



مدل سازی و تحلیل ارتعاشی خط لوله حاوی سیال در طی عملیات پیگ رانی توسط روش المان محدود و آنالیز مودال تجربی

مرتضی صادقی^{1*}، سعید چیت ساز²، میر محمد اتفاق³

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 5166616471، morteza@tabrizu.ac.ir

چکیده

در این مقاله یک مدل خطی مناسب برای بررسی رفتار ارتعاشی خطوط لوله از نوع رو-زمینی با تکیه‌گاه‌های ساده که تحت عملیات پیگ رانی قرار دارد، ارائه و تحلیل شده و سپس به وسیله تست‌های تجربی مورد صحت سنجی قرار گرفته است. در این فرایند پیگ (به عنوان جرم ثابت فزاینده‌ی متحرک) که توسط سیال محرک مایع (به منزله جرم متغیر متحرک داخلی) حرکت می‌کند، در نظر گرفته شده است. با استفاده از اصل همپلتون و لحاظ نمودن معادلات مومنتم و پیوستگی سیال و نیز استفاده از یک مدل ارتعاشی برای پیگ، معادلات حاکم استخراج شده، و سپس با استفاده روش گالرکین در المان محدود، معادلات ارتعاشی سیستم (لوله، سیال و پیگ) گسسته‌سازی و حل شده‌اند. با حل این معادلات، پارامترهای مودال سیستم خط لوله محاسبه شده و تغییرات آن‌ها حین عبور پیگ در حالت گذرا و در طی بازه‌های زمانی متوالی، با دبی‌های مختلف سیال محرک، مورد بررسی قرار گرفته است. برای تحلیل پارامترهای مذکور و صحت‌گذاری روابط ارائه شده، مدل تجربی شامل لوله‌ای به قطر 3 اینچ و با طول 2.5 متر و یک عدد پیگ ساده با دیسک‌های لاستیکی از نوع دو سوپه به همراه پمپ و شیر تویی که فشار و دبی‌های لازم برای سیال جهت عبور پیگ از داخل لوله را فراهم نماید، استفاده شده است. با جمع‌آوری سیگنال‌های ارتعاشی ثبت شده از بدنه لوله حین فرایند پیگ رانی و استفاده از آنالیز مودال، ارتباط مناسبی بین داده‌های تجربی و داده‌های تحلیلی حاصل از مدل تئوری بدست آمده و تغییرات فرکانس‌های طبیعی سیستم، برحسب سرعت و موقعیت پیگ با هر دو روش تحلیلی و تجربی بدست آمده است. همچنین جابجایی نقطه میانی لوله تحت بررسی در اثر فرایند پیگ رانی به صورت تحلیلی و با استفاده از مدل تئوری پیشنهاد شده، مورد بررسی قرار گرفته است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 10 دی 1396
پذیرش: 01 فروردین 1397
ارائه در سایت: 07 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

ارتعاشات

خط لوله

لوله حاوی سیال

پیگ

پیگ رانی

Modeling and vibration analysis of pipeline in the course of pigging operation, using FEM and experimental modal analysis

Morteza H. Sadeghi^{1*}, Saeed Chitsaz¹, Mir Mohammad Ettefagh¹

1-Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

* P.O.B. 5166616471 Tabriz, Iran, morteza@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 31 December 2017
Accepted 21 March 2018
Available Online 27 April 2018

Keywords:

Vibration
Pipeline
Pipe Containing Fluid
PIG
Pigging Process

ABSTRACT

In this paper, a linear dynamic model of simply supported Above-Ground pipeline during pigging process has been developed and verified by experimental tests. The PIG (Pipeline Inspection Gadget), is an internal moving sprung mass pushed by the fluid pressure, which itself act as a flowing varying mass. The governing equations of motion for the system including the pipeline, moving PIG as a moving vibrational sub-system, and flowing fluid with varying mass were obtained using Hamilton's principle. Then, the extracted equations were discretized and solved via finite element method. Modal parameters of the pipeline system were calculated during intermittent passage of PIG through the pipe under different fluid flow rates, and their variations were extracted. Validation of the model was carried out using an experimental setup, including a 2.5 meter length Carbon Steel pipe, a simple bi-directional PIG with rubber discs and a centrifugal pump, connected to a control valve, providing required fluid pressure to push the PIG through the pipe. Using data acquisition system to acquire the vibration signals, and employing experimental modal analysis, frequency responses of the system at different points were obtained and the modal parameters were extracted and compared to that of the simulated model. A comparable results have been achieved between theoretical and experimental methods. Also variation of the system natural frequency versus speed and position of PIG in the pipe, were investigated. Moreover, the displacement of the mid-span of considered pipe during pigging process has been obtained using suggested theoretical model.

متصل به آن و یا در مواردی که حرکت سیال در تماس با جداره لوله و انتقال

انرژی به سازه لوله، باعث ایجاد لرزش‌های قابل ملاحظه می‌گردد، همواره

1- مقدمه

بررسی ارتعاش لوله‌های حاوی سیال از این نظر که تحت تأثیر تجهیزات

داخل لوله اختصاص یافته است [12,13]. براساس بررسی های انجام یافته، فرایند پیگ رانی، تاکنون به منظور عامل تحریک دینامیکی سازه لوله و نیز به لحاظ بررسی تأثیرات ارتعاشی متقابل لوله و پیگ نسبت به هم، مورد مطالعه قرار نگرفته است و تنها در مواردی محدود، ارتعاشات خود پیگ در اثر تماس با جداره لوله مورد توجه بوده است [14]. اثر جانبی فرایند پیگ رانی با توجه به ماهیت انجام آن که عبور جرمی متمرکز از داخل لوله است، مسلماً ایجاد ارتعاش به خصوص در محدوده عبور آن از لوله خواهد بود. پیگ را بر اساس نوع، ابعاد، جرم و سرعت عبور و همچنین سیال محرک آن را تحت شرایطی می توان به عنوان عامل تحریک دینامیکی قابل ملاحظه ای برای خط لوله به شمار آورد. این موضوع اساس کار ما در انجام این تحقیق قرار گرفته است. در مباحث ارتعاشی، جرم و بار متحرک متصل به تیرها به عنوان عاملی جهت تحریک ارتعاشی آنها شمرده می شود (کریلوف [15] و تیموشنکو [16]) و مطالعات گسترده ای در زمینه ارتعاش تیرها با جرم و بار متحرک وجود دارد. با در نظر گرفتن لوله به عنوان تیر، تحقیقات مشابه اما بسیار محدودتری را می توان در سیستم های لوله حاوی سیال (صادقی و همکارش در سال 2011 [17]) و همچنین در خصوص مباحث عبوبیایی مشاهده کرد. در تحقیقی که هان ایک یون و همکارش در سال 2006 انجام داده اند، رفتار دینامیکی یک لوله دارای ترک با تکیه گاه های ساده و حامل سیال و جرم متحرک روی جداره خارجی لوله مورد بررسی قرار گرفته است. آنها در تحقیق خود تأثیر شدت ترک، موقعیت و سرعت جرم متحرک در رفتار دینامیکی لوله حاوی سیال و تأثیر جریان سیال بر مشخصات دینامیکی لوله را مورد بررسی قرار داده اند [18].

در تحقیق پیش رو رفتار ارتعاشی سیستمی شامل لوله فلزی (نه لزوماً جدار نازک) به همراه پیگ و سیال مایع محرک آن (آب)، با دو روش تئوری و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حرکت سیستم بر اساس مدل ارائه شده برای پیگ و بستر تست تجربی، با استفاده از اصل همپلتون استخراج شده و با روش المان محدود تحلیل شده است. صحت گذاری اولیه مدل تئوری با مدل تجربی، از طریق نتایج حاصل از آنالیز مودال لوله خالی از سیال به همراه پیگ در موقعیت های مختلف داخل آن، انجام گرفته است. عملیات پیگ رانی با استفاده از یک پیگ از نوع تمیز کننده با چهار عدد دیسک لاستیکی از جنس پلی اورتان و توسط یک پمپ به همراه یک شیر تویی در دو دبی مختلف روی یک شاخه لوله 2.5 متری انجام شده و ارتعاشات بدنه لوله در جهت محوری و شعاعی ثبت شده است. با تحلیل ارتعاشی داده ها، تأثیر فرایند پیگ رانی در تحریک مودهای ارتعاشی سیستم خط لوله در مقایسه با تحریک جریان سیال (به تنهایی) نشان داده شده و تغییرات فرکانس های طبیعی سیستم در اثر فرایند پیگ رانی در سرعت های مختلف عبور پیگ در هر دو حالت تئوری و تجربی بدست آمده است. در بررسی هر کدام از مورد فوق، سازگاری مطلوبی بین نتایج تست تجربی و نتایج تحلیل تئوری حاصل شده است. همچنین جابجایی عرضی قسمت میانی لوله در اثر عبور پیگ در دبی های مختلف سیال، با استفاده از مدل تئوری و به صورت تحلیلی محاسبه گردیده است. در ادامه و در بخش دوم این تحقیق، معادلات ارتعاشی سیستم لوله حاوی سیال به همراه پیگ، استخراج شده و در بخش سوم با استفاده از روش المان محدود تحلیل شده و ماتریس های کلی جرم، سختی و میرایی سیستم بدست آمده اند. در بخش چهارم، نحوه انجام تست تجربی تشریح شده و در بخش پنجم به بحث و بررسی نتایج بدست آمده از تحلیل تئوری و تجربی پرداخته شده است و در نهایت نتیجه گیری و جمع بندی تحقیق، در بخش ششم ارائه گردیده است

مورد توجه بوده است. علاوه بر آن، تحلیل های ارتعاشی لوله های حاوی سیال برای پی بردن به ماهیت کیفی و پایش وضعیت آن ها مانند هر سازه دیگری می تواند مفید واقع گردد. بررسی مطالعات و پژوهش های انجام شده طی شش دهه گذشته نشان می دهد، تحقیقات متعددی مربوط به مباحث پایداری و تعیین سرعت بحرانی جریان برای لوله های حاوی سیال عمدتاً با جداره نازک¹ تحت شرایط مرزی مختلف، انجام گرفته است. اشلی و هاولیند در سال 1950 با بررسی ارتعاشات خط لوله ترنس- عربین اولین² مطالعه قابل توجه در زمینه دینامیک لوله های حاوی سیال را ارائه داده اند [1]. گریگوری و پایدوسیز در سال 1966 درخصوص پایداری تیوپ های یک سرگردار [2]، چن در سال 1971 در زمینه پایداری دینامیکی لوله های با تکیه گاه ساده حاوی جریان سیال داخلی یکنواخت و غیر یکنواخت [3]، هولمز در سال 1978 [4] و مارکوا و همکارش دژپانوف در سال 2001 مطالعات گوناگونی را در زمینه ارتعاش لوله های حاوی سیال تحت شرایط مرزی و تکیه گاهی مختلف انجام داده اند [5]. در اکثر این تحقیقات، با حل مسأله شرایط مرزی و محاسبه فرکانس های طبیعی، شرایط شروع ناپایداری که به دلیل کاهش سختی مؤثر با افزایش سرعت جریان سیال داخل آن می باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. در سیستم های خطوط لوله انتقال سیالات هیدروکربنی، سرعت انتقال سیال به لحاظ موارد طراحی و فرایندی، محدود بوده و در اکثر موارد به دلیل ضخامت و ابعاد قابل ملاحظه لوله (در مقایسه با لوله های جدار نازک)، تأثیر دینامیکی سیال روی سازه لوله، مگر در شرایط وقوع ضربه قوچ یا گرفتگی شدید در مسیر انتقال سیال، محسوس نیست و مسأله ناپایداری ناشی از جریان سیال، مطرح نمی باشد. علاوه بر آن، در سیستم های مزبور، با توجه به ماهیت اجرایی آن که به صورت روزمینی، زیرزمینی و یا زیر دریا انجام می گردد، عوامل ایجاد ارتعاش، از سیستم های لوله متصل به تجهیزات دوار و شیرآلات که تحت شرایط متغیر با زمان قرار دارند، متفاوت است. بسته به محیط هایی که خطوط لوله از آن ها عبور می کند، عوامل طبیعی همچون زلزله، طوفان، تغییرات بستر و جریان های زیر آبی (برای خطوط زیر دریا)، و عوامل جانبی ناشی از برخی فرایندها می تواند به عنوان عامل ارتعاش این خطوط مورد توجه قرار گیرد. از جمله فرایندهایی که برای اکثر سیستم های خطوط لوله انتقال به خصوص خطوط لوله هیدروکربونی انجام می گیرد، پیگ رانی است. پیگ ابزاری عموماً استوانه ای شکل با قطری نزدیک به قطر داخلی لوله است که به منظور بازرسی، تمیزکاری، خشک نمودن داخل لوله و یا جداسازی سیالات انتقالی از هم به داخل خطوط لوله فرستاده می شود و با فشار سیال، داخل لوله رانده می شود [6]. فرایند پیگ رانی با توجه به لزوم انجام آن بر روی خطوط لوله دارای هزینه و خطرات احتمالی است که مطالعات وسیعی را جهت انتخاب و انجام صحیح این فرایند به دنبال داشته و امروزه نیز جزو چالش های مهم این صنعت است. اولین تحلیل دینامیکی مطرح در این حوزه را مک دونالد و بیکر در سال 1964 با مدل سازی فیزیکی پیگ از نوع کروی و از جنس لاستیکی که در خطوط گاز و مایع از آن استفاده می شود، انجام دادند [7]. نتایج بررسی تحقیقات پنج دهه اخیر برای دینامیک پیگ و پیگ رانی نشان می دهد که مطالعات در این بخش عمدتاً روی محور ردیابی پیگ، تخمین سرعت و موقعیت پیگ در داخل لوله و تعیین سرعت بهینه آن [8-10] و مباحث مربوط به کنترل حرکت پیگ در داخل خطوط گاز و مایع و سیالات دوفازی ارائه شده است [11]. تعدادی از مطالعات انجام یافته به نیروهای تماسی و مقاوم در برابر حرکت پیگ در

¹ Tube² Trans-Arabian

مطالعاتشان در سال 2007 پدیده حرکت لوله حاوی سیال را با در نظر گرفتن ارتعاشات عرضی و طولی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها معادلات حرکت را بر اساس تیر اولر- برنولی استخراج کرده و اثرات جانبی متغیری همچون تغییرات دما و بودن یا نبودن اثر شتاب کوریولیس، شتاب عرضی، پیش تنش، اثر فشار سیال، اینرسی چرخشی و تغییرات سطح مقطع لوله را در معادلات بدست آمده، وارد کردند [22].

در بسیاری از تئوری‌های مربوط به دینامیک خطلوله، اساساً ارتعاشات سازه خطلوله مدنظر بوده و ارتعاشات گذرای سیال داخلی که در اصل با ارتعاشات سازه خطلوله کوپل می‌باشد، در نظر گرفته نشده‌است. همچنین بیشترین تأثیر سیال داخل لوله روی ارتعاشات سازه لوله، تنها با در نظر گرفتن پارامترهای شناخته شده‌ای چون سرعت و فشار سیال مورد مطالعه قرار گرفته است. برای در نظر گرفتن کوپل بین ارتعاشات لوله و جریان سیال، آژیک لی و همکارانش در سال 1993 معادلات حرکتی کامل تر و واقعی تری را برای سیستم لوله که شامل حرکت‌های محوری، شعاعی و عرضی لوله می‌شد ارائه نمودند. در روابط آن‌ها معادلات پیوستگی و ممنتوم سیال و همچنین تأثیرات کوپله نیرو-سازه نیز در نظر گرفته شده بود. در تئوری جدید لی، برای دینامیک لوله حاوی سیال، حالت‌های مختلف جریان، از نظر پایدار و ناپایدار بودن نیز مورد بررسی قرار گرفت. در روابط بدست آمده، سرعت و فشار المان سیال با استفاده از معادلات دینامیکی سیال برحسب توابعی از زمان و مکان، بدون نیاز به محاسبه اولیه آن‌ها قابل محاسبه است. با توجه به قابلیت‌های مذکور، به نظر می‌رسد روابط بدست آمده توسط لی و همکارانش، کامل‌ترین و جامع‌ترین معادله حرکت برای ارتعاش طولی و عرضی لوله‌های حاوی سیال باشد. در نمونه مورد بررسی آن‌ها مشاهده گردید که فرکانس‌های طبیعی سیستم با افزایش نسبت سرعت جریان و نسبت جرم کاهش یافته و دامنه ناپایداری عرضی تر می‌گردد. تأثیر اصطکاک سیال که موجب افت فشار در لوله می‌شود، باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌گردد و شیب خط و مسائل مربوط به گرانش، تأثیر چندان مهمی در فرکانس‌های طبیعی سیستم ندارد [23]. معادلات کوپله دینامیک خطلوله بعدها توسط لی و همکارش کیم در سال 1999 با در نظر گرفتن اثر کرنش دایروی که در اثر فشار داخل سیال ایجاد می‌شود، حالت کلی‌تری یافت [24]. در این تحقیق برای قسمت اول یعنی ناحیه لوله حاوی سیال، با استفاده از روش پیشنهادی آژیک لی، مطابق قسمت در شکل 2-a، بخش مربوط به المان لوله و المان سیال را از هم جدا نموده و برای قسمت المان لوله از اصل همیلتون (رابطه (2)) استفاده می‌شود. انرژی جنبشی و پتانسیل برای این بخش به ترتیب از روابط (3) و (4) محاسبه می‌گردد.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T_1 - \delta V_1 + \delta W_1) dt = 0 \quad (2)$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_p \int_0^{L_1} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx \quad (3)$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \int_0^{L_1} [\bar{N}(2u' + u'^2 + w'^2) + EA_p u'^2] + \frac{1}{2} \int_0^{L_1} EI w''^2 dx \quad (4)$$

در روابط (3) و (4)، u و w به ترتیب جابجایی المان لوله در جهت راستای محوری لوله و راستای عرضی آن می‌باشد. $\bar{N}$ نیروی خارجی محوری وارد بر لوله، EA_p سطح مقطع لوله بوده و L_1 طول مربوط به بخش لوله حاوی سیال می‌باشد که با فرض ثابت بودن سرعت جابجایی پیگ (V_{pig})، از رابطه (5) بدست می‌آید:

$$L_1(t) = V_{pig} t \quad (5)$$

2- استخراج معادلات حرکت ارتعاشی سیستم

در این بخش نحوه مدل سازی سیستم خط لوله و سیال به همراه پیگ درون آن توضیح داده و معادلات ارتعاشی حاکم بر سیستم مذکور استخراج می‌شود، و در بخش بعدی با روش المان‌های محدود تحلیل می‌گردد. مطابق شکل 1، سیستم ارتعاشی مورد مطالعه در این تحقیق به سه ناحیه تفکیک شده‌است. ناحیه اول، پایین دست پیگ، یعنی لوله به همراه سیال محرک آن که در حقیقت به منزله بار گسترده و جرم متغیر متحرک در نظر گرفته می‌شود، ناحیه دوم شامل پیگ به منزل جرم ثابت جدانپذیر متحرک و خود لوله و ناحیه سوم، بالادست پیگ، شامل لوله و سیال بالادست که در اینجا هوا فرض شده‌است، می‌باشد. وجود پیگ به منزله جرم و ویار متمرکز متحرک و نیز سیال محرک آن به عنوان جرم و بار گسترده متحرک (تغییر در میزان جرم و بار، همراه با تغییر مکانی اعمال آن با زمان) به عنوان عامل‌های اصلی تحریک خط لوله خواهد بود و اثرات این دو عامل همزمان روی ارتعاش لوله بررسی می‌گردد.

2-1- معادله حرکت دینامیکی لوله-ناحیه حاوی سیال

ناحیه اول در اصل همان مساله دینامیک لوله‌های حاوی سیال می‌باشد. دو سال بعد از اولین مطالعه انجام گرفته روی ارتعاش لوله‌های حاوی سیال یعنی در سال 1952، هاوسنر معادله کامل تری را که در آن ارتعاشات عرضی لوله به همراه تأثیرات شتاب کوریولیس در نظر گرفته شده و با استفاده از اصل همیلتون استخراج شده بود، مورد استفاده قرار داد (معادله (1)).

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\rho A c \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \rho A c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (m_p + \rho A) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

که در آن، A سطح مقطع ثابت خیس در لوله یعنی ناحیه‌ای که سیال داخلی با آن در تماس است، m_p جرم لوله در واحد طول، ρ چگالی سیال، c سرعت سیال و E و I به ترتیب مدول یانگ و ممان دوم سطح مقطع لوله می‌باشد. او در مطالعات خود به این نتیجه دست یافت که کماتش لوله هنگامی که سرعت سیال از یک مقدار بحرانی تجاوز کند، قابل رخ دادن است [19]. رابطه (1) که به معادله‌هاوسنر نیز معروف شد، پایه انجام بسیاری از مطالعات و تحقیقات در این زمینه قرار گرفت. تأثیرات مربوط به فشار سیال برای اولین بار توسط هنریچ در سال 1956 مطرح گردید [20]. با وجود این که آن زمان معادلات حرکت متنوعی در این زمینه بدست آمد، اما معادله‌ای که شرایط کوپل کامل بین سیال و سازه را مطرح سازد، بدست نیامده بود. با مورد توجه قرار گرفتن مبحث مذکور، اسکالاک در سال 1956، تأثیر کوپلینگ پواسون را بین دیواره لوله و سیال مورد بررسی قرار داد [21]. اولونلیو و همکارانش در

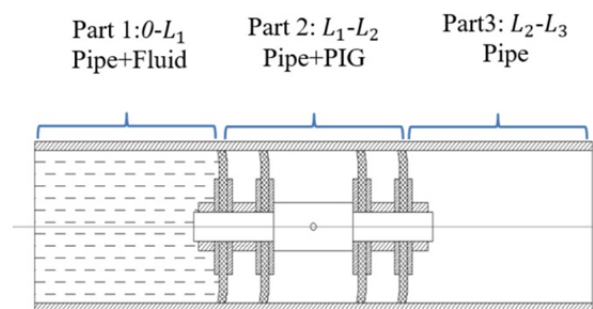


Fig. 1 Separating the fluid filled, PIG included and empty sections of pipeline system for analysis

شکل 1 جداسازی قسمت‌های حاوی سیال، حاوی پیگ و قسمت خالی سیستم خط لوله، جهت تحلیل

$$p'A + m_w g w' + m_w f_D |c|c + m_w (\ddot{u} + \dot{c} + c\dot{u}' + c\dot{c}') = 0 \quad (13)$$

علاوه بر رابطه (13)، معادله پیوستگی سیال با استفاده از قانون بقای جرم و در نظر گرفتن E_v مدول الاستیسیته خمشی سیال² و تغییر در سطح مقطع حجم کنترل بر حسب زمان به صورت رابطه (14) بدست می آید:

$$\dot{p}A + a^2 m_w (c' - 2v\dot{u}') = 0 \quad (14)$$

که در آن v نسبت پواسون و a سرعت موج سیال است که با رابطه (15) تعریف می شود.

$$a = \sqrt{\frac{E_v}{\rho[1 + (E_v D)/(Eh)]}} \quad (15)$$

در رابطه (15) h ضخامت دیواره لوله می باشد. برای خطی سازی روابط مربوط به لوله حاوی سیال، سرعت و فشار سیال را به ترتیب به دو بخش مقدار متوسط ثابت c_0 و p_0 و مقدار متغیر c_d و p_d تقسیم کرده و به صورت روابط (16) و (17) در نظر گرفت:

$$c(x, t) = c_0 + c_d(x, t) \quad (c_d < c_0) \quad (16)$$

$$p(x, t) = p_0 + p_d(x, t) \quad (p_d < p_0) \quad (17)$$

در صورتی که تغییرات دینامیکی سرعت و فشار در مقایسه با مقادیر متوسط آن ها ناچیز باشد، می توان از بخش های دینامیکی این پارامترها صرف نظر کرد و سرعت و فشار سیال را به صورت یکنواخت و پایا در نظر گرفت که در این صورت با حذف نیروهای اعمالی از طرف سیال به لوله، یعنی F_N و F_T از معادلات حرکتی (8 و 7) و صرف نظر کردن از تغییر فرم استاتیکی لوله در اثر وزن لوله و حذف جملات مرتبه بالا، به روابط جدید (18) و (19) رسید:

$$EA_{eff} u'' - m_p \ddot{u} + m_w g_V w' + m_w f_D c_0^2 = 0 \quad (18)$$

$$EI_p w'''' - T_0 w'' - m_w f_D c_0^2 w' + 2m_w c_0 \dot{w}' + m \ddot{w} + m_w g_V = 0 \quad (19)$$

که در رابطه (19) $m = m_p + m_w$ و $T_0 = \bar{N} - p_0 A - m_w c_0^2$ تعریف می گردد.

2-2- معادله حرکت دینامیکی لوله-ناحیه حاوی سیال با پیگ

در این بخش معادلات دینامیکی ناحیه دوم از شکل 1 یعنی لوله توام با پیگ داخل آن استخراج می شوند. بررسی تحقیقات انجام شده در اکثر موارد نشان می دهد که برای بررسی دینامیک پیگ ها در داخل لوله، پیگ به صورت جرم متمرکز کروی که به جداره داخلی لوله مماس شده است مدل می شود [25,9]. و در صورتی که ارتعاش خود پیگ نیز مد نظر باشد، بسته به شرایط تحقیق، مدل آن حاوی درجات آزادی در یک راستا (محوری یا شعاعی) می باشد. سال 2007 دورعلی و همکارانش در مطالعاتی که برای بررسی ارتعاش پیگ در داخل لوله انجام دادند، مدل پیگ را با تعدادی فنر و دمپر که بصورت متقارن و شعاعی اطراف محور مرکزی قرار گرفته بودند، شبیه سازی کردند که ضرایب فنریت و میرایی آن ها از طریق تحلیل المان محدود محاسبه شده بود. در روابط آن ها، ضریب اصطکاک بین دیسک و جداره لوله از طریق آزمایش، مقداری در حدود 0.3 بدست آمده بود [26].

با توجه به ساختار دینامیکی پیگ ها، معادلات حرکت نسبت به متغیرهای مستقل حرکتی آن، کوپله بوده و همواره در تأثیر متقابل بر یکدیگر می باشند. لذا در این تحقیق برای اولین بار مدل ارتعاشی کامل تر که شامل درجات آزادی شعاعی و محوری برای دیسک ها و همچنین درجات آزادی طولی، عرضی و چرخشی برای محور پیگ می باشد، در نظر گرفته شده است. مدل سازی دینامیکی پیگ مطابق شکل 4 براساس پیگ استفاده شده در آزمایش تجربی که شامل چهار عدد دیسک لاستیکی سوار شده بر روی محور

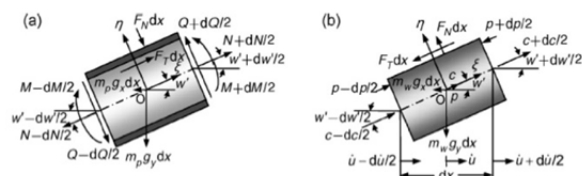


Fig. 2 Free-body diagrams for (a) pipeline element and (b) fluid element [23]

شکل 2 نمودار جسم آزاد برای (a) المان خط لوله و (b) المان سیال [23]

رابطه مربوط به کار مجازی برای نیروهای خارجی نیز به صورت رابطه (6) نوشته می شود. زمان t از لحظه آغاز حرکت پیگ در داخل لوله محاسبه می شود.

$$\delta W_1 = \int_0^{L_1} [(F_T + F_N w') \delta u + (F_T w' - F_N) \delta w] dx + M_1 \delta w'(0, t) + M_2 \delta w'(L_1, t) + Q_1 \delta w(0, t) + Q_2 \delta w(L_1, t) + N_1 \delta u(0, t) + N_2 \delta u(L_1, t) \quad (6)$$

در رابطه (6)، M_1 و M_2 ممان ها و Q_1 و Q_2 نیروهای برشی عرضی و N_1 و N_2 نیروهای محوری هستند که از بیرون روی مرزهای المان لوله، مطابق شکل 3 وارد می شوند. با جایگذاری روابط (6,4,3) در رابطه (2) و بعد از انجام انتگرال گیری جزء به جزء، معادلات حرکت برای ارتعاش محوری و عرضی لوله به ترتیب مطابق روابط (8,7) و شرایط مرزی آن نیز به صورت معادلات (a) تا (f) بدست می آید. در رابطه (7)، $EA_{eff} = EA_p + \bar{N}$ می باشد.

$$EA_{eff} u'' - m_p \ddot{u} + F_N w' + F_T = 0 \quad (7)$$

$$EI_p w'''' - \bar{N} w'' + m_p \ddot{w} - F_T w' + F_N = 0 \quad (8)$$

$$(a): M(0, t) = -M_1(t)$$

$$(b): Q(0, t) = -Q_1(t) - \bar{N} w'(0, t)$$

$$(c): N(0, t) = -N_1(t) - \bar{N}$$

$$(d): M(L, t) = +M_2(t)$$

$$(e): Q(L, t) = +Q_2(t) - \bar{N} w'(L, t)$$

$$(f): N(L, t) = +N_2(t) - \bar{N} \quad (9)$$

حال برای قسمت المان سیال یعنی شکل 2-b، با استفاده از قانون دوم نیوتن، معادلات مومنتم سیال را می توان به صورت روابط (11,10) نوشت. از معادله دارسی-ویسباخ¹ مقدار نیروی تماسی F_T وابسته به سرعت جریان سیال توسط معادله (12) بدست می آید.

$$(pA)' + F_N w' + F_T + m_w (\ddot{u} + \dot{c} + c\dot{u}' + c\dot{c}') = 0 \quad (10)$$

$$(pAw')' + F_T w' - F_N + m_w (g + \ddot{w} + 2cw' + c^2 w'' + \dot{c} w' + cc' w') = 0 \quad (11)$$

$$F_T = m_w \frac{f}{2D} |c|c \quad (12)$$

در روابط بدست آمده g شتاب ثقل، m_w وزن سیال در واحد طول لوله، C, p به ترتیب فشار و سرعت سیال داخل لوله، f ضریب اصطکاک دارسی و D قطر داخلی لوله می باشد. با استفاده از رابطه (12) و ترکیب روابط (10) و (11) و حذف جملات مرتبه بالا، رابطه زیر حاصل می شود:

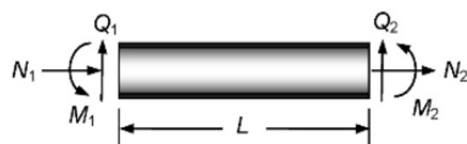


Fig. 3 Boundary forces and moments acting on the pipeline element [23]

شکل 3 نیروها و گشتاورهای مرزی وارد بر المان خط لوله [23]

² Bulk Modulus of Elasticity

¹ Darcy-Weisbach

به جمع آوری واکس¹ و یا لخته های مایع داخل خط می باشد. از آنجا که در این تحقیق، به جای بررسی رفتار حرکتی پیگ در داخل لوله، فقط اثرات دینامیکی پیگ و لوله نسبت به هم در بازه های زمانی معین مدنظر می باشد، لذا جهت ساده سازی مدل، فرض های زیر در باره ی نیروی مقاوم حرکت پیگ، در نظر گرفته شده اند:

الف) در معادلات حرکت سیستم از نیروهای مقاوم ناشی از واکس، رسوبات و لخته های مایع صرف نظر شده است و فقط نیروهای مقاوم ناشی از اصطکاک لزج ناشی از تماس دیسک های پیگ و جداره لوله در نظر گرفته می شود.

ب) سرعت حرکت پیگ در داخل لوله ثابت فرض می شود. این مساله با در نظر گرفتن فرض قسمت اول و شرایط ایده آل داخل لوله و سیال محرک پیگ قابل حصول خواهد بود.

ذکر این نکته ضروری است که اگر سیال محرک پیگ، مایع در نظر گرفته شود، به دلیل قرار گرفتن لایه ای از این سیال مایع بین دیسک ها و جداره لوله که در اثر نشتی اجتناب ناپذیر سیال از بین دیسک ها رخ می دهد، فرض اصطکاک کولمب (خشک) صحیح نبوده و می بایست نیروی اصطکاک از نوع لزج، در نظر گرفته شود. لذا در این تحقیق با توجه به نیروی محرک پیگ از نوع سیال مایع، اصطکاک در نظر گرفته شده از نوع ویسکوز بوده و تابع سرعت نسبی دیسک ها با جداره لوله می باشد. جنس دیسک ها از لاستیک پلیمری بوتادین² با مشخصات نشان داده شده در جدول 1 و با ضخامت 5mm انتخاب شده است.

با توجه به شکل 4 برای قسمت حاوی پیگ روابط مربوط به انرژی جنبشی و پتانسیل و همچنین کار مجازی را می توان مطابق روابط (21) تا (23) نوشت.

$$T_2 = \frac{1}{2} m_p \int_{L_1}^{L_2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_d} m_{d_i} [\dot{V}_{pig}^2 + \dot{w}_i^2] + \frac{1}{2} m_{pig} V_{pig}^2 \quad (21)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \int_{L_1}^{L_2} E A_p (\epsilon_{T_0} + \epsilon_x)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{L_1}^{L_2} E I w''^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_d} K_{h_i} [l - s_i]^2 + \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_d} K_{v_i} [y - l_{d_i} \varphi - w_i]^2 & i = 1, 2 \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_d} K_{v_i} [y + l_{d_i} \varphi - w_i]^2 & i = 3, 4 \end{cases} \quad (22)$$

$$\delta W_2 = M_1 \delta w'_0 + M_2 \delta w'_L + Q_1 \delta w_0 + Q_2 \delta w_L + N_1 \delta u_0 + N_2 \delta u_L + \sum_{i=1}^{n_d} C_{h_i} [(\dot{l} - \dot{s}_i)] \delta s_i + \sum_{i=1}^{n_d} [\bar{F}_{fi} \delta u_i - \bar{F}_{fi} \delta s_i] + \sum_{i=1}^{n_d} C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i - l_{d_i} \dot{\varphi}) \delta w_i \quad i = 1, 2 + \sum_{i=1}^{n_d} 2 m_{d_i} V_{pig} \dot{w}'_i + \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_d} C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i - l_{d_i} \dot{\varphi}) \delta w_i & i = 1, 2 \\ \sum_{i=1}^{n_d} C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i + l_{d_i} \dot{\varphi}) \delta w_i & i = 3, 4 \end{cases} + F_{p_d} \delta s_1 \quad (23)$$

جدول 1 مشخصات لاستیک دیسک های آب بندی پیگ از نوع بوتادین

Table 1 BR material specification for PIG sealing discs

خواص	واحد	مقدار	استاندارد
ازدیاد طول	%	600-700	ISO 37
سختی	Shore A	60-65	ISO 48
مقاومت کششی	kg/cm ²	175-200	ISO 37

¹ Wax

² Polybutadiene Rubber (BR)

پیگ می باشد، صورت گرفته است. با توجه به شکل 4، برای محور اصلی پیگ 3 درجه آزادی: در راستای حرکت (x)، راستای عمود بر حرکت (y) و چرخش حول مرکز ثقل در صفحه عمود بر راستای حرکت (φ)، در نظر گرفته شده است. خاصیت الاستیکی دیسک های پیگ با فنر و میراکننده در راستای محوری و شعاعی به صورت مستقل برای هر دیسک مدل شده است. همچنین هر دیسک در راستای محوری خود دارای یک درجه آزادی بوده و برای جابجایی دیسک ها در راستای عرضی، فرض بر این است که تماس در طول پیگ رانی، بدون جدایش با جداره داخلی لوله و مطابق با جابجایی عرضی المان لوله می باشد. از مزیت مدل انتخاب شده، پارامتری بودن مشخصه ها، تعداد و فواصل دیسک ها از یکدیگر است. این موضوع بخصوص زمانی اهمیت پیدا می کند که ماهیت دیسک ها بسته به نوع پیگ مورد استفاده، با یکدیگر متفاوت باشند (که معمولاً هم چنین است). پیگ ها اکثراً دارای دیسک هایی به منظور آب بندی هستند که می بایست به صورت فشرده با دیواره داخلی لوله در تماس قرار گیرند. مساله نیروهای مقاوم در برابر حرکت پیگ و نیروهای تماسی دیسک های پیگ با جداره لوله از جمله مواردی است که در تحقیقات دو دهه اخیر پیرامون معادلات تکمیلی مربوط به دینامیک حرکت پیگ در داخل لوله مورد توجه قرار گرفته است. به عنوان مثال تحقیقات فرناندو و همکارانش در سال 1997 در خصوص مدل سازی و آنالیز نیروهای تماسی روی دیسک های پیگ [12] و مطالعات نگوین و همکارش تولماسکوئیم در سال 2008 با تقسیم نیروی تماسی به دو بخش استاتیکی موقع سکون و دینامیکی (ثابت) موقع حرکت پیگ [11] را می توان نام برد. این نیروی مقاوم تماس، می بایست باعث ایجاد اختلاف فشار لازم جهت فائق آمدن

به نیروی اصطکاک و حرکت دادن پیگ در داخل لوله گردد. حرکت پیچیده پیگ و شرایط نامشخص داخل خط لوله، خطر گیر کردن (عدم حرکت) پیگ و یا برخورد آن با سایر متعلقات خط را نیز ایجاد می کند. زمانی که پیگ در داخل لوله رانده می شود، یک بالانس نیرویی روی پیگ اعمال می شود که می توان آن را با عبارت (20) نشان داد [27].

$$m_{pig} \frac{dV_{pig}}{dt} = \Delta P A_{pig} \pm m_{pig} g \sin \gamma - F_f \quad (20)$$

که در آن، m_{pig} جرم پیگ، ΔP اختلاف فشار طرفین پیگ، A_{pig} سطح مقطعی از پیگ است که اختلاف فشار به آن اعمال می شود و γ زاویه محور پیگ نسبت به محور افقی می باشد. در این رابطه، مجموع نیروهای مقاوم وارده بر پیگ در خط لوله می باشد که شامل نیروی اصطکاک و نیروی مربوط

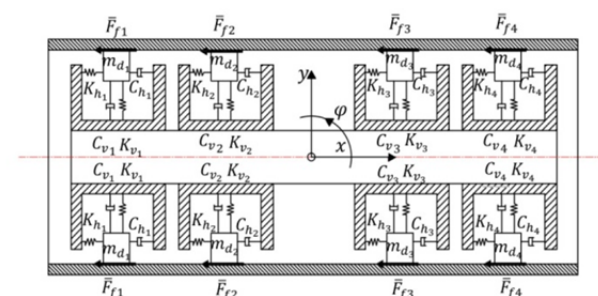


Fig. 4 Dynamical modeling of PIG with 3 degrees of freedom for shaft and 4 degrees of freedom for discs

شکل 4 مدل سازی دینامیکی پیگ با سه درجه آزادی برای محور و چهار درجه آزادی برای دیسک های پیگ

$$\begin{aligned}
 (a): M''(0, t) &= -M'_1(t) \\
 (b): Q''(0, t) &= -Q'_1(t) - \bar{N}w'(0, t) \\
 (c): N''(0, t) &= -N'_1(t) - \bar{N} \\
 (d): M''(L, t) &= +M'_2(t) \\
 (e): Q''(L, t) &= +Q'_2(t) - \bar{N}w'(L, t) \\
 (f): N''(L, t) &= +N'_2(t) - \bar{N} \quad (33)
 \end{aligned}$$

که در آن، M'_1 و M'_2 ممان ها و Q'_1 و Q'_2 نیروهای برشی عرضی و N'_1 و N'_2 نیروهای محوری وارد بر مرزهای المان لوله خالی هستند. بدین ترتیب معادلات کل سیستم برای سه ناحیه نشان داده شده در شکل 1 به صورت روابط (17)، (18) و (9) برای ناحیه اول و روابط (24) تا (30) برای ناحیه دوم و روابط (31) تا (33) برای ناحیه سوم بدست می آید.

3- تحلیل معادلات حرکت با استفاده از روش المان محدود

در این تحقیق برای فرمول بندی روابط المان محدود از روش تغییرات استفاده می شود. فرم ضعیف شده انتگرالی برای معادلات حرکت بدست آمده برای قسمت اول، (روابط (18) و (19)) همراه با شرایط مرزی آن (معادلات (a) تا (f) رابطه (9)) و با استفاده از رابطه انتگرال وزنی و به کارگیری روش انتگرال گیری جزء به جزء، به صورت معادله (34) نوشته می شود.

$$\begin{aligned}
 \int_0^L [EI_p w'' \delta w'' + T_0 w' \delta w' - m_w f_D c_0^2 w' \delta w + m_w g_Y \delta w \\
 - m_w g_Y w' \delta u - m_w f_D c_0^2 \delta u + \bar{N} \delta u'] dx + m \ddot{w} \delta w \\
 + m_p \ddot{u} \delta u + EA_{eff} u' \delta u' + m_w c_0 (\dot{w} \delta w - \dot{w} \delta w') \\
 + m_w c_0 \dot{w} \delta w \Big|_0^L - (T_0 - \bar{N}) w' \delta w \Big|_0^L \\
 - [Q(x, t) + \bar{N} w'] \delta w \Big|_0^L - [N(x, t) + \bar{N}] \delta u \Big|_0^L = 0 \quad (34)
 \end{aligned}$$

با استفاده از همین روش، برای قسمت دوم (روابط (24) و (25)) به همراه شرایط مرزی آن (معادلات (a) تا (f) در رابطه (26)) می توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 \int_0^L [EI_p w'' \delta w'' + \bar{N} w' \delta w' + m_p \ddot{w} \delta w + EA_{eff} u' \delta u' + \bar{N} \delta u' \\
 + m_p \ddot{u} \delta u] dx + \sum_{i=1}^4 m_{d_i} \dot{w}_i \delta w_i - 2 \sum_{i=1}^4 m_{d_i} V_{pig} \dot{w}_i \delta w_i \\
 - \sum_{i=1}^2 [K_{v_i} (y - l_{d_i} \phi - w_i) + C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i - l_{d_i} \dot{\phi})] \delta w_i \\
 - \sum_{i=3}^4 [K_{v_i} (l_{d_i} \phi - w_i + y) \delta w_i + C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i + l_{d_i} \dot{\phi}) \delta w_i] \\
 - \sum_{i=1}^4 \bar{F}_{fi} \delta u_i = \sum_{i=1}^4 [Q'_i + M'_i + N'_i] \quad (35)
 \end{aligned}$$

بردارهای جابجایی و نیرو برای تک المان بخش اول، به ترتیب به صورت رابطه های (36) و (37) نوشته می شوند:

$$d^f(t) = \{w_1 \quad \theta_1 \quad u_1 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad u_2\}^T \\
 = \{w(0, t) \quad w'(0, t) \quad u(0, t) \quad w(L, t) \quad w'(L, t) \quad u(L, t)\}^T \quad (36)$$

$$f_c^f(t) = \{Q_1 \quad M_1 \quad N_1 \quad Q_2 \quad M_2 \quad N_2\}^T \\
 = \{-\bar{N} \delta_{0n} \quad -Q(0, t) - \bar{N} w'(0, t) \quad -M(0, t) \quad -N(0, t) \\
 Q(L, t) + \bar{N} w'(L, t) \quad M(L, t) \quad N(L, t) + \bar{N} \delta_{0n}\}^T \quad (37)$$

که در آن، بالاترین f معرف المان های لوله حاوی سیال می باشد. با توجه به تغییر ماهیت المان ها در بخش دوم (لوله حاوی پیگ)، ماتریس های جابجایی و نیرویی برای این بخش به صورت یکجا و مطابق روابط (38) و (39) نوشته می شود.

$$d^p(t) = \{w_{p+1} \quad \theta_{p+1} \quad u_{p+1} \quad \dots \quad w_{p+n} \quad \theta_{p+n} \quad u_{p+n} \quad \dots \\
 \dots s_1 \quad s_2 \quad s_3 \quad s_4 \quad x \quad y \quad \phi\}^T \quad (38) \\
 f_c^p(t) = \{Q'_1 \quad M'_1 \quad N'_1 \quad \dots \quad Q'_n \quad M'_n \quad N'_n - CV_{pig} \quad \dots\}$$

که در آن، m_d جرم دیسک های تحت تماس با جدار داخلی لوله، s تغییر مکان دیسک ها در امتداد محوری لوله، n_d بیانگر تعداد این دیسک ها و l_d فاصله دیسک ها از مرکز ثقل پیگ می باشد. K_v ، C_v ، K_h ، C_h به ترتیب ضرایب میرایی و فنریت معادل افقی و عمودی دیسک ها می باشد. $\bar{F}_f$ نیروی اصطکاک ویسکوز بین دیسک و جداره لوله و F_{p_d} نیروی وارده از طرف سیال محرک پیگ به سطح دیسک ها تعریف شده است. با جایگذاری روابط (21) تا (23) در رابطه همیلتون و انجام محاسبات لازم، معادلات (24) تا (26) بدست می آیند:

$$EA_{eff} u'' - m_p \ddot{u} = 0 \quad (24)$$

$$EI_p w'''' - \bar{N} w'' + m_p \ddot{w} = 0 \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{n_d} [-m_{d_i} \ddot{s}_i + K_{h_i} (l - s_i) - \bar{F}_{fi} + C_{h_i} (\dot{l} - \dot{s}_i)] + F_{p_d} \delta s_1 = 0 \quad (26)$$

همچنین شرایط مرزی نیرویی به عنوان مثال برای المان منتهی به دیسک های اول و دوم، به صورت مجموعه معادلات (a) تا (f) مشخص شده در رابطه (27) بدست می آید.

$$\begin{cases}
 (a): M'(0, t) = -M'_1(t) & (b): M'(L, t) = M'_2(t) \\
 (c): Q'(0, t) = -Q'_1(t) - \bar{N} w'(0, t) + m_{d_1} \ddot{w}(0, t) \\
 \quad - K_{v_1} [y - l_{p_1} \phi - w(0, t)] - C_{v_1} (\dot{y} - \dot{w}(0, t) - l_{p_1} \dot{\phi}) - 2m_{d_2} V_{pig} \dot{w}'(0, t) \\
 (d): Q'(L, t) = Q'_2(t) - \bar{N} w'(L, t) - m_{d_2} \ddot{w}(L, t) \\
 \quad + K_{v_2} [y - l_{p_2} \phi - w(L, t)] + C_{v_2} (\dot{y} - \dot{w}(L, t) - l_{p_2} \dot{\phi}) - 2m_{d_2} V_{pig} \dot{w}'(L, t) \\
 (e): N'(0, t) = -N'_1 - \bar{N} - \bar{F}_{f1} \\
 (f): N'(L, t) = N'_2 - \bar{N} + \bar{F}_{f2}
 \end{cases} \quad (27)$$

که در آن، M'_1 و M'_2 ممان ها و Q'_1 و Q'_2 نیروهای برشی عرضی و N'_1 و N'_2 نیروهای محوری وارد بر مرزهای المان لوله حاوی پیگ هستند. معادلات مربوط به حرکت محور پیگ نیز با استفاده از معادلات نیوتونی، مطابق روابط (28) تا (30) نوشته می شود.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^2 [-K_{v_i} (-l_{d_i} \phi - w_i + y) l_{d_i} - C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i - l_{d_i} \dot{\phi}) l_{d_i}] \\
 + \sum_{i=3}^4 [K_{v_i} (l_{d_i} \phi - w_i + y) l_{d_i} + C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i + l_{d_i} \dot{\phi}) l_{d_i}] \\
 = I_{pig} \ddot{\phi} \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^2 [-K_{v_i} (-l_{d_i} \phi - w_i + y) - C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i - l_{d_i} \dot{\phi})] \\
 - \sum_{i=3}^4 [K_{v_i} (l_{d_i} \phi - w_i + y) + C_{v_i} (\dot{y} - \dot{w}_i + l_{d_i} \dot{\phi})] \\
 + 2m_{pig} V_{pig} \dot{\phi} - m_{pig} g = m_{pig} \ddot{y} \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{n_d} [-K_{h_i} (x - s_i) - C_{h_i} (\dot{l} - \dot{s}_i) + F_{p_c}] = m_{pig} \ddot{l} \quad (30)$$

در رابطه (28)، I_{pig} ممان اینرسی محور پیگ حول مرکز جرم آن می باشد. برای ناحیه سوم نیز می توان از معادلات ناحیه اول با قرار دادن مشخصات سیال بالا دستی (که در اینجا هوا فرض می شود) به جای مشخصه های سیال مایع پایین دستی پیگ استفاده کرد. (معادلات (31) و (32) و معادلات (a) تا (f) رابطه (33)).

$$EA_{eff} u'' - m_p \ddot{u} = 0 \quad (31)$$

$$EI_p w'''' - T_0 w'' + m_p \ddot{w} = 0 \quad (32)$$

لوله قابل انعطاف با قابلیت تحمل فشار بالا به قسمت ورودی لوله و بخش تغذیه کننده پیگ متصل شده است. این لوله قابل انعطاف، انتقال اثرات ارتعاشی ناشی از پمپ و الکتروموتور به لوله مورد تست را تا حد قابل توجهی کاهش می دهد. تکیه گاه ها از نوع ساده با پایه ثابت و متحرک در نظر گرفته شده است. با توجه به وجود خاصیت الاستیکی در محل اتصال بست های تکیه گاه به لوله، سعی شده است ممان خمشی معادل آن توسط فنر پیچشی در بخش تحلیلی مدل سازی شود. طول بین تکیه گاه ها در حدود 2100mm می باشد. شکل 5 نمای کلی بستر آزمایش تجربی مربوطه و نمونه پیگ انتخاب شده جهت انجام تست های تجربی را نشان می دهد. همان طور که در بخش قبل به آن اشاره گردید، با توجه به نحوه مدل سازی پیگ انتخاب شده، ضریب میرایی، ضریب فنریت و مدول الاستیسیته معادل دیسک های پیگ، توسط انجام آزمایش جداگانه در دو جهت شعاعی و محوری تعیین گردیده است. این نتایج در روابط مدل سازی پیگ در قسمت مربوط به ماتریس میرایی و ماتریس سختی آن مورد استفاده قرار می گیرد. شکل 6 نحوه انجام یکی از آزمایش های تعیین ضریب میرایی و ضریب فنریت دیسک پیگ در راستای محوری و نتایج مربوطه را که به صورت منحنی بارگذاری-تغییر مکان می باشد، نشان می دهد. برای ثبت ارتعاشات بدنه لوله از دو عدد شتابسنج که در 1/2 و 2/3 طول لوله، یک بار در جهت شعاعی و بار دیگر در جهت محوری روی بدنه لوله نصب می گردد، استفاده شده است. جهت صحت گذاری مدل تحلیلی با مدل تجربی، ابتدا با استفاده از آنالیز مودال، پاسخ فرکانسی لوله بدون سیال به ضربه، در جهت محوری و عرضی برای سه وضعیت قرارگیری پیگ در داخل لوله (یک سوم، وسط و دو سوم طول لوله) و نیز لوله در حالت خالی (بدون پیگ و سیال) بدست آمده است. شکل 7 طرح واره سیستم مورد مطالعه به همراه موقعیت شتابسنج ها و تست ضربه جهت انجام آنالیز مودال را نشان می دهد. در مرحله بعد، ارتعاشات لوله در اثر عبور جریان با دو دبی 4.5 و 6.5 لیتر در ثانیه بدون حضور پیگ تحلیل شده و در نهایت ارتعاشات لوله حین پیگ رانی در دو دبی مذکور مورد بررسی قرار گرفته است.

5- بررسی و مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی

همان طور که در بخش قبل توضیح داده شد، جهت صحت گذاری مدل تحلیلی با مدل تجربی از نتایج آنالیز مودال لوله در حالت بدون سیال و در چهار



Fig. 5 a) Experimental test bed, b) selected PIG, c) PIG Launcher

شکل 5 الف) نمای بستر تست تجربی، ب) پیگ انتخابی، ج) بخش فرستنده پیگ

$$\dots - C V_{pig} - C V_{pig} F_{pc} - m_{pig} g \quad 0\}^T \quad (39)$$

که در آن، p معرف نودهای المان ویژه لوله و پیگ داخل آن می باشد و n تعداد این نودها را نشان می دهد. با تعریف ماتریس توابع شکل به صورت $N_u(x)$ و $N_w(x)$ می توان ماتریس های جابجایی طولی و عرضی المان لوله را به صورت رابطه (40) محاسبه کرد:

$$w(x, t) = N_w(x) d(t), \quad u(x, t) = N_u(x) d(t) \quad (40)$$

با جایگذاری این روابط در معادلات (34) و (35) و معادله حرکت بخش سوم شکل 1، که در اصل همان معادله (34) بدون متغیرهای مربوط به سیال می باشد، رابطه مربوط به معادله حرکت کل سیستم توسط ماتریس های المان محدود، به صورت رابطه (41) نشان داده می شود:

$$M \ddot{d}(t) + C \dot{d}(t) + K d(t) = f_c(t) + f_d \quad (41)$$

که در آن M ، C و K به ترتیب ماتریس های اسمبل شده جرم، میرایی و سختی، $f_c(t)$ بردار نیرویی اسمبل شده مربوط به نیروهای وارد بر مرز المان ها در کل سیستم لوله، شامل هر سه قسمت آن (حاوی سیال، پیگ و ناحیه خالی) می باشد. مقدار f_d که شامل مجموع نیروهای تماسی سیال با جداره داخلی لوله، نیروی محوری خارجی وارد بر لوله (در صورت وجود) و نیروی ناشی از وزن سیال می باشد، از رابطه (42) بدست می آید:

$$f_d = \int_0^L (m_w f_D C_0^2 N_u^T - \bar{N} N_u^T - m_w g V N_w^T) dx \quad (42)$$

با حرکت پیگ و پر شدن لوله، به ازای هر بازه زمانی، ماتریس های M ، C و K به صورت متوالی اسمبل می شوند. به عنوان مثال ماتریس جرم M ، ترکیبی از ماتریس $M_u + M_w$ برای قسمت لوله حاوی سیال، ماتریس M_{pig} برای قسمت خالی لوله و ماتریس M_{pig} برای ناحیه ای از لوله که پیگ در آن حضور دارد، می باشد. با پر شدن لوله از سیال و حرکت پیگ، به ازای هر بازه زمانی، ابعاد ماتریس جرم مربوط به ناحیه حاوی سیال افزایش و به تبع آن از ابعاد ماتریس جرمی مربوط به قسمت خالی لوله کاسته می شود و ماتریس جرمی پیگ (با ابعاد ثابت) بین این دو ماتریس اسمبل می گردد که در نهایت ماتریس المان محدود جرمی کلی M متغیر با زمان را ایجاد می کند. نحوه محاسبه ماتریس M و زیرمجموعه های آن، در پیوست ارائه شده است.

4- معرفی بخش تجربی و نحوه انجام آزمایش ها

برای قسمت تجربی این تحقیق از یک عدد لوله فلزی کربن استیل بدون درز با مشخصات داده شده در جدول 2 استفاده شده است.

برای وارد کردن و خارج کردن پیگ به لوله، دو عدد سه راهی با امکان تخلیه آب داخل آن که به اصطلاح به آن ها تغذیه کننده و دریافت کننده¹ پیگ می گویند، تعبیه شده است. با توجه به اینکه راندن پیگ در داخل لوله نیاز به دبی بالا و فشار لازمه می باشد، از یک عدد پمپ سانتریفیوژ با اندازه اسمی 20-40 با حداکثر فشار 5 barg و حداکثر دبی 27 مترمکعب در ساعت استفاده شده است. در خروجی این پمپ یک عدد یک شیر توپی² 2 اینچ جهت کنترل دستی دبی ورودی به لوله و یک عدد فشارسنج³ جهت ثبت فشار داخل لوله حین فرایند پیگ رانی نصب شده است. خروجی شیر توسط

جدول 2 مشخصات لوله مورد استفاده در تست تجربی

طول	جنس	ضخامت	اندازه نامی
2.5 m	API 5L (Gr B)	SCH STD (4.54 mm)	3"

¹ PIG Launcher & Receiver

² Ball valve

³ Pressure Gage

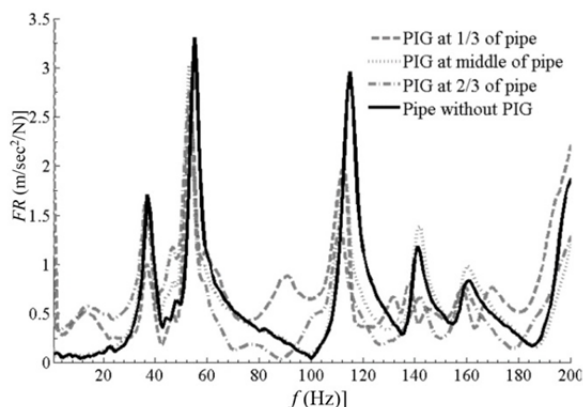


Fig. 8 Experimental Impact Frequency Response of fluid free pipe at different positions of PIG in pipe internal

شکل 8 پاسخ فرکانسی ضربه لوله خالی از سیال در حالت تجربی به ازای موقعیت‌های مختلف پیگ در داخل لوله

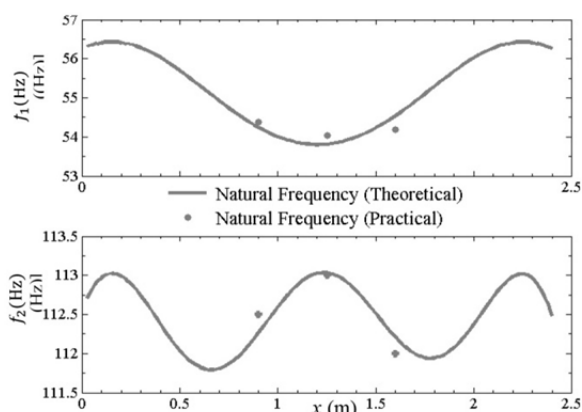


Fig. 9 Theoretical and experimental first and second natural frequencies variation versus PIG positions in the fluid free pipe

شکل 9 تغییرات فرکانس‌های طبیعی اول و دوم سیستم لوله خالی از سیال در حالت تحلیلی و تجربی به ازای موقعیت‌های مختلف پیگ در داخل لوله

توجهی دارد، لذا پیش‌بینی می‌شود تغییرات فرکانس‌های طبیعی آن تنها در اثر افزایش سرعت عبور جریان سیال (در محدوده دبی‌های تحت آزمایش و حتی بیشتر از آن)، قابل ملاحظه نباشد. جدول 3 تغییرات سه فرکانس طبیعی سیستم لوله حاوی سیال را تحت دبی‌های 4.5، 6.5 و نیز 8.2 لیتر بر ثانیه که به منزله حداکثر دبی مجاز انتقال سیال مایع آب در لوله 3" بر اساس استاندارد¹ می‌باشد، نشان می‌دهد. این موضوع در شکل 10 که فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده سیستم لوله در اثر عبور جریان سیال را نشان می‌دهد، مشهود است. تنها فرکانس‌های قابل مشاهده، فرکانس 49.2 هرتز مربوط به موتور الکتریکی مولد پمپ و فرکانس 43.3 (فرکانس طبیعی اول) در دبی 6.5 لیتر بر ثانیه می‌باشد. لذا برای اکثر خطوط لوله، تغییرات فرکانس‌های طبیعی سیستم در اثر افزایش سرعت جریان سیال، حتی در حداکثر مقدار ممکن در محدوده عملی، بسیار ناچیز خواهد بود. شکل 11 تغییرات فرکانس‌های طبیعی اول و دوم لوله را حین انجام فرایند پیگ رانی در دبی 4.5 لیتر بر ثانیه و در حالت تحلیلی نشان می‌دهد. (تغییرات فرکانس‌ها در دبی 6.5 لیتر بر ثانیه نیز بسیار مشابه همین شکل است).

¹ Standard API 14E

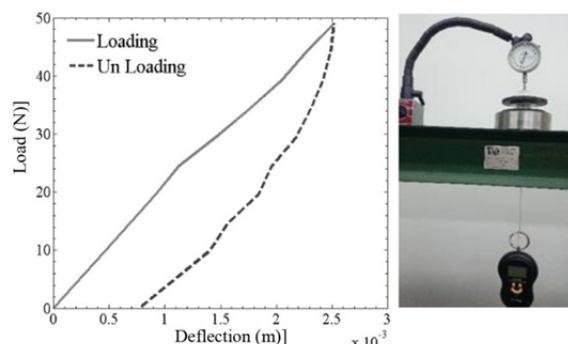


Fig. 6 Measurement of axial deflection of PIG disc versus applied force and load-deflection curve

شکل 6 اندازه‌گیری تغییر مکان محوری دیسک پیگ بر حسب نیروی وارده به همراه منحنی بارگذاری- تغییر مکان

وضعیت: بدون حضور پیگ، پیگ در یک سوم طول لوله، پیگ در وسط و در دو سوم طول لوله استفاده شده است. با توجه به شرایط عملکرد، می‌توان این حالت را در حالت استاتیکی مشابه وضعیتی که سیال بالا دست و سیال پایین دست پیگ (سیال حامل) گاز باشد نیز در نظر گرفت. شکل 8 پاسخ فرکانسی سیستم را برای تست ضربه در حالت تجربی و برای وضعیت‌های ذکر شده نشان می‌دهد. تغییرات فرکانس طبیعی اول و دوم سیستم نسبت به جابجایی پیگ در داخل لوله که از منحنی‌های پاسخ فرکانسی شکل 8 استخراج شده‌اند، در شکل 9 نشان داده شده است. جهت مقایسه، منحنی‌های تغییر فرکانسی حاصل از حل عددی نیز در شکل 9 نشان داده شده است که حاکی از تطابق قابل قبول نتایج تجربی و تحلیلی می‌باشد. همچنان که از شکل 9 ملاحظه می‌شود، تغییرات فرکانس طبیعی دوم تواتر بیشتری از فرکانس طبیعی اول نسبت به جابجایی پیگ در داخل لوله دارد. با بالاتر رفتن فرکانس‌های طبیعی، پیش‌بینی موقعیت پیگ در داخل لوله از روی مقدار فرکانس طبیعی، ضعیف‌تر می‌شود.

با توجه به نتایج حاصل از آنالیز مودال و داده‌های تحلیلی، مدل انتخاب شده، تقریب قابل قبولی از نمونه تجربی مورد آزمایش در محدوده فرکانس‌های طبیعی اول و دوم، بدست می‌دهد. از آنجا که ضخامت لوله مورد بررسی، نسبت به طول بین دو تکیه‌گاه در مقایسه با لوله‌های جدار نازک مقدار قابل

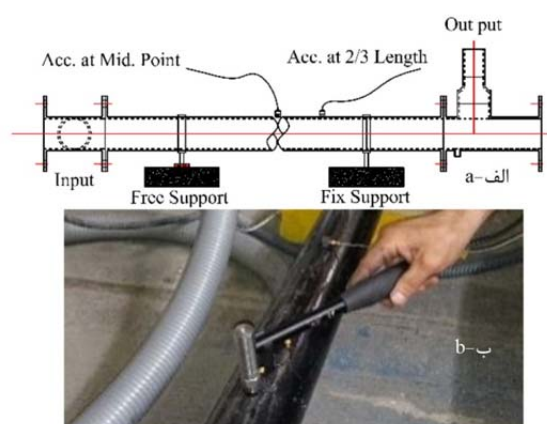


Fig. 7 (a) Schematic of system and position of used accelerometers on pipe body - (b) Impact test for Modal Analysis

شکل 7 الف- طرح واره سیستم به همراه موقعیت شتابسنج‌های استفاده شده روی بدنه لوله - ب- تست ضربه جهت انجام آنالیز مودال

شکل 14 نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، در حالت وجود سیال محرک، با حرکت پیگ و پر شدن لوله از سیال، از دامنه نوسانات

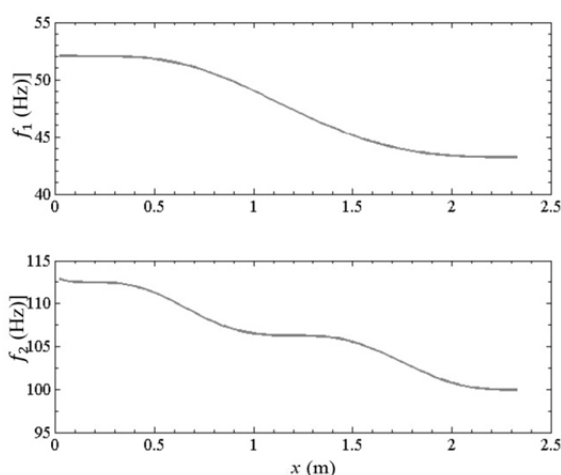


Fig. 11 Theoretical first and second natural frequencies variation during pigging process at 4.5 Lit/sec flow rate

شکل 11 تغییرات فرکانس های طبیعی اول و دوم در حالت تحلیلی و حین پیگ رانی در دبی 4.5 لیتر بر ثانیه

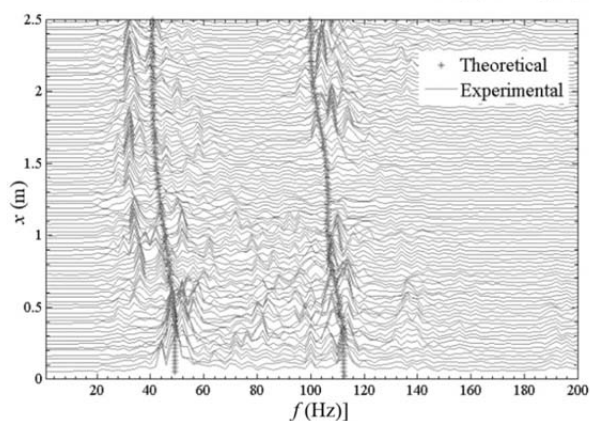


Fig. 12 Experimental and theoretical first and second natural frequencies variation during pigging process at 4.5 Lit/sec flow rate

شکل 12 تغییرات فرکانس های طبیعی اول و دوم در حالت تجربی و تحلیلی، حین فرایند پیگ رانی در دبی 4.5 لیتر بر ثانیه

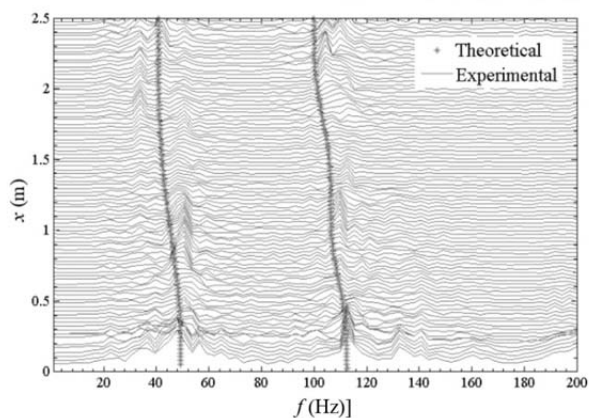


Fig. 13 Experimental and theoretical first and second natural frequencies variation during pigging process at 6.5 Lit/sec flow rate

شکل 13 تغییرات فرکانس های طبیعی اول و دوم در حالت تجربی و تحلیلی، حین فرایند پیگ رانی در دبی 6.5 لیتر بر ثانیه

جدول 3 فرکانس های طبیعی لوله حاوی سیال در سه دبی مختلف

Table 3 Natural frequency of pipe containing fluid at three different flow rates

فرکانس	دبی سیال (لیتر بر ثانیه)					
	4.5		6.5		8.2	
طبیعی	تحلیلی	تجربی	تحلیلی	تجربی	تحلیلی	تجربی ^(*)
f_1	43.226	NR	43.226	43.3	43.226	--
f_2	98.741	98.67	98.741	98.67	98.741	--
f_3	249.63	296.1	249.63	296.5	249.63	--

(*) عدم امکان تست تجربی در این دبی

NR غیر قابل خواندن

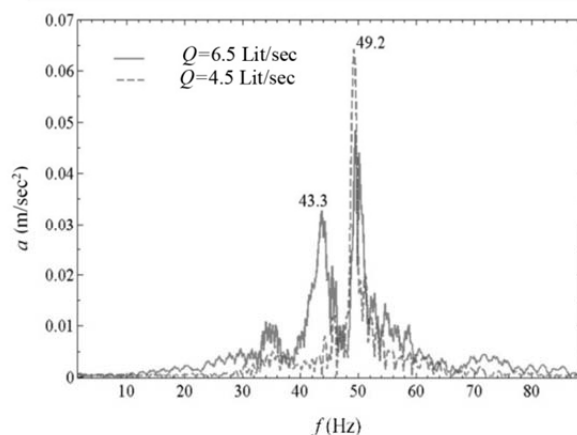


Fig. 10 Measured natural frequencies of pipe without PIG and containing fluid at 4.5 and 6.5 Lit/sec flow rates

شکل 10 فرکانس های طبیعی اندازه گیری شده سیستم لوله بدون پیگ با جریان سیال در دو دبی 4.5 و 6.5 لیتر بر ثانیه

با مقایسه این شکل با شکل 9، ملاحظه می شود که با حرکت پیگ و پر شدن لوله از سیال، تأثیر جرم سیال روی تغییرات فرکانسی نسبت به تأثیر جرم پیگ، بیشتر می شود این منحنی ها به ازای نسبت جرم پیگ مورد آزمایش به جرم واحد طول سیال (آب) داخل لوله یعنی برابر با 0.167 رسم شده اند. بدیهی است تغییر این نسبت جرم در نحوه تغییر فرکانس های طبیعی مؤثر خواهد بود. در شکل 12 تغییرات فرکانس های طبیعی اول و دوم سیستم حین پیگ رانی در حالت تجربی در مقایسه با تغییرات آن در حالت تئوری برای دبی 4.5 لیتر بر ثانیه و در شکل 13 همین فرایند برای دبی 6.5 لیتر بر ثانیه نشان داده شده است. نتایج حاصل و هم پوشانی نسبتاً مناسب داده های تجربی و تحلیلی، نشان می دهد که می توان از فرایند پیگ رانی به عنوان ابزاری جهت استخراج مشخصه های ارتعاشی سیستم خطوط لوله حاوی سیال استفاده کرد. برای بدست آوردن نحوه تغییرات جابجایی نقطه وسط لوله حین عملیات پیگ رانی نیاز به حل معادله (41) در طول بازه پیگ رانی می باشد. با توجه به ماهیت ماتریس میرایی C در معادله مذکور که دارای عناصر غیر قطری مؤثر می باشد، می توان معادله (41) را با استفاده از روش فضای حالت به صورت روابط (43) تا (45) نوشت [28]:

$$A = \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$q(t) = \begin{Bmatrix} d(t) \\ \dot{d}(t) \end{Bmatrix}, \quad \dot{q}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{d}(t) \\ \ddot{d}(t) \end{Bmatrix} \quad (44)$$

$$Aq(t) + Bq(t) = \begin{Bmatrix} f_c(t) + f_d \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (45)$$

با حل معادله (41) جابجایی عرضی نقطه میانی لوله به ازای حرکت پیگ در حالت های بدون سیال محرک و با سیال محرک در دبی 4.5 لیتر بر ثانیه در

شبیه سازی فرایند پیگ رانی در لوله استفاده شده و سیگنال های ارتعاشی حین انجام این فرایند، توسط تجهیزات داده برداری و شتاب سنج های متصل به بدنه لوله اخذ گردید.

نتایج حاصل از داده های تحلیلی و تجربی در اکثر موارد سازگاری مطلوبی داشته و این موضوع هدف اولیه ما جهت اطمینان از مدل سازی دقیق فرایند پیگ رانی سیستم خط لوله را تحقق بخشید. در بخش اول، نتایج حاصل حاکی از آن بود که تحریک سیستم های خط لوله جهت استخراج پارامترهای مودال، تنها از طریق جریان سیال گذرنده از آن امکان پذیر نیست. لذا با توجه به ماهیت فرایند پیگ رانی به عنوان جرم متحرک داخلی و سیال محرک آن به عنوان بار گسترده و جرم متغیر متحرک، امکان تحریک و استخراج کامل تر مشخصه های ارتعاشی سیستم خط لوله، امکان پذیر گردید و تغییرات محسوسی در فرکانس های طبیعی سیستم حین فرایند پیگ رانی مشاهده شد. همچنین نتایج تحلیلی و تجربی نشان می دهد که تأثیر جرم پیگ در تغییر فرکانس های طبیعی سیستم با پر شدن لوله از سیال، کم اثر شده و در عوض تأثیر جرم سیال محرک آن، برجسته تر می شود. در ادامه، تغییرات جابجایی عرضی مربوط به ناحیه میانی لوله، با استفاده از روش تحلیلی محاسبه گردید. نتایج نشان می دهد که جابجایی های عرضی لوله حین فرایند پیگ رانی کاملاً وابسته به سرعت انجام این فرایند است. و برخلاف لوله حاوی سیال (بدون پیگ) که تغییر سرعت جریان در محدوده عملی، تغییر قابل ملاحظه ای در فرکانس های طبیعی لوله ایجاد نمی کرد، فرایند پیگ رانی، جابجایی های عرضی سیستم لوله را در دبی های خاصی (داخل محدوده عملی) کاملاً و به صورت برجسته، تحت تأثیر قرار می دهد. در نهایت، هماهنگی مناسب بین نتایج تحلیلی و تجربی طی انجام فرایند پیچیده ای مانند پیگ رانی، نشان دهنده دقت مطلوب مدلسازی انجام شده می باشد که می توان با استناد به نتایج حاصل از آن، امکان پایش بهتر و پیش بینی تغییر رفتار دینامیکی و ارتعاشی سیستم خط لوله در اثر تغییر مشخصه های هندسی و فیزیکی آن را حین عملیات پیگ رانی، فراهم ساخته و جهت انجام فعالیت های مهمی همچون عیب یابی خط لوله، انتخاب پیگ مناسب برای پیگ رانی و نیز طراحی بهینه پیگ های هوشمند مورد استفاده قرار داد.

7- پیوست

$$M = \begin{bmatrix} M_{wf} + M_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{pig} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{we} + M_u & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m d_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{pig} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{pig} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{pig} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$M_u = m_p \int_0^L N_u^T N_u dx = \frac{m_p L}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$M_{wf} = m \int_0^L N_w^T N_w dx \quad (48)$$

جابجایی عرضی این ناحیه از لوله کاسته می شود که مسلماً به دلیل افزایش میرایی سیستم در اثر پر شدن لوله با سیال است. همچنین ملاحظه می شود با افزایش جرم سیستم و میرایی، فرکانس نوسانات جابجایی نیز بیشتر شده است. جابجایی مثبت در بخشی از ابتدای حرکت پیگ به دلیل داشتن فاصله قرار گرفتن تکیه گاه ها از نقاط ابتدایی و انتهایی لوله مطابق شکل 7- الف می باشد. تغییرات جابجایی نقطه میانی لوله به ازای دبی های متغیر (از 4.5 تا 12 لیتر بر ثانیه) که معادل با سرعت 0.2 الی 2 متر بر ثانیه پیگ می باشد، در شکل 15 نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود به ازای سرعت های 0.65 متر بر ثانیه و 1.25 متر بر ثانیه عبور پیگ از داخل لوله، افزایش نسبی در دامنه جابجایی عرضی نقطه میانی لوله و تغییر در فرکانس نوسانات جابجایی، به خصوص زمانی که پیگ به بخش های انتهایی لوله می رسد، دیده می شود.

6- بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق با مدل سازی دقیق پیگ، لوله حاوی سیال و نیروهای تماسی بین پیگ و لوله، فرایند پیگ رانی از نظر ارتعاشی به صورت کامل تری مدل شده و تحلیل گردید. جهت صحت گذاری مدل، از یک بستر تست تجربی برای

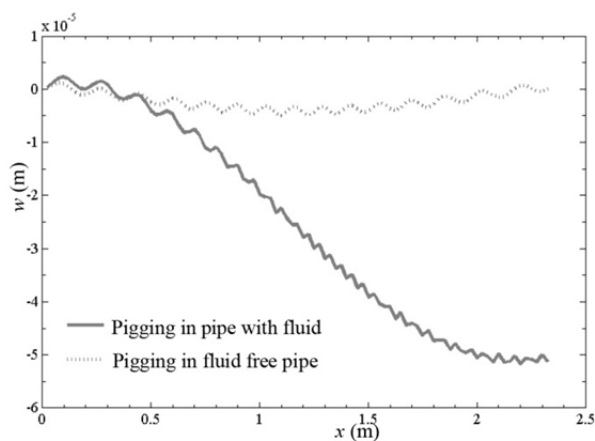


Fig. 14 Dynamic transverse deflection at mid-span of pipe during pigging process with and without fluid

شکل 14 تغییرات دینامیکی جابجایی عرضی نقطه میانی لوله در حالت تحلیلی، حین فرایند پیگ رانی بدون سیال محرک و با سیال محرک در دبی 4.5 لیتر بر ثانیه

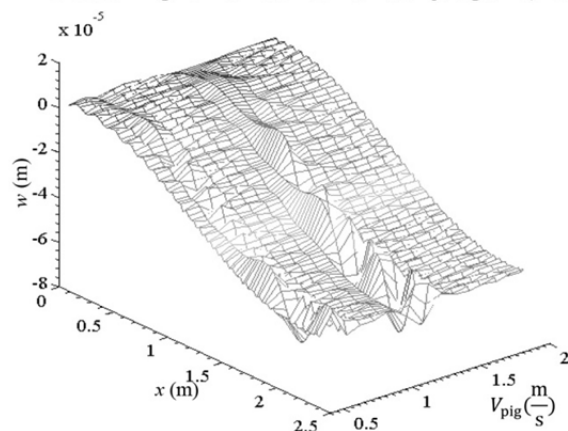


Fig. 15 Dynamic transverse deflection at mid-span of pipe during pigging process versus PIG velocity

شکل 15 تغییرات دینامیکی جابجایی عرضی نقطه میانی لوله در حالت تحلیلی، حین فرایند پیگ رانی بر حسب سرعت پیگ

- [3] S. S. Chen, Dynamic stability of tube conveying fluid, *Journal of the Engineering Mechanics*, Vol. 97, No. 5, pp. 1469–1485, 1971.
- [4] P. J. Holmes, Pipes supported at both ends cannot flutter, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 45, No. 3, pp. 619–622, 1978.
- [5] Sv. V. Lilkova Markova, V. A. Dzhupanov, Dynamic stability of cantilevered pipes supported by additional structural spring supports. Part 1. Short pipes/ Part 2. Long pipes, *Proceedings of the 9th Bulgarian National Congress*, Varna, Bulgaria, September 19–22, 2001.
- [6] J. N. H. Tirtsoo, *Pipeline Pigging Technology*, Second Edition, pp. 3–16, Houston: Gulf Professional Publishing, 1992.
- [7] A. McDonald, O. Baker, Multiphase flow in (gas) pipelines, *Oil and Gas Journal*, Vol. 62, No. 24, pp. 68–71, 1964.
- [8] E. G. C. Burt, R. MacDonald, PIG signaling, location and tracking, *The Pipeline Pigging Conference*, Houston, USA, 1997.
- [9] X. Xiao-Xuan, J. Gong, Pigging simulation for horizontal gas-condensate pipelines with low liquid loading, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 48, pp. 272–280, 2005.
- [10] F. Esmailzadeh, D. Mowla, M. Asemani, Mathematical modeling and simulation of pigging operation in gas and liquid pipelines, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 69, No. 1–2, pp. 100–106, 2009.
- [11] S. T. Tolmasquim, A. O. Nieceke, Design and control of PIG operations through pipelines, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 62, No. 3–4, pp. 102–110, 2008.
- [12] L. F. A. Azevedo, A. M. B. Braga, M. G. F. M. Gomes, Experimental validation of analytical models for by-pass flow and contact forces in PIG cups, *The Pipeline Pigging Conference*, Houston, USA, 1997.
- [13] A. O. Nieceke, A. M. B. Braga, L. F. A. Azevedo, Transient PIG motion trough gas and liquid pipelines, *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 123, No. 4, pp. 260–269, 2001.
- [14] H. Zhang, Sh. Zhang, Sh. Liu, X. Zhu, B. Tang, Chatter vibration phenomenon of pipeline inspection gauges (PIGs) in natural gas pipeline, *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Vol. 27, No. 2, pp. 1129–1140, 2015.
- [15] A. N. Krylov, *Mathematical Collection of Paper of Academy of Sciences*, Peterburg, Vol. 61, 1905.
- [16] S. P. Timoshenko, Forced vibration of prismatic bars, *Kiev Polytechnical Institute Journal*, Vol. 9, No. 4, pp. 201–252, 1909. (In Russian).
- [17] Morteza H. Sadeghi, Mohammad H. Karimi-Dona, Dynamic behavior of a fluid conveying pipe subjected to a moving sprung mass an FEM-state space approach, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 88, No. 4, pp. 123–131, 2011.
- [18] H. I. Yoon, I. S. Son, Dynamic behavior of cracked simply supported pipe conveying fluid with moving mass, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292, No. 3–5, pp. 941–953, 2006.
- [19] G. W. Housner, Bending Vibration of a Pipe line containing flowing fluid, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 19, No. 2, pp. 205–208, 1952.
- [20] G. Heinrich, Vibrations of tubes with flow, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 36, No. 11–12, pp. 417–429, 1956.
- [21] R. Skalak, An extension of the theory of water hammer, *Transactions of the ASME*, Vol. 78, pp. 105–116, 1956.
- [22] V. O. S. Olunloyo, A. A. Oyediran, A. Adewale, A. O. Adelaja, C. A. Osheko, Concerning the transverse and longitudinal vibrations of a fluid conveying beam and the pipe walking phenomenon, *Proceedings of the 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, San Diego, Vol. 3, pp. 285–298, 2007.
- [23] Usik Lee, *Spectral Element Method in Structural Dynamics*, pp. 133–162, Singapore: Wiley, 2009.
- [24] U. Lee, J. Kim, Dynamics of branched pipeline systems conveying internal unsteady flow, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 121, No. 1, pp. 114–122, 1999.
- [25] S. M. Hosseinalipour, A. ZarifKhalili, A. Salimi, Numerical simulation of PIG motion through gas pipelines, *16th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Queensland, Australia, December 3–7, 2007.
- [26] M. Durali, A. Fazeli, A. Nabli, Investigation of Dynamics and vibration of PIG in oil and gas pipelines, *ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Washington, USA, November 11–15, 2007.
- [27] X. Zhu, D. Wang, H. Yeung, Sh. Zhang, Sh. Liu, Comparison of linear and nonlinear simulations of bidirectional PIG contact forces in gas pipelines, *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Vol. 27, No. 1, pp. 151–157, 2015.
- [28] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Baldock (UK): Research Studies Press, 2003.

$$= \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 54 & 13L & 0 & 156 & -22L & 0 \\ -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{we} = m_p \int_0^L N_w^T N_w dx \quad (49)$$

$$md_i = \begin{bmatrix} md_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & md_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & md_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & md_4 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$M_{pig} = \begin{bmatrix} md_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L}{3} & 0 & 0 & \frac{m_p L}{6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & md_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L}{6} & 0 & 0 & \frac{2m_p L}{3} & 0 & 0 & \frac{m_p L}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_p L}{6} & 0 & 0 & \frac{2m_p L}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_p L}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \frac{m_p L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ md_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & md_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(51)

8- مراجع

- [1] H. Ashley, G. Haviland, Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, No. 3, pp. 229–232, 1950.
- [2] R. W. Gregory, M. P. Paidoussis, Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. I. Theory, *Proceedings of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 293, No. 1435, pp. 512–528, 1966.