



بهینه سازی چند هدفه توان خروجی و پایداری یک نمونه موتور استرلینگ پیستون آزاد با استفاده از الگوریتم ژنتیک

میثم الیاسی¹، وحید فخاری^{2*}، پدram صفرپور²

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، کد پستی 16598-53571، v_fakhari@sbu.ac.ir

چکیده

امروزه با افزایش مصرف سرانه منابع انرژی‌های تجدید ناپذیر، دانشمندان به دنبال جایگزین مناسب برای منابع تجدید ناپذیر رو به اتمام هستند. موتور استرلینگ از جمله ایده‌هایی است که اخیراً مورد توجه مهندسان قرار گرفته است. هدف از مطالعه حاضر، بهینه سازی توان خروجی و پایداری یک نمونه موتور استرلینگ پیستون آزاد نوع بتا است. به همین منظور ابتدا با استخراج روابط ترمودینامیکی و دینامیکی سیستم و ترکیب این معادلات، معادلات حاکم شامل تابع غیرخطی از افت فشار درون مبدل‌های حرارتی به دست می‌آیند. معادلات غیرخطی حاکم حل شده و برای اعتبار سنجی، نتایج حاصل از شبیه سازی مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی ارائه شده در مراجع معتبر علمی مقایسه می‌گردد. در موتورهای استرلینگ پیستون آزاد، افزایش توان خروجی و پایداری آن‌ها، حائز اهمیت است. بنابراین، با انجام مطالعه پارامتری، پارامترهایی که دارای بیشترین تأثیر بر توان خروجی و پایداری موتور هستند، شناسایی شده و به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند. به منظور بهینه‌سازی چند هدفه توان خروجی و پایداری موتور استرلینگ پیستون آزاد، تابع هدف مناسب انتخاب شده و از یکی از روش‌های الگوریتم ژنتیک با استفاده از نرم افزار بهینه سازی مود فرانتیر استفاده می‌شود. در نهایت، مقادیر متغیرها، قبل و بعد از بهینه سازی و همچنین میزان بهبود حاصل در توان خروجی و پایداری موتور استرلینگ پیستون آزاد ارائه می‌گردند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 آذر 1396

پذیرش: 18 اسفند 1396

ارائه در سایت: 24 فروردین 1397

کلید واژگان:

موتور استرلینگ پیستون آزاد

توان خروجی

پایداری

الگوریتم ژنتیک

بهینه سازی چند هدفه

Multi-objective optimization of output power and stability of a free-piston Stirling engine using genetic algorithm

Meysam Elyasi, Vahid Fakhari*, Pedram Safarpour

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

* Postal Code 16598-53571, Tehran, Iran, v_fakhari@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 December 2017

Accepted 09 March 2018

Available Online 13 April 2018

Keywords:

Free-Piston Stirling Engine

Output Power

Stability

Genetic Algorithm

Multi-Objective Optimization

ABSTRACT

Today, with increasing consumption of non-renewable energy sources, scientists are looking for an alternative for these resources. The Stirling engine is one of the ideas that have recently attracted engineers' attention. The purpose of this study is to optimize the output power and stability of a beta type free-piston Stirling engine. In this regard, at first by deriving the thermodynamic and dynamic equations of the system and combining them, the governing equations are obtained including the nonlinear function of the pressure loss in heat exchangers. The governing nonlinear equations are solved and for the purpose of validation, simulation results obtained in this study are compared with experimental and simulation results presented in the literature. In free-piston Stirling engines, increasing the output power by keeping their stability is very important. Therefore, by performing parametric study, the parameters with more effects on the output power and stability are determined and considered as optimization variables. In order to perform multi-objective optimization of output power and stability of the free-piston Stirling engine, a proper objective function is selected and one of the methods in genetic algorithm is employed using optimization software Modefrontier. Finally, values of variables, before and after optimization and also, percentage of improvements in output power and stability of the free-piston Stirling engine are presented.

ناپذیر رو به اتمام هستند. یکی از ایده‌هایی که در سال‌های اخیر مورد توجه

مهندسان مکانیک قرار گرفته است، موتور استرلینگ می‌باشد. این موتور برای

اولین بار در سال 1816 میلادی توسط کشیش اسکاتلندی به نام رابرت

استرلینگ¹ پیشنهاد و در همان سال به کمک برادرش جیمز استرلینگ²

1- مقدمه

رشد روز افزون استفاده از انرژی‌های فسیلی و افزایش تولید گازهای گلخانه‌ای

در سراسر کشورهای جهان و به دنبال آن گرم شدن کره زمین، آینده نه

چندان مطلوبی را برای بشر پیش بینی می‌کند. از این رو در سال‌های اخیر

دانشمندان به دنبال پیدا کردن جایگزینی مناسب برای انرژی‌های تجدید

¹ Robert Stirling

² James Stirling

مورد بررسی قرار دادند و در آخر نتایج تئوری و عملی موتور استرلینگ پیستون آزاد را با هم مقایسه کردند.

در مطالعه‌ای دیگر وانکووانگ و پروموانگ [4] ابتدا به معرفی چرخه استرلینگ و نحوه‌ی کارکرد آن پرداختند. سپس معادلات ترمودینامیکی و دینامیکی حاکم بر موتور را استخراج کرده و اقدام به ساخت موتور استرلینگ پیستون آزاد تک‌کاره نمودند. در آخر به مقایسه داده‌های تجربی و داده‌های حاصل شده از حل عددی معادلات حاکم موتور پیستون آزاد هوای گرم پرداختند. میناسیان و ساندروس [5] معادلات ترمودینامیکی و دینامیکی حاکم موتور استرلینگ را استخراج کرده و سپس معادلات حاکم خطی را به معادلات فضای حالت تبدیل کردند.

اولسای [6] رفتار دینامیکی و ترمودینامیکی موتور استرلینگ پیستون آزاد را به وسیله تحلیل غیرخطی و شبیه‌سازی عددی با استفاده از مدل‌های هم‌دما و غیر هم‌دما بررسی نمود. همچنین ایشان در بررسی‌های خود اثر بار میراگر غیرخطی، فشار تلف شده در سراسر مبدل حرارتی و فنر غیرخطی را در دینامیک موتور مورد بررسی قرار داد. نتایج تحلیل دینامیکی موتور استرلینگ پیستون آزاد به دست آمده توسط ایشان نشان داد که تغییرات دمای گاز کاری اثر قابل توجهی بر روی رفتار دینامیکی ندارد و بنابراین فرضیه هم‌دمایی برای تحلیل کیفی دینامیکی موتور مناسب است.

کارابلوت [7] تحلیل دینامیکی موتور استرلینگ پیستون آزاد با چرخه‌های ترمودینامیکی باز و بسته را مورد مطالعه قرار داد. در این تحقیق، مدل دینامیکی استخراج شده، سپس برای پیستون‌های قدرت و جابجاگر انتخاب شده حل عددی انجام شد. کانکام و راج [8] به بررسی مقایسه‌ای تحلیل‌های دینامیکی مختلف ارائه شده برای موتور استرلینگ پیستون آزاد پرداختند. آن‌ها این تجزیه و تحلیل دینامیکی را جهت ارزیابی پاسخ حالت ماندگار و پایداری انجام دادند. همچنین ایشان با بررسی تحلیل‌های مختلف، عوامل مؤثر بر پایداری را در پژوهش خود ارائه کردند. چاودری [9] نشان داد که اگر دامنه حرکت پیستون‌های قدرت و جابجاگر به اغتشاشات ورودی حساس باشد، آن‌گاه معادلات خطی صادق نبوده و همچنین برای به دست آوردن پایداری مجانبی باید از تئوری چرخه حدی³ استفاده کرد که از عهده تحلیل خطی خارج است. همچنین ایشان نیز صادق بودن فرضیات ترمودینامیکی اشمیت را برای معادلات حاکم بر موتورهای استرلینگ پیستون آزاد تأیید نمود. رودلیش و برشویتز [10] به بررسی دینامیک غیرخطی موتور استرلینگ پیستون آزاد پرداخته و همچنین معیار پایداری، تعیین بسامد نوسانات، دامنه نسبی اجزای دینامیکی را مورد مطالعه قرار دادند.

در تازه‌ترین تحقیقات انجام شده در زمینه پایداری موتورهای استرلینگ پیستون آزاد می‌توان به بررسی‌های بیگوت و همکاران [11] اشاره کرد. ایشان پس از تحلیل پایداری، اثر تغییر پارامترهای مختلف بر قدرت موتور را مورد بررسی قرار دادند. چاودری و بالاچاندرا [12] به بررسی ناپایداری هاف² موتور استرلینگ پیستون آزاد بتا نوع تک کاره و چند کاره پرداختند و با در نظر گرفتن عوامل غیرخطی مرتبه بالا در معادلات حاکم، با استفاده از روش تئوری اغتشاشات³ شرط وجود چرخه حدی در موتور استرلینگ پیستون آزاد را بررسی نمودند.

بهرمن و همکاران [13] با یافتن فرکانس طبیعی پیستون قدرت نشان دادند که با اعمال این فرکانس به عنوان فرکانس ورودی جابجاگر، می‌توان

ساخته شد. موتور استرلینگ در ابتدا به قصد جایگزین مناسب برای موتور بخار که در آن زمان به علت ترکیدن بویلرهای داغ با فشار بالا جان بسیاری از افراد را به خطر می‌انداخت، ساخته شد. عدم محدودیت نوع سوخت مصرفی (گیاهی، حیوانی، انرژی خورشیدی و ...)، سر و صدای پایین، راندمان نزدیک به راندمان موتور ایده‌آل کارنو، آلودگی پایین به علت استفاده از سوخت‌های پاک، از جمله مزایای این نوع موتورها به شمار می‌رود. از آن‌جا که انرژی حاصل از احتراق توسط منبع حرارتی از سیال خارجی به سیال عامل داخلی منتقل می‌شود، موتور استرلینگ همانند موتورهای توربین‌های بخار در رده موتورهای برون سوز قرار می‌گیرند. سیال کاری موتورهای استرلینگ هیچ‌گاه موتور را ترک نمی‌کند، به همین دلیل تجهیزات آگزوز برای خروج گازهای حاصل از احتراق در این موتورها حذف شده است. حذف تجهیزات آگزوز موجب کاهش سر و صدای موتور ناشی از خروجی‌های حاصل از احتراق می‌شود.

موتور استرلینگ، موتور گرما-کاری است که از طریق چرخه چهار مرحله‌ای بسته باعث تبدیل حرارت به کار می‌شود. در کلی‌ترین دسته بندی از لحاظ ارتباط بین پیستون‌های قدرت و جابجاگر، موتورهای استرلینگ به دو دسته پیستون سینماتیکی و پیستون آزاد تقسیم بندی می‌شوند [1]. در نوع ارتباط سینماتیکی، از اجزای مکانیکی، برای ارتباط دو پیستون و تبدیل حرکت خطی پیستون‌ها به حرکت دورانی خروجی استفاده می‌شود. در نوع پیستون آزاد، ارتباط پیستون‌ها تنها از طریق فعل و انفعالات سیال کاری درون موتور برقرار می‌شود و بین پیستون‌های قدرت و جابجاگر هیچ گونه ارتباط سینماتیکی دیده نمی‌شود و پیستون‌ها آزادانه در سیلندر حرکت می‌کنند. در نوع ارتباط سینماتیکی توان تولیدی بیشتر از نوع پیستون آزاد است، این در حالی است که به علت ارتباط مکانیکی بین اجزای موتور، اصطکاک، سر و صدا و ارتعاشات موتور زیاد است و کنترل این موتورها سخت است. در نوع پیستون آزاد به علت محدودیت طول جابجایی پیستون‌ها، توان تولیدی نسبت به ارتباط مکانیکی کمتر است اما سر و صدای بسیار پایین و حذف مشکلات ناشی از روانکاری و کنترل راحت‌تر این موتورها باعث توجه بیشتر مهندسان به این نوع موتورها شده است. لازم به ذکر است که تمامی موتورهای استرلینگ اعم از پیستون سینماتیکی و پیستون آزاد، به لحاظ چرخه ترمودینامیکی مشابه‌اند و در چرخه بسته شامل دو فرآیند دما ثابت و دو فرآیند حجم ثابت کار می‌کنند. اجزای موتور استرلینگ شامل پیستون قدرت، پیستون جابجاگر، فنر و میراگر متصل به پیستون‌ها، محفظه‌های تراکم و انبساط، محفظه‌های گرم‌کن، خنک‌کن و بازیاب حرارتی است. یکی از عواملی که باعث افزایش راندمان موتور استرلینگ تا حد راندمان موتور ایده‌آل کارنو می‌شود، بازیاب حرارتی است [2].

بازیاب حرارتی یک اسفنج ترمودینامیکی با توری‌های سیمی است که از طریق انتقال حرارت بین دو محفظه گرم‌کن و خنک‌کن باعث افزایش اختلاف دمای بین دو منبع سرد و گرم می‌شود، همین امر موجب بالا رفتن بازده موتور می‌شود. با توجه به پیشینه 200 ساله موتورهای استرلینگ، تاکنون تحقیقات زیادی اعم از دینامیکی و ترمودینامیکی بر روی این موتورها انجام شده است. از جمله تحقیقات مهم می‌توان به فعالیت‌های انجام شده در زمینه دینامیک موتورهای استرلینگ به پژوهش وانکووانگ و همکاران [3] اشاره کرد. ایشان ابتدا به استخراج معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی موتور استرلینگ پیستون آزاد نوع بتا پرداخته و سپس سرعت حرکت پیستون جابجاگر، پیستون قدرت و تغییرات فشار داخل محفظه موتور را نسبت به زمان

³ Limit Cycle

² Hopf Instabilities

³ Perturbation Theory

بسیار محدود است. از مهم ترین مطالعات انجام شده در زمینه بهینه سازی موتور استرلینگ می توان به پژوهش های مو و همکاران [18] اشاره کرد. ایشان در پژوهش خود به بهینه سازی چند هدفه و طراحی یک نمونه موتور استرلینگ پیستون آزاد بر اساس توان خروجی مفید بی بعد پرداختند. البته ایشان مسأله پایداری موتور را در بهینه سازی لحاظ ننمودند. در این مطالعه قدرت بی بعد به صورت نسبتی از توان اتلافی حرارتی به کل توان انجام شده توسط موتور در نظر گرفته شد. همچنین ایشان نشان دادند که بیشتر اتلاف در موتور، ناشی از محفظه انبساط است و حدود 82.66% اتلافات موتور ناشی از این محفظه است.

نجفی عامل و همکاران [19] بهینه سازی تقدم فاز موتور استرلینگ نوع آلفا به روش عددی گام به گام را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش ایشان اثر تقدم زاویه فاز بر توان خروجی و راندمان موتور را بررسی کردند و نشان دادند که اگر زاویه فاز 103 درجه باشد توان خروجی 4.8% و راندمان موتور 1.2% افزایش می یابد.

توکل پور و زارع [20] بهینه سازی چند هدفه برای افزایش توان خروجی و کاهش افت فشار در موتور استرلینگ پیستون آزاد را مورد بررسی قرار دادند. ایشان با استفاده از روش خطی سازی، توابع هدف را با خطی سازی به صورت همزمان حل کردند و نشان دادند که نتایج الگوریتم گرگ خاکستری² برای مسائل بهینه سازی چند هدفه قابل قبول است.

با توجه به مروری بر تحقیقات گذشته، بهینه سازی رفتار دینامیکی موتور استرلینگ پیستون آزاد کمتر مورد توجه بوده و در بهینه سازی های انجام شده، مسأله پایداری موتور لحاظ نشده است. با توجه به اینکه پایداری موتور استرلینگ پیستون آزاد بسیار حائز اهمیت می باشد، بنابراین در مطالعه حاضر، بهینه سازی چند هدفه توان خروجی و پایداری موتور استرلینگ پیستون آزاد ارائه می گردد.

در این مقاله، موتور استرلینگ پیستون آزاد نوع بتا مجهز به بازباب حرارتی با نام تجاری RE1000 ساخته شده توسط کمپانی سان پاور³، مورد مطالعه قرار می گیرد. در بخش دوم مطالعه حاضر، موتور استرلینگ پیستون آزاد و چرخه تولید توان آن معرفی می گردد. در بخش سوم، با در نظر گرفتن گاز هلیوم به عنوان سیال کاری موتور، معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی حاکم تحت اعمال فرضیات اشمیت استخراج می شوند. در بخش چهارم، معادلات غیرخطی استخراج شده در بخش قبل، به کمک نرم افزار متلب⁴، حل شده و به منظور اعتبارسنجی، نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در یکی از مقالات معتبر علمی مقایسه می گردند. سپس، با انجام مطالعه پارامتری، پارامترهایی که دارای بیشترین تأثیر بر توان خروجی و پایداری سیستم هستند، تعیین شده و به عنوان متغیرهای بهینه سازی در نظر گرفته می شوند. در بخش پنجم این مقاله، پس از انتخاب تابع هدف مناسب، با بهینه سازی چند هدفه توان خروجی و پایداری موتور با استفاده از یکی از روش های الگوریتم ژنتیک در نرم افزار مود فرانتیر⁵ نتایج بهینه سازی ارائه می گردد. در بخش ششم، نتیجه گیری پژوهش انجام شده در این مقاله ارائه می گردد.

2- موتور استرلینگ پیستون آزاد و چرخه تولید توان

پیستون قدرت را به حالت تشدید رسانده و بیشترین توان ممکن را از موتور دریافت کرد. ایشان با حل معادلات حاکم به ازای فرکانس های ورودی متفاوت، فرکانسی را که در آن پیستون قدرت دارای بیشترین دامنه حرکت است، به عنوان فرکانس ورودی بهینه موتور مورد نظر انتخاب کردند.

از جمله تحقیقات داخلی در حوزه دینامیک موتورهای استرلینگ پیستون آزاد می توان به پژوهش های توکل پور و زارع [14] اشاره کرد. ایشان به تحلیل دینامیک غیرخطی موتور هوای گرم پیستون آزاد خورشیدی پرداختند. ابتدا معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت پیستون ها را استخراج کرده و سپس به بررسی اثر دمای محفظه گرم و سرد بر روی طول کورس حرکت پیستون ها، کمینه و بیشینه ی فشار، حجم موتور و کار تولید شده در هر چرخه پرداختند. همچنین ایشان اثر تغییر ضریب میرایی بر روی طول کورس حرکت پیستون ها، کمینه و بیشینه فشار و حجم موتور و کار تولید شده در هر چرخه را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند برای بهبود بازده موتورهای هوای گرم پیستون آزاد می توان از تغییر جرم و سفتی فنر پیستون های قدرت و جابجاگر استفاده نمود.

یانگ و چنگ [15] یک مدل تئوری به منظور محاسبه معیار ناپایداری و پیش بینی بازده یک موتور استرلینگ پیستون آزاد تأخیر حرارتی ارائه کردند و با ساخت نمونه آزمایشگاهی صحت پیش بینی های تئوری را تأیید کردند. در تحقیق ایشان، یک مدل غیرخطی شامل معادلات بی بعد حرکت و معادلات انرژی استخراج شد. همچنین ایشان نشان دادند که نمونه آزمایشگاهی تطابق خوبی با مدل تئوری دارد.

در یکی از کامل ترین تحقیقات انجام شده بر روی موتور استرلینگ می توان به پژوهش مو و هانگ [16] اشاره کرد. در این پژوهش مو و هانگ مکانیزم راه اندازی و توزیع قدرت انواع مختلف موتورهای استرلینگ پیستون آزاد و پیستون سینماتیکی را مورد بررسی قرار دادند. ایشان سه شرط ضروری برای راه اندازی موتورهای استرلینگ پیستون آزاد را ارائه کردند. همچنین از تجزیه و تحلیل تئوری و شبیه سازی عددی برای سه نوع موتور پیستون آزاد آلفا، بتا و گاما برای یافتن شرایط راه اندازی این نوع موتورها استفاده کردند. همچنین ایشان نشان دادند که راه اندازی موتور استرلینگ نوع بتا و گاما به طراحی موتور و تنظیم پارامترهای سیستم بستگی دارد و در موتور نوع آلفا، کار انجام شده توسط سیال کاری در طی چرخه کامل موتور بر روی پیستون قدرت منفی، و بر روی پیستون جابجاگر مثبت است. با این حال در یک چرخه کامل، کار انجام شده توسط سیال کاری روی پیستون ها می تواند مثبت یا منفی باشد.

در جدیدترین مطالعات صورت گرفته در زمینه موتورهای استرلینگ پیستون آزاد می توان به تحقیق توکل پور و همکاران [17] بر روی موتور کوچک استرلینگ پیستون آزاد فعال¹ اشاره کرد. ایشان در این تحقیق با در نظر گرفتن مدل جامع، معادلات حاکم دینامیکی، ترمودینامیکی و الکتریکی را تحت نظریه اشمیت استخراج نمودند. ایشان پس از مدل سازی به شبیه سازی مدل پرداختند و با مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی نشان دادند که تغییرات دمای منابع سرد و گرم اثرات قابل توجهی بر توان خروجی و بازدهی موتور استرلینگ پیستون آزاد کوچک دارد.

بهینه سازی از دیرباز مورد توجه بوده و از روش های بهینه سازی برای افزایش بهره وری و کاهش هزینه ها استفاده شده است. پژوهش های انجام شده در حوزه بهینه سازی رفتار دینامیکی موتورهای استرلینگ پیستون آزاد

² GWO

³ Sun Power Company

⁴ Matlab Software

⁵ Modefrontier Software

¹ Active Free Piston Stirling Engine (AFPSE)

و قدرت با شتاب‌های مختلف هر دو به سمت پایین حرکت می‌کنند. با عبور پیستون جابجاگر از حالت تعادل استاتیکی، فنر گازی این پیستون فشرده می‌شود و شتاب این پیستون کاهش پیدا می‌کند. همچنان که پیستون قدرت در حال پایین رفتن می‌باشد، بدین صورت حجم محفظه سرد افزایش می‌یابد تا جایی که پیستون قدرت نیز از حالت تعادل استاتیکی خود عبور کند. فنر گازی پیستون قدرت در این زمان فشرده می‌شود و شتاب پیستون قدرت نیز کم می‌شود. در این زمان پیستون جابجاگر به سرعت به سمت محفظه گرم حرکت می‌کند و سیال کاری به وسیله‌ی بازتاب حرارتی از محفظه گرم به سمت محفظه سرد حرکت می‌کند. با فشرده شدن بیش از حد فنر گازی پیستون قدرت و افت فشار در محفظه انبساط، پیستون قدرت به سمت بالا حرکت می‌کند در این زمان هر دو پیستون در حال پیش روی به سمت نقطه مرگ بالا⁴ هستند این عمل تا جایی ادامه پیدا می‌کند که سیال کاری به شدت دچار کاهش حجم شود و پیستون‌های جابجاگر و قدرت به ترتیب باعث به وجود آمدن حجم مرده محفظه انبساط و حجم مرده محفظه تراکم شود. در این زمان چرخه تولید توان موتور تکمیل می‌شود.

3- استخراج معادلات دینامیکی حاکم

برای استخراج معادلات حاکم با استفاده از قانون دوم نیوتن برای مدل دینامیکی نشان داده شده در شکل 2، روابط تعادل نیروها به صورت معادله (1 و 2) است.

$$m_p \ddot{x}_p = (p_c - p_b) A_p - C_{palt} \dot{x}_p - C_{HP} \ddot{x}_p \quad (1)$$

$$m_d \ddot{x}_d = (p_e - p_c) A_d + (p_c - p_d) A_r - C_{Hd} \ddot{x}_d \quad (2)$$

در رابطه (2) اختلاف فشار به وجود آمده بین محفظه‌های تراکم و انبساط به صورت رابطه (3) می‌باشد.

$$\Delta p = p_e - p_c \quad (3)$$

یکی از تحلیل‌های بکار رفته در موتورهای استرلینگ، تحلیل گوستف اشمیت است. مهم‌ترین فرضیات استفاده شده در این تحلیل مطابق مرجع [6] عبارت‌اند از:

- 1- هم دما بودن فضای کاری به طوری که دمای محفظه انبساط و تراکم تغییر نمی‌کند و به ترتیب برابر دمای محفظه گرم‌کن و خنک‌کن در نظر گرفته شده است.
- 2- ایده‌آل بودن مبدل‌های حرارتی (بازتاب، گرم‌کن و خنک‌کن).
- 3- هیچ‌گونه نشت گازی در سیستم وجود ندارد و جرم سیال کاری در طول چرخه کاری ثابت باقی می‌ماند.
- 4- سیال کاری سیستم از قانون گاز ایده‌آل ($pV = mRT$) پیروی می‌کند.

در این مقاله، با در نظر گرفتن فرضیات اشمیت، جرم کل سیال کاری درون موتور و دمای بازتاب حرارتی به صورت روابط (4) و (5) استخراج شده است. از آن‌جا که دمای بازتاب حرارتی مطابق با فرضیات اشمیت به صورت خطی تغییر می‌کند، می‌توان دمای محفظه انبساط را برابر با دمای منبع گرم و دمای محفظه تراکم را برابر با دمای منبع سرد گرفت.

$$(T_h = T_e \text{ و } T_k = T_c)$$

$$m_{gt} = \frac{p}{R} \left[\frac{V_e}{T_e} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_R}{T_R} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_c}{T_c} \right] \quad (4)$$

$$T_R = \frac{T_h - T_k}{\ln \frac{T_h}{T_k}} \quad (5)$$

با محاسبه دمای بازتاب حرارتی، حجم‌های محفظه تراکم و انبساط، مطابق روابط (6 و 7) قابل محاسبه است.

$$V_c = A_p(x_{pc} + x_p) - (A_d - A_r)x_d \quad (6)$$

اواخر سال 1960 میلادی ویلیام بیل¹ استاد دانشگاه اوهایو آمریکا² نسل جدیدی از موتورهای استرلینگ را به دنیای مهندسی معرفی کرد. موتور ساخته شده توسط بیل به علت عدم ارتباط سینماتیکی بین پیستون‌ها، با نام موتور استرلینگ پیستون آزاد به دنیا عرضه شد [21]. اجزای این موتور مطابق شکل 1 متشکل از پیستون قدرت، پیستون جابجاگر، فنرهای متصل به پیستون‌ها، محفظه‌های تراکم و انبساط، محفظه‌های گرم‌کن، خنک‌کن و بازتاب حرارتی است. در این موتور، ارتباط پیستون‌ها تنها از طریق دینامیک و فعل و انفعالات سیال صورت می‌پذیرد. به علت عدم ارتباط مکانیکی بین پیستون‌ها و ساختمان ساده، این موتورها بسیار آرام و بدون سر و صدا کار می‌کنند. همچنین حرکت آزادانه پیستون‌ها، حداقل نیروی جانبی را بر دیواره سیلندر موتور وارد می‌کند و سایش درون سیلندر کاهش می‌یابد که باعث ساده سازی تجهیزات روانکاری می‌شود. تنها ضعف این نوع موتورها نسبت به استرلینگ متداول، محدودیت جابجایی پیستون‌ها می‌باشد. به همین دلیل طراحی این موتورها نیازمند محاسبات بسیار دقیق می‌باشد.

نحوه‌ی عملکرد موتور استرلینگ پیستون آزاد به اینصورت می‌باشد که با افزایش دمای منبع گرم تا حد معینی، ابتدا با تحریک اولیه پیستون جابجاگر، موتور راه اندازی می‌شود. در این حین پیستون قدرت به سبب دینامیک فشار به وجود آمده در اثر افزایش دمای محفظه انبساط و جابجایی پیستون جابجاگر، شروع به حرکت می‌کند.

در مرحله بعد با پایین رفتن پیستون جابجاگر و حرکت به سمت پیستون قدرت باعث کوچک شدن حجم محفظه تراکم و افزایش فشار در این محفظه می‌شود. در این حین فنر گازی پیستون جابجاگر فشرده می‌شود و فنر گازی پیستون قدرت کشیده می‌شود. با توجه به اینکه جرم پیستون جابجاگر خیلی کمتر از پیستون قدرت می‌باشد، پیستون جابجاگر با شتاب بیشتری در اثر اختلاف جرم پیستون‌ها به وجود می‌آید.

همزمان با اجرای این چرخه، سیال کاری از محفظه تراکم به وسیله بازتاب عبور کرده و وارد محفظه انبساط می‌شود. این عمل تا جایی ادامه پیدا می‌کند که پیستون جابجاگر و پیستون قدرت به یکدیگر نزدیک شوند به-طوری که حجم محفظه تراکم به شدت کاهش می‌یابد در این حالت حجم باقی مانده بین دو پیستون، حجم مرده³ نامیده می‌شود. دو پیستون جابجاگر

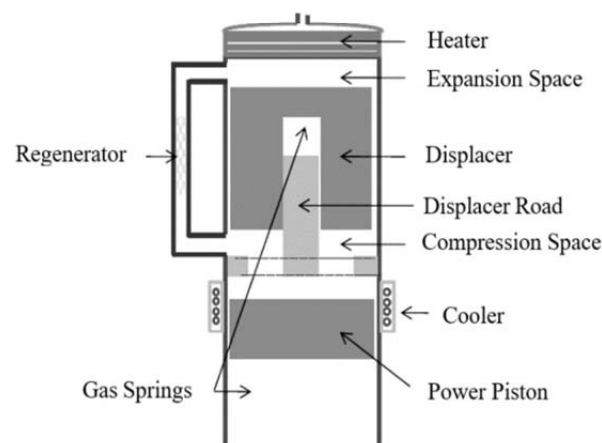


Fig. 1 Beta type free-piston Stirling engine [11]

شکل 1 موتور استرلینگ پیستون آزاد بتا [11]

¹ William Beale

² America Ohio University

³ Dead Volume

⁴ Top Dead Center (TDC)

$$\Delta p = \left(C_f \frac{L}{d} + K_{hl} \right) \frac{\rho u |u|}{2} \quad (13)$$

در این رابطه، u سرعت سیال است که افت فشار به صورت غیرخطی تابع سرعت سیال خواهد بود.

3-2- افت فشار معادل شده با میرایی خطی

اگر افت فشار غیرخطی با میرایی خطی معادل جایگزین شود ($\Delta p = C_{eq}u$) از مرجع [11] میرایی معادل شده با افت فشار به صورت رابطه (14) استخراج می‌شود.

$$C_{\text{eq}} = \frac{4}{3\pi} \rho U_{\text{max},(k,h,R)} \left(C_f \frac{L}{d} + K_{\text{hL}} \right) \quad (14)$$

در این رابطه بیشینه سرعت سیال درون مبدل‌های حرارتی به صورت $U_{max(k,h,R)} = \frac{\dot{V}_{max}}{A(k,h,R)}$ محاسبه می‌شود. با محاسبه میرایی خطی معادل، افت فشار درون محفظه‌ی گرم‌کن و خنک‌کن به صورت رابطه (15) و افت فشار درون محفظه بازاب حرارتی به صورت رابطه (16) استخراج می‌شود.

$$\Delta p_{(k,h)} = \frac{4}{3\pi} \left[\rho_h \left(C_f \frac{L}{d} + K_{hL} \right)_h \frac{1}{A_{h1}^2} + \rho_k \left(C_f \frac{L}{d} + K_{hL} \right)_k \frac{1}{A_{k1}^2} \right] \dot{V}_{\max} (A_p \dot{x}_p - (2A_d - A_r) \dot{x}_d) \quad (15)$$

$$\Delta p_r = \frac{4}{3\pi} \left[\rho_r \left(C_f \frac{L}{d} \right)_r \frac{1}{A_r^2} \right] \dot{V}_{\max} (A_p \dot{x}_p - (2A_d - A_r) \dot{x}_d) \quad (16)$$

3-3- فشار فنر گازی پیستون‌های قدرت و جابجاگر

با استفاده از روابط ترمودینامیکی گاز ایده‌آل در حالت ادیاباتیک برای فنر گازی پیستون‌های قدرت و جابجاگر که در شکل 2 قابل مشاهده است، با تعریف حجم فنرهای گازی در روابط (17 و 18) ابتدا فشار فنرهای گازی به صورت غیرخطی به دست می‌آید و با خطی سازی فشار حول نقطه تعادل پیستون‌ها مطابق مرجع [11]، فشار فنرهای گازی مطابق روابط (21 و 22) به صورت خطی استخراج می‌شود.

$$V_p = V_{p0} - A_p x_p \quad (17)$$

$$V_d = V_{d0} - A_r x_d \quad (18)$$

حجم فنرهای گازی زمانی که پیستون‌های قدرت و جابجاگر در میانه کورس خود قرار دارند به صورت V_{b0}, V_{d0} تعریف شده است.

$$\frac{p_b}{p_{\text{mean}}} = \left(\frac{V_{b0}}{V_b}\right)^{\gamma} = \frac{p_{\text{mean}}}{\left(1 - \frac{A_p}{V_b} x_p\right)^{\gamma}} \quad (19)$$

$$\frac{p_d}{p_{\text{mean}}} = \left(\frac{V_{d0}}{V_d} \right)^{\gamma} = \frac{p_{\text{mean}}}{\left(1 - \frac{A_r}{V_c} x_d \right)^{\gamma}} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(\frac{\partial p_b}{\partial x_p} \right)_{x_p=x_d=0} \times x_p \right) + \left(\left(\frac{\partial p_b}{\partial x_d} \right)_{x_p=x_d=0} \times x_d \right) \\ & \Rightarrow p_b = p_{\text{mean}} \left(1 + \frac{A_p}{V_{h0}} x_p \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(\frac{\partial p_d}{\partial x_p} \right)_{x_p=x_d=0} \times x_p \right) + \left(\left(\frac{\partial p_d}{\partial x_d} \right)_{x_p=x_d=0} \times x_d \right) \\ & \Rightarrow p_d = p_{\text{mean}} \left(1 + \frac{A_r}{V_{d0}} x_d \right) \end{aligned} \quad (22)$$

3-4- میراثی، بیستون‌های قدرت و جایگاه

با توجه به معادلات افت فشار (15 و 16)، اگر مجموع افت فشار درون

$$V_e = A_d (x_{de} + x_d) \quad (7)$$

در روابط (6 و 7) پارامتر x_{pc}, x_{de} حجم‌های جاروب شده محفظه انبساط و تراکم است. با مشخص شدن حجم‌های محفظه تراکم و انبساط، و معرفی پارامتر محاسباتی k ، فشار سیال کاری و فشار متوسط سیستم را می‌توان به صورت رابطه (9 و 10) استخراج نمود.

$$S = \frac{A_d x_{de}}{T_h} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_R}{\frac{T_h - T_k}{\ln \frac{T_h}{T_k}}} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{A_p x_{pc}}{T_k} \quad (8)$$

$$p = m_{\text{gt}} R \left(S + \frac{A_p x_d - (A_d - A_r) x_d}{T_k} + \frac{A_d x_d}{T_h} \right)^{-1} \quad (9)$$

$$p_{\text{mean}} = \frac{m_{\text{gt}} R}{S} \quad (10)$$

3-1- افت فشار در مبدل‌های حرارتی

با توجه به حجم‌های محفظه تراکم و انبساط نشان داده شده در روابط (6) و (7)، با مشتق‌گیری نسبت به زمان از این روابط و محاسبه تفاضل نرخ جریان حجمی محفظه تراکم و انبساط، نرخ جریان حجمی سیال عبوری از این محفظه‌ها به صورت رابطه (11) به دست می‌آید. از آن‌جا که حجم‌های جاروب شده محفظه تراکم و انبساط (x_{pc}, x_{de}) ثابت می‌باشد، با مشتق‌گیری زمانی از این روابط، پارامترهای x_{pc}, x_{de} برابر با صفر خواهد بود.

$$\dot{V} = \dot{V}_c - \dot{V}_e = A_p \dot{x}_p - (2A_d - A_r) \dot{x}_d \quad (11)$$

با فرض پاسخ سینوسی برای دامنه‌های پیستون قدرت و جابجاگر به صورت $x_p = x_{pmax} e^{i(\omega t + \varphi)}$ و $x_d = x_{dmax} e^{i\omega t}$ ، بیشینه جریان حجمی عبوری از مبدل‌های حرارتی به صورت رابطه (12) قابل استخراج است.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\max} &= \omega \sqrt{A_p^2 x_{p\max}^2 - 2(2A_d - A_r)x_{d\max}A_p x_{p\max} \cos\varphi} \\ &\quad + (2A_d - A_r)^2 x_{d\max}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

اگر معادله افت فشار در مبدل‌های حرارتی به صورت رابطه (13) بیان شود، مشاهده می‌شود که افت فشار به وجود آمده در مبدل‌ها وابسته به رژیم جریان سیال کاری و سرعت سیال است.

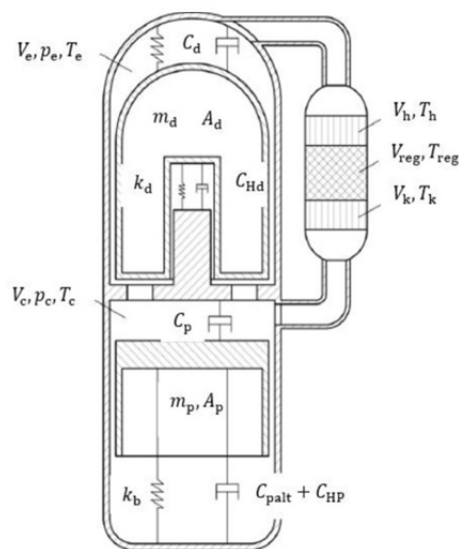


Fig. 2 Beta type free-piston Stirling engine [22]

شکل 2: موتور استرلینگ بیستون آزاد بتا [22]

$$\ddot{x}_p = -\frac{A_p^2 p_{\text{mean}}}{m_p} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V b_0} \right) x_p + \frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) x_d - \frac{(C_{\text{palt}} + C_{\text{HP}})}{m_p} \dot{x}_p \quad (26)$$

$$\ddot{x}_d = \frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) x_p + \frac{A_r p_{\text{mean}}}{m_d} \left(\frac{-A_d}{T_h S} - \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) + \frac{\gamma A_r}{V d_0} x_d + \frac{(C_p)}{m_d} \dot{x}_p + \frac{(C_d - C_{\text{HD}})}{m_d} \dot{x}_d \quad (27)$$

با فرض پاسخ هارمونیک برای پیستون‌های قدرت و جابجاگر، اگر این پاسخ‌ها و مشتقات آن‌ها به صورت رابطه (26) در معادلات (24 و 25) جایگذاری شود، بسامد سیستم، اختلاف فاز بین پیستوهای قدرت و جابجاگر و نسبت دامنه پیستون‌ها به صورت روابط (27 تا 29) استخراج می‌شود.

$$x_k = x_{\text{max},k} e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad k = p, d$$

$$\dot{x}_k = j\omega x_{\text{max},k} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\ddot{x}_k = -\omega^2 x_{\text{max},k} e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (28)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\left(\frac{C_p}{m_d} \times \frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) - \left(\frac{C_d - C_{\text{HD}}}{m_d} \times -\frac{A_p^2 p_{\text{mean}}}{m_p} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V b_0} \right) \right) - \frac{A_r p_{\text{mean}}}{m_d} \left(\frac{-A_d}{T_h S} - \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} + \frac{\gamma A_r}{V d_0} \right) \times \frac{(C_{\text{palt}} + C_{\text{HP}})}{m_p} \right)}{\left(\frac{C_d - C_{\text{HD}}}{m_d} - \frac{(C_{\text{palt}} + C_{\text{HP}})}{m_p} \right)}} \quad (29)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega \left[-\frac{(C_{\text{palt}} + C_{\text{HP}})}{m_p} \right] \times \frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right)}{\frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) \times \frac{A_p^2 p_{\text{mean}}}{m_p} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V b_0} \right) + \omega^2 \left(\frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) \right)} \right) \quad (30)$$

$$r = \frac{x_{d,\text{max}}}{x_{p,\text{max}}} = \sqrt{\frac{\left(\omega^2 - \frac{A_p^2 p_{\text{mean}}}{m_p} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V b_0} \right) \right)^2 + \omega^2 \left(-\frac{(C_{\text{palt}} + C_{\text{HP}})}{m_p} \right)^2}{\left(\frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) \times \left(\omega^2 - \frac{A_p^2 p_{\text{mean}}}{m_p} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V b_0} \right) \right) \right)^2 + \omega^2 \left(\frac{A_p p_{\text{mean}}}{m_p S} \left(\frac{-A_d}{T_h} + \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) \right)^2}} \quad (31)$$

محفظه‌های گرم‌کن، خنک‌کن و بازیاب حرارتی با پارامتر B نشان داده شود. ضرایب میرایی پیستون‌های قدرت و جابجاگر به صورت روابط (22 و 23) به دست می‌آیند.

$$B = \frac{4}{3\pi} \left[\rho_h \left(C_f \frac{L}{d} + K_{\text{hL}} \right)_h \frac{1}{A_h^2} + \rho_k \left(C_f \frac{L}{d} + K_{\text{hL}} \right)_k \frac{1}{A_k^2} + \rho_r \left(C_f \frac{L}{d} \right)_r \frac{1}{A_r^2} \right] \dot{V}_{\text{max}} (A_p \dot{x}_p - (2A_d - A_r) \dot{x}_d) \quad (23)$$

$$C_p = B A_d A_p \quad (24)$$

$$C_d = -B A_d (2A_d - A_r) \quad (25)$$

با توجه به معادلات حرکت پیستون‌ها که در روابط (1 و 2) نشان داده شد، اگر ضرایب میرایی، سختی فنر و فشار در قسمت‌های مختلف موتور در این معادلات جایگذاری شود، معادلات حاکم موتور به صورت روابط (24 و 25) استخراج می‌شود.

در روابط (24 و 25) مشاهده می‌شود که اگر روابط فشار کل سیال کاری و فشار متوسط سیستم درون معادلات جایگذاری شوند، معادلات حاکم به صورت غیرخطی استخراج می‌شوند. عوامل غیرخطی که در معادلات ظاهر شده‌اند، ناشی از رژیم جریان سیال کاری و اصطکاک به وجود آمده بین سیال و دیواره مبدل‌های حرارتی است.

جدول 1 مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی [23,12,11]

Table 1 The values of the parameters used in the simulation [11,12,23]

ردیف	نوع کمیت	مقدار کمیت	ردیف	نوع کمیت	مقدار کمیت
1	γ	1.664 J/kg K	10	A_p	$25.69 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
2	C_{palt}	461.5 Ns/m	11	A_d	$25.69 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
3	C_{HP}	0.028 Ns/m	12	A_r	$2.176 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
4	C_{HD}	35.34 Ns/m	13	T_R	551 K
5	C_p	41.03 Ns/m	14	T_h	814 K
6	C_d	-78.58 Ns/m	15	p_{mean}	$7.1 \times 10^6 \text{ Pa}$
7	m_d	0.426 kg	16	S	$3.427 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{K}$
8	m_p	6.2 kg	17	V_{b0}	$25.15 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
9	K_{hL}	1.8	18	C_f	1.0166

4- اعتبارسنجی و مطالعه پارامتری

یکی از روش‌های اعتبار سنجی در مسائل مهندسی، مقایسه نتایج مطالعات تئوری و شبیه سازی با نتایج حاصل شده از مطالعات آزمایشگاهی است. در مطالعه حاضر، با حل معادلات حاکم ترمومکانیکی سیستم در نرم افزار متلب (بر اساس روش ارائه شده در مرجع [11]) به ازای مقادیر پارامترهای جدول 1 و با در نظر گرفتن دمای منبع سرد برابر با $T_k = 430 \text{ K}$ ، ابتدا برای صحت سنجی، نتایج شبیه سازی مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی مراجع معتبر علمی مطابق جدول 2 مقایسه شده است. برای اعتبار سنجی، پارامترهای بسامد سیستم، اختلاف فاز بین پیستون قدرت و جابجاگر و نسبت دامنه پیستون جابجاگر به پیستون قدرت به دست آمده است. با مقایسه نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی، مشاهده می‌شود که تطابق بسیار خوبی بین نتایج این پژوهش و مطالعات آزمایشگاهی وجود دارد.

شکل 3 تغییرات دامنه پیستون‌های قدرت و جابجاگر بر حسب زمان را نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که با اعمال شرایط اولیه جهت راه اندازی برای پیستون جابجاگر، این پیستون شروع به حرکت کردن می‌کند و به دلیل به وجود آمدن فعل و انفعالات سیال کاری درون سیستم و افزایش فشار، پیستون قدرت نیز با اختلاف فازی معادل -43.8° درجه نسبت به پیستون جابجاگر شروع به حرکت کردن می‌کند و موتور راه اندازی می‌شود. جابجایی اولیه پیستون جابجاگر در این مطالعه 0.014 متر در نظر گرفته شده است.

به منظور مطالعه پارامتری، ابتدا مؤثرترین پارامترهایی که توان خروجی و پایداری موتور را تحت تأثیر قرار می‌دهند شناسایی شده است. در مطالعه پارامتری، اثرات تغییر جرم پیستون‌های قدرت و جابجاگر، دمای منابع گرم و سرد و حجم‌های جاروب شده محفظه‌های تراکم و انبساط بر روی توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه مورد مطالعه قرار گرفته است.

جدول 2 مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی

Table 2 Comparison of the results of current study with experimental and simulation results

نوع مشخصه	نتایج آزمایشگاهی یورلی و برشویتز (ناسا) [23]	نتایج شبیه سازی یورلی و برشویتز (ناسا) [23]	نتایج شبیه سازی واکر و سنفل [1]	نتایج مطالعه حاضر	درصد خطا (در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی)
بسامد (هرتز)	30	33.33	32.9	32.02	6.3%
اختلاف فاز بین پیستون‌ها (درجه)	-42.5	-57.9	-55.1	-43.8	3%
نسبت دامنه (بی بعد)	1.06	0.62	0.63	1.08	1.8%

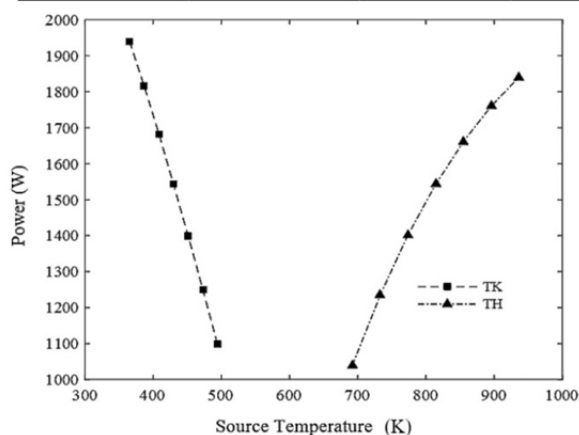


Fig. 4 The effect of variations of the temperature of the cold and hot sources on the output power

شکل 4 اثر تغییرات دمای منابع سرد و گرم بر توان خروجی

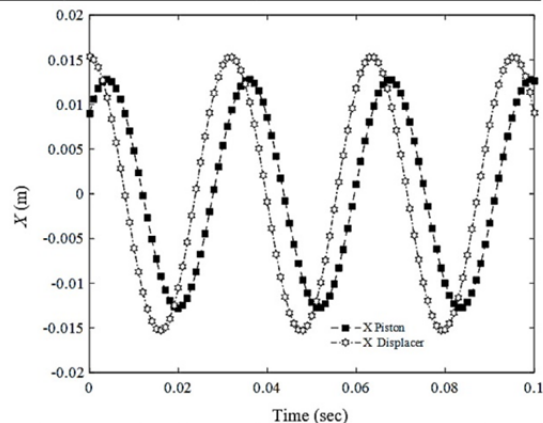


Fig. 3 Variations of amplitudes of the power and displacer pistons in terms of time

شکل 3 تغییرات دامنه پیستون‌های قدرت و جابجاگر بر حسب زمان

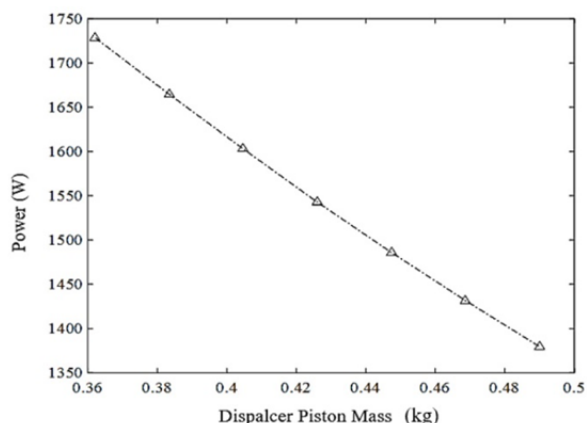


Fig. 7 The effect of variation of the displacer piston mass on the engine output power

شکل 7 اثر تغییر جرم پیستون جابجاگر بر توان خروجی موتور

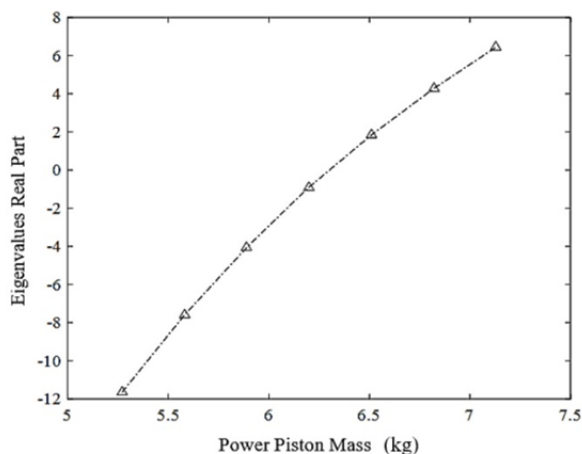


Fig. 8 The effect of variation of the power piston mass on the real part of the eigenvalue

شکل 8 اثر تغییر جرم پیستون قدرت بر بخش حقیقی مقدار ویژه

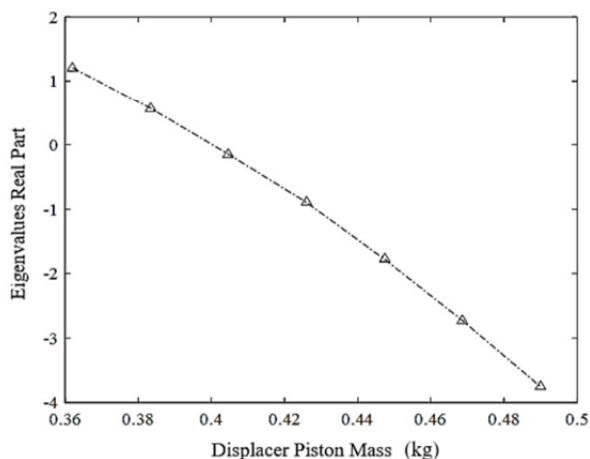


Fig. 9 The effect of variation of the displacer piston mass on the real part of the eigenvalue

شکل 9 اثر تغییر جرم پیستون جابجاگر بر بخش حقیقی مقدار ویژه

شکل های 8 و 9 اثر تغییر جرم پیستون ها بر بخش حقیقی مقدار ویژه را نشان می دهند. در شکل 8 دیده می شود که پایداری موتور به تغییر جرم پیستون قدرت بسیار حساس بوده و با کم شدن این جرم، بخش حقیقی مقدار ویژه منفی تر می شود و با حرکت مقدار ویژه به سمت چپ محور موهومی، پایداری موتور تضمین می شود. همچنین در شکل 9 مشاهده می شود که اثر تغییر جرم پیستون جابجاگر نسبت به پیستون قدرت بر پایداری موتور کمتر است و با افزایش جرم پیستون جابجاگر موتور پایدارتر می شود.

شکل های 10 و 11 اثر تغییر حجم های جاروب شده محفظه تراکم و انبساط بر توان خروجی موتور و بخش حقیقی مقدار ویژه را نشان می دهند. در شکل 10 مشاهده می شود که با افزایش حجم جاروب شده محفظه تراکم، توان خروجی کاهش می یابد. همچنین با افزایش حجم جاروب شده محفظه انبساط نیز توان خروجی کاهش می یابد. اما شیب تغییرات حجم جاروب شده محفظه تراکم با توان خروجی بیشتر از تغییرات حجم جاروب شده محفظه انبساط است. شکل 11 تغییرات حجم های جاروب شده با بخش حقیقی مقدار ویژه را نشان می دهد. در این شکل نیز شیب تغییرات حجم جاروب شده محفظه تراکم بیشتر از محفظه انبساط است و هر قدر حجم های جاروب شده محفظه ها بیشتر شود، بخش حقیقی مقدار ویژه منفی تر شده و سیستم پایدارتر می شود. در کل، اثر تغییرات حجم جاروب شده محفظه های تراکم و انبساط بر توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه نسبتاً کم است.

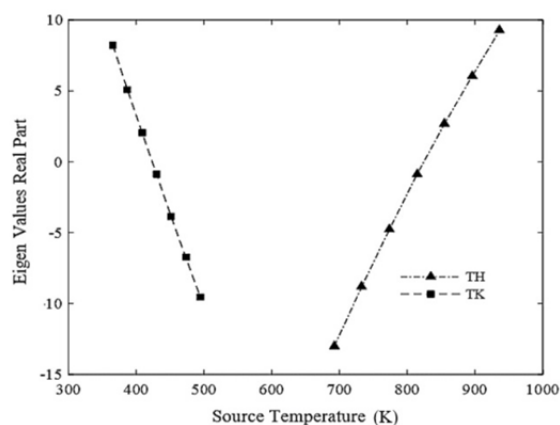


Fig. 5 The effect of variations of the temperature of the cold and hot sources on real part of the eigenvalue

شکل 5 اثر تغییر دمای منابع سرد و گرم بر بخش حقیقی مقدار ویژه

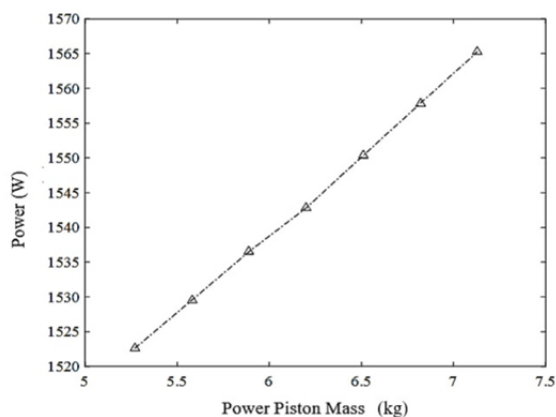


Fig. 6 The effect of variation of the power piston mass on the engine output power

شکل 6 اثر تغییر جرم پیستون قدرت بر توان خروجی موتور

به لحاظ تئوری، ممکن است ادعا شود که توان موتور استرلینگ پیستون آزاد را می توان تا مقادیر نسبتاً زیاد افزایش داد. اما به علت وجود محدودیت هایی، در عمل چنین ادعایی امکان پذیر نیست. یکی از محدودیت های موجود برای افزایش توان خروجی موتور استرلینگ پیستون آزاد، احتمال ناپایداری موتور در توان های خروجی بالا می باشد در این مطالعه، بهینه سازی هم زمان توان خروجی و پایداری موتور استرلینگ پیستون آزاد مورد نظر است. به این منظور تابع هدف بهینه سازی به صورت ترکیب خطی نسبت مقادیر توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه به مقادیر نامی شان با در نظر گرفتن ضرایب وزنی، به صورت زیر انتخاب می شود.

$$\text{Obj} = W_1 \frac{P}{P_0} + W_2 \left| \frac{E}{E_0} \right| \quad (32)$$

که در آن، W_1 و W_2 به ترتیب ضرایب وزنی مربوط به توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه در تابع هدف می باشند که در این مطالعه مقادیر $W_1 = 0.9$ و $W_2 = 0.1$ برای آن ها در نظر گرفته شده است. همچنین، P و E به ترتیب توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه می باشند. در ضمن، P_0 و E_0 به ترتیب نمایانگر توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه با مقادیر نامی پارامترها (مقادیر قبل از بهینه سازی) می باشند. مقدار نامی تابع هدف رابطه (32) برابر با یک است و با بهینه سازی آن می توان توان خروجی موتور و وضعیت پایداری آن را بهبود داد.

بر اساس مطالعه پارامتری انجام شده در بخش قبل، پارامترهای که دارای بیشترین تاثیر بر توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه هستند، به عنوان متغیرهای بهینه سازی انتخاب می شوند که بر این اساس دمای منابع گرم و سرد و جرم پیستون های قدرت و جابجاگر به عنوان متغیرهای بهینه سازی در نظر گرفته می شوند.

هدف اصلی از بهینه سازی این است که با کمترین تغییرات در پارامترها، بهترین نتیجه از لحاظ توان خروجی و پایداری موتور حاصل شود. به همین دلیل قیود استفاده شده در بهینه سازی به گونه ای انتخاب شده اند که پارامترهای سیستم تغییرات زیادی نداشته باشند. در این مطالعه، مقدار نامی توان خروجی (P_0) برابر با 1534 وات است و قید توان خروجی به نحوی اعمال شده است که توان خروجی بین مقادیر 1543 تا 2000 وات قرار گیرد.

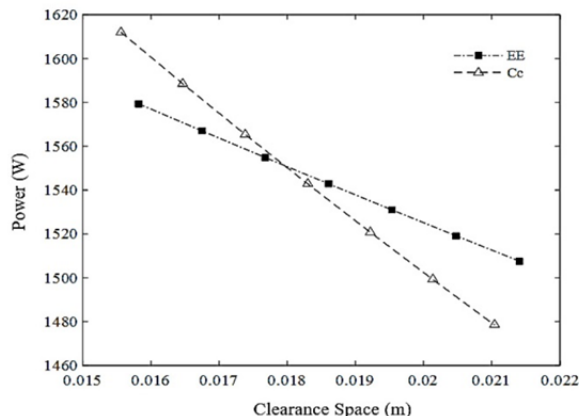


Fig. 10 The effect of variations of the compression and expansion dead volumes on the engine output power

شکل 10 اثر تغییرات حجم جاروب شده محفظه های تراکم و انبساط بر توان خروجی موتور

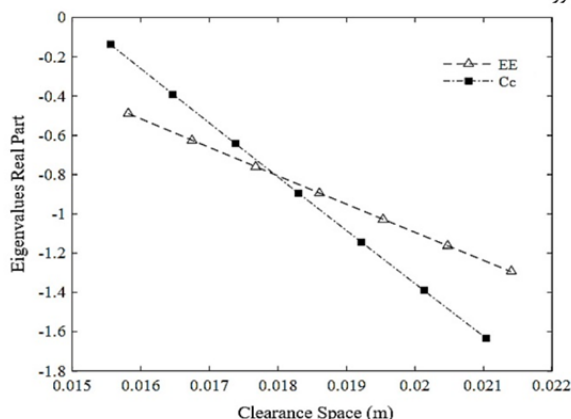


Fig. 11 The effect of variations of the compression and expansion dead volumes on the real part of the eigenvalue

شکل 11 اثر تغییرات حجم جاروب شده محفظه های تراکم و انبساط بر بخش حقیقی مقدار ویژه

5- بهینه سازی

5-1- تابع هدف، متغیرها و روش بهینه سازی

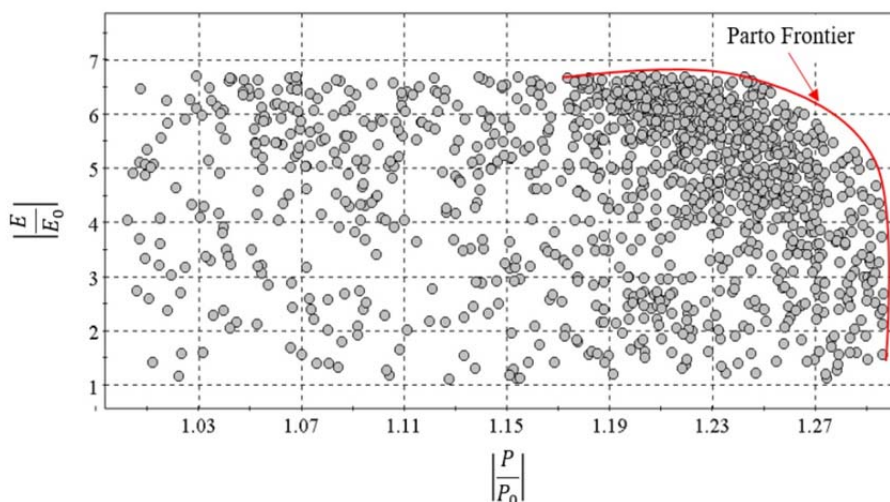


Fig. 12 Variations of absolute value of non-dimensional real-part eigenvalue versus non-dimensional output power in optimization iterations

شکل 12 تغییرات قدرمطلق بخش حقیقی مقدار ویژه بعد شده بر حسب توان خروجی بی بعد شده در تکرارهای بهینه سازی

جدول 3 مقادیر متغیرهای بهینه سازی و تابع هدف قبل و بعد از بهینه سازی

Table 3 The values of the optimization variables and objective function before and after optimization

ردیف	نوع مشخصه	مقادیر پارامترها قبل از بهینه سازی	مقادیر پارامترها بعد از بهینه سازی	درصد تغییرات پارامترها بعد از بهینه سازی
1	جرم پیستون قدرت	6.2 kg	5.270 kg	15% کاهش
2	جرم پیستون جابجاگر	0.426 kg	0.363 kg	14.78% افزایش
3	دمای منبع گرم	814.3 K	773.58 K	5% کاهش
4	دمای منبع سرد	430 K	380.05 K	11.61% کاهش
5	توان خروجی	1543 W	1916 W	24.17% افزایش
6	بخش حقیقی مقدار ویژه	-0.89	-5.98	571% کاهش
7	تابع هدف	1	2.331	133% افزایش

جدول 3 ارائه شده‌اند. با توجه به نتایج ارائه شده در جدول 3 ملاحظه می‌شود که با انجام بهینه‌سازی، تابع هدف به میزان 133% افزایش یافته و به عبارت دیگر، توان خروجی موتور 24.17% افزایش و بخش حقیقی مقدار ویژه حدود 5 واحد کاهش یافته است و این امر با تغییرات نسبتاً کم در مقادیر متغیرهای بهینه سازی حاصل گردیده است. به بیان دیگر، با تغییرات اندک در مقادیر جرم پیستون‌های قدرت و جابجاگر و دمای منابع گرم و سرد می‌توان در ضمن افزایش توان خروجی موتور، وضعیت پایداری آن را نیز بهبود بخشید.

6- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، مدل دینامیکی موتور استرلینگ پیستون آزاد RE1000 ساخته شده توسط کمپانی سان پاور مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. ابتدا معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی حاکم بر سیستم با در نظر گرفتن افت فشار درون محفظه‌های گرم‌کن، خنک‌کن و بازتاب حرارتی استخراج گردید. پس از حل معادلات دینامیکی غیرخطی به کمک متلب، به منظور اعتبار سنجی، نتایج مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی یکی از مراجع علمی مقایسه گردید و مشاهده شد که تطابق بسیار خوبی بین نتایج شبیه سازی حاضر و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. در ادامه با انجام مطالعه پارامتری، مؤثرترین عوامل بر پایداری و توان خروجی موتور، شناسایی شدند. بر این اساس، جرم پیستون‌های قدرت و جابجاگر و دمای منابع گرم و سرد از مؤثرترین پارامترها بر توان خروجی و پایداری موتور بودند که به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی در نظر گرفته شدند. با ارائه تابع هدف مناسب بر حسب توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه و در نظر گرفتن قیود مناسب، بهینه سازی با استفاده از یکی از روش‌های الگوریتم ژنتیک در نرم افزار مود فرانتیر انجام گردید. بر اساس نتایج به‌دست آمده، با تغییرات کم در پارامترهای ساختاری پیستون‌ها و دمای منابع گرم و سرد، می‌توان توان خروجی موتور را در حدود 24.17% افزایش داد و در ضمن، وضعیت پایداری موتور را بهبود داد. انجام مطالعات آزمایشگاهی و ساخت موتور استرلینگ پیستون آزاد با مقادیر بهینه ارائه شده در این مطالعه، به عنوان ادامه این پژوهش پیشنهاد می‌شود.

7- فهرست علائم

A	مساحت (m^2)
B, S	پارامترهای محاسباتی (m^2)
C_d	ضریب میرایی ویسکوز پیستون جابجاگر (Ns/m)
C_p	ضریب میرایی ویسکوز پیستون قدرت (Ns/m)
C_{palt}	ضریب میرایی ویسکوز آلتراتور (Ns/m)
C_{HP}	ضریب میرایی ویسکوز فنر گازی پیستون قدرت (Ns/m)

همچنین، مقدار نامی بخش حقیقی مقدار ویژه (R_0) برابر با -0.89 است که نمایانگر این امر است که سیستم بسیار نزدیک به مرز ناپایداری است و با کوچک‌ترین تغییر پارامترها ممکن است ناپایدار گردد. محدوده قید بخش حقیقی مقدار ویژه بازه 1- تا 6- در نظر گرفته شده است تا وضعیت پایداری موتور در محدوده قابل قبولی قرار داشته باشد. لازم به ذکر است که در این مطالعه، به منظور انجام بهینه‌سازی از یکی از روش‌های الگوریتم ژنتیک به نام مرتب سازی غیرغالب (NSGA-II)¹ استفاده می‌گردد.

هدف اصلی از بهینه سازی این است که با کمترین تغییرات در پارامترها، بهترین نتیجه از لحاظ توان خروجی و پایداری موتور حاصل شود. به همین دلیل قیود استفاده شده در بهینه‌سازی به‌گونه‌ای انتخاب شده اند که پارامترهای سیستم تغییرات زیادی نداشته باشند. در این مطالعه، مقدار نامی توان خروجی (P_0) برابر با 1534 وات است و قید توان خروجی به نحوی اعمال شده است که توان خروجی بین مقادیر 1543 تا 2000 وات قرار گیرد. همچنین، مقدار نامی بخش حقیقی مقدار ویژه (R_0) برابر با -0.89 است که نمایانگر این امر است که سیستم بسیار نزدیک به مرز ناپایداری است و با کوچک‌ترین تغییر پارامترها ممکن است ناپایدار گردد. محدوده قید بخش حقیقی مقدار ویژه بازه 1- تا 6- در نظر گرفته شده است تا وضعیت پایداری موتور در محدوده قابل قبولی قرار داشته باشد. لازم به ذکر است که در این مطالعه، به منظور انجام بهینه‌سازی از یکی از روش‌های الگوریتم ژنتیک به نام مرتب سازی غیرغالب (NSGA-II)² استفاده می‌گردد.

5-2 نتایج بهینه سازی

در این مطالعه، به منظور انجام بهینه سازی، از نرم افزار مود فرانتیر مرتبط شده با نرم افزار متلب به عنوان ابزاری قدرتمند در بهینه سازی، استفاده شده است.

نمودار تغییرات قدرمطلق بخش حقیقی مقدار ویژه بی بعد شده بر حسب توان خروجی بی بعد شده در تکرارهای بهینه‌سازی مطابق شکل 12 ارائه می‌گردد. با توجه به این نمودار، ملاحظه می‌گردد تکرارهای بهینه‌سازی همگرایی قابل قبولی داشته و مرز پرتو³ را تشکیل می‌دهند. همانگونه که در بخش 1-5 این مقاله، اشاره گردید، در این مطالعه، ضرایب وزنی مورد نظر برای بهینه‌سازی توان خروجی و بخش حقیقی مقدار ویژه به ترتیب 0.9 و 0.1 در نظر گرفته شده اند. بر این اساس، نقطه بهینه مورد نظر بر روی مرز پرتو ارائه شده در شکل 12 تعیین می‌گردد.

مقادیر متغیرهای بهینه‌سازی و تابع هدف، قبل و بعد از بهینه‌سازی، در

¹ Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

² Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

³ Pareto

- [4] S. Kwankaomeng, P. Promvong, Investigation on a free-piston stirling engine and pneumatic output, *The First TSME International Conference on Mechanical Engineering*, Ubon Ratchathani, Thailand, October 20-22, 2010.
- [5] A. Der Minassians, S. R. Sanders, Multiphase stirling engines, *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. 131, No. 2, pp. 1-11, 2009.
- [6] N. Ulusoy, *Dynamic Analysis of Free Piston Stirling Engines*, PhD Thesis, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, 1994.
- [7] H. Karabulut, Dynamic analysis of a free piston Stirling engine working with closed and open thermodynamic cycles, *Renewable Energy*, Vol. 36, No. 6, pp. 1704-1709, 2011.
- [8] M. D. Kankam, J. S. Rauch, Comparative survey of dynamic analyses of free-piston Stirling engines, *26th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*, Boston, United States, August 3-9, 1991.
- [9] F. Choudhary, *Dynamics of Free Piston Stirling Engines*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Maryland, College Park, 2009.
- [10] R. Redlich, D. Berchowitz, Linear dynamics of free-piston Stirling engines, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Power and Process Engineering*, Vol. 199, No. 3, pp. 203-213, 1985.
- [11] S. Bégot, G. Layes, F. Lanzetta, P. Nika, Stability analysis of free piston Stirling engines, *The European Physical Journal-Applied Physics*, Vol. 61, No. 3, pp. 1-16, 2013.
- [12] F. Choudhary, B. Balachandran, Hopf instabilities in free piston Stirling engines, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 9, No. 2, pp. 021003-1-11, 2014.
- [13] H. Bahrman, A. Tavakolpour-Saleh, Investigation of the effect of changes in displacer frequency on the power piston stroke of an active hot-air free-piston engine, *First International Conference in New Research on Mechanic, Mechatronic & Biomechanic*, Tehran, Iran, May 26, 2016. (in Persian فارسی)
- [14] S. Zare, S. A. Tavakolpour, Nonlinear dynamic analysis of solar free piston hot-air engine, *Modes Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 223-234, 2015. (in Persian فارسی)
- [15] H. S. Yang, C. H. Cheng, A nonlinear non-dimensional dynamic model for free piston thermal-lag stirling engine, *Energy Procedia*, Vol. 61, pp. 2662-2665, 2014.
- [16] J. Mou, G. Hong, Startup mechanism and power distribution of free piston Stirling engine, *Energy*, Vol. 123, pp. 655-663, 2017.
- [17] A. Tavakolpour-Saleh, S. Zare, H. Bahreman, A novel active free piston Stirling engine: Modeling, development, and experiment, *Applied Energy*, Vol. 199, pp. 400-415, 2017.
- [18] J. Mou, G. Hong, Multi-objective optimization and design for free piston Stirling engines based on the dimensionless power, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 171, No. 1, pp. 012097 :IOP Publishing, 2017.
- [19] A. Najafi Amel, Sh. Kouravand, P. Zarafshan, A. Mashaallah Kermani, M. Khashehchi, Optimization of alpha type stirling engine phase angle with step-by-step simulation method, *Modes Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 341-349, 2017. (in Persian فارسی)
- [20] A. Tavakolpour-Saleh, S. Zare, H. Badian, Multi-objective optimization of stirling heat engine using gray wolf optimization algorithm, *International Journal of Engineering-Transactions C: Aspects*, Vol. 30, No. 6, pp. 895-903, 2017.
- [21] M. H. Briggs, *Improving Free-Piston Stirling Engine Power Density*, National Aeronautics and Space Administration, Glenn Research Center, NASA Technical Report, Cleveland, Ohio, pp.1-148, 2016.
- [22] N. A. Khripach, D. A. Ivanov, L. Y. Lezhnev, F. A. Shustrov, Calculation Studies Of A Free-Piston Stirling Engine, *Journal of Industrial Pollution Control*, Vol. 32, No. 2, pp. 52-60, 2017.
- [23] I. Urieli, D. M. Berchowitz, *Stirling Cycle Engine Analysis*, pp. 51-85, Ohio: Taylor & Francis, 1984.

C_{Hd} ضریب میرایی ویسکوز فتر گازی پیستون جابجاگر (Ns/m)

C_f ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ

K_{hL} ضریب افت هد زانویی

$\frac{L}{d}$ نسبت طول به قطر در مبدل های حرارتی

m جرم (kg)

P فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)

r ثابت گاز (J/kg K)

T دما (K)

V حجم (m^3)

x_{pc} حجم جاروب شده محفظه تراکم (m)

x_{de} حجم جاروب شده محفظه انبساط (m)

علائم یونانی

ρ چگالی (kg/m^3)

Δp فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)

γ ضریب اتمسپته گاز (J/kg K)

زیر نویس ها

alt آلترناتور

c تراکم

d جابجاگر

e انبساط

h گرم کن

k خنک کن

mean متوسط

p پیستون

r میله پیستون جابجاگر

reg باز یاب

g گاز

8- مراجع

- [1] G. Walker, J. R. Senft, Free-piston Stirling engines, *Free Piston Stirling Engines*, pp. 23-99, Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [2] E. Rogdakis, G. Antonakos, I. P. Koronaki, Influence of a regenerator on stirling engine performance, *Journal of Energy Engineering*, Vol. 142, No. 2, 2016.
- [3] S. Kwankaomeng, B. Silpsakoolsook, P. Savangvong, Investigation on stability and performance of a free-piston stirling engine, *Energy Procedia*, Vol. 52, pp. 598-609, 2014.