



بررسی عددی انتقال حرارت در پره متخلخل با توزیع تخلخل ناهمگن و با در نظر گرفتن اثر تشعشع حرارتی

سلیمان نورآذر^{1*}، محمدرضا محمدپور²

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

تهران، صندوق پستی 158754413، icp@aut.ac.ir

چکیده

در پژوهش حاضر، انتقال حرارت در یک پره متخلخل با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. برای مدل سازی مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی از مدل تشعشعی جهتهای مجزا (DO) استفاده شده است. همچنین برای مدل سازی محیط متخلخل، مدل داری برینکمن-فورچهایمر در نظر گرفته شده است. برای حل معادلات حاکم بر مسئله، از روش حداقل مربعات و روش دینامیک سیالات محاسباتی استفاده شده است. صحت و دقت نتایج حاصل از روش حداقل مربعات با نتایج حاصل از روش شبیه سازی عددی، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین تأثیر پارامترهایی نظیر توزیع همگن و ناهمگن تخلخل در طول محیط متخلخل، عدد رایلی، عدد داری، تخلخل و ضریب صدور سطح بر روی توزیع درجه حرارت در طول فین متخلخل و عدد ناسلت فین متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس نتایج بدست آمده، نتایج حاصل از حل حداقل مربعات، با نتایج حاصل از شبیه سازی عددی، انطباق خوبی دارند. متوسط خطا در این حالت 3.39% است. همچنین صرف نظر کردن از اثر مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی در آنالیز انتقال حرارت فین متخلخل به طور متوسط 20% - 10 خطا در محاسبه عدد ناسلت ایجاد می‌نماید. به علاوه با در نظر گرفتن توزیع ناهمگن غیر خطی تخلخل، در راستای طولی محیط متخلخل، افزایش 23% در عدد ناسلت فین محیط متخلخل مشاهده می‌گردد. پس با انتخاب مناسب پروفیل توزیع تخلخل می‌توان نرخ انتقال حرارت را به طرز قابل توجهی افزایش داد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 14 اسفند 1396
پذیرش: 03 اردیبهشت 1397
ارائه در سایت: 10 خرداد 1397

کلید واژگان:

فین متخلخل

تخلخل ناهمگن

انتقال حرارت تشعشعی

عدد ناسلت

دینامیک سیالات محاسباتی

Numerical analysis of heat transfer in porous fin with non-homogeneous porosity and considering thermal radiation effect

Salman Nourazar*, Mohammadreza Mohammadpour

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 158754413, Tehran, Iran, icp@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 05 March 2018
Accepted 23 April 2018
Available Online 31 May 2018

Keywords:

Porous fin
non-homogeneous porosity
Radiative heat transfer
Nusselt number
Computational fluid dynamics

ABSTRACT

In this study, the analysis of heat transfer in porous fin considering thermal radiation and natural convection is investigated. In order to model radiation, discrete ordinates method is used. Also, Darcy-Brinkman-Forchheimer model is applied for simulating porous media. A Least square method and numerical simulation (computational fluid dynamics) are applied to obtain the solution of governing equations. In addition, accuracy of LSM results is compared with the numerical simulation results. Moreover, the effects of homogeneous and non-homogeneous porosity along the porous media, Rayleigh number, Darcy number, porosity, surface emissivity, on temperature distribution along the length of porous fin and Nusselt number are investigated. Results show that the numerical simulation and LSM results are in good agreement with each other (With average error of 3.39%). Also neglecting thermal radiation effect in heat transfer analysis of porous fin leads to 10- 20% error in the Nusselt number value. Moreover, by applying nonlinear variable porosity along the porous media, the Nusselt number will increase up to 23% with respect to the homogeneous porosity. So in order to enhance heat transfer rate, porosity profile should be applied appropriately along the porous media.

1- مقدمه

یکی از راه‌های افزایش انتقال حرارت در تجهیزات مختلف، استفاده از سطوح گسترش یافته‌ای موسوم به فین¹، جهت افزایش سطح موثر انتقال حرارت است. فین‌ها از طریق قرار دادن مساحت بزرگتری از سطحی که در معرض

انتقال حرارت جابجایی و تشعشعی² قرار دارد، منجر به افزایش انتقال حرارت می‌شوند [1 و 2]. از سطوح گسترش یافته به طور وسیعی در صنایع الکترونیک استفاده می‌شود. در صنایع الکترونیک سرعت و کارایی بالای ابزارآلات الکترونیکی منجر به تولید حرارت می‌شود. به علاوه وجود محدودیت از جهت

² Radiation

¹ Fin

جایجایی و تخلخل بر توزیع درجه حرارت در طول فین، ضریب عملکرد و بازده حرارتی فین، مورد بررسی قرار گرفت. همچنین نسبت انتقال حرارت فین متخلخل به فین صلب به عنوان تابعی از پارامتر ترمو هندسی⁶ فین متخلخل مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاصل از پژوهش آنها نشان داد که نسبت انتقال حرارت فین متخلخل به فین صلب با افزایش پارامتر ترمو هندسی فین به صورت خطی افزایش می‌یابد. همچنین بازده حرارتی و ضریب عملکرد فین متخلخل با کاهش پارامتر تخلخل، افزایش پیدا می‌کند.

بیلگن [14] در مقاله‌ای به بررسی عددی انتقال حرارت جایجایی طبیعی فین صلب با استفاده از تقریب بوزینسک⁷ در یک محفظه‌ی مربعی شکل پرداخت. در پژوهش وی، تاثیر عدد رایلی بر روی عدد ناسلت متوسط مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج حاصل از تحقیقات وی نشان داد که با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت متوسط روندی صعودی را طی می‌کند.

یانگ سون و همکاران⁸ [15] در تحقیقی به تحلیل انتقال حرارت در پره صلب متحرک با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی پرداختند. آن‌ها اثر سرعت حرکت پره در راستای افقی، پارامتر بدون بعد تشعشع همچنین عدد بدون بعد پکلت⁹ را بر روی توزیع درجه حرارت در طول فین، مورد بررسی قرار گرفت. آنها دریافتند که با افزایش عدد پکلت، درجه حرارت در طول فین روندی صعودی را در پی دارد.

نورآذر و محمدپور [16] به تحلیل و بررسی پدیده انتقال حرارت جایجایی طبیعی و اجباری در فین متخلخل را با استفاده از روش تبدیل دیفرانسیلی پرداختند. در پژوهش آنها تاثیر دو مکانیزم انتقال حرارت جایجایی طبیعی و اجباری بر روی راندمان حرارتی و ضریب عملکرد فین متخلخل مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از تحقیقات آنها نشان داد که در حالت خاص با تغییر مکانیزم انتقال حرارت از حالت جایجایی طبیعی به حالت جایجایی اجباری راندمان حرارتی فین متخلخل 10% افزایش می‌یابد.

در پژوهش حاضر، پدیده انتقال حرارت جایجایی طبیعی و تشعشعی در پره به صورت دوبعدی و با استفاده از نرم افزار انسیس فلونت¹⁰ شبیه‌سازی شده است. از روش جهت‌های مجزا¹¹ به علت کاربرد در محدوده‌ی وسیعی از خواص تشعشعی (از لحاظ ضخامت نوری¹²) برای مدل سازی مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی استفاده شده است. به علاوه پدیده مذکور با در نظر گرفتن یک مدل کاهیده¹³ مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل از آن با مدل شبیه سازی شده، مورد مقایسه واقع شده است. در پژوهش های صورت گرفته راجع به تحلیل پدیده انتقال حرارت در پره های متخلخل، پارامتر تخلخل به صورت همگن در محیط متخلخل در نظر گرفته می‌شود. لذا در این پژوهش به عنوان نوآوری اثر توزیع ناهمگن تخلخل در طول محیط متخلخل با در نظر گرفتن تشعشع حرارتی مورد بررسی قرار گرفته و علاوه بر آن تاثیر پارامترهای حرارتی مورد استفاده در مسئله از قبیل ضریب صدور سطح بر روی توزیع درجه حرارت و عدد ناسلت فین متخلخل بررسی شده است.

2- شبیه‌سازی عددی و معادلات حاکم

مسئله‌ی مورد نظر در پژوهش حاضر، تحلیل و بررسی پدیده انتقال حرارت جایجایی طبیعی و تشعشعی در پره متخلخل می‌باشد. پدیده مذکور به صورت

فضا به خصوص در کامپیوترها، اهمیت استفاده از فین‌ها را دو چندان می‌کند [4و3].

فین‌ها با توجه به نوع کاربرد در صنایع مختلف، مورد استفاده قرار می‌گیرند. به عنوان نمونه در صنایع برودتی، مبدل‌های حرارتی و کلکتورهای خورشیدی از فین‌ها برای افزایش نرخ انتقال حرارت، استفاده گسترده‌ای می‌شود [5,6,7].

امروزه محیط متخلخل و کاربرد آن در انتقال حرارت، موضوع بسیار مهمی برای محققان بوده و تحقیقات گسترده‌ای راجع به نحوه انتقال حرارت در محیط متخلخل و کاربرد آن در افزایش انتقال حرارت انجام می‌گردد. محیط متخلخل کاربرد گسترده‌ای در رآکتورهای کاتالیزوری شیمیایی، تکنولوژی زیست شناختی، فیلتراسیون¹ و خنک کاری ابزارآلات الکترونیکی دارد [8و9]. همچنین کاربرد محیط متخلخل در فین‌ها ایده‌ای نو در خصوص افزایش نرخ انتقال حرارت می‌باشد. اخیراً پدیده‌ی انتقال حرارت در فین‌ها مورد توجه محققان قرار گرفته و تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه در حال انجام است. به همین منظور در این بخش به بحث و بررسی پژوهش‌های انجام شده توسط آنها، پرداخته می‌شود.

ایده‌ی استفاده از محیط متخلخل در فین‌ها اولین بار توسط النمیر و همکاران² [10] مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت. یکی از اهداف مهم تحقیق مذکور، ارائه طرحی برای افزایش نرخ انتقال حرارت و ضریب عملکرد فین بود و در راستای این هدف، از محیط متخلخل در فین‌ها استفاده کردند. آنها با استفاده از روش عددی به بررسی و مدل سازی عملکرد حرارتی فین متخلخل پرداختند. همچنین با مطالعه‌ی اثر تخلخل فین بر روی نسبت ضریب هدایت حرارتی قسمت صلب فین به ضریب هدایت حرارتی سیال عبوری از آن، رابطه‌ی بین ضریب هدایت گرمایی در فین متخلخل و پارامتر تخلخل پیدا کردند. تحقیقات آن‌ها نشان داد که با افزایش طول فین عدد ناسلت³ فین متخلخل افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد رایلی⁴ نسبت انتقال حرارت فین متخلخل به فین صلب روندی صعودی را طی می‌کند.

قاسمی و همکاران [11] در مقاله‌ای به بررسی انتقال حرارت در فین صلب با در نظر گرفتن چشمه حرارتی و ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما با روش تبدیل دیفرانسیلی در دو حالت مختلف پرداختند. در حالت اول، فقط عبارت چشمه حرارتی وابسته به دما فرض شد و در حالت دوم هر دو عبارت چشمه حرارتی و ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما در نظر گرفته شد. آنها نشان دادند که با افزایش عبارت چشمه حرارتی درجه حرارت در طول فین افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما، درجه حرارت فین افزایش پیدا می‌کند.

کیم و همکاران [12] به بررسی تجربی انتقال حرارت در فین متخلخل پرداختند. آنها تاثیر پارامترهایی نظیر تخلخل و نفوذ پذیری را بر روی بازده حرارتی مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج حاصل از پژوهش آنها نشان داد که کاهش پارامتر تخلخل منجر به افزایش راندمان حرارتی فین متخلخل می‌گردد.

اردم و پینار⁵ [13] در تحقیقی به بررسی انتقال حرارت در فین متخلخل را با در نظر گرفتن مدل داریسی با استفاده از روش اختلال هموتوبی پرداختند. در مقاله مذکور، تاثیر متغیرهای عملکردی مهمی مانند پارامتر

⁶ Thermo-geometric fin parameter

⁷ Boussinesq approximation

⁸ Yang sun et al.

⁹ Peclet number

¹⁰ Ansys fluent software

¹¹ Discrete ordinate model

¹² Optical thickness

¹³ Reduced order model

¹ Filterisation

² Al-Nimir et al

³ Nusselt number

⁴ Rayleigh number

⁵ Erdem and Pinar

این حالت با استفاده از برازش منحنی^۴ رابطه‌ی بین چگالی و دمای هوا در بازه‌ی دمایی 280K – 400K به صورت رابطه‌ی (1) نوشته می‌شود [24]:

$$\rho(T) = 6.6072265 - 0.05264929T + 0.0002315401T^2 - 0.000000606967T^3 + 9.485 \times 10^{-10}T^4 - 8.182149 \times 10^{-13}T^5 + 3.006007 \times 10^{-16}T^6 \quad (1)$$

معادلات حاکم بر مسئله به دو قسمت، شامل محیط متخلخل و محیط سیال تقسیم می‌شود. بنابراین دو دسته معادله شامل معادلات جرم، مومنتوم و انرژی برای قسمت متخلخل فین و محیط سیال در نظر گرفته می‌شود. معادلات حاکم بر محیط سیال به صورت زیر نوشته می‌شود [17]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\rho_f \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\rho_f \left(u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right) - \rho_f g \quad (4)$$

$$\rho_f c_p \left(u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) = k_f \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

به علاوه معادلات حاکم بر محیط متخلخل فین به صورت زیر نوشته می‌شود [17]:

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\rho_f \left(u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_2}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{K} u_2 - \frac{C_F \rho_f}{\sqrt{K}} \sqrt{u_2^2 + v_2^2} u_2 \quad (7)$$

$$\rho_f \left(u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_2}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} \right) - \rho_f g - \frac{\mu}{K} v_2 - \frac{C_F \rho_f}{\sqrt{K}} \sqrt{u_2^2 + v_2^2} v_2 \quad (8)$$

$$\rho_f c_p \left(u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \right) = k_{eff} \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} \right) + S_{rad} \quad (9)$$

با توجه به روابط فوق، C_F بیانگر ضریب فورچهایمر^۵ در ترم افت اینرسی^۶ می‌باشد. اصولاً در مدل سازی پدیده‌ی جابجایی طبیعی مقدار ضریب فورچهایمر صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین S_{rad} به عنوان ترم تشعشعی در معادله‌ی انرژی ظاهر می‌شود [18]:

$$S_{rad} = \nabla \cdot q_{rad} \quad (10)$$

$$q_{rad} = \int_0^\infty I_\lambda s \cdot d\Omega \quad (11)$$

برای محاسبه‌ی انرژی تشعشعی معادله‌ی انتگرالی دیفرانسیلی تابش به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [18]:

دوبعدی توسط نرم افزار انسیس فلوئنت قابل شبیه‌سازی است. از طرفی دیگر می‌توان با استفاده از یک مدل کاهیده یک‌بعدی نیز به تحلیل و بررسی این پدیده پرداخت. با توجه به اینکه زمان حل مسئله با استفاده از شبیه‌سازی عددی، نسبتاً زیاد می‌باشد. با بهره‌گیری از مدل کاهیده، می‌توان تا حد بسیار خوبی به نتایج مطلوبی دست یافت. در حقیقت با استفاده از اینگونه مدل‌ها می‌توان در زمان کمتر، بیشتر رفتار پدیده را در برابر تغییرات پارامترهای فیزیکی پیش بینی کرد. بنابراین مدل‌های کاهیده در عین کاهش هزینه‌های محاسباتی، تا حد قابل قبولی دقت حل را حفظ می‌کنند.

بخش شبیه‌سازی عددی شامل بخش‌های مدل‌سازی و نوع شبکه‌بندی هندسه پره متخلخل، معادلات حاکم و شرایط مرزی می‌باشد. "شکل 1" نشان دهنده‌ی پره متخلخل متصل به دیواره با دمای ثابت و دامنه حل تحت مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی است.

ترسیم شبکه‌ی محاسباتی و هندسه مسئله توسط نرم افزار گمبیت^۱ انجام شده است. با توجه به تشکیل لایه مرزی حرارتی در نزدیکی دیواره متصل به فین متخلخل، شبکه به اندازه‌ی کافی ریز شده است. همچنین شبکه‌بندی میدان حل از نوع سازمان‌یافته^۲ بوده و سلول‌های محاسباتی به صورت چهار ضلعی مستطیلی شکل هستند. در این مسئله به منظور استقلال نتایج بدست آمده از ابعاد دامنه‌ی حل، یک میدان مربعی شکل بزرگ در نظر گرفته شده است. همچنین استقلال از شبکه محاسباتی در نتایج مورد، بررسی قرار گرفته است.

با توجه به توضیحات قبلی، مسئله‌ی مورد نظر، مدل سازی دوبعدی فرآیند انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی جریان آرام در فین متخلخل می‌باشد. خواص ترموفیزیکی بخش جامد فین متخلخل و قسمت سیال به جز چگالی ثابت در نظر گرفته شده است. چگالی سیال با استفاده از تقریب چند جمله‌ای^۳ به صورت غیرخطی با دما در نظر گرفته می‌شود. در

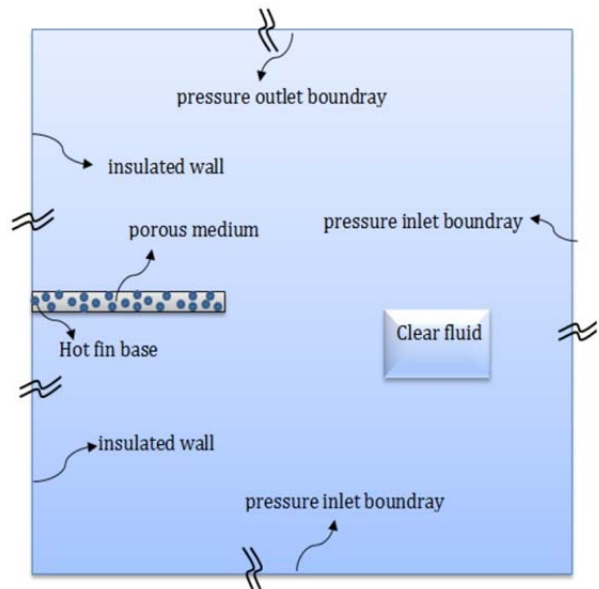


Fig. 1 Schematic of the rectangular porous fin and the solution domain

شکل 1 شماتیک فین مستطیلی محیط متخلخل و دامنه‌ی حل

^۴ Curve fitting

^۵ Forchheimer

^۶ Inertia losses

^۱ Gambit

^۲ Structured

^۳ Polynomial approximation

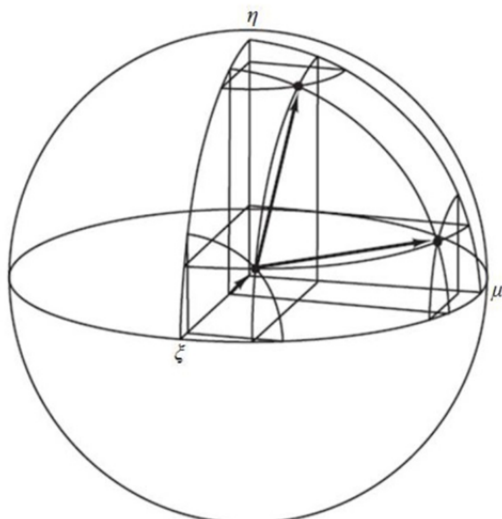


Fig. 2 Schematic of ordinates and control volume in discrete ordinates method [22]

شکل 2 شماتیک جهات و حجم کنترل در روش جهتهای مجزا [22]

3- آنالیز مدل کاهیده‌ی فین متخلخل با تخلخل ناهمگن

برای مقایسه‌ی نتایج حاصل از شبیه سازی عددی، یک مدل کاهیده‌ی یک بعدی ارائه شده است. بنابراین، لازم است تا معادله‌ی حاکم بر فین متخلخل استخراج و تحلیل گردد. "شکل 3" شماتیک فین متخلخل مستطیلی تحت تاثیر مکانیزم جابجایی طبیعی و تشعشعی را نشان می‌دهد.

با توجه به شکل فوق، فین متخلخل دارای پهنای w و ضخامت پایه t_b و طول L می‌باشد. جریان سیال عبوری از فین متخلخل به صورت آرام و پایدار بوده و محیط متخلخل اجازه نفوذ جریان از میان آن را می‌دهد. ساختار محیط متخلخل فین در دو حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد. حالت اول فرض بر این است که فین از ماده‌ای با تخلخل همگن و ایزوتروپیک ساخته شده است. در حالت دوم توزیع تخلخل در محیط متخلخل به وسیله‌ی پروفیل خطی و غیر خطی به صورت ناهمگن فرض می‌شود. فین و سیال عبوری از آن با خواص ترموفیزیکی ثابت است. فین متخلخل به وسیله‌ی سیال تک

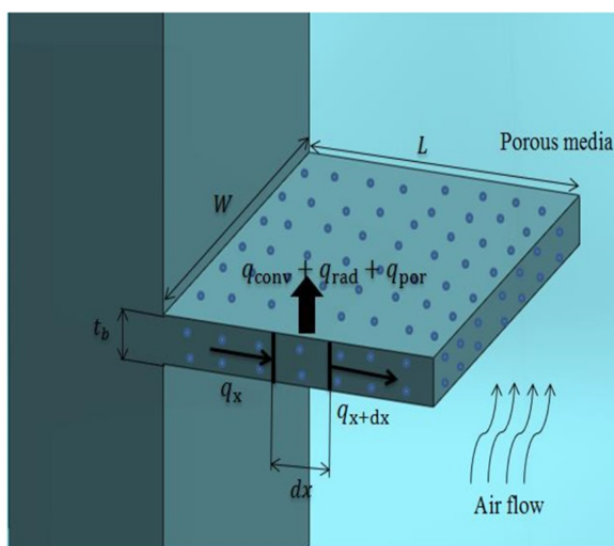


Fig. 3 Schematic of the porous fin

شکل 3 شماتیک فین متخلخل

$$\frac{dl_\lambda}{ds} = K_\lambda l_{b\lambda} + (K_\lambda + \sigma_s) l_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} l_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) \Phi(\vec{s}, \vec{s}) \cdot d\Omega \quad (12)$$

در رابطه‌ی فوق K_λ ضریب جذب، ضریب پخش σ_s و $l_{b\lambda}$ شدت تابش جسم سیاه بوده و تابعی از دما می‌باشد.

پارامتر $\Phi(\vec{s}, \vec{s})$ به عنوان تابع فاز پخش¹ می‌باشد. یکی از فرضیاتی که در شبیه سازی این مسئله در نظر گرفته می‌شود این است که محیط متخلخل از لحاظ تابش خاکستری می‌باشد. با این فرض، ضرایب جذب و انتشار مستقل از طول موج تابش در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به "شکل (1)" می‌توان چهار شرط مرزی برای حل مسئله در نظر گرفت. برای قسمت پایه‌ی فین، دمای دیواره فین مقداری ثابت است. برای مرز پایینی و سمت راست دامنه حل شرط مرزی فشار ورودی² و برای مرز بالایی شرط مرزی فشار خروجی³ فرض می‌شود [20]. سطح فین متخلخل برای حالت تشعشعی به صورت مات⁴ در نظر گرفته شده برای مرز بین محیط متخلخل و محیط سیال نیز شرط مرزی به صورت زیر فرض می‌شود [17,28,27]:

$$T_2 = T_b, u = v = 0, \quad \text{پایه فین متخلخل} \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0, u = v = 0, \quad \text{دیواره‌های عمودی} \quad (14)$$

$$\begin{cases} T_1 = T_2, u_1 = u_2, v_1 = v_2 \\ \mu_t \frac{\partial u_1}{\partial y} = \mu_{eff} \frac{\partial u_2}{\partial y} \end{cases} \quad \text{سطح مشترک (سیال - جامد)} \quad (15)$$

اندیس 2 مربوط به محیط متخلخل و اندیس 1 مربوط به محیط سیال اطراف آن می‌باشد. مطابق با روابط فوق می‌توان گفت که در مرز بین محیط متخلخل و محیط سیال، شرط عدم لغزش و برابری سرعت، برقرار است. با توجه به شرط تعادل حرارتی دمای قسمت جامد و سیال محیط متخلخل با هم برابر در نظر گرفته می‌شوند [19 و 21]:

$$-k_{eff} \frac{\partial T_2}{\partial x} = (1 - \phi) [h(T_2 - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_2^4 - T_\infty^4)], \quad T_{s,2} = T_{f,2} = T_2 \quad (16)$$

$$l_\lambda(\vec{r}_w, \vec{s}) = \varepsilon l_b + \frac{\rho}{\pi} \int l_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) |\vec{s} \cdot \vec{n}| d\Omega, \quad \vec{s} \cdot \vec{n} > 0 \quad (17)$$

برای حل مسئله، درجه حرارت پایه‌ی فین 400K و درجه حرارت محیط پیرامون 300K در نظر گرفته می‌شود. از مدل تشعشعی جهتهای مجزا برای مدل سازی تشعشع استفاده شده است. همچنین به منظور برقراری کوپلینگ بین فشار و سرعت⁵ نیز از الگوریتم سیمپل⁶ استفاده می‌شود. به علاوه به عنوان معیار همگرایی حل عددی، مقدار باقیمانده⁷ برای معادلات پیوستگی و بقای مومنوم⁸ 10^{-5} و برای معادله بقای انرژی و تابش⁸ 10^{-6} در نظر گرفته شده است.

در روش جهتهای مجزا، معادله‌ی انتقال حرارت تشعشعی به تعداد n معادله که هر کدام برای جهت s_i نوشته می‌شود، تبدیل می‌شود. مطابق با "شکل 2" معادله‌ی انتقال حرارت تشعشعی تبدیل به دستگاه n معادله و n مجهول می‌گردد که معادلات مورد نظر همگی با هم کوپل هستند. جهتهای s_i انتخاب شده در روش مذکور، دلخواه بوده و برای هر کدام از جهتهای انتخاب شده یک ضریب وزنی تعریف می‌شود. نهایتاً ترم انتگرالی معادله انتگرال-دیفرانسیلی تابش، توسط ضرایب وزنی به مجموع تبدیل می‌شوند [20 و 22].

¹ Scattering phase function

² Pressure inlet

³ Pressure outlet

⁴ Opaque

⁵ Pressure-velocity coupling

⁶ Simple algorithm

⁷ Residual

⁸ Intensity

$$\varphi = \varphi_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad (24)$$

$$\varphi = \varphi_m \left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right) \quad (25)$$

که در رابطه‌ی (24) و (25) φ_m ماکزیمم مقدار تخلخل در طول فین متخلخل می‌باشد. با جایگذاری رابطه (22) در رابطه (21) می‌توان معادله انرژی را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$k_{eff} \frac{d^2 T}{dx^2} + \left(\frac{dk_{eff}}{dx}\right) \frac{dT}{dx} - \frac{\rho c_p g K \beta}{v t_b} (T - T_\infty)^2 - \frac{2h}{t_b} (1 - \varphi)(T - T_\infty) - \frac{2\varepsilon\sigma}{t_b} (1 - \varphi)(T^4 - T_\infty^4) = 0 \quad (26)$$

به منظور بی‌بعد سازی معادله‌ی (26)، پارامترهای دخیل در معادله‌ی (26) یعنی درجه حرارت فین متخلخل و بعد طولی فین متخلخل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} \quad (27)$$

$$X = \frac{x}{L} \quad (28)$$

$$\psi = \frac{t_b}{L} \quad (29)$$

در رابطه‌ی (29)، ψ نسبت هندسی فین متخلخل (نسبت ضخامت به طول فین متخلخل) می‌باشد. پس می‌توان معادله (26) را به این صورت نوشت:

$$k_{eff} \frac{d^2 \theta}{dX^2} + \left(\frac{dk_{eff}}{dX}\right) \frac{d\theta}{dX} - \frac{2h(1 - \varphi) \cdot L}{\psi} \theta - \frac{Da \cdot Ra k_f}{\psi^2} \theta^2 - \frac{2\varepsilon\sigma(1 - \varphi) T_b^3 \cdot L}{\psi} \theta^4 = 0 \quad (30)$$

در رابطه (31) و (32)، Da و Ra به ترتیب پارامتر داریسی (نفوذ پذیری) و عدد رایلی⁷ نامیده می‌شوند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Da = \frac{K}{t_b^2} \quad (31)$$

$$Ra = \frac{g \beta t_b^3}{\nu \alpha} (T_b - T_\infty) \quad (32)$$

$$k_r = \frac{k_{eff}}{k_f} \quad (33)$$

$$\zeta = \frac{2h(1 - \varphi) \cdot L}{\psi k_{eff}} \quad (34)$$

$$\xi = \frac{Da \cdot Ra}{\psi^2 k_r} \quad (35)$$

در رابطه (32)، α پارامتر نفوذ حرارتی بوده k_r نسبت ضریب هدایت گرمایی موثر به ضریب هدایت حرارتی سیال می‌باشد.

برای حل معادله‌ی (30) شرایط مرزی زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$\left. \frac{d\theta}{dX} \right|_{X=1} = 0 \quad (36)$$

$$\theta|_{X=0} = 1 \quad (37)$$

3-1- روش حداقل مربعات⁸

برای حل معادله‌ی انرژی مدل کاهیده از روش حداقل مربعات استفاده می‌شود. مطابق با این روش با فرض اینکه عملگر مشتق D بر روی تابع t اعمال

فازی اشباع شده است. دمای فین متخلخل تابع طولی از آن بوده و از تغییرات دما در راستای عرضی صرف نظر می‌شود. از مدل داریسی، برای برهم کنش بین سیال عبوری و قسمت صلب فین متخلخل استفاده می‌شود. بین فین متخلخل و سیال عبوری از منافذ فین، تعادل حرارتی¹ برقرار است. مکانیزم انتقال حرارت نیز جابجایی طبیعی و تشعشعی می‌باشد.

با استفاده از رابطه‌ی بقای انرژی خواهیم داشت:

$$q_x - q_{x+dx} = \dot{m} c_p (T - T_\infty) + 2hA(1 - \varphi)(T(x) - T_\infty) + 2\varepsilon\sigma A(1 - \varphi) \left(T^4 - \frac{\alpha}{\varepsilon} T_\infty^4\right) \quad (18)$$

با توجه به رابطه‌ی (18)، اولین ترم سمت راست معادله‌ی انرژی مربوط به انتقال حرارت توسط سیال عبوری از محیط متخلخل فین می‌باشد. سیال به دلیل نیروی شناوری² ایجاد شده، ناشی از اختلاف دمای بین فین متخلخل و سیال محیط پیرامون به حرکت درآمده، و طی این پروسه جابجا می‌شود. دومین جمله‌ی سمت راست عبارت (18) بیان گر نرخ انتقال حرارت جابجایی طبیعی می‌باشد. ضریب 2 در ترم تشعشع و جابجایی نشان دهنده‌ی این است که انتقال حرارت از هر دو سطح بالایی و پایینی فین متخلخل صورت می‌گیرد. در صورتی که ضریب تخلخل فین φ به سمت صفر میل کند، در این صورت فین متخلخل به حالت فین صلب تبدیل می‌شود و در این صورت جمله‌ی اول سمت راست تساوی بالا نیز ناچیز تلقی می‌شود. همچنین جمله سوم نشان دهنده‌ی نرخ خالص تشعشع بین فین متخلخل و محیط اطراف می‌باشد. به علاوه مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی فعال است و فرض می‌شود که سطح فین نیز به صورت خاکستری³ و دیفیوز⁴ بوده و ضریب جذب تشعشع با ضریب گسیل تشعشع برابر است. سرعت جریان سیال عبوری از درون منافذ⁵ فین متخلخل در راستای عرضی در هر نقطه درون فین مطابق با قانون داریسی به صورت زیر است [8]:

$$V = \frac{gK\beta(T - T_\infty)}{v} \quad (19)$$

دبی جرمی سیال عبوری از فین متخلخل به صورت رابطه (20) در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{m} = \rho V w dx \quad (20)$$

با قرار دادن رابطه (20) در رابطه (18) و با فرض این که المان فرض شده dx به سمت صفر میل کند، می‌توان چنین نوشت:

$$-\frac{dq}{dx} = \frac{\rho c_p g K \beta w}{v} (T(x) - T_\infty)^2 + 2hw(1 - \varphi)(T - T_\infty) + 2\varepsilon\sigma w(1 - \varphi) \left(T^4 - \frac{\alpha}{\varepsilon} T_\infty^4\right) \quad (21)$$

مطابق با قانون فوریه⁶ در انتقال حرارت هدایت می‌توان چنین نوشت:

$$q = -k_{eff} w t_b \frac{dT}{dx} \quad (22)$$

در رابطه (22)، k_{eff} ضریب هدایت حرارتی موثر فین متخلخل بوده و به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$k_{eff} = \phi k_f + (1 - \phi) k_s \quad (23)$$

همچنین می‌توان تخلخل فین متخلخل در راستای طولی را متغیر در نظر گرفت که در پژوهش‌های انجام شده بر روی پره‌ها، به این موضوع پرداخته نشده است. بنابراین این تغییرات به صورت توابع زیر تعریف می‌شود:

¹ Local thermal equilibrium

² Buoyancy force

³ Gray

⁴ Diffuse

⁵ Pores

⁶ Fourier law

⁷ Rayleigh number

⁸ Least square method (LSM)

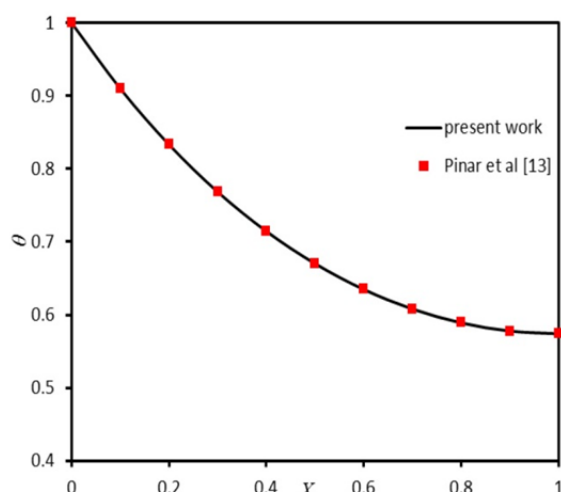


Fig. 4 Distribution of non-dimensional temperature along the length of fin with constant porosity $\phi = cte$, $\varepsilon = 0$, $\zeta = 1$, $\xi = 1$: validation with the work of pinar et al [13]

شکل 4 صحت سنجی توزیع دمای فین پژوهش حاضر در حالت $\phi = cte$, $\varepsilon = 0$, $\zeta = 1$, $\xi = 1$ و تخلخل ثابت با نتیجه‌ی حاصل از پژوهش پینار و همکاران [13]

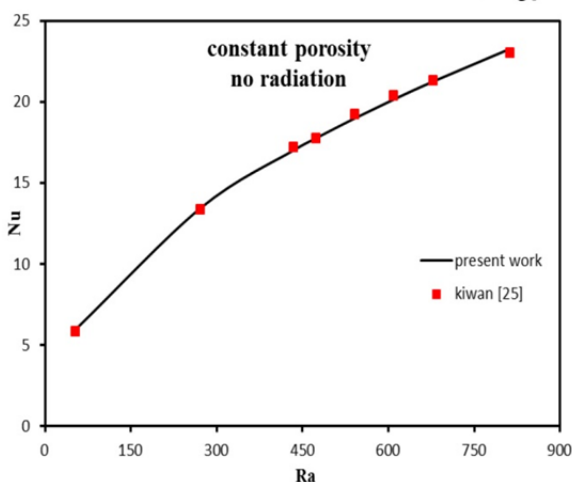


Fig. 5 Effect of varying Rayleigh number on the Nusselt number without radiation and with constant porosity $\phi = cte$, $\varepsilon = 0$: validation with the work of kiwan [25]

شکل 5 صحت سنجی عدد ناسلت فین متخلخل بر حسب عدد رایلی با تخلخل ثابت و بدون حضور مکانیزم تشعشعی در پژوهش حاضر $\phi = cte$, $\varepsilon = 0$ با نتیجه‌ی حاصل از پژوهش کی‌وان [25]

به منظور بررسی استقلال از شبکه در حل عددی، نتایج حاصل از شبیه سازی با تعداد 20412 شبکه، تعداد 38092 شبکه و تعداد 76500 شبکه مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج با تعداد 38092 شبکه و تعداد 76500 شبکه یکسان شد، یعنی با افزایش تعداد شبکه های موجود در دامنه‌ی حل، تغییرات محسوس در نتایج مشاهده نشد. بنابراین از شبکه با تعداد 38092 سلول جهت شبیه سازی و استخراج نتایج استفاده شده است. همچنین برای مدل سازی مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی از تقریب S_4 روش جهت‌های مجزا استفاده شده است. مطابق "شکل 6" نمودار توزیع درجه حرارت فین متخلخل با استفاده از تقریب‌های S_2 و S_4 و S_8 نشان داده شده است.

شده و تابع p را ایجاد می‌کند، می‌توان نوشت [23]:

$$D(t(x)) = p(x) \quad (38)$$

همچنین اگر تابع t به وسیله مجموع توابع پایه¹ تقریب زده شود در اینصورت می‌توان چنین نوشت:

$$t \cong \tilde{t} = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i \quad (39)$$

با اعمال عملگر مشتق بر روی تابع $\tilde{t}$ مقدار خطای حاصل شده به صورت زیر خواهد بود:

$$R(x) = D(\tilde{t}(x)) - p(x) \neq 0 \quad (40)$$

بنابراین مطابق این روش برای اینکه خطای حاصل از تقریب تابع t به صفر برسد می‌توان در دامنه از مقدار خطا انتگرال گرفت:

$$\int R(x) W_i(x) dx = 0, i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (41)$$

که در رابطه‌ی فوق W_i به عنوان تابع وزنی در نظر گرفته شده و از نظر تعداد برابر با تعداد ثابت‌های مجهول c_i در رابطه‌ی (39) می‌باشد. حال تابع S را به صورت مربعات خطا می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$S = \int R(x) R(x) dx = \int R^2(x) dx = 0 \quad (42)$$

برای مینیمم کردن خطا می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{\partial S}{\partial c_i} = 2 \int R(x) \frac{\partial R}{\partial c_i} dx = 0 \quad (43)$$

حال با توجه به روابط (40) و (43) می‌توان نوشت:

$$W_i = \frac{\partial R}{\partial c_i} \quad (44)$$

بنابراین می‌توان چنین گفت که تابع وزنی W_i برابر با مشتق تابع خطا نسبت به ثابت مجهول c_i می‌باشد. به عنوان نمونه با در نظر گرفتن پروفیل زیرکه شرایط مرزی مسئله را در ابتدا ارضا می‌کند (روابط (۳۶) و (۳۷))، حل دستگاه معادلات با در نظر گرفتن رابطه (43) آغاز می‌شود:

$$\theta(x) = 1 + c_1(1 - x^2) + c_2(1 - x^3) + c_3(1 - x^4) \quad (45)$$

حال پروفیل مذکور دارای $n=3$ ثابت نامعلوم $(c_i, i = 1, 2, 3)$ می‌باشد که با در نظر گرفتن رابطه (43) و حل دستگاه معادلات می‌توان ثوابت معادله را تعیین کرده و توزیع درجه حرارت در فین متخلخل را بدست آورد. با اینکه برای مدل سازی از تعداد 3 ثابت استفاده شده است، می‌توان با افزودن تعداد ثوابت، حل دقیقتری را بدست آورد ولی در پژوهش حاضر، تعداد 3 ثابت برای رسیدن به دقت قابل قبول کفایت می‌کند.

4- بحث و بررسی نتایج

به منظور اعتبارسنجی، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با پژوهش پینار و همکاران [13] در "شکل 4" مقایسه شده است. مطابق با "شکل 4" نتایج حاصل از پژوهش فعلی با نتایج حاصل از پژوهش پینار و همکاران [13] تطابق بسیار خوبی دارد.

نمودار توزیع عدد ناسلت در فین متخلخل با تخلخل ثابت و بدون حضور مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی بر حسب عدد رایلی به صورت "شکل 5" ترسیم شده است. با توجه به "شکل 5" نتایج حاصل از پژوهش فعلی با نتایج حاصل از پژوهش کی‌وان² [13] تطابق بسیار خوبی دارد.

¹ Basic functions

² Kiwan

جدول (1) نتایج حاصل از شبیه سازی عددی و نتایج حاصل حل نیمه تحلیلی را نشان می دهد. جنس ماده ی تشکیل دهنده ی پره متخلخل آلومینیوم در نظر گرفته است. مقادیر پارامترهای مورد نیاز در این حالت نیز مطابق با رابطه ی (46) در نظر گرفته شده است.

مطابق با جدول (1) نتایج حاصل از شبیه سازی عددی و نتایج تطابق خوبی با نتایج حاصل از حل تفاضل مربعات برای حل یک بعدی دارد. متوسط خطای نسبی 3.39% و حداکثر خطای نسبی در این حالت 4.24% بوده و در نتیجه می توان چنین گفت که در مقیاس های مهندسی می توان با دقت خوبی از مدل های تحلیلی کاهیده بهره برد.

مطابق "شکل 8" توزیع دمای فین از پارامتر تخلخل تاثیر می پذیرد. با افزایش پارامتر تخلخل درجه حرارت در طول فین و مخصوصاً نوک فین کاهش می یابد. با توجه به رابطه ی (21) با افزایش پارامتر تخلخل، ضریب هدایت حرارتی موثر فین متخلخل کاهش می یابد. بنابراین مقاومت هدایتی فین متخلخل افزایش یافته و در نتیجه باعث کاهش درجه حرارت نوک فین می گردد. این روند در "شکل 8" به وضوح قابل رویت است.

جدول 1 مقایسه ی نتایج روش LSM با حل CFD برای توزیع دمای فین متخلخل تحت مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی بر حسب کلون

Table 1 Comparison of the temperature distribution along the length of convective-radiative porous fin between the LSM result and that of CFD result.

X	تفاضل مربعات (LSM)	شبیه سازی عددی (CFD)	خطای نسبی	درصد خطای نسبی
0.0	400.000	400.000	0.0000	0.00
0.005	365.368	357.322	0.0225	2.25
0.010	346.133	333.975	0.0364	3.64
0.015	334.524	321.881	0.0392	3.92
0.020	327.110	314.412	0.0403	4.03
0.025	322.375	309.521	0.0415	4.15
0.030	319.337	306.610	0.0415	4.15
0.035	317.672	305.042	0.0414	4.14
0.040	317.154	304.230	0.0424	4.24

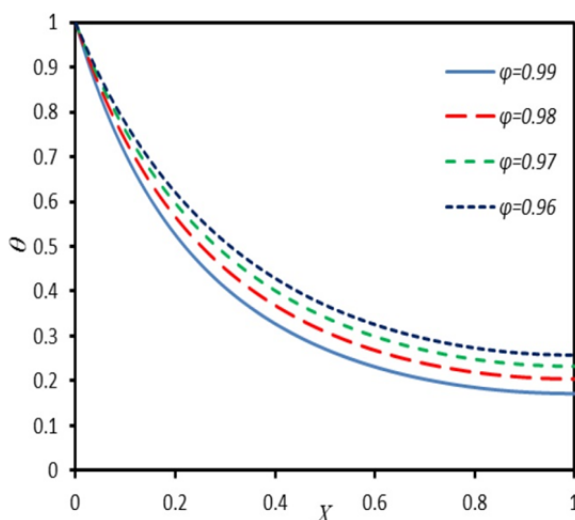


Fig. 8 Dimensionless temperature distribution along the length of porous fin for different values of porosity

شکل 8 نمودار تغییرات درجه حرارت بی بعد شده در طول فین متخلخل به ازای مقادیر مختلف پارامتر تخلخل

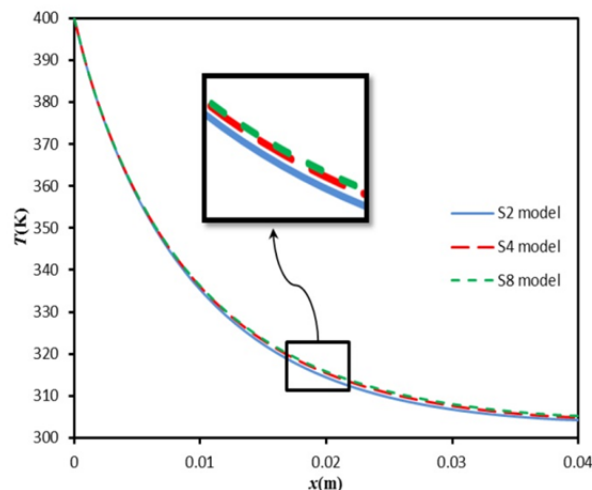


Fig. 6 Temperature distribution along the length of porous fin using different settings for the DO-method

شکل 6 نمودار توزیع درجه حرارت برای فین متخلخل برای تقریب های مختلف برای روش جهت های مجزا

همانگونه که ملاحظه می شود اختلاف بین تقریب S_4 و S_8 کمتر از اختلاف بین تقریب های S_4 و S_2 بوده و بنابراین تقریب S_4 برای مدل سازی مکانیزم تشعشع تقریب مناسبی می باشد. بدیهی است که افزایش تعداد تقسیمات زاویه ی فضایی برای تقریب بهتر معادله ی انتگرال دیفرانسیلی تابش، هزینه محاسباتی بالایی را در پی دارد. بنابراین با انتخاب صحیح و بهینه برای تقریب مکانیزم تشعشع می توان با هزینه محاسباتی کم، دقت مناسبی برای نتایج حاصل از حل مسئله داشت.

کانتور دما برای فین متخلخل مستطیلی تحت تاثیر مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی به صورت "شکل 7" می باشد. پارامترهای ثابت مورد نظر برای حصول نتایج به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\varepsilon = 0.1, L = 0.04 \text{ m}, t_b = 0.002 \text{ m}, T_b = 400 \text{ K}, T_{\infty} = 300 \text{ K}$$

$$\varphi = 0.99, Ra = 25, k_s = 237 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}}$$

$$Da = 0.025 \quad (46)$$

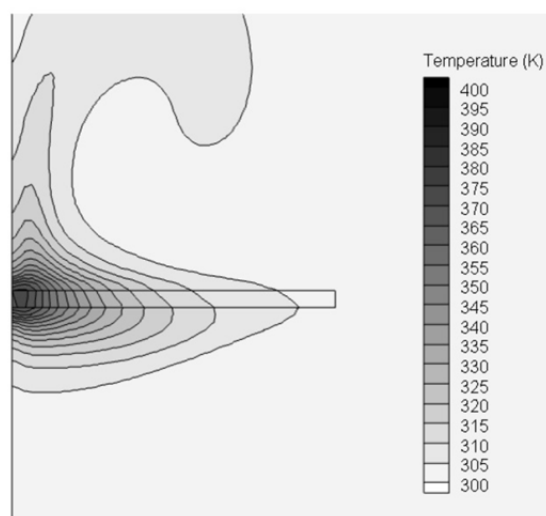


Fig. 7 Temperature contour for convective-radiative rectangular porous fin

شکل 7 کانتور دما برای فین متخلخل مستطیلی تحت مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی

نرخ انتقال حرارت ورودی از پایه‌ی فین متخلخل افزایش یافته و در نتیجه درجه حرارت در طول فین روندی صعودی را طی می‌کند.

برای بررسی تاثیر پارامترهای داری، رایلی، دمای پایه‌ی فین متخلخل، ضریب صدور سطح و تخلخل بر روی انتقال حرارت فین متخلخل از عدد بدون بعد ناسلت استفاده می‌شود. با توجه به رابطه‌ی (22) تعریف این پارامتر بدون بعد حرارتی به صورت زیر می‌باشد:

$$Nu = \frac{q}{A(T_b - T_{\infty})} \frac{L}{k_{eff}} = -\frac{d\theta}{dX} \Big|_{X=0} \quad (47)$$

عدد ناسلت از پارامتر تخلخل تاثیر می‌پذیرد. تاثیر این پارامتر در "شکل 12" نشان داده شده است.

با افزایش پارامتر تخلخل درجه حرارت در طول فین متخلخل کاهش می‌یابد. از طرفی با افزایش پارامتر تخلخل، ضریب هدایت حرارتی موثر فین متخلخل کاهش می‌یابد. بنابراین مقاومت هدایتی فین متخلخل افزایش یافته و در نتیجه باعث کاهش درجه حرارت نوک فین می‌گردد. با کاهش درجه

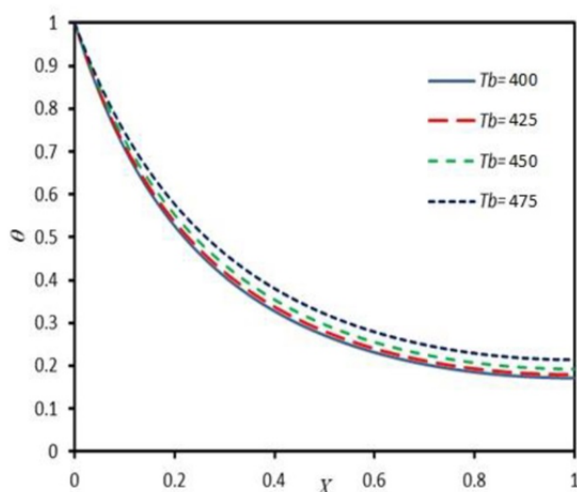


Fig. 11 Dimensionless temperature distribution along the length of porous fin for different values of fin base temperature

شکل 11 نمودار تغییرات درجه حرارت بی‌بعد شده در طول فین متخلخل به ازای مقادیر مختلف دمای پایه‌ی فین

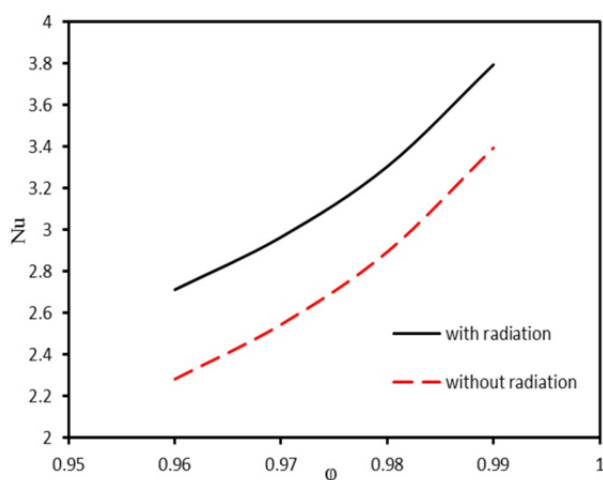


Fig. 12 Effect of varying porosity on the Nusselt number with and without radiation for $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

شکل 12 نمودار تاثیر پارامتر تخلخل بر روی عدد ناسلت در حضور و عدم حضور مکانیزم تشعشع با $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

مطابق "شکل 9" تاثیر توزیع ناهمگن تخلخل بر توزیع دما در طول فین متخلخل نشان داده شده است. سه نوع پروفیل برای توزیع ناهمگن تخلخل در محیط متخلخل فین فرض شده است. اولین پروفیل به صورت خطی با بعد مکانی، فین متخلخل دچار تغییرات می‌شود و دومین پروفیل به صورت غیر خطی از مرتبه 2 تغییر می‌یابد. همچنین حالت سوم توزیع یکنواخت تخلخل در طول محیط متخلخل می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود با در نظر گرفتن توزیع ناهمگن تخلخل به صورت خطی و غیر خطی مرتبه 2، توزیع دما در طول فین متخلخل افت محسوسی پیدا می‌کند.

مطابق "شکل 10" توزیع دمای فین متخلخل از پارامتر ضریب صدور سطح ε تاثیر می‌پذیرد.

با افزایش ε نرخ اتلافات حرارتی تشعشعی از فین متخلخل به محیط پیرامون افزایش یافته و در نتیجه درجه حرارت در طول فین افت پیدا می‌کند. تاثیر درجه حرارت پایه‌ی فین متخلخل بر توزیع دمای فین متخلخل در "شکل 11" نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش T_b

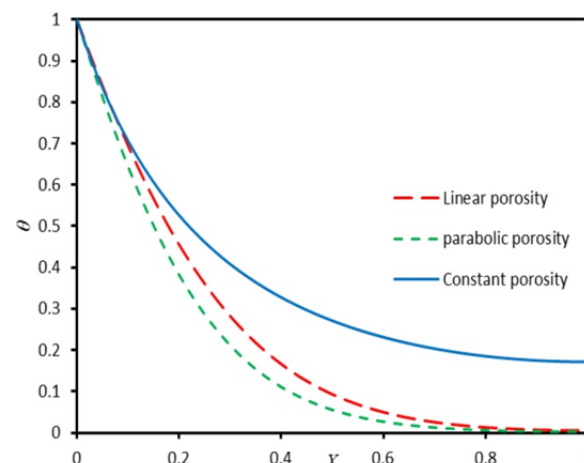


Fig. 9 Dimensionless temperature distribution along the length of porous fin for non-homogeneous and homogeneous porosity

شکل 9 نمودار تغییرات درجه حرارت بی‌بعد شده در طول فین متخلخل به ازای تخلخل ناهمگن و همگن محیط متخلخل

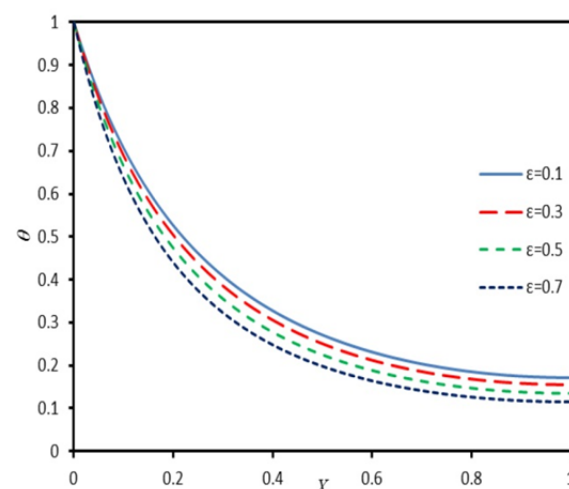


Fig. 10 Dimensionless temperature distribution along the length of porous fin for different values of surface emissivity

شکل 10 نمودار تغییرات درجه حرارت بی‌بعد شده در طول فین متخلخل به ازای مقادیر مختلف ضریب صدور سطح

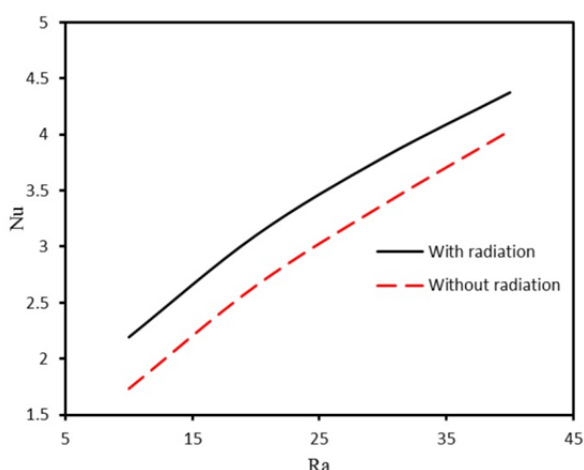


Fig. 14 Effect of varying Rayleigh number on the Nusselt number with and without radiation

شکل 14 نمودار تاثیر عدد رایی بر روی عدد ناسلت در حضور و عدم حضور تشعشع با $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

مطابق شکل فوق با افزایش عدد رایی درجه حرارت در طول فین متخلخل روندی نزولی را طی می‌کند. همانطور که از تعریف عدد بدون بعد رایی پیداست، این عدد یک پارامتر تعیین کننده و اساسی در انتقال حرارت جابجایی طبیعی است. با افزایش این عدد، نیروی شناوری برای جابجایی سیال افزایش یافته و در نتیجه همین امر منجر به افزایش عدد ناسلت فین متخلخل می‌گردد. به علاوه با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی عدد ناسلت فین نسبت به حالتی که مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی می‌باشد، بیشتر می‌گردد. این روند به وضوح در "شکل 14" قابل رویت است. عدد ناسلت فین متخلخل از ضریب صدور سطح تاثیر می‌پذیرد. تاثیر این پارامتر در "شکل 15" نشان داده شده است.

با افزایش ضریب صدور سطح نرخ انتقال حرارت تشعشعی از فین متخلخل به محیط پیرامون افزایش یافته و در نتیجه گرادیان دما از پایه تا نوک فین متخلخل افزایش می‌یابد. در نتیجه عدد ناسلت فین متخلخل روندی

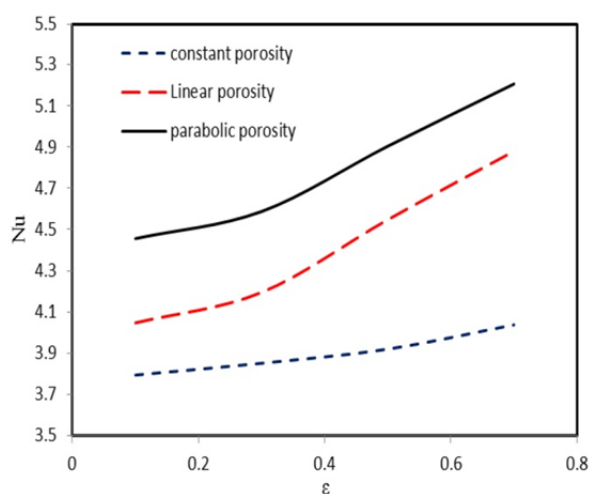


Fig. 15 Effect of varying surface emissivity on the Nusselt number for non-homogeneous and homogeneous porosity

شکل 15 نمودار تاثیر ضریب صدور سطح بر روی عدد ناسلت به ازای تخلخل ناهمگن و همگن محیط متخلخل

حرارت فین متخلخل، گرادیان دما از پایه تا نوک فین متخلخل افزایش یافته و در نتیجه طبق رابطه‌ی (47) همین امر منجر به افزایش عدد ناسلت فین متخلخل می‌گردد. به علاوه تاثیر حضور و عدم حضور مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی بر روی عدد ناسلت در شکل مذکور نشان داده شده است. مطابق "شکل 12" با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی در فین متخلخل، میزان انتقال حرارت از فین متخلخل به محیط پیرامون افزایش یافته و در نتیجه عدد ناسلت فین متخلخل در مقایسه با حالتی که مکانیزم انتقال حرارت فین متخلخل صرفاً جابجایی طبیعی می‌باشد، بیشتر پیش بینی می‌شود. در این حالت سهم مکانیزم تشعشع در مقدار عدد ناسلت پیش بینی شده به طور متوسط برابر با 16% خواهد بود. بدیهی است با افزایش ضریب صدور سطح این مقدار افزایش خواهد یافت. بنابراین می‌توان چنین گفت که در دماهای بالا نمی‌توان از اثر تشعشع، صرف نظر کرد. در حقیقت با صرف نظر کردن از اثر تشعشع، خطای قابل توجهی در محاسبات و تحلیل نتایج به وجود خواهد آمد.

تخلخل ناهمگن در طول فین محیط متخلخل بر روی انتقال حرارت و مخصوصاً عدد ناسلت تاثیر می‌گذارد. تاثیر این پارامتر مطابق با "شکل 13" نشان داده شده است.

با توجه به "شکل 13" با در نظر گرفتن پروفیل غیر خطی عدد ناسلت فین متخلخل به طور متوسط، افزایش تقریباً 23% در عدد ناسلت و انتقال حرارت فین متخلخل نسبت به توزیع همگن تخلخل در طول فین متخلخل را نشان می‌دهد. بنابراین با انتخاب مناسب توزیع تخلخل در طول محیط متخلخل می‌توان نرخ انتقال حرارت فین متخلخل را به طرز قابل توجهی افزایش داد. همچنین با در نظر گرفتن پروفیل خطی برای توزیع تخلخل در طول محیط متخلخل عدد ناسلت فین متخلخل به طور متوسط 11% افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان چنین گفت که با افزایش عدد دارسی نفوذ پذیری سیال به محیط متخلخل افزایش یافته و همین امر منجر به افزایش عدد ناسلت می‌گردد.

"شکل 14" تاثیر عدد رایی را بر روی عدد ناسلت فین متخلخل نشان می‌دهد.

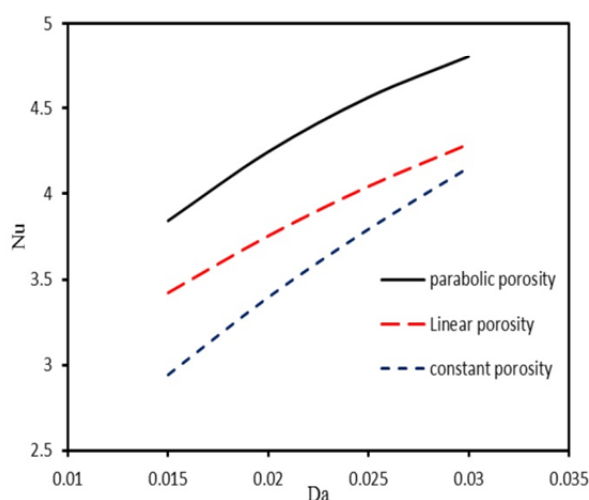


Fig. 13 Effect of variable porosity on the Nusselt number for non-homogenous and homogeneous porosity for $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

شکل 13 نمودار تاثیر توزیع تخلخل متغیر بر روی عدد ناسلت به ازای تخلخل ناهمگن و همگن محیط متخلخل با $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

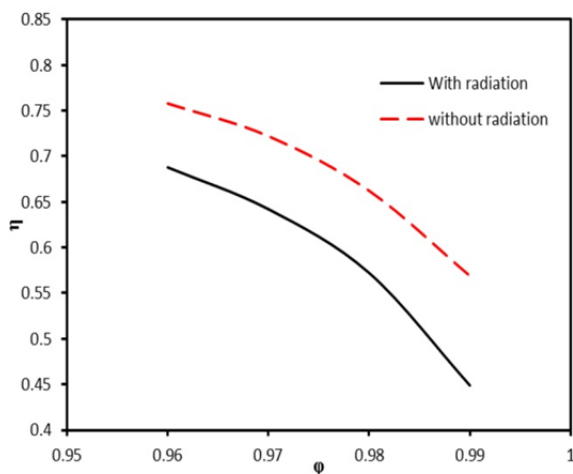


Fig. 17 Effect of varying porosity on the fin efficiency with and without radiation $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

شکل 17 نمودار تاثیر تخلخل بر روی راندمان حرارتی فین متخلخل در حضور و عدم حضور مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

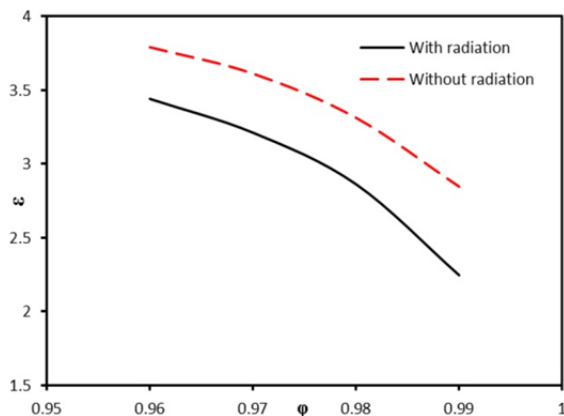


Fig. 18 Effect of varying porosity on the fin effectiveness with and without radiation $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

شکل 18 نمودار تاثیر تخلخل بر روی ضریب عملکرد فین متخلخل در حضور و عدم حضور مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی $\varepsilon = 0.5, T_b = 400K$

حرارتی، توزیع درجه حرارت از حالت ایده آل (حالتی که تمام فین در دمای پایه فین باشد) فاصله گرفته و در نتیجه منجر به کاهش راندمان حرارتی فین متخلخل می گردد. روند مذکور راجع به ضریب عملکرد فین متخلخل به همین صورت می باشد. درحقیقت تاثیرگذاری پارامتر مذکور بر روی عدد ناسلت دقیقاً بر عکس تاثیر آن بر روی راندمان حرارتی و ضریب عملکرد فین متخلخل است [26]. یعنی افزایش شیب دما در پایه فین منجر به کاهش دما در طول فین و دور شدن از حالت ایده آل (تمام فین در دمای پایه) شده و منجر به کاهش راندمان حرارتی و ضریب عملکرد فین می گردد.

5- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، به اثرات تخلخل (توزیع همگن و ناهمگن)، ضریب صدور سطح، دارسی، رایلی و دمای پایه فین متخلخل در برآورد رفتار عدد ناسلت و توزیع درجه حرارت فین متخلخل در جریان آرام و تحت مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی با استفاده از شبیه سازی عددی به روش دینامیک سیالات محاسباتی و روش حداقل مربعات پرداخته شد و نتایج زیر حاصل شد:

افزایشی را در پی خواهد داشت. با توجه به شکل مذکور می توان چنین گفت که اختلاف عدد ناسلت در حالت توزیع ناهمگن نسبت به توزیع همگن تخلخل، در ضریب صدور سطح بالاتر، بیشتر نمایان می گردد. مطابق "شکل 15" برای $\varepsilon \geq 0.3$ ، توزیع ناسلت در پروفیل خطی و غیر خطی مرتبه 2 با شیب بیشتری روند صعودی را طی می کند.

"شکل 16" نشان دهنده تاثیر درجه حرارت پایه فین متخلخل بر روی عدد ناسلت است. همانگونه که ملاحظه می شود با افزایش دمای پایه فین متخلخل، عدد ناسلت افت پیدا می کند. با در نظر گرفتن توزیع ناهمگن تخلخل در طول فین متخلخل، این مقدار افت در دماهای بالاتر کمتر می شود. در حقیقت در دماهای بالاتر پایه فین متخلخل، اثر توزیع تخلخل ناهمگن خطی و غیرخطی غالب بر اثر منفی افزایش دمای پایه فین متخلخل می باشد. در حقیقت تاثیر توزیع ناهمگن تخلخل در دماهای بالاتر نسبت به دماهای پایین اثر بیشتری در افزایش عدد ناسلت دارد.

از دیگر پارامترهای مهم مورد بررسی در مورد پرها می توان به راندمان حرارتی و ضریب عملکرد اشاره کرد. در حقیقت راندمان حرارتی به صورت نسبت انتقال حرارت پره متخلخل به انتقال حرارت فین در حالتی که تمام فین در دمای پایه باشد، تعریف می شود:

$$\eta = \frac{Q_f}{Q_{\max}} \quad (48)$$

همچنین ضریب عملکرد فین متخلخل را می توان به صورت رابطه (46) تعریف کرد. در واقع ضریب عملکرد پره متخلخل نسبت انتقال حرارت پره متخلخل به انتقال حرارت در حالتی که پره وجود ندارد (حالتی که انتقال حرارت صرفاً از ریشه فین صورت می گیرد) می باشد:

$$\varepsilon = \frac{Q_f}{Q_{\text{fin base}}} \quad (49)$$

تاثیر وجود مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی و عدم وجود آن بر روی پارامتر راندمان حرارتی و همچنین ضریب عملکرد پره متخلخل در "شکل 17" و "شکل 18" نشان داده شده است.

همانطور که ملاحظه می شود با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی، اتلافات حرارتی از طریق فین متخلخل افزایش یافته در نتیجه توزیع درجه حرارت در طول فین، افت پیدا کرده و بر اساس تعریف بازده

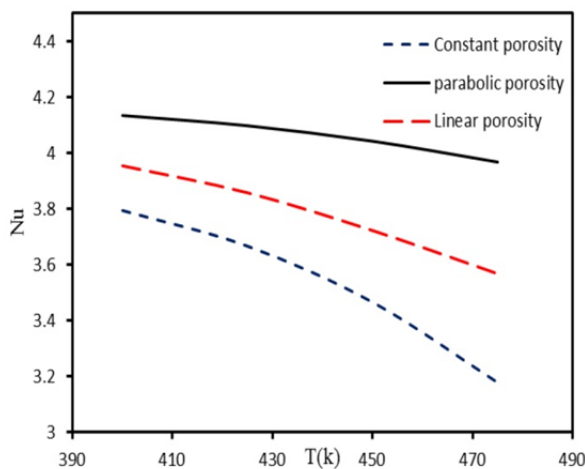


Fig. 16 Effect of varying fin base temperature on the Nusselt number for non-homogeneous and homogeneous porosity

شکل 16 نمودار تاثیر درجه حرارت پایه فین بر روی عدد ناسلت به ازای تخلخل ناهمگن و همگن محیط متخلخل

h	ضریب انتقال حرارت جابجایی ($Wm^{-2}K^{-1}$)
k_{eff}	ضریب هدایت حرارتی فین متخلخل ($Wm^{-1}K^{-1}$)
k_f	ضریب هدایت حرارتی سیال عبوری ($Wm^{-1}K^{-1}$)
k_r	ضریب انتقال حرارت نسبی
k_s	ضریب هدایت حرارتی قسمت صلب فین متخلخل ($Wm^{-1}K^{-1}$)
K	ضریب تراوایی فین متخلخل (m^2)
L	طول فین متخلخل (m)
$\dot{m}$	دبی جرمی سیال عبوری از فین متخلخل ($kg s^{-1}$)
Nu	عدد ناسلت
p	فشار (Pa)
p_1	فشار مربوط به محیط سیال (Pa)
p_2	فشار مربوط به محیط متخلخل (Pa)
Q_f	انتقال حرارت فین متخلخل (W)
Q_{max}	ماکزیم انتقال حرارت فین متخلخل (W)
$Q_{fin\ base}$	انتقال حرارت پایه فین متخلخل (W)
q	شار گرمایی (Wm^{-2})
Ra	عدد رایلی
$R(x)$	تابع خطا
t_b	ضخامت پایه فین متخلخل (m)
$t(x)$	تابع اولیه
T	درجه حرارت فین متخلخل (K)
T_b	درجه حرارت پایه فین متخلخل (K)
T_1	درجه حرارت مربوط به محیط سیال (K)
T_2	درجه حرارت مربوط به محیط متخلخل (K)
T_∞	درجه حرارت محیط پیرامون (K)
u_1	مولفدهی افقی سرعت در معادله مومنوم مربوط به محیط سیال (ms^{-1})
u_2	مولفدهی افقی سرعت در معادله مومنوم مربوط به محیط متخلخل (ms^{-1})
v_1	مولفدهی عمودی سرعت در معادله مومنوم مربوط به محیط سیال (ms^{-1})
v_2	مولفدهی عمودی سرعت در معادله مومنوم مربوط به محیط متخلخل (ms^{-1})
V	سرعت حرکت سیال عبوری از فین متخلخل (ms^{-1})
w	عرض فین متخلخل (m)
W_i	تابع وزنی
X	طول بدون بعد فین متخلخل

علامه یونانی

α	پارامتر نفوذ حرارتی ($m^2 s^{-1}$)
K_λ	ضریب جذب
β	ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})
Φ	تابع فازی پخش
$I_{b\lambda}$	تابش جسم سیاه ($Wm^{-2}st^{-1}$)
I_λ	تابش ($Wm^{-2}st^{-1}$)
ε	ضریب صدور سطح

- 1- نتایج حاصل از حل مدل کاهیده‌ی پدیده انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تشعشعی در مقایسه با مدل شبیه سازی شده به روش دینامیک سیالات محاسباتی با دقت مناسبی برهم منطبق است. بنابراین در کاربردهای مهندسی می‌توان با دقت قابل قبولی از مدل‌های کاهیده بهره برد.
- 2- با افزایش پارامتر تخلخل به دلیل کاهش ضریب هدایت حرارتی موثر فین متخلخل درجه حرارت فین روندی نزولی را طی می‌کند، در نتیجه همین امر منجر به افزایش گرادیان دمایی در فین متخلخل شده و همین امر منجر به افزایش عدد ناسلت می‌گردد.
- 3- با در نظر گرفتن توزیع غیر یکنواخت خطی و غیر خطی مرتبه 2 تخلخل در طول فین متخلخل، توزیع درجه حرارت در طول فین متخلخل افت محسوسی پیدا می‌کند.
- 4- با در نظر گرفتن توزیع غیر یکنواخت و غیر خطی مرتبه 2 تخلخل در طول محیط متخلخل، عدد ناسلت فین متخلخل به طور متوسط، افزایش تقریباً 23% در عدد ناسلت را نشان می‌دهد. بنابراین با انتخاب مناسب توزیع تخلخل در طول محیط متخلخل می‌توان نرخ انتقال حرارت را به طرز قابل توجهی افزایش داد. همچنین با در نظر گرفتن توزیع غیر یکنواخت خطی، عدد ناسلت فین متخلخل به طور متوسط 11% افزایش می‌یابد.
- 5- در ضریب صدور تشعشعی بالاتر، اختلاف عدد ناسلت در حالت توزیع ناهمگن تخلخل (خطی و غیر خطی مرتبه 2) نسبت به توزیع همگن، بیشتر نمایان می‌گردد.
- 7- برای مقادیر $\varepsilon \geq 0.3$ توزیع ناسلت در پروفیل ناهمگن تخلخل (خطی و غیر خطی مرتبه 2)، با شیب بیشتری افزایش می‌یابد. بنابراین تاثیر تخلخل ناهمگن در این محدوده قابل ملاحظه خواهد بود.
- 8- در دماهای بالاتر پایه فین متخلخل، اثر توزیع تخلخل ناهمگن بر اثر منفی افزایش دمای پایه فین متخلخل غالب است. بنابراین تاثیر توزیع ناهمگن تخلخل در دماهای بالاتر نسبت به دماهای پایین اثر بیشتری در افزایش عدد ناسلت دارد.
- 9- با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت تشعشعی راندمان حرارتی و ضریب عملکرد فین متخلخل روندی نزولی را طی خواهد کرد.
- 10- با در نظر گرفتن انتقال حرارت تشعشعی، سهم مکانیزم تشعشع در مقدار عدد ناسلت پیش بینی شده به طور متوسط برابر با 16% خواهد بود. طبیعتاً با افزایش ضریب صدور سطح سهم مکانیزم تشعشع در انتقال حرارت افزایش خواهد یافت. بنابراین در دماهای بالا نمی‌توان از اثر تشعشع صرف نظر کرد. در حقیقت با صرف نظر کردن از اثر تشعشع، خطای قابل توجهی در محاسبات و تحلیل نتایج حاصل خواهد شد.
- 11- بیشترین مقدار عدد ناسلت برای توزیع تخلخل غیرخطی مرتبه دوم می‌باشد که در این حالت بیشترین مقدار شار حرارتی از طریق فین متخلخل به محیط پیرامون دفع می‌گردد.

6- فهرست علامه

A	سطح مقطع (m^2)
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه سیال ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
c_i	ثابت مجهول در روش حداقل مربعات
C_F	ضریب فورچهایمر
Da	پارامتر دارسی
D	اپراتور مشتق
g	شتاب گرانش (ms^{-2})

- [12] S. Y. Kim, J. W. Paek, B. H. Kang, Flow and heat transfer correlations for porous fin in a plate-fin heat exchanger, *ASME Journal of Heat transfer*, Vol. 122, No. 3, pp. 572-8, 2000.
- [13] E. Cuce, P. M. Cuce, A successful application of homotopy perturbation method for efficiency and effectiveness assessment of longitudinal porous fins, *Energy Conversion and Management*, Vol. 93, No. 1, pp. 92-9, 2015.
- [14] E. Bilgen, Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 17, pp. 3493-3505, 2005.
- [15] Y. Sun, J. Xu, Thermal performance of continuously moving radiative-convective fin of complex cross-section with multiple nonlinearities, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 63, No.1, pp. 23-34, 2015.
- [16] S. Nourazar, M. Mohammadpour, Free and forced convective heat transfer analysis of rectangular porous fin with Differential transformation method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 393-400, 2017. (in Persian)
- [17] S. Kiwan, O. Zeitoun, Natural convection in a horizontal cylindrical annulus using porous fins. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, Vol. 18, No. 5, pp. 618-634, 2008.
- [18] J. N. Stam, *Modeling of Radiative Heat Transfer in solid oxide fuel cells*, MSc thesis, Delft, Netherlands: Delft University of Technology, 2015.
- [19] Q. D. Hassankiadeh, D. Rahimyar Heris, M. Khosravi el-Hossaini, Study of coupled radiation and natural convection in a square porous cavity using non-equilibrium model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 85-94, 2013. (in Persian)
- [20] M. Ashjaee, T. Yousefi, H. Shokouhmand, A comparison between the local free convection heat transfer coefficients of horizontal cylinders in vertical and inclined arrays, *The University of Tehran's Scientific Journals*, No. 4, Vol. 41, 2007.
- [21] M. K. el-hosseini, D. R. Heris, Q. Dorosti, Comparison of different radiative transfer equation approximation in modeling of porous radiant burner, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 30-41, 2012. (in Persian)
- [22] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, pp. 417-440, Second Edition, England: Pearson Education, 2007.
- [23] M. Hatami, M. Sheikholeslami, D. D. Ganji, Laminar flow and heat transfer of nanofluid between contracting and rotating disks by least square method, *Powder Technology*, Vol. 253, No. 1, pp. 769-779, 2014.
- [24] Engineering Equation Solver (EES) (Professional Version 9.430), F-chart software, 2013.
- [25] S. Kiwan, Effect of radiative losses on the heat transfer from porous fins, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 10, pp. 1046-55, 2007.
- [26] Y. B. Tao, Y. L. He, J. Huang, Z. G. Wu et al, Numerical study of local heat transfer coefficient and fin efficiency of wavy fin-and-tube heat exchangers, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 8, pp. 768-778, 2007.
- [27] M. Bovand, S. Rashidi, M. Dehesht, J. A. Esfahani, Effect of fluid-porous interface conditions on steady flow around and through a porous circular cylinder, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 25, No. 7, 2015.
- [28] S. Kakaç, B. Kilkis, F. A. Kulacki, F. Arinç, *Convective heat and Mass Transfer in Porous Media*, pp. 569-570, Netherlands: Springer Science & Business Media, 1991.

ϵ	ضریب عملکرد فین متخلخل
η	راندمان حرارتی فین متخلخل
μ	ویسکوزیته دینامیکی سیال ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
Ω	واحد زاویه مخروطی (st)
θ	درجه حرارت بی بعد فین متخلخل
ρ_f	چگالی سیال (kgm^{-3})
ν	ویسکوزیته سینماتیکی سیال (m^2s^{-1})
ϕ	تخلخل
ϕ_m	تخلخل ماکزیمم
σ	ضریب استفان بولتزمان ($\text{wm}^{-2}\text{k}^{-4}$)
σ_s	ضریب پخش
ψ	نسبت ضخامت به طول فین متخلخل

7- مراجع

- [1] Y. A. Çengel, A. J. Ghajar, *Heat and Mass Transfer: Fundamental & Applications*, pp. 170-172, Fifth edition, New York: McGraw-Hill Education, 2015.
- [2] R. A. Mahdi, H. A. Mohammed, K. M. Munisamy, N. H. Saeid, Review of convection heat transfer and fluid flow in porous media with nanofluid, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 41, No.1, pp. 715-734, 2015.
- [3] E. Öztürk, *CFD Analysis of Heat Sinks for CPU Cooling with Fluent*, MSc thesis, Ankara, Turkey: Middle East Technical University, 2004.
- [4] H. G. Zhang, E. H. Wang, B. Y. Fan, Heat transfer analysis of a finned-tube evaporator for engine exhaust heat recovery, *Energy Conversion and Management*, Vol. 65, No.1, pp. 438-47, 2013.
- [5] K. Thulukkanam, *Heat Exchanger Design Handbook*, pp. 17-20, Second Edition, India: CRC Press, 2013.
- [6] M. K. Alkam, M. A. Al-Nimr, Solar collectors with tubes partially filled with porous substrate. *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. 121, No. 1, pp. 20-4, 1999.
- [7] M. Kaviany, *Principle of Heat Transfer in Porous Media*, pp. 1-11, Second ed, New York: Springer, 1995.
- [8] D. A. Neild, A. Bejan, *Convection in Porous Media*, pp. 147-148, New York: Springer Science+Business Media, 2006.
- [9] P. R. S. Mendes, M. F. Naccache, C. V. M. Braga, A. O. Nieckele et al, Flows of bingham materials through ideal porous media: an experimental and theoretical study, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol.24, No.1, pp. 40-45, 2002.
- [10] S. Kiwan, M. Al-Nimr, Using porous fins for heat transfer enhancement, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, No. 4, pp. 790-5, 2001.
- [11] S. E. Ghasemi, M. Hatami, D. D. Ganji, Thermal analysis of convective fin with temperature-dependent thermal conductivity and heat generation, *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 4; No. 1, pp. 1-8, 2014.