = \dot{x}_2 - \dot{a}_1(x_1) \quad (38)$$

که در آن،  $a_1(x_1)$  متغیر کنترل مجازی است و بایستی طراحی شود. این متغیر برای سیستم درجه اول خطا به صورت زیر طراحی می‌شود.

$$a_1(x_1) = -k_1 e_1 + \dot{y}_d, k_1 > 0 \quad (39)$$

با گرفتن مشتق از روابط (37) و (38) برحسب زمان روابط (40) و (41) نتیجه می‌گردد.

$$\dot{e}_1 = \dot{y} - \dot{y}_d = x_2 - \dot{y}_d = -k_1 e_1 + e_2 \quad (40)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{a}_1(x_1) = f(x) + bu + \bar{D} - \dot{a}_1(x_1) \quad (41)$$

با توجه به خطای ردیابی که طبق روابط (37) و (38) تعریف شد، سطح لغزش برای کنترل کننده مرتبه کسری به صورت رابطه (42) تعریف می‌شود.

$$s = c_1 e_2 + D^\mu e_1 + v_{aux} \quad (42)$$

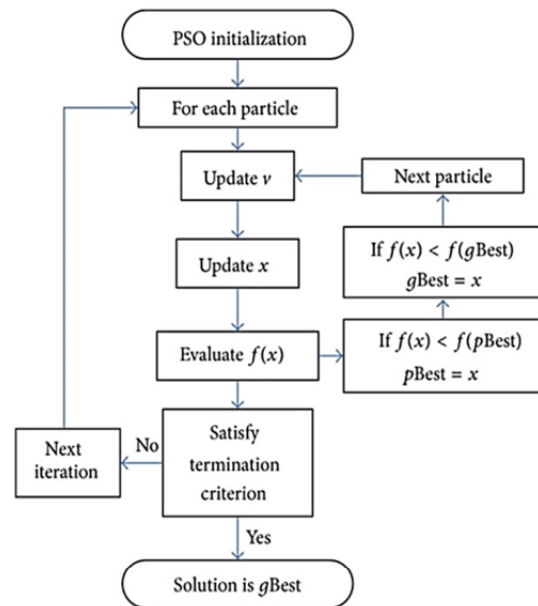


Fig. 2 Flowchart of PSO algorithm [16]

شکل 2 فلوجارت الگوریتم بهینه‌سازی ذرات [16]

با توجه به توضیحی که در مورد الگوریتم ازدحام ذرات داده شد، از آن جهت انتخاب بهینه ضرایب  $\alpha$ ،  $q_1$  و  $q_2$  معادله (31) استفاده می‌شود. پارامترهای و محدودیت‌های الگوریتم بهینه سازی ذرات در جدول 1 آمده است. جهت انتخاب حدود هر کدام از این پارامترها از تکنیکی که در مرجع [17] بیان شده، استفاده شده است. براساس این روش ضرایب  $q_i$  براساس خطا به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که رابطه  $q_i x_i^2 = 1$  برقرار باشد که در آن  $x$  میزان خطای مورد انتظار نهایی را بیان می‌کند. میزان خطای مورد انتظار با توجه به نتایج مرجع [12] انتخاب شده است. تابع هدف الگوریتم ازدحام ذرات به صورت زیر تعریف شده است

$$f = \sum_{i=0}^t (e_i^2 + \dot{e}_i^2) \quad (33)$$

که در آن میزان خطای  $e$  و  $\dot{e}$  برای بازه  $[0, t]$  است. معیاری که برای توقف الگوریتم ازدحام ذرات در نظر گرفته شده است محدودیت تعداد تکرار است. الگوریتم برای 100 تکرار اجرا و نتایج بهترین اجرا به صورت زیر به دست آمد:

$$\alpha = 99$$

$$q_1 = 410$$

$$q_2 = 237$$

جدول 1 پارامترهای الگوریتم PSO

| مقدار      | پارامترهای PSO                  |
|------------|---------------------------------|
| 3          | تعداد متغیرهای فضای جست و جو    |
| 100        | تعداد اعضای جمعیت               |
| 100        | تعداد بیشترین معیار تکرار       |
| 2          | ضرایب شتاب                      |
| 0.9        | وزن اینرسی                      |
| [10 100]   | بازه جست و جوی پارامتر $\alpha$ |
| [400 1600] | بازه جست و جوی پارامتر $q_1$    |
| [64 400]   | بازه جست و جوی پارامتر $q_2$    |

## 4- شبیه‌سازی و نتایج آن

جهت شبیه‌سازی و ارزیابی ربات پوشیدنی و کنترل کننده طراحی شده، از یک ربات دو لینیکی، نرم‌افزار این سیم جهت شبیه‌سازی بدن و ارتباط آن با ربات و متلب جهت پیاده‌سازی کنترل کننده استفاده شد. برای برقراری ارتباط بین این دو نرم‌افزار از دو مرجع [22] استفاده شد. در مرجع [22] از نرم‌افزار این سیم برای آنالیز ربات پوشیدنی استفاده شده است. در این تحقیق با استفاده از نرم‌افزار این سیم تاثیر ربات پوشیدنی با یک درجه آزادی روی بدن بررسی می‌شود. نرم‌افزار در این تحقیق به صورت خارج از خط از ابزار دینامیک معکوس جهت تحلیل استفاده می‌کند. این ابزار با گرفتن موقعیت و میزان حرکت، مقدار نیرو در مفاصل را محاسبه می‌کند. در نرم‌افزار یک بار دینامیک معکوس برای کاربر به تنهایی و یک بار برای ربات-کاربر به کار گرفته شده و با مقایسه نتایج، میزان عملکرد و بازده ربات ارزیابی می‌شود. اما آنالیز آنالین و ارتباط بین نرم‌افزار متلب و این سیم نیازمند نوشتن کدهای ++c و ایجاد فایل mex و توابع S فانکشن است. در مرجع [23] ارتباط بین نرم‌افزار متلب و این سیم برقرار شده و آنالیز به صورت آنالین برای ربات پوشیدنی دست، انجام شده است. در این مرجع از کنترل کننده موجود در نرم افزار این سیم استفاده همزمان و یک ورودی اغتشاش توسط متلب تولید شده است. تغییر کنترل کننده و استفاده از کنترل کننده موردنظر و یا گرفتن نیروی خارجی و آنالیز آن نیازمند تغییر کدهای ++c است. در پژوهش حاضر جهت مدل‌سازی عملکرد استفاده شده روی ربات، یک عملکرد خارجی به مدل موجود در نرم‌افزار این سیم اضافه شده است. پس از برقراری ارتباط بین دو نرم‌افزار، فرمان متناسب با هر محرک تعیین و به عنوان ورودی کنترلی به مدل داده می‌شود. سپس با فراخوانی و اجرای دینامیک معکوس توسط آن موقعیت هر کدام از مفاصل محاسبه و به عنوان ورودی به کنترل کننده داده می‌شود.

مدل کاربر ایجاد شده در نرم‌افزار این سیم از 6 مفصل (ران، زانو و مچ) که قابلیت حرکت در صفحه چپ راستی (سازیتال) دارند، تشکیل شده است. این مدل شامل 16 عضله، (سولئوس (SOL)، ۲ گاستروکمیوس میانی (GAS)، ۳ واسکوس مدیالیس (VAS)، ۴ رکتوس فموریس (RF)، ۵ عضله دو سر رانی کوتاه (BFSH)، ۶ عضله دو سر رانی بلند (BFLH)، ۷ درشت‌نهی پیشین (TA) و ۸ عضله سیرینی بزرگ (GMAX) است. علاوه بر این به مدل در مفصل زانو یک موتور اضافه شده است.

کنترل کننده پیشنهاد شده به کمک نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شد. در "شکل 4" بلوک دیاگرام شبیه‌سازی سیستم نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود رویکر غیرخطی اغتشاش با گرفتن حالت‌های سیستم (موقعیت و سرعت مفصل زانو) میزان اغتشاش (نیروی) که توسط کاربر اعمال می‌شود را تخمین می‌زند. همچنین کنترل کننده پسگام مرتبه کسری بر پایه LQR با گرفتن حالت‌های سیستم و میزان اغتشاش تخمین زده شده، ورودی کنترلی (گشتاور موتور) را تعیین می‌کند. جهت بررسی عملکرد کنترل کننده پیشنهاد شده ابتدا فقط از کنترل کننده LQR جهت ردیابی مسیر موردنظر استفاده شده است. در شبیه‌سازی، مسیر مرجع برای زانو یک

در رابطه بالا  $\mu$  کمتر از یک است و  $v_{aux}$  یک ترم تطبیقی است که به سطح لغزش اضافه شده است و به صورت رابطه (43) است.

$$\dot{v}_{aux} = -v_n \quad (43)$$

با گرفتن مشتق از سطح لغزش نسبت به زمان رابطه (44) به دست می‌آید.

$$\dot{s} = c_1 \dot{e}_2 + D^\mu \dot{e}_1 - v_n \quad (44)$$

با جایگذاری روابط (40) و (41) در رابطه (44) رابطه (45) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1 (\ddot{e}_1 + k_1 \dot{e}_1) + D^\mu \dot{e}_1 - v_n \\ &= c_1 (f(x) + g(x)u - \ddot{x}_d + k_1 \dot{e}_1) + D^\mu \dot{e}_1 - v_n \end{aligned} \quad (45)$$

حال با کمک قضیه زیر قانون کنترلی به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{b} (-f(x) + \dot{a}_1(x_1) - D^\mu (e_2 - k_1 e_1) - h s - \delta \theta - \bar{D}) \quad (46)$$

قضیه: اگر قانون کنترل طبق رابطه (46) تعریف شود خطای ردیابی و خطای رویکر اغتشاش به طور مجانبی برای سیستم فوق به صفر میل می‌کند و خطای تخمین پارامتر  $\delta$  محدود خواهد ماند.

اثبات قضیه:

تابع لیپانوف طبق رابطه (47) انتخاب می‌شود.

$$V = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} \lambda \delta^2 + \frac{1}{2} \bar{D}^2 \quad (47)$$

حال با گرفتن مشتق از تابع لیپانوف و جایگذاری روابط (45) و (11) رابطه (48) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 \dot{e}_1 + s \dot{s} - \delta \frac{\dot{\delta}}{\lambda} + \bar{D} \dot{\bar{D}} - k_1 e_1^2 \\ &\quad + s c_1 (f(x) + g(x)u) + D^\mu \dot{e}_1 + v_n \\ &\quad - \delta \frac{\dot{\delta}}{\lambda} - L \left( x_1 x_2 \right) \bar{x}^2 \end{aligned} \quad (48)$$

با جایگذاری قانون کنترل در رابطه (48)، رابطه (49) به دست می‌آید.

$$\dot{V} \leq -k_1 e_1^2 - L (x_1 x_2) \bar{D}^2 - c_1 h s^2 \quad (49)$$

با توجه به مثبت معین بودن  $V$  و منفی نیمه معین بودن  $\dot{V}$  می‌توان نتیجه گرفت خطا به صورت لیپانوفی پایدار است. جهت اثبات پایداری مجانبی از لم باربالت استفاده می‌شود. به دلیل محدود بودن مشتق تابع لیپانوف و پیوسته یکنواخت بودن مشتق دوم آن، و با به کار گرفتن لم باربالت، نتیجه می‌شود که  $\dot{V} \rightarrow 0$  ( $t \rightarrow \infty$ ) و مشتق تابع لیپانوف در بی‌نهایت به صفر میل می‌کند. بنابراین  $e_1$  خطای ردیابی و  $\bar{D}$  خطای رویکر اغتشاش با به کار گرفتن قانون کنترل (رابطه 46) به صفر میل می‌کنند.

با توجه به طراحی دو کنترل کننده پسگام مرتبه کسری و کنترل کننده LQR، قانون کنترل که حاصل جمع این دو کنترل کننده است، به دست می‌آید. در "شکل 3" بلوک دیاگرام کنترلی مورد استفاده که شامل دو قسمت کنترل کننده LQR و کنترل کننده پسگام مرتبه کسری است، نشان داده شده است.

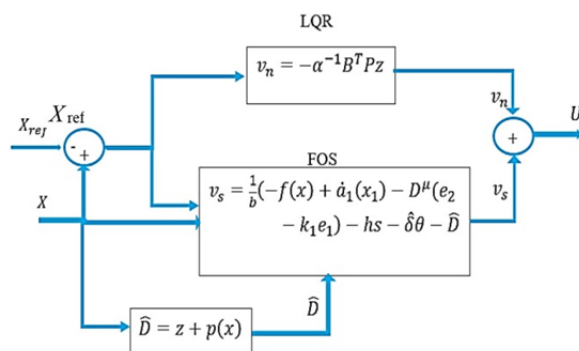


Fig. 3 block diagram of LQRFOS controller

شکل 3 بلوک دیاگرام کنترل کننده LQRFOS

<sup>1</sup> soleus

<sup>2</sup> Gastrocnemius medial

<sup>3</sup> vastus medius

<sup>4</sup> Rectus femor

<sup>5</sup> biceps femoris short head

<sup>6</sup> biceps femoris long head

<sup>7</sup> Tibialis anterior

<sup>8</sup> gluteus maximus

موج سینوسی با فرکانس 30 هرتز در نظر گرفته شده است. در "شکل 5" نتایج ردیابی مسیر توسط کنترل کننده‌های معرفی شده، نشان داده شده است. همان‌طور که بیان شد به دلیل وجود عدم قطعیت در پارامترهای مدل و اغتشاش خارجی این کنترل کننده LQR به تنهایی قادر به ردیابی مسیر مرجع نیست. بنابراین کنترل کننده پسگام مرتبه کسری به کنترل کننده LQR اضافه شد. جهت مقایسه کنترل کننده پیشنهادی و نشان دادن برتری آن نسبت به کنترل کننده پسگام مد لغزشی (BSC<sup>1</sup>) شبیه‌سازی برای دو کنترل کننده پسگام مد لغزشی مرتبه کسری بر پایه LQR و پسگام مد لغزشی تکرار شد. همان‌طور که در "شکل 5" مشاهده می‌شود الگوریتم کنترلی پیشنهادی LQR-FOBSC به خوبی مسیر مرجع را دنبال می‌کند. در "شکل 6" میزان خطای هر کدام از الگوریتم‌ها (LQR، پسگام مد لغزشی مرتبه کسری، پسگام

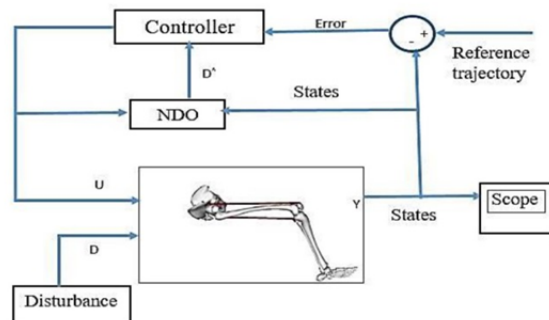


Fig. 4 Block diagram of the simulated system using MATLAB and OpenSim

شکل 4 بلوک دیاگرام سیستم شبیه‌سازی شده با متلب و اپن سیم

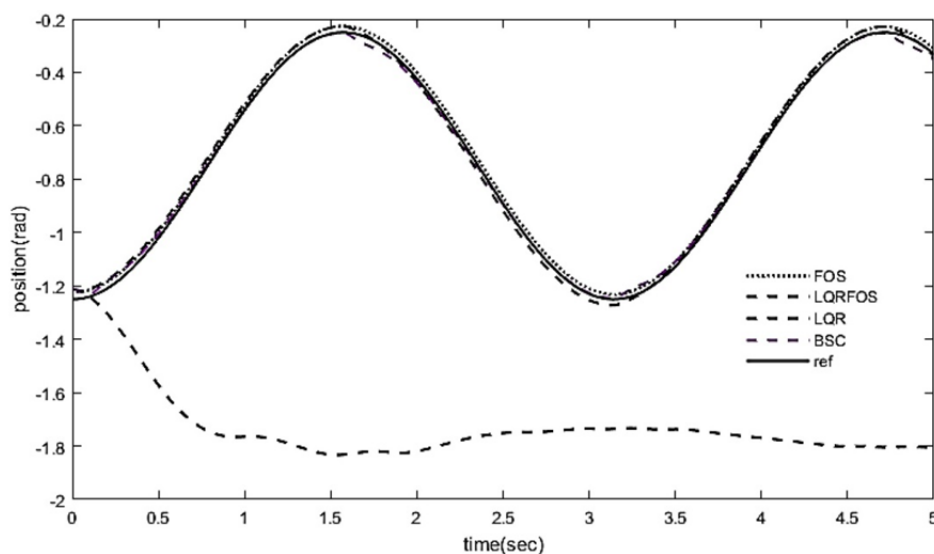


Fig. 1 Knee position versus time

شکل 5 موقعیت مفصل زانو نسبت به زمان

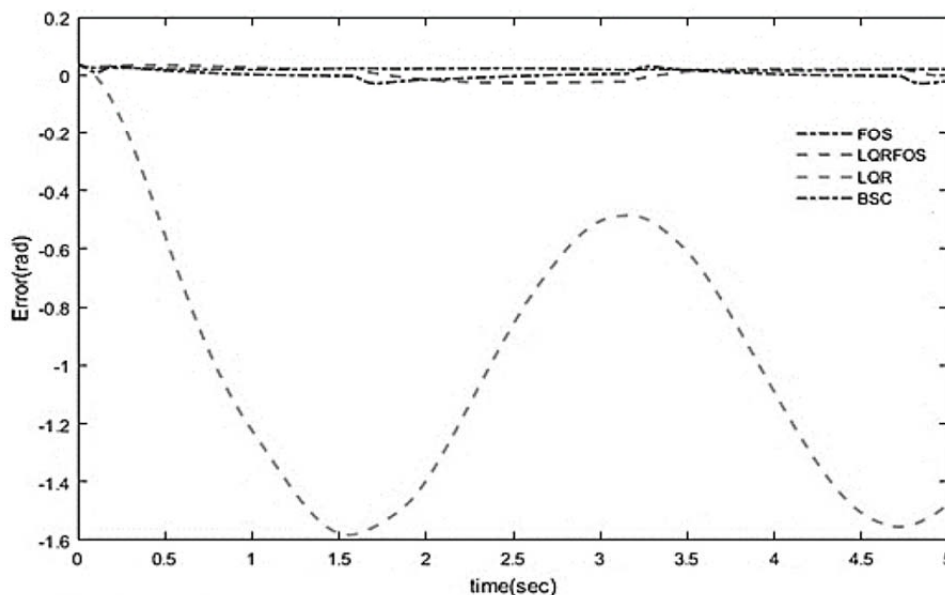


Fig. 2 Tracking error of the reference path

شکل 6 خطای ردیابی مسیر مرجع

<sup>1</sup> Backstepping sliding contro

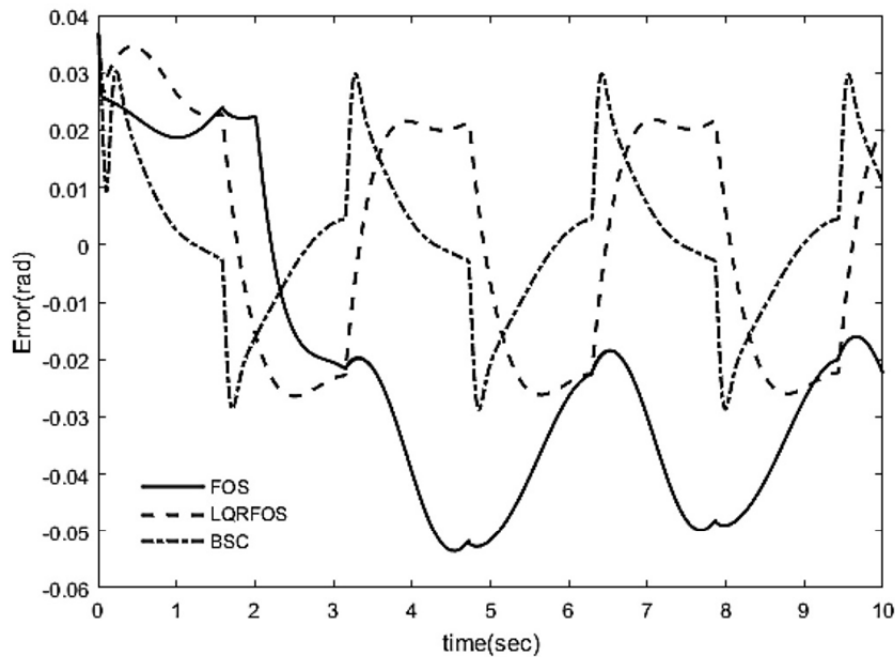


Fig. 3 RMS of tracking error of the reference path

شکل 7 RMS خطای ردیابی مسیر مرجع

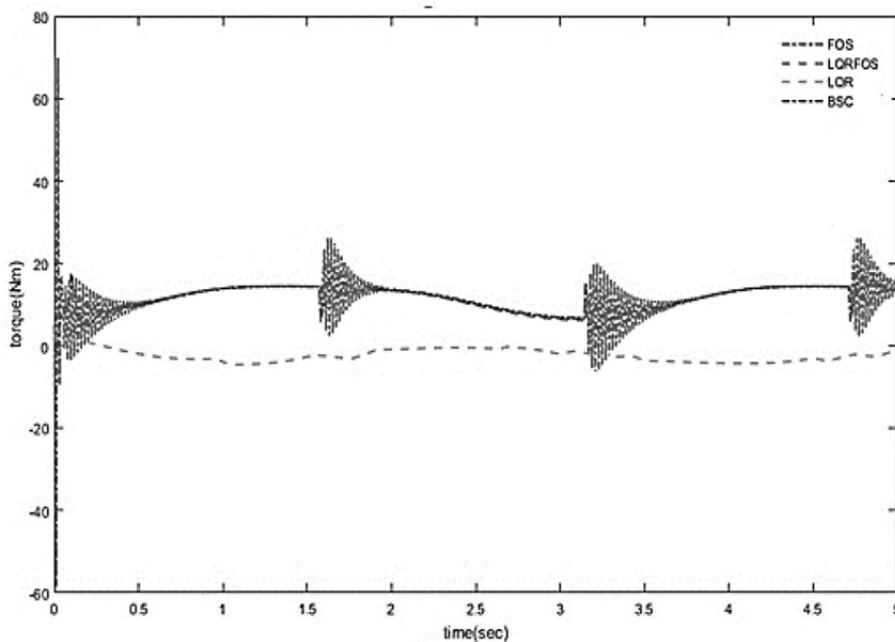


Fig. 4 The knee joint torque applied by the robot

شکل 8 گشتاور اعمال شده توسط ربات در مفصل زانو

در جدول 2 نتایج مقایسه بیشینه، کمینه، متوسط انرژی، میانگین خطا و rms خطا هر کدام از الگوریتم‌ها بیان شده است. با بررسی نتایج جدول 2 مشاهده می‌شود که کنترل کننده پیشنهادی LQR-FOS انرژی کمتری مصرف می‌کند و دارای چترینگ کمتری نسبت به سایر کنترل کننده‌ها است. همچنین خطای کنترل کننده در حدود خطای کنترل کننده پسگام مد لغزشی بوده و با حفظ دقت انرژی مصرفی قانون کنترل آن کاهش یافته است که می‌تواند مزیت این کنترل کننده نسبت به سایر روش‌ها باشد.

مد لغزشی مرتبه کسری بر پایه LQR و پسگام مد لغزشی نشان داده شده است. همان‌طور که در "شکل 7" مشاهده می‌شود الگوریتم پیشنهادی دارای خطای rms کمتری نسبت به الگوریتم BSC است. همچنین در "شکل 8" الگوریتم‌ها از لحاظ گشتاوری که هر کنترل کننده به موتور اعمال می‌کند مقایسه شده‌اند. همان‌طور که می‌توان نتیجه گرفت تغییرات ناگهانی و چترینگ در الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم BSC کمتر است. و از لحاظ عملی قابلیت پیاده‌سازی آسان تری دارد.

- [4] S. Mefoued, A robust adaptive neural control scheme to drive an actuated orthosis for assistance of knee movements, *Neurocomputing*, Vol. 140, pp. 27-40, 2014.
- [5] Z. Chen, Z. Li, C. L. P. Chen, Disturbance Observer-Based Fuzzy Control of Uncertain MIMO Mechanical Systems With Input Nonlinearities and its Application to Robotic Exoskeleton, *IEEE Transactions on Cybernetics*, Vol. 47, No. 4, pp. 984-994, 2017.
- [6] F. Cao, C. Li, Y. Li, Robust sliding mode adaptive control for lower extremity exoskeleton, in *Chinese Automation Congress (CAC)*, pp. 400-405, 2015.
- [7] Q. Guo, S. Li, D. Jiang, A Lower Extremity Exoskeleton: Human-Machine Coupled Modeling, Robust Control Design, Simulation, and Overload-Carrying Experiment, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015.
- [8] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Etefagh, Robust adaptive control of a bio-inspired robot manipulator using bat algorithm, *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, pp. 164-176, 2016.
- [9] S. Mefoued, S. Mohammed, Y. Amirat, Toward Movement Restoration of Knee Joint Using Robust Control of Powered Orthosis, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 21, No. 6, pp. 2156-2168, 2013.
- [10] A. Ferrara, G. P. Incremona, Design of an Integral Suboptimal Second-Order Sliding Mode Controller for the Robust Motion Control of Robot Manipulators, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 23, No. 6, pp. 2316-2325, 2015.
- [11] S. Mefoued, A second order sliding mode control and a neural network to drive a knee joint actuated orthosis, *Neurocomputing*, Vol. 155, pp. 71-79, 2015.
- [12] S. Mohammed, W. Huo, J. Huang, H. Rifa'i, Y. Amirat, Nonlinear disturbance observer based sliding mode control of a human-driven knee joint orthosis, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 75, pp. 41-49, 2016.
- [13] A. Mohammadi, H. J. Marquez, M. Tavakoli, Nonlinear Disturbance Observers: Design and Applications to Euler-Lagrange Systems, *IEEE Control Systems*, Vol. 37, No. 4, pp. 50-72, 2017.
- [14] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*: Prentice Hall, 1991.
- [15] X. Xiong, Z. Wan, The simulation of double inverted pendulum control based on particle swarm optimization LQR algorithm, in *IEEE International Conference on Software Engineering and Service Sciences*, pp. 253-256, 2010.
- [16] Eberhart, S. Yuhui, Particle swarm optimization: developments, applications and resources, in *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No. 01TH8546)*, pp. 81-86, 2001.
- [17] E. Vinodh Kumar, J. Jerome, Robust LQR Controller Design for Stabilizing and Trajectory Tracking of Inverted Pendulum, *Procedia Engineering*, Vol. 64, pp. 169-178, 2013.
- [18] M. Rahmani, H. Komijani, A. Ghanbari, M. M. Etefagh, Optimal novel super-twisting PID sliding mode control of a MEMS gyroscope based on multi-objective bat algorithm, *Microsystem Technologies*, Vol. 24, No. 6, pp. 2835-2846, 2018/06/01, 2018.
- [19] H. Delavari, H. Heydarinejad, Adaptive fractional order Backstepping sliding mode controller design for a magnetic levitation system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 187-195, 2017. (in persian)
- [20] D. Zhang, L. Cao, S. Tang, Fractional-order sliding mode control for a class of uncertain nonlinear systems based on LQR, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 172988141769429, 2017.
- [21] D. Zhang, L. Cao, S. Tang, Fractional-order sliding mode control for a class of uncertain nonlinear systems based on LQR, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 720-735, 2017.
- [22] M. Mansouri, J. A. Reinbolt, A platform for dynamic simulation and control of movement based on OpenSim and MATLAB, *Journal of biomechanics*, Vol. 45, No. 8, pp. 1517-1521, 2012.
- [23] M. Mansouri, J. Reinbolt, A platform for dynamic simulation and control of movement based on OpenSim and MATLAB., *Journal of biomechanics*, Vol. 45, No. 8, pp. 1517-21, 2012.

جدول 2 مقایسه الگوریتم کنترلی ارائه شده با سایر الگوریتم ها

Table 2 Comparison of proposed controller with previous ones

| BSC     | LQR     | LQRFOS  | FOS      |                    |
|---------|---------|---------|----------|--------------------|
| 0.0135  | 1.0621  | 0.0215  | 0.0197   | مجدور مربعات خطا   |
| 0.0014  | -0.9756 | 0.0014  | 0.0195   | میانگین خطا        |
| 18.6249 | 2.3305  | 15.2510 | 70.0000  | بیشینه انرژی       |
| -1.6151 | -4.4822 | -3.5392 | -58.5046 | کمینه انرژی        |
| 11.4928 | 2.5987  | 11.4366 | 12.3988  | مجدور مربعات انرژی |
| 11.0887 | -2.1298 | 11.0331 | 11.2240  | میانگین انرژی      |

## 5- نتیجه گیری

با توجه به اهمیت ردیابی و کنترل مسیر در ربات پوشیدنی زانو بعنوان ابزار بازتوانی، یک کنترل کننده پسمام مرتبه کسری بر پایه LQR پیشنهاد شد. هدف از طراحی کنترل کننده پیشنهاد شده ردیابی مسیر مرجع با در نظر گرفتن اغتشاش و عدم قطعیت در پارامترهای مدل بود. جهت تخمین اغتشاش خارجی از یک روینگر غیرخطی اغتشاش استفاده شد. این روینگر می تواند گشتاور اعمال شده توسط کاربر را که به عنوان اغتشاش در نظر گرفته شده است تخمین بزند. اما به دلیل وجود عدم قطعیت در مدل، استفاده از روش های مقاوم نسبت به عدم قطعیت پارامترها ضروری است. همچنین نیاز است کنترل کننده طراحی شده بهینه بوده و ورودی کنترلی تا حد امکان به مقدار بهینه نزدیک باشد. با در نظر گرفتن دو مسئله مقاوم بودن نسبت به عدم قطعیت و بهینه بودن ورودی کنترلی، روش پسمام مد لغزشی مرتبه کسری بر پایه LQR پیشنهاد شد. با بررسی نتایج شبیه سازی نشان داده شد که الگوریتم پیشنهادی دارای بیشینه خطای کمتر از 0.03 رادیان است و در مقایسه با روش BSC نتایج بهتری دارد. روش پیشنهادی به دلیل استفاده از LQR میزان بهینه ورودی کنترلی را تعیین می کند و علاوه بر این به دلیل استفاده از کنترل کننده پسمام مرتبه کسری میزان چترینگ را نسبت به کنترل کننده پسمام کاهش می دهد که سبب پیاده سازی آسان تر ورودی کنترلی می شود.

## 6- مراجع

- [1] D. A. Winter, *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*: Wiley, 1990.
- [2] B. Chen, H. Ma, L. Y. Qin, F. Gao, K. M. Chan, S. W. Law, L. Qin, W. H. Liao, Recent developments and challenges of lower extremity exoskeletons, *Journal of Orthopaedic Translation*, Vol. 5, pp. 26-37, 2016.
- [3] J. Bae, K. Kong, Gait phase-based control for a knee assistive system, in *2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems*, pp. 1021-1024, 2012.