



مطالعه عددی جابجایی آزاد سیالات ضخیم شونده غیرنیوتنی مدل پاورلا در یک محفظه نامتقارن تحت زوایای تمایل مختلف

ایمان پیشکار دهکردی^{1*}، بهزاد قاسمی²

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

* e.pishkar@pnu.ac.ir، صندوق پستی 115

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 02 مرداد 1396

پذیرش: 06 دی 1396

ارائه در سایت: 05 بهمن 1396

کلید واژگان:

انتقال حرارت جابجایی طبیعی

محفظة نامتقارن

سیال غیرنیوتنی پاورلا

عدد پرانتل توسعه یافته

در این تحقیق، به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی سیال غیرنیوتنی ضخیم شونده مدل پاورلا ($n > 1$) در یک محفظه بسته نامتقارن با نسبت منظری ثابت پرداخته شده است. در بسیاری تحقیقات پیشین، محفظه انتقال حرارت متقارن و تحت یک زاویه مشخص در نظر گرفته شده است. در این مطالعه معادلات حاکم به روش حجم محدود جبری شده و با استفاده از الگوریتم سیمپل سی حل شده است. برای اطمینان از صحت نتایج، نتایج کد نوشته شده را با نتایج مقالات دیگر در زمینه سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مقایسه شده است. اثر زاویه تمایل محفظه (γ) و عدد رایلی (Ra) بر انتقال حرارت و میدان جریان بررسی و مشاهده گردید که در اعداد رایلی کوچکتر از $Ra < 10^5$ تغییر زاویه تمایل تأثیری محسوس بر انتقال حرارت نداشته و در اعداد رایلی بزرگتر از $Ra > 10^5$ در زاویه $\gamma = 45^\circ$ کمترین انتقال حرارت را نسبت به سایر زوایا داریم. همچنین نتایج سیال نیوتنی ($n = 1$) و غیرنیوتنی ضخیم شونده با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج نشان می‌دهد که انتقال حرارت توسط سیالات غیرنیوتنی ضخیم شونده علاوه بر سایر پارامترها وابسته به n می‌باشد و در حالتی که زاویه تمایل محفظه $\gamma = 45^\circ$ باشد، انتقال حرارت سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم شونده برابر است. با توجه به رفتار غیرنیوتنی سیال و بی بعدسازی مساله، عدد بی بعد جدیدی با نامگذاری عدد پرانتل توسعه یافته (Pr^*) در معادلات ظاهر گردید که به خواص سیال، هندسه جریان و توان پاورلا (n) وابسته می‌باشد. مقدار بهینه آن در $Pr^* = 0.07$ مشاهده شد که در آن انتقال حرارت از محفظه مورد نظر به حد ماکزیمم خود رسید.

Numerical Investigation of Free Convection of Non-Newtonian Thickening Power Law Fluids in an Asymmetrical Enclosure under Various Inclinations

Iman pishkar dehkordi*, Behzad ghasemi

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

* P.O.B. 115, Shahrekord, Iran, e.pishkar@pnu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 24 July 2017

Accepted 27 December 2017

Available Online 25 January 2018

Keywords:

Free convection heat transfer

Asymmetrical enclosure

Non-newtonian thickening power law fluid

Extended Prandtl number

ABSTRACT

Free convection heat transfer of a non-Newtonian thickening power law ($n > 1$) fluid in a closed asymmetrical enclosure with fixed aspect ratio was investigated in this study. Many of the previous studies, addressed the case with symmetrical heat transfer enclosure and for a given inclination. The governing equations were established by the finite volume method and solved by the SIMPLEX algorithm. In order to evaluate the code, its results were compared to those of other papers in the field of Newtonian and non-Newtonian fluids. The impact of the enclosure inclination (γ) and the Rayleigh number (Ra) on the heat transfer and the flow field were investigated. It was found that for Rayleigh numbers smaller than $Ra < 10^5$, inclination has little impact on heat transfer, while at Rayleigh numbers larger than $Ra > 10^5$, the lowest heat transfer was observed at an angle of $\gamma = 45^\circ$. Moreover, the results pertaining to Newtonian ($n = 1$) and non-Newtonian thickening fluids were compared. The results show that heat transfer by thickening non-Newtonian fluids, in addition to other parameters, depends on the parameter n and in the case of the angle of inclination $\gamma = 45^\circ$, the heat transfer of Newtonian and non-Newtonian thickening fluids is equal. Considering the non-Newtonian behavior of the fluid and nondimensionalization of the problem, a new dimensionless number known as the extended Prandtl number (Pr^*) appeared in the equations that depends on fluids characteristics, flow geometry, and the power law exponent (n). Its optimal value was observed at ($Pr^* = 0.07$) where heat transfer from the enclosure was at maximum.

1- مقدمه

تجهیزات با توجه به ضرورت استفاده بهینه از فضا، استفاده از محفظه‌هایی با مقاطع مختلف و معمولاً نامتقارن می‌تواند مفید و ضروری باشد. اخیراً در بررسی کاربردهای مختلف در این زمینه، مطالعه در مورد انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌های پله‌دار بسیار مورد توجه واقع شده است. به

انتقال حرارت در محفظه‌های بسته کاربردهای متنوعی در صنعت دارد که از آن جمله می‌توان به کاربرد در ماشین‌های الکتریکی، سیستم‌های خنک‌کاری و دستگاه‌های میکروالکترونیک اشاره کرد. بنابراین در طراحی تمامی این

Please cite this article using:

I. pishkar dehkordi, B. ghasemi, Numerical Investigation of Free Convection of Non-Newtonian Thickening Power Law Fluids in an Asymmetrical Enclosure under Various Inclinations, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 02, pp. 115-126, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

عنوان مثال، یکی از روش‌های ساده برای خنک‌سازی المان‌های یک برد مدار الکترونیکی استفاده از جابجایی آزاد است. میزان انتقال حرارت درون محفظه دستگاه را می‌توان با ایجاد پله‌هایی در آن کنترل نمود. وجود این پله‌ها در محفظه می‌تواند تاثیر چشمگیری بر انتقال حرارت و جریان سیال در محفظه داشته باشد.

ابوندا و اوزتوپ [1] تاثیرات زاویه‌ی انحراف یک محفظه‌ی انتقال حرارت مستطیل شکل شیب‌دار که با نانوسیال آب- مس پر شده است را مورد مطالعه قرار دادند. محفظه مطالعه شده دارای یک دیواره داغ و یک دیواره سرد و دو دیواره عایق است. همچنین در مطالعه‌ی دیگر ابوندا و همکارانش [2] انتقال حرارت جابجایی طبیعی را در یک محفظه‌ی انتقال حرارت مستطیلی شکل که دیواره‌ی سمت چپ آن در دمای بالا (T_H) و دیواره‌ی سمت راست آن در دمای پایین (T_C) قرار داشت و دیواره‌های بالا و پایین آن عایق بودند را بررسی نمودند. از جمله نتایج این مطالعه افزایش انتقال حرارت جابجایی با افزایش عدد رایلی بود. وارل و همکارانش [3] به بررسی اثرات زاویه شیب بر روی جابجایی طبیعی و هدایت در یک محفظه تقسیم شده و پر شده با سیالات مختلف پرداختند. یک طرف محفظه هوا و طرف دیگر آب بود. محفظه از طریق یکی از دیواره‌های عمودی گرم و از طریق دیوار عمودی دیگر سرد می‌شد. همچنین نتایج حاصل بیانگر اهمیت رقیق شدن برشی روی میزان انتقال حرارت بود. امین‌الساداتی و قاسمی [4] محفظه شیب‌داری که دو دیواره مجاور آن در دو دمای مختلف بود را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که تاثیر زاویه محفظه در اعداد رایلی کم، بر خطوط جریان و دما ناچیز است و در رایلی-های بزرگ، جابجایی آزاد در محفظه به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. در تمامی اعداد رایلی، دمای متوسط محفظه با افزایش زاویه محفظه، تا یک مقدار ماکزیمم، افزایش یافته و پس از آن کاهش می‌یابد. نرخ کاهش دما در اعداد رایلی بزرگ مشهودتر است. رحمان و شریف [5] مطالعات عددی بر جابجایی آزاد در محفظه مستطیلی شیب‌دار با نسبت وجه‌های مختلف، انجام دادند. آن‌ها دریافتند که در محفظه‌های مربعی با طول و عرض برابر در یک شیب مشخص، انتقال حرارت جابجایی دیواره‌های سرد و گرم بیشترین مقدار را دارد. این در حالی است که در محفظه‌های با نسبت طول به عرض زیاد، همواره با افزایش شیب، انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد.

در سال‌های اخیر استفاده از سیالات غیرنیوتنی و مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌ها، به‌طور جدی مورد توجه قرار گرفته است و تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است. در کار حاضر نیز هدف مطالعه سیال غیرنیوتنی ضخیم‌شونده ($n > 1$) مدل پاورلا است که در محفظه نامتقارن و تحت زوایای مختلف بررسی می‌شود. بسیاری از سیال‌های صنعتی رفتارهای غیرنیوتنی از خود بروز می‌دهند. به‌عنوان مثال محلول‌ها و پلیمرهای مذاب و موادی که دارای خواص توأم لزج و الاستیک هستند دارای خواص غیرنیوتنی می‌باشند. در سیالات غیرنیوتنی رابطه میان تغییرات تنش برشی و نرخ تنش اعمال شده غیرخطی بوده و در این طیف از سیالات مدت زمان اعمال تنش نقش مهمی در تنش برشی حاصل شده ایجاد می‌کند. از این‌رو در سیالات غیرنیوتنی ضریبی ثابت مانند لزجت برای توصیف وضعیت تنش برشی معنا نخواهد داشت.

تمرکز بر روی مشخصه‌های انتقال حرارت و حرکت سیال در پروسه‌های حرارتی سیالات غیرنیوتنی که شامل کاربردهای صنعتی (خطوط انتقال، طراحی فرایندها و توسعه محصولات) هستند، ضروری است لامسادی و همکاران [6] در سال 2006 به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد از یک

محفظه مستطیلی افقی که به‌صورت یکنواخت از اطراف حرارت داده می‌شد و با سیال غیرنیوتنی از نوع پاورلا پر شده بود، پرداختند. در این مقاله علاوه بر حل عددی، یک حل تئوری تقریبی نیز ارائه شده است. توران و همکاران [7] در سال 2010 به بررسی انتقال حرارت طبیعی جریان آرام توسط سیالات بینگهام در یک محفظه مربعی پرداختند. سیالات بینگهام دارای تنش تسلیم می‌باشند و اگر تنش از حد تسلیم بیشتر شود، سیال جاری می‌شود. در این مقاله مشاهده می‌شود که در عدد Gr ثابت انتقال حرارت Nu توسط سیال نیوتنی بیشتر از سیال بینگهام¹ است که دلیل آن ضعیف بودن انتقال جابجایی در سیالات بینگهام می‌باشد. وینوگرادو و همکاران [8] در سال 2011 به بررسی انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی از نوع دیلاتانت در محفظه‌های مربعی و مستطیلی با مدل ریاضی پاورلا² پرداختند. آن‌ها نشان دادند که با وجود اختلاف آشکار در نرخ انتقال حرارت برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی، ولی رفتار مشابهی در فرم انتقال ساختار جریانی با افزایش زاویه افق دارند، به‌طوری که با افزایش زاویه افق ساختار جریان از چند گردابه بودن به سمت تک گردابه شدن تغییر می‌کند. حبیبی و همکاران [9] در سال 2013 انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیالات پاورلا بین دو داکت مربعی هم مرکز را که یکی در دمای گرم و دیگری سرد بود را بررسی کردند. تاثیر شاخص پاورلا (n)، عدد رایلی (Ra)، عدد پرائتل (Pr) و نسبت ابعاد³ در این مقاله بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شاخص پاورلا از 0.6 تا 1.4 مقدار انتقال حرارت کاهش می‌یابد. در رابطه با انتقال حرارت غیردائم از سیالات غیرنیوتنی می‌توان به کار کیم و همکاران [10] در سال 2003 اشاره کرد. آن‌ها انتقال حرارت جابجایی طبیعی غیردائم از سیالات غیرنیوتنی پاورلا را در محفظه مربعی بررسی نمودند. آن‌ها با استفاده از روش حجم محدود فهمیدند که ویژگی رئولوژیکی سیال تاثیر قابل‌توجهی بر فرایندهای گذرا دارد. همچنین حل عددی از نظر کیفی با حل تجزیه و تحلیل مقیاسی⁴ تطابق خوبی داشت. همچنین در رابطه با حل غیردائم روبرتو و همکاران [11] در سال 2013 به بررسی دوبعدی انتقال حرارت غیردائم سیالات گندزدایی غیرنیوتنی در محفظه مربعی پرداختند. در این مقاله تحول زمانی برای سرعت و انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی از نوع سوودوپلاستیک⁵ و دیلاتانت⁶ و همچنین سیالات نیوتنی بررسی شده است. از تحقیقات جدیدتر روی سیالات غیرنیوتنی می‌توان به کار گوها و پاردهن [12] در سال 2014 اشاره کرد. آن‌ها به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد سیالات غیرنیوتنی پاورلا روی یک صفحه افقی پرداختند. در این مقاله جریان به‌صورت یک بعدی تحلیل شده است. آن‌ها دریافتند که سیالات غیرنیوتنی دیلاتانت در اعداد پرائتل توسعه یافته یکسان، انتقال حرارت بهتری نسبت به سیالات نیوتنی و سوودوپلاستیک دارند. کفایتی [13] در سال 2014 به بررسی انتقال حرارت پلیمر مذاب غیرنیوتنی با شرایط مرزی دیواره به صورت سینوسی با استفاده از روش اختلاف محدود بولتزمن⁷ روی یک محفظه مربعی پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که روش بولتزمن یک روش مناسب برای حل این مساله است. همچنین با افزایش توان پاورلا انتقال حرارت به طور کلی کاهش پیدا می‌کند. هائو و همکاران [14] در سال 2015 به بررسی عددی ضریب انتقال حرارت و ضریب اصطکاک سطحی سیالات غیرنیوتنی پاورلا در لایه مرزی

¹ Bingham² Power-law model³ Aspect ratio⁴ Scale analysis⁵ Pseudoplastic⁶ dilatant⁷ FDLBM

محفظه و سیال است، در نتیجه انتقال حرارتی به صورت ترکیبی از رسانش و جابجایی طبیعی داریم. نسبت منطری پله و محفظه در تمام تحلیل ثابت خواهد بود.

3- معادلات حاکم

در این مطالعه فرض می‌کنیم که جریان لایه مرزی آرام و پایدار است و اتلاف حرارتی لزجت وجود ندارد. تولید انرژی صفر در نظر گرفته می‌شود. معادلات حاکم برای جریان آرام، دوبعدی و تراکم‌ناپذیر در داخل محفظه با فرض سیال غیرنیوتنی پاورلا و با استفاده از تقریب بوزینسک¹ عبارتند از [8]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

مومنوم x :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \rho g \sin \gamma (T - T_c) \quad (2)$$

مومنوم y :

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \rho g \cos \gamma (T - T_c) \quad (3)$$

انرژی:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

مدل پاورلا بیشترین کاربرد را در توصیف سیالات غیرنیوتنی لزج خالص دارد. ارتباط بین تنش برشی و نرخ برش در این مدل به شکل زیر خواهد بود. متغیرهای n و k ثابت‌های تجربی هستند و به عنوان شاخص پایداری و شاخص سیال پاورلا شناخته می‌شوند [19].

تنش برشی برای سیال غیرنیوتنی:

$$\tau_{ij} = 2\mu_a D_{ij} = \mu_a \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

ویسکوزیته ظاهری برای سیال غیرنیوتنی:

$$\mu_a = \kappa \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

با استفاده از متغیرهای بدون بعد زیر معادلات را بازنویسی می‌کنیم:

پارامترهای بدون بعد:

$$X = \frac{x}{L_x} \cdot Y = \frac{y}{L_y} \cdot \theta = \frac{(T - T_c)k}{q'' L_x} \cdot U = \frac{u L_x}{\alpha} \cdot V = \frac{v L_x}{\alpha} \cdot P = \frac{p}{\rho \left(\alpha / L_x \right)^2} \quad (7)$$

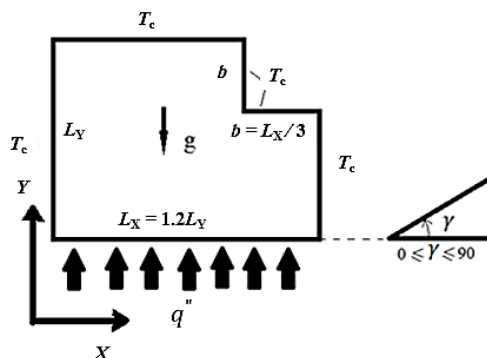


Fig. 1 Schematic geometry of the problem

شکل 1 شماتیک هندسه مساله

پرداختند. این مقاله براساس آنالیز تئوری لایه مرزی انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که توزیع لایه مرزی حرارتی نه تنها به نسبت سرعت بلکه به توان پاورلا و عدد پرناتل هم وابسته است. نلسون و همکاران [15] در سال 2016 به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد سه‌بعدی از ظرفی که توسط یک محفظه احاطه شده است، پرداختند. داخل ظرف سیال غیرنیوتنی پاورلا و اطراف آن در محفظه هوا قرار گرفته است. نتایج توسط خطوط جریان و خطوط همدم در اعداد رایلی متفاوت برای سیال غیرنیوتنی و نیوتنی به تصویر کشیده شده است. شاه مردان و همکاران [16] در سال 93 به شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی از میان یک کانال با یک حفره پرداختند. در این مقاله از مدل غیرنیوتنی کاریو-یاسودا که وابستگی تنش به نرخ برش را به خوبی بیان می‌کند، استفاده می‌شود و همچنین اثر شاخص پاورلا روی خواص جریان مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حل عددی بیان می‌کند که با کاهش توان نمایی پاورلا، طول توسعه یافتگی جریان افزایش، سرعت در مرکز کانال و افت فشار جریان کاهش می‌یابد. توران و همکاران [17] با استفاده از نرم‌افزار تجاری فلوئنت مطالعه کاملی بر فرایند جابجایی طبیعی سیالات غیرنیوتنی پیرو قانون توانی انجام داده و رابطه‌ای تحلیلی-تجربی را برای عدد ناسلت در گستره‌ای وسیع از عدد رایلی و پرناتل ارائه نمودند که دقت قابل توجهی دارد. اوها و همکاران [18] جابجایی آزاد سیالات شبه پلاستیک در یک محفظه مربعی شکل با گرمایش از کف و سرمایش از بالا را بررسی کردند. نتایج مطالعه آن‌ها بیانگر اهمیت غلظت سیال روی میزان انتقال حرارت بود.

با توجه به این‌که بسیاری از سیالات مورد استفاده در صنعت رفتار غیرنیوتنی دارند، به همین دلیل مطالعه رفتار هیدروپنماتیک و حرارتی آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است؛ به خصوص سیالات غیرنیوتنی ضخیم شونده که رفتار بسیار خاص از خود نشان می‌دهند. در این نوع از سیالات با افزایش نرخ برش، تنش برشی افزایش پیدا می‌کند؛ به همین دلیل در کاربرد آن‌ها در جلیقه‌های ضد گلوله مطالعه شده است. در این مطالعه جریان طبیعی برای سیال لزج، تراکم‌ناپذیر و غیرنیوتنی ضخیم شونده مدل پاورلا در حالت دائم و آرام در محفظه‌ی مربعی نامتقارن و تحت زوایای مختلف به روش عددی شبیه سازی شده است. برای تقریب چگالی از تقریب بوزینسک استفاده شده است. در این تحقیق، بررسی مسائل محدود به سیالات لزج خالص مستقل از زمان و بدون تنش تسلیم اولیه انجام شده است. از روش عددی حجم محدود برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی به روابط جبری که مقدار متغیرهای وابسته را به گره‌های شبکه محاسباتی ارتباط می‌دهند، استفاده شده است. اثر تغییرات زاویه‌ی محفظه نسبت به خط افق و شاخص پاورلا بر روی مشخصات جریان از قبیل عدد ناسلت بر روی دیواره، خطوط هم دم، خطوط جریان و دمای میانگین در رایلی‌های 10^2 تا 10^6 بررسی شده است. در این مطالعه تنها عاملی که باعث جریان سیال می‌شود، اختلاف دمای کف محفظه و سیال است، در نتیجه انتقال حرارت به صورت ترکیبی از رسانش و جابجایی طبیعی خواهد بود و زاویه محفظه نیز تاثیر چشم‌گیری بر نیروهای غوطه وری و در نتیجه انتقال حرارت جابجایی آزاد دارد.

2- مدل ریاضی

"شکل 1" شامل یک محفظه مستطیلی به ابعاد L_x و L_y است که دارای یک پله به ضلع b است و با افق نیز زاویه γ می‌سازد $L_x/L_y = 6/5$ و $b/L_x = 1/3$ ضلع پایینی تحت شار حرارتی q'' قرار دارد و سایر اضلاع محفظه دارای دمای T_c هستند. عاملی که باعث جریان سیال می‌شود، اختلاف دمای کف

¹ Bossinesque approximation

معادله پیوستگی:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr}^* \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(2\mu'_a \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu'_a \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right) + \text{Ra Pr} \sin \theta \quad (8)$$

مومنوم X:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr}^* \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(2\mu'_a \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu'_a \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right) + \text{Ra Pr} \sin \theta \quad (9)$$

مومنوم Y:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr}^* \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu'_a \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(2\mu'_a \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right) + \text{Ra Pr} \cos \theta \quad (10)$$

انرژی:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (11)$$

که پارامترهای بدون بعد این معادلات به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\text{Pr}^* = \frac{\kappa}{\rho \alpha^{2-n} L_x^{2n-2}} \quad (12)$$

ویسکوزیته ظاهری:

$$\mu'_a = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (13)$$

عدد پرانتل:

$$\text{Pr} = \frac{\theta}{\alpha} \quad (14)$$

عدد رایلی:

$$\text{Ra} = \frac{g \beta L_x^3 L_y q''}{(k \nu \alpha)} \quad (15)$$

میزان انتقال حرارت در قالب عدد نوسلت قابل بیان است. با توجه به مقادیر بدون بعد، ناسلت موضعی روی هر یک از سطوح تحت شار از رابطه زیر محاسبه می شود:

عدد نوسلت موضعی:

$$\text{Nu}_x = \left(\frac{1}{\theta} \right)_{Y=0} \quad (16)$$

می توان با انتگرال گیری از رابطه فوق روی سطح تحت شار، نوسلت متوسط را به صورت زیر بیان کرد:

عدد نوسلت متوسط:

$$\text{Nu}_m = \int_0^1 \text{Nu}_x dX \quad (17)$$

4- شرایط مرزی

با توجه به هندسه مساله شرط عدم لغزش روی دیواره ها ($U \cdot V = 0$) شرط مرزی مورد استفاده در حل معادلات حرکت هستند. شرط مرزی حرارتی نیز، با توجه به این که دیواره پایین تحت شار حرارتی ثابت است به صورت:

$$q'' = -k \frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y=0} \xrightarrow{\text{استفاده از پارامترهای بدون بعد}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \bigg|_{Y=0} = -1 \quad (18)$$

برای سایر دیواره ها از شرط مرزی زیر استفاده می کنیم.

$$T = T_c \xrightarrow{\text{استفاده از پارامترهای بدون بعد}} \theta = 0 \quad (19)$$

5- روش عددی و استقلال حل از شبکه

به منظور انجام شبیه سازی عددی باید معادلات دیفرانسیل حاکم بر مساله (معادلات 8 تا 11) به معادلات جبری تبدیل شوند به همین جهت معادلات بی بعد به روش اختلاف محدود بر مبنای حجم کنترل گسسته سازی شدند. میدان حل با استفاده از یک شبکه یکنواخت جابجا شده شبکه بندی شد. دمای دیواره های سرد به عنوان دمای مرجع در نظر گرفته شده است. برای حل همزمان معادلات جبری شده از الگوریتم سیمپل سی¹ و یک برنامه به زبان فرترن، استفاده شده است. اساس این روش در انتگرال گیری از معادله دیفرانسیل بر روی حجم کنترل (شبکه) استوار بوده و در آن از پروفیل های مختلف در بین نقاط شبکه در محاسبات انتگرال کمک گرفته می شود. به این منظور دامنه حل را به یک سری حجم کنترل که در هر حجم کنترل یک نقطه شبکه قرار دارد تقسیم کرده و به کمک انتگرال گیری معادله دیفرانسیل جبری می شود. بنابراین حل حاصل شده نیز به روش تکرار استوار است [20]. به همین جهت معیار همگرایی که کوچک کردن مقادیر باقیمانده است، برای معادله پیوستگی کوچکتر از 10^{-4} و برای معادلات مومنوم و انرژی کوچکتر از 10^{-5} در نظر گرفته شده است.

نتایج ناسلت متوسط در $\text{Ra} = 10^5$ و $\gamma = 0^\circ$ برای چهار نوع شبکه بندی یکنواخت با تعداد 50×50 ، 60×60 ، 70×70 و 80×80 امتحان گردید که در جدول 1 ارائه شده است. مشاهده شد که در حالت 70×70 ، افزایش تعداد گره تغییر محسوسی را در نتایج نشان نمی دهد. بنابراین این شبکه برای مساله مورد نظر انتخاب گردید.

6- اعتبارسنجی روش عددی

جهت بررسی عملکرد کد کامپیوتری مقایسه ای با برخی از کارهای انجام شده دیگران صورت گرفته است که در این قسمت به دو مورد از آن ها اشاره می شود. البته لازم به ذکر است که کد نوشته شده با مقالات زیادی اعتبارسنجی شده است و دلیل انتخاب هر یک از این موارد که در ادامه آمده است، با توجه به نزدیک بودن به پروژه انجام شده است.

ابتدا کانالی عمودی با یک دیواره عایق و دیواره دیگر در دمای $T_h = 1$ همراه با یک قطعه گرم در همین دما مطابق مرجع [21] در نظر گرفته شد (شکل 2 الف). با استفاده از کد کامپیوتری، سرعت بی بعد در راستای کانال (u/u_c) در مقطع عرضی $x/w = 0.77$ به ازای اعداد رایلی ($\text{Ra} = 10^3, 10^5$) و عدد ریچاردسون برابر ($\text{Ri} = 3$) محاسبه شد و با نتایج مشابه مقایسه گردید. همان طور که از "شکل 2" مشاهده می شود، نتایج به دست آمده در مقایسه با نتایج موجود تفاوت چندانی ندارد. برای بررسی میدان سرعت، اعتبارسنجی با این مرجع انجام شده است.

برای اطمینان از صحت کد کامپیوتری جهت حل میدان جریان و حرارت سیالات غیرنیوتنی نتایج با مرجع [17] مقایسه شده است. مرجع [17] جابجایی طبیعی آرام از سیالات پاورلا در یک محفظه مربعی با دمای دیواره ثابت می باشد (شکل 3). در "شکل 3" مقایسه نتایج نشان دهنده وجود اختلاف اندک بین مقادیر ناسلت متوسط در کار حاضر و مرجع فوق است.

¹ Simple C

جدول 1 بررسی عدد ناسلت متوسط برحسب تعداد گره

Table 1 Examination of the average Nusselt number in terms of the number of nodes

تعداد گره	80×80	70×70	60×60	50×50
ناسلت متوسط	4.4429	4.4431	4.3801	4.3224

7- نتایج و بحث

نتایج در چند مرحله مختلف بررسی شده است. در مرحله اول عدد رایلی ثابت فرض می‌شود و مقدار زاویه افزایش داده شده است. در مرحله دوم زاویه محفظه ثابت می‌باشد و تغییرات عدد رایلی در نظر گرفته می‌شود. مرحله سوم به مقایسه انتقال حرارت بین سیال ضخیم شونده غیرنیوتنی و نیوتنی پرداخته خواهد شد. در این مراحل عدد رایلی $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ و پرانتل برابر $Pr = 10^2$ و $Pr^* = 0.07$ در نظر گرفته شده است. در ادامه به بررسی عدد بی بعد Pr^* که با توجه به ترم های غیرنیوتنی در معادلات ظاهر شده است، پرداخته می‌شود.

1-7 بررسی اثر زاویه تمایل محفظه بر میدان جریان، دما و انتقال حرارت

"شکل 4" نشان دهنده خطوط جریان (سمت راست) و خطوط هم‌دما (سمت چپ) برای سیال غیرنیوتنی ضخیم شونده در $Ra = 10^5$ و زاویه تمایل محفظه $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ می‌باشد. در اغلب تحقیقات پیشین، محفظه انتقال حرارت به دلایل مختلفی از جمله ساده‌تر بودن میدان محاسباتی متقارن است. اما مشاهده می‌شود که وجود پله باعث نامتقارن شدن هندسه مساله و در نتیجه نامتقارن شدن خطوط جریان و خطوط هم‌دما می‌گردد. به‌طور کلی محفظه‌های نامتقارن با زوایای تمایل مختلف در کانال‌ها یا میکروکانال‌ها، صنعت ریخته‌گری و یا فضاهای ناخواسته مثل فضای قرارگیری قطعات الکترونیکی، کار برد دارند.

در "شکل 4" مشاهده می‌شود که گردابه‌هایی به‌صورت افقی و عمودی در محفظه شکل گرفته است به‌طوری‌که علاوه بر گردابه مرکزی گردابه‌های کوچکی نیز در اطراف پله شروع به رشد می‌کند. گردابه‌ای که در پشت ضلع قائم پله شکل گرفته است کم‌کم و با افزایش زاویه محفظه نسبت به خط افق کوچک شده و نهایتاً از بین می‌رود؛ گردابه ایجاد شده در پایین پله نیز با افزایش زاویه محفظه به سمت گردابه مرکزی گسترش می‌یابد و به تدریج گردابه مرکزی تمام حجم محفظه را در بر می‌گیرد. به‌طور دقیق‌تر از دنبال کردن خطوط جریان در محفظه دیده می‌شود که روند شکل‌گیری گردابه‌ها

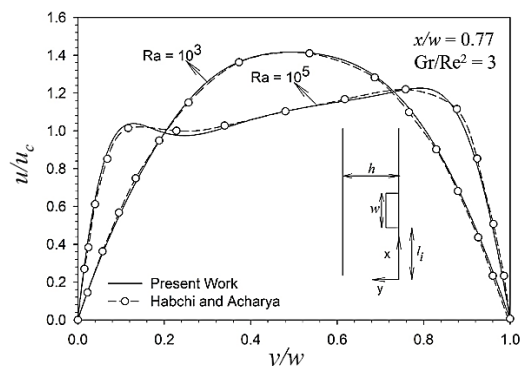


Fig. 2 Schematic diagram of the reference [21] and Comparison of dimensionless velocity obtained from the present study with reference [21]

شکل 2 دیاگرام شماتیک از مرجع [21] و مقایسه سرعت بی بعد بدست آمده از مطالعه حاضر با مرجع [21]

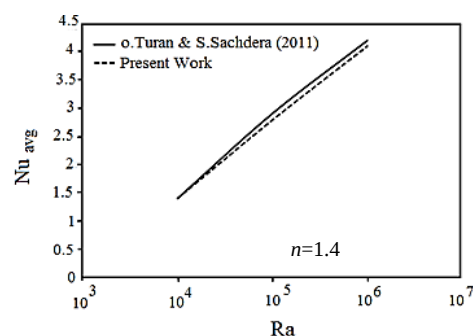
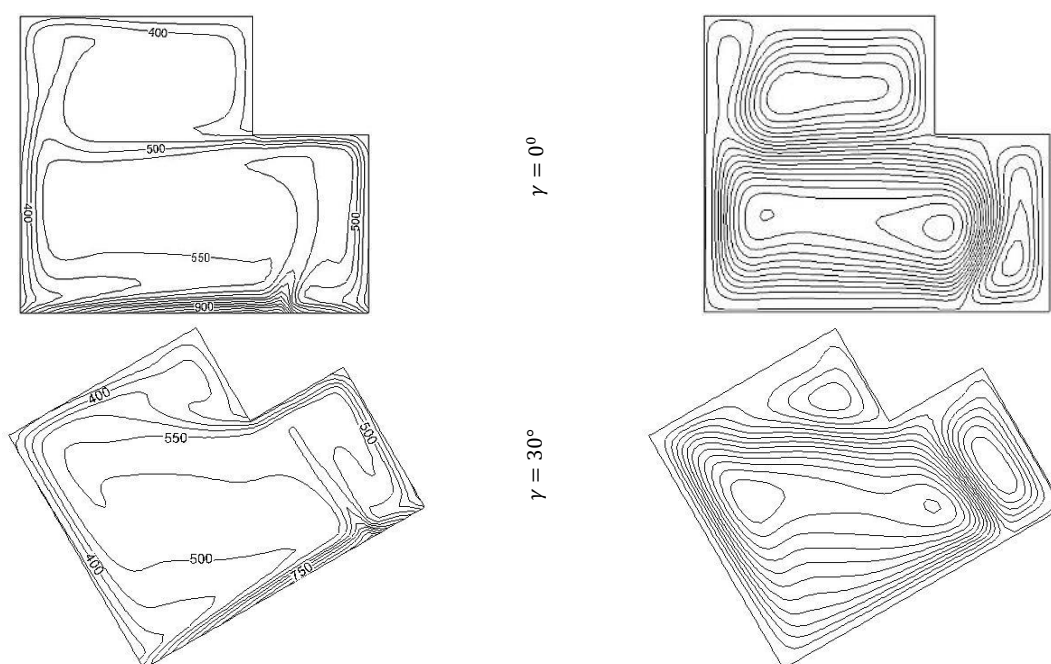


Fig. 3 Comparison of the mean Nusselt at present work with reference [17]

شکل 3 مقایسه نتایج عددی کار حاضر با نتایج مرجع [17]



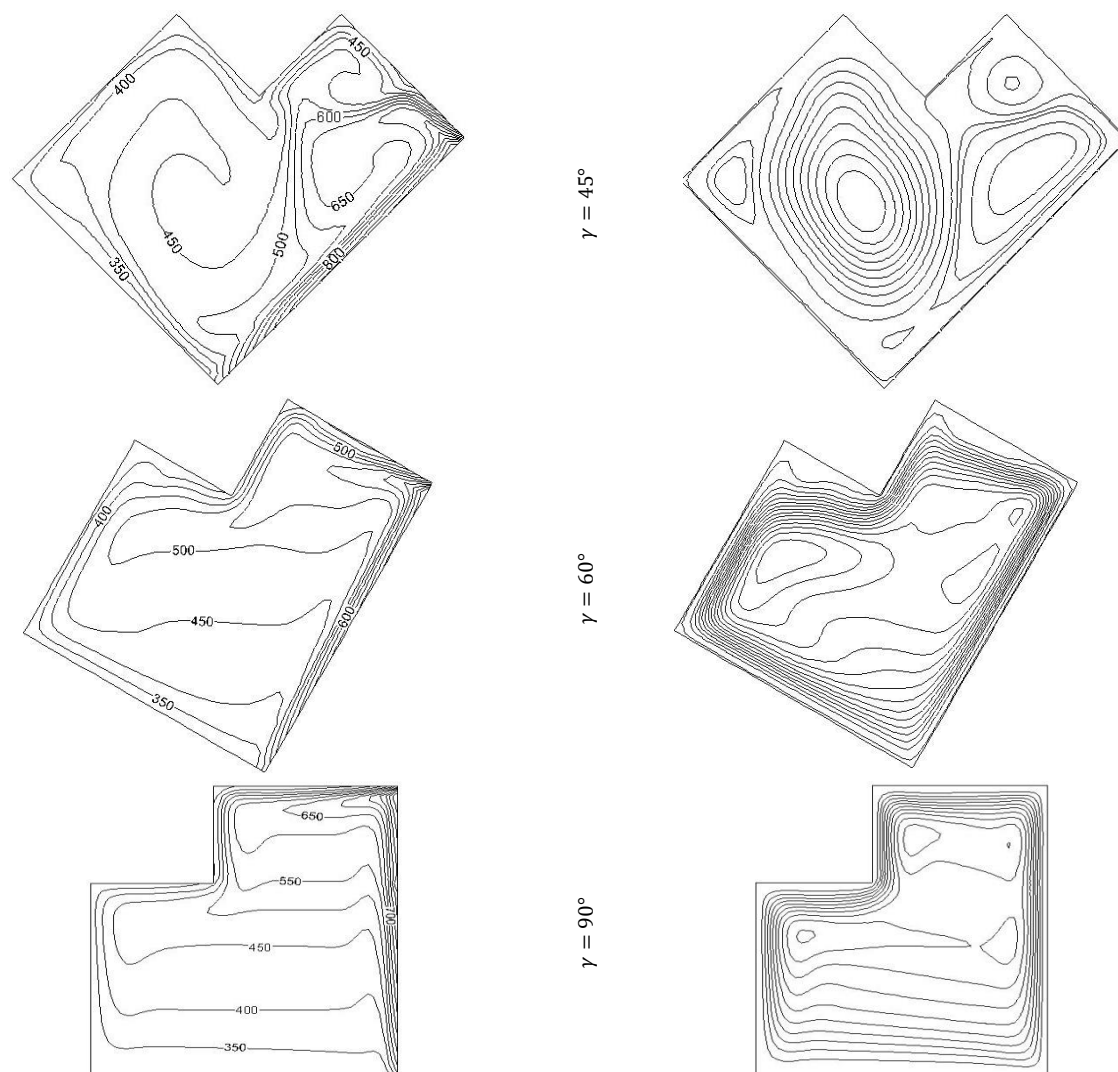


Fig. 4 Temperature lines (left) and stream lines (right) at different angles for $Ra = 10^5$ and $n = 1.4$

شکل 4 خطوط همدم (سمت چپ) و خطوط جریان (سمت راست) در زوایای مختلف برای $n = 1.4$ و $Ra = 10^5$

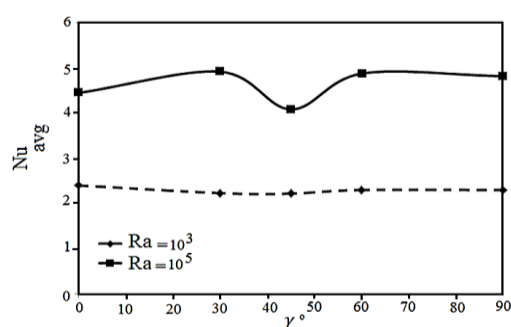


Fig. 5 Comparison of average Nusselt at different angles at $n = 1.4$; $Ra = 10^3$; 10^5

شکل 5 مقایسه نوسلت متوسط در زوایای مختلف در $n = 1.4$; $Ra = 10^3$; 10^5

2-7- بررسی اثر عدد رایلی بر میدان جریان، دما و انتقال حرارت

در قسمت قبل با توجه به این که بیشترین انتقال حرارت در زوایای 60° ؛ 30° رخ داد، لذا زاویه 60° را برای بررسی تاثیر عدد رایلی بر انتقال حرارت انتخاب کرده ایم. "شکل 6" بیانگر خطوط جریان (سمت

در محفظه به این شکل می باشد: با افزایش زاویه تا 30° گردابه مرکزی گسترده شده و کشیده شدن آن در کل محفظه نامتقارن انتظار افزایش انتقال حرارت را می دهد؛ سپس با ادامه افزایش زاویه تا 45° از گستردگی گردابه مرکزی کم می شود و گردابه های کوچک و موضعی در گوشه ها بوجود می آید؛ انتظار می رود در این حالت کمترین انتقال حرارت را داشته باشیم. در ادامه با افزایش زاویه تا 60° مجدداً گردابه مرکزی در کل محفظه گسترده می شود که در این حالت انتظار بهبود انتقال حرارت را داریم. در ادامه با افزایش زاویه تا 90° وجه تحت شار حرارتی به صورت عمودی قرار می گیرد و انتظار کاهش انتقال حرارت را داریم. چگونگی توزیع نیروهای بویانسی در جهت x و y بر اثر چرخش محفظه می تواند موجب به وجود آمدن این تغییرات در میدان جریان و انتقال حرارت شود. مطالب شرح داده شده از "شکل 5" نیز مشخص می باشد. "شکل 5" بیانگر مقدار انتقال حرارت در زوایای مختلف در دو عدد رایلی 10^3 ؛ 10^5 می باشد. از این شکل مشاهده می شود که حساسیت انتقال حرارت در محفظه در اعداد رایلی بالا مشهودتر است و در زاویه 45° کمترین انتقال حرارت از محفظه را داریم. در حقیقت با تغییر زاویه شتاب گرانش را تغییر داده ایم که باعث تغییر در انتقال حرارت و نحوه شکل گیری گردابه ها می گردد.

رایلی برای افزایش آن می توان شرایط مرزی مساله (مقدار شار حرارتی) را تغییر دهیم. در نتیجه انتقال حرارت بهبود قابل توجهی می یابد. در اعداد رایلی کوچک خطوط هم دما در نزدیکی اضلاع به صورت خطوطی موازی با دیواره های محفظه هستند ولی با افزایش عدد رایلی دچار آشفتگی بیشتری خواهند شد که در محدوده قرارگیری پله چشمگیرتر است.

راست) و خطوط هم دما (سمت چپ) در زاویه $\gamma = 60^\circ$ و اعداد رایلی $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ می باشد. با افزایش عدد رایلی، قدرت جریان و نیروی شناوری افزایش یافته، خطوط جریان و خطوط هم دما نامنظم تر می شوند و گردابه های بیشتری شکل می گیرد و در هر مرحله میزان چرخش آن بیشتر می شود که بیانگر این مطلب است که شیوه غالب در انتقال حرارت از رسانش به جابه جایی طبیعی تغییر یافته است. در حقیقت با توجه به تعریف عدد

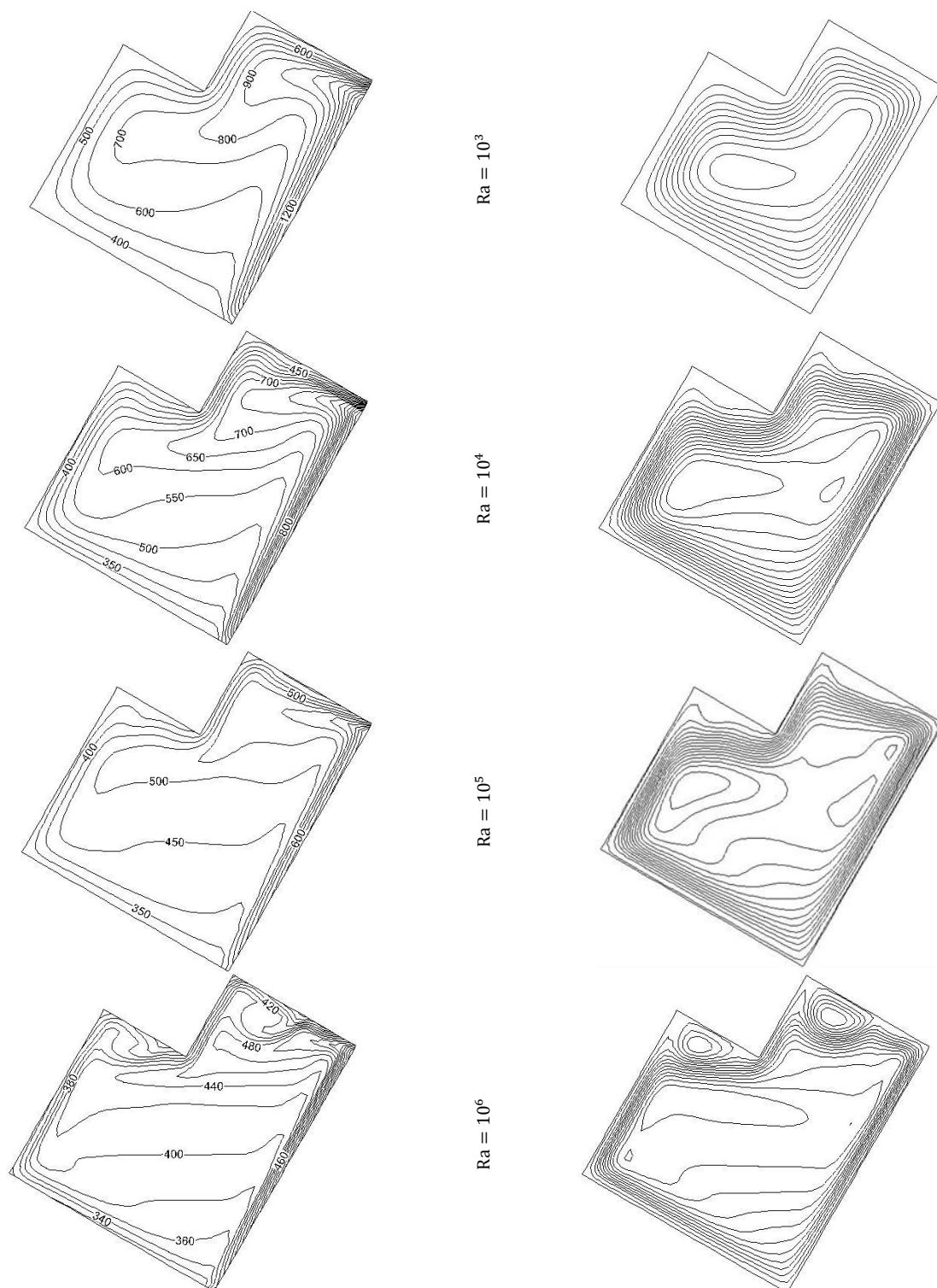


Fig. 6 Temperature lines (left) and stream lines (right) at different Rayleigh numbers at $n = 1.4$; $\gamma = 60^\circ$

شکل 6 خطوط هم دما (سمت چپ) و خطوط جریان (سمت راست) در اعداد رایلی مختلف در $n = 1.4$; $\gamma = 60^\circ$

شکل دیده می‌شود که انتقال حرارت توسط سیال غیرنیوتنی ضخیم‌شونده بهتر از سیال نیوتنی می‌باشد به جز در زاویه تمایل برابر $\gamma = 45^\circ$ که انتقال حرارت توسط هر دوسیال برابر شده است. بنابراین در کاربردهای عملی چنانچه اجبار به استفاده از سیال نیوتنی بود می‌توان زاویه را برابر $\gamma = 45^\circ$ انتخاب نمود که انتقال حرارت بهتری داشته باشیم و باعث افزایش راندمان

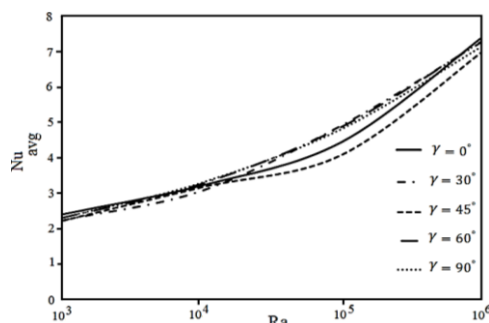


Fig. 7 Comparison of average Nusselt number in terms of Rayleigh numbers for thickening Power Law fluids

شکل 7 مقایسه عدد ناسلت متوسط در کف محفظه برحسب عدد رایلی برای سیال غیرنیوتنی ضخیم شونده

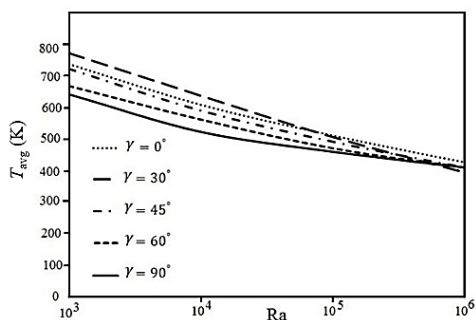
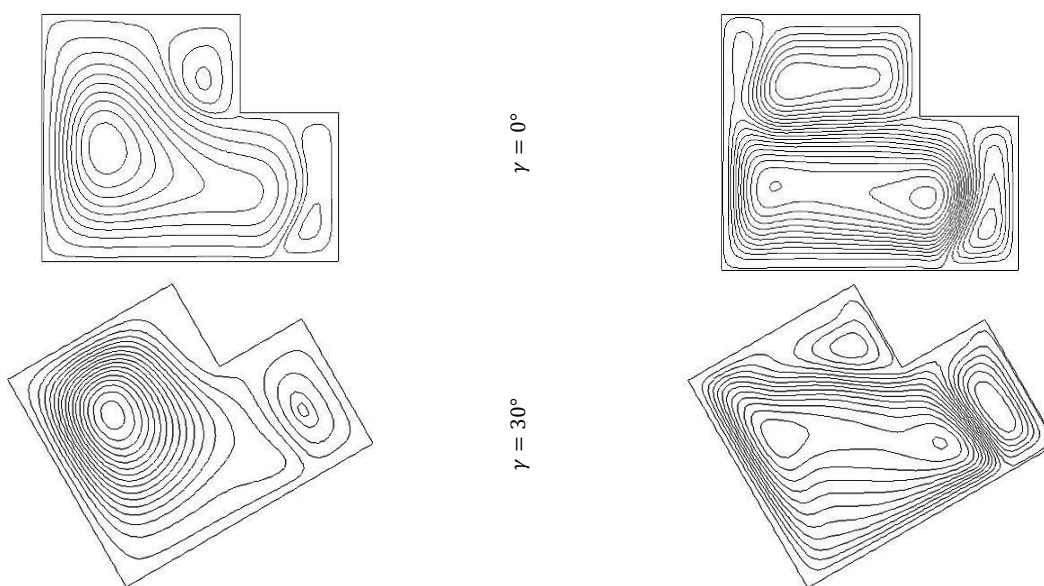


Fig. 8 Comparison of the average temperature of the non-Newtonian thickening fluid inside the cavity at different angles and Rayleigh number

شکل 8 مقایسه دمای میانگین سیال غیر نیوتنی ضخیم شونده درون محفظه در زوایا و اعداد رایلی مختلف



"شکل 7" بیانگر میزان انتقال حرارت برحسب عدد رایلی در زوایای مختلف می‌باشد. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود با افزایش عدد رایلی، انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند و این افزایش در زوایای بزرگتر از $\gamma > 0^\circ$ مشهودتر می‌باشد، به جز زاویه $\gamma = 45^\circ$ که نسبت به سایر زوایا، افزایش کمتری در انتقال حرارت می‌دهد.

"شکل 8" دمای میانگین محفظه را (T_{avg}) برحسب عدد رایلی در زوایای مختلف $\gamma = 0^\circ; 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 90^\circ$ نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص می‌باشد در کلیه زوایا با افزایش عدد رایلی میانگین محفظه کاهش پیدا می‌کند به عبارت دیگر می‌توان گفت که با افزایش عدد رایلی محفظه خنک‌تر می‌شود یعنی انتقال حرارت بهتری انجام می‌شود که دلیل آن هم تغییر مکانیزم انتقال حرارت، از رسانش به جابجایی طبیعی است. دمای میانگین در اعداد رایلی کوچکتر از 10^5 در زوایای مختلف متفاوت می‌باشد و کمترین دما در زوایای $\gamma = 60^\circ; 90^\circ$ اتفاق افتاده است ولی با افزایش رایلی دمای میانگین محفظه تابع زاویه تمایل نمی‌باشد و در کلیه زوایا، دمای میانگین تقریباً یکسانی داریم.

3-7- مقایسه رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی سیال نیوتنی ($n = 1$) و غیرنیوتنی ضخیم شونده ($n = 1.4$)

در این بخش با تغییر شاخص پاورلا (n) به مقایسه رفتار حرارتی سیال نیوتنی ($n = 1$) و غیرنیوتنی ضخیم شونده ($n = 1.4$) پرداخته شده است. "شکل 9" نشان دهنده خطوط جریان برای سیال نیوتنی (سمت چپ) و سیال غیرنیوتنی ضخیم شونده (سمت راست) در رایلی $Ra = 10^5$ می‌باشد. از مقایسه بین خطوط جریان در هر زاویه تمایل مشاهده می‌شود که سیال غیرنیوتنی گردابه‌های بیشتری نسبت به سیال نیوتنی دارد؛ بنابراین می‌توان انتظار داشت که انتقال حرارت نسبتاً بیشتری (با توجه به تعداد گردابه‌ها) هم نسبت به سیال نیوتنی داشته باشد. "شکل 10" نیز بیانگر این موضوع است.

"شکل 10" نشان‌دهنده عدد نوسلت متوسط برحسب زاویه تمایل محفظه برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم شونده می‌باشد. با توجه به این

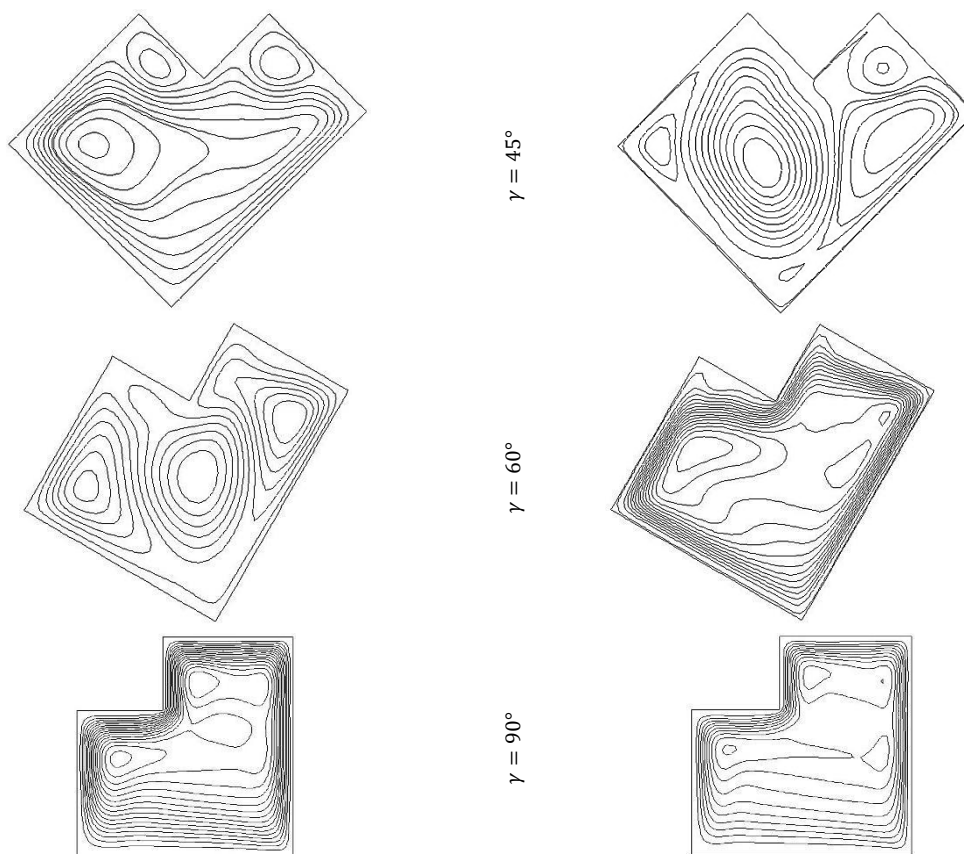


Fig. 9 Stream lines at $Ra = 10^5$, Thickening Non-Newtonian fluid(right, $(n = 1.4)$) and Newtonian fluid(left, $(n = 1)$)

شکل 9 خطوط جریان در $Ra = 10^5$ ، سمت راست: سیال غیرنیوتنی ضخیم شونده $(n = 1.4)$ و سمت چپ: سیال نیوتنی $(n = 1)$

کوچک‌تر از یک است بنابراین در یک نرخ برش ثابت با افزایش شاخص سیال پاورلا n بزرگتر از یک) ویسکوزیته ظاهری کاهش خواهد یافت و انتقال حرارت جابجایی طبیعی شدت می‌یابد. به همین جهت مشاهده می‌شود در یک رایلی ثابت بهبود عملکرد حرارتی با افزایش n در سیال ضخیم شونده پاورلا چشمگیرتر است. این رفتار با توجه به روابط ارائه شده در مرجع [22] قابل پیش‌بینی است.

با بررسی دمای میانگین سیال در یک عدد رایلی ثابت (شکل 11) مشاهده می‌شود که برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی با افزایش زاویه محفظه

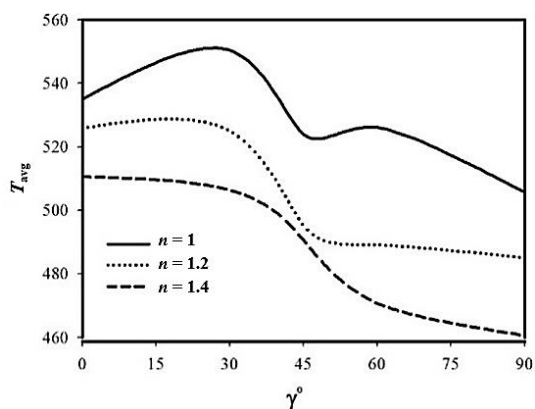


Fig. 11 Comparison of the mean temperature for the Newtonian and thickening non-Newtonian fluid for Various Inclinations and $Ra = 10^5$

شکل 11 مقایسه دمای میانگین سیال نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم‌شونده در زوایای مختلف و $Ra = 10^5$

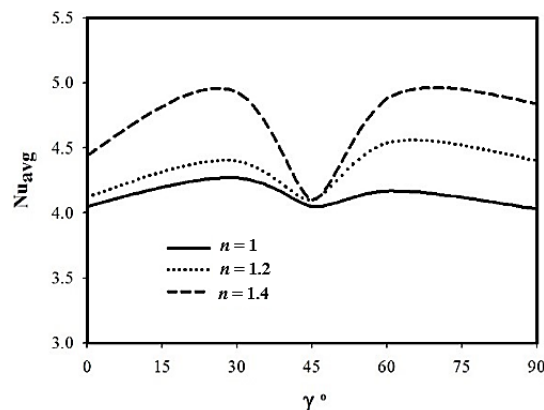


Fig. 10 Comparison of the mean Nusselt for the Newtonian and thickening non-Newtonian fluid for Various Inclinations and $Ra = 10^5$

شکل 10 مقایسه نوسلت متوسط در کف محفظه برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم شونده برای زوایای مختلف محفظه و $Ra = 10^5$

سیستم شود. همچنین از "شکل 10" مشخص است که برای سیال نیوتنی انتقال حرارت چندان به زاویه تمایل محفظه وابسته نمی‌باشد ولی برای سیال غیرنیوتنی غلیظ در یک رایلی ثابت تغییر زاویه γ می‌تواند منجر به بروز رفتارهای حرارتی و نتایج متفاوتی گردد و این موضوع در n های بزرگتر مشهود تر می‌باشد. با توجه به "شکل 10" مشخص است که کمترین عدد ناسلت متوسط کف محفظه در وضعیت $\gamma = 45^\circ$ درجه حاصل شده است و بیشترین مقدار آن مربوط به زوایای 30° ; 60° ; 90° درجه است. با توجه به این که طبق معادلات اشاره شده نرخ برش عددی مثبت و

عدد رایلی انتقال حرارت افزایش پیدا کرده است و این افزایش در رایلی‌های بالا چشمگیرتر می‌باشد. همچنین در هر رایلی از $n = 1$ تا $n = 1.1$ کاهش در انتقال حرارت رخ داده است و سپس تا $n = 1.4$ روند تقریباً افزایش در انتقال حرارت مشاهده می‌شود و به دنبال آن با افزایش بیشتر در n کاهش انتقال حرارت رخ می‌دهد. نقطه بهینه ما در $n = 1.4$ (یا همان $Pr^* \approx 0.07$) اتفاق افتاده است. با توجه به این که n نمایانگر نوع سیال غیرنیوتنی می‌باشد بنابراین با تغییر n می‌توان انتظار رفتار حرارتی متفاوتی داشت چرا که نوع سیال تغییر می‌کند. همچنین با توجه به معادلات حاکم دیده می‌شود که تنش برشی در سیال وابسته به نرخ برش و همچنین جنس سیال (k, n) می‌باشد. همچنین هندسه مساله و شرایط مرزی بر نرخ برش موثر می‌باشد. بنابراین می‌توان انتظار داشت که نقطه بهینه‌ای برای افزایش انتقال حرارت در پژوهش حاضر داشته باشیم. این رفتار در مرجع شماره [9] نیز مشاهده می‌شود.

8- نتیجه‌گیری

انتقال حرارت جابجایی طبیعی همواره مورد توجه بسیاری از مهندسان و طراحان صنعتی قرار داشته است. در بسیاری از تحقیقات پیشین، محفظه انتقال حرارت متقارن در نظر گرفته شده است ولی در کاربردهای عملی به خصوص خنک‌کاری قطعات الکترونیکی نیاز به هندسه‌های نامتقارن می‌باشد. در این مطالعه جریان طبیعی برای سیال لزج، تراکم‌ناپذیر و غیرنیوتنی ضخیم‌شونده مدل پاورلا در حالت دائم و آرام در محفظه‌ی مربعی نامتقارن و تحت زوایای مختلف به روش عددی شبیه‌سازی شده است. به‌طور کلی نتایج زیر در این مطالعه حاصل گردید:

- 1- اثر افزایش زاویه تمایل محفظه بر انتقال حرارت از سیال غیرنیوتنی ضخیم‌شونده نشان داد که با تغییر زاویه تمایل انتقال حرارت از محفظه تغییر می‌کند، چگونگی توزیع نیروهای بویانسی در جهت x و y بر اثر چرخش محفظه می‌تواند موجب به‌وجود آمدن این تغییرات در میدان جریان و انتقال حرارت شود. همچنین در زاویه $\gamma = 45^\circ$ کمترین و در زوایای $\gamma = 60^\circ$ ؛ 30° بیشترین انتقال حرارت از محفظه مشاهده شد.
- 2- تغییر در انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی ضخیم‌شونده با زاویه تمایل در

نسبت به سطح افق دمای میانگین کاهش می‌یابد که این مساله در نتایج "شکل 8" نیز برای سیال غیرنیوتنی مشاهده شد. در مورد سیال نیوتنی این روند کاهش دمای میانگین روند نزولی ثابتی نیست و در زوایای 30 درجه و 45 درجه و نیز 60 درجه ناهموازی‌هایی در نمودار مشاهده می‌شود. در سیال غیرنیوتنی ضخیم‌شونده روند کاهش دمای میانگین در زوایای بین 30 تا 60 درجه با شیب تندتری حاصل شده است.

اما در مورد سیال نیوتنی از زاویه صفر تا 30 درجه دمای میانگین سیال در حال افزایش بوده و سپس در زاویه 45 درجه شدیداً کاهش می‌یابد؛ همچنین پس از افزایش اندکی تا زاویه 60 درجه مجدداً روند کاهشی خواهد داشت. این نتایج نشان می‌دهد که در شرایط یکسان سیال نیوتنی و غیرنیوتنی می‌توانند رفتار کاملاً متفاوتی از خود نشان دهند.

4-7- بررسی اثر عدد بدون بعد Pr^* و توان پاورلا (n) بر انتقال

حرارت

"شکل 12" نشان‌دهنده خطوط جریان برای $0.06 \leq Pr^* \leq 0.16$ می‌باشد. همان‌طور که در قسمت معادلات اشاره شد عدد پرانتل توسعه یافته یک عدد بی بعد جدید است که در معادلات ظاهر شده است و به پارامترهایی همچون عدد پاورلا (n)، خواص سیال و هندسه وابسته می‌باشد. با توجه به "شکل 12" مشاهده می‌شود که در ابتدا با افزایش Pr^* گردابه مرکزی فراگیرتر شده و ناحیه بزرگتری از محفظه را می‌پوشاند، پس می‌توان انتظار افزایش انتقال حرارت را داشته باشیم. سپس با ادامه افزایش Pr^* گردابه مرکزی کوچکتر و نامنظم تر می‌شود که انتظار می‌رود روند کاهشی در انتقال حرارت رخ بدهد، "شکل 13" نیز بیانگر همین موضوع است. در "شکل 13" نوسلت متوسط برحسب عدد Pr^* رسم شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود با افزایش Pr^* نوسلت متوسط که معیاری از انتقال حرارت می‌باشد، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است. بنابراین مقدار بهینه‌ای برای Pr^* به‌وجود آمده است که در آن انتقال حرارت ماکزیمم است. این مقدار حد $Pr^* \approx 0.07$ می‌باشد.

"شکل 14" بیانگر عدد نوسلت متوسط برحسب توان پاورلا در اعداد رایلی متفاوت می‌باشد. همان‌طور که از این شکل مشخص می‌باشد با افزایش

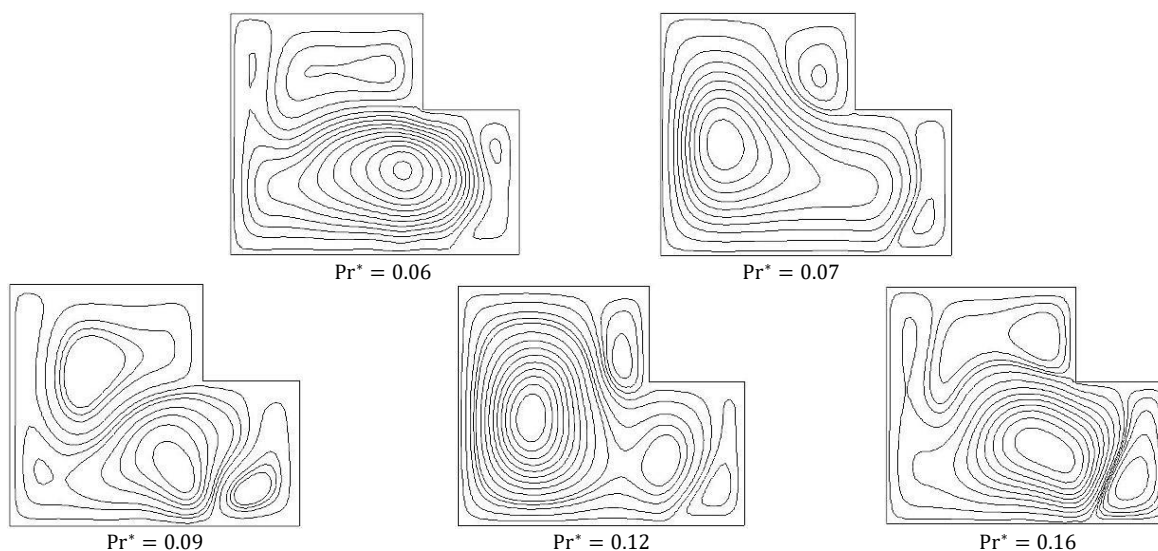


Fig. 12 stream lines for different extended Prandtl number at $\gamma = 0^\circ$; $Ra = 10^5$

شکل 12 خطوط جریان برای سیال غیرنیوتنی ضخیم شونده در اعداد پرانتل توسعه یافته متفاوت در $\gamma = 0^\circ$; $Ra = 10^5$

گرمای ویژه در فشار ثابت ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	C_p
شتاب جاذبه (ms^{-2})	g
ضریب انتقال حرارت جابجایی ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$)	h
ضریب انتقال حرارت هدایتی ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	k
شاخص سازگاری (Pas^n)	κ
شاخص پاورلا	n
طول محفظه (m)	L_x
عرض محفظه (m)	L_y
فشار ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)	P
عدد پرانتل	Pr
شار حرارتی (W/m^2)	q''
عدد رایلی	Ra
دما (K)	T
مولفه‌های افقی و عمودی سرعت (ms^{-1})	$v; u$
مختصات کارتزین (m)	$x; y$
علائم یونانی	
ضریب پخش حرارتی (ms^{-2})	α
ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})	β
زاویه محفظه با افق	γ
چگالی (kg m^{-3})	ρ
تانسور تنش (Nm^{-2})	τ
دمای بی‌بعد	θ
لزجت دینامیکی ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)	μ
لزجت ظاهری (Pa)	μ_a
لزجت ظاهری بی‌بعد	μ'_a
ویسکوزیته سینماتیکی (ms^{-2})	ν
زیرنویس‌ها	
سرد	c
گرم	h
اندیس	i, j

10- منابع

- [1] E. Abu-Nada, H. F. Oztop, Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu-water nanofluid. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. Vol. 30, No. 4, pp. 669–678, 2009.
- [2] E. Abu-Nada, Z. Masoud, H. F. Oztop, A. Campo, Effect of nanofluid variable properties on natural convection in enclosures. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 3, pp. 479–491, 2010.
- [3] Y. Varol, H. F. Oztop, A. Koca, Effects of inclination angle on conduction—natural convection in divided enclosures filled with different fluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Vol. 37, No. 2, pp. 182–191, 2010.
- [4] S.M. Aminossadati, B. Ghasemi, The effects of orientation of an inclined enclosure on laminar natural convection. *International Journal of Heat and Technology*, Vol. 23, No. 2, pp. 43–49, 2005.
- [5] M. Rahman, M. A. R. Sharif, Numerical study of laminar natural convection in inclined rectangular enclosures of various aspect ratios, *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, Vol. 44, No. 4, pp. 355–373, 2003.
- [6] M. Lamsaadi, M. Naimi, M. Hasnaoui, Natural convection heat transfer in shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the side and filled with non-Newtonian power law fluids, *Energy conversion and Management*, Vol. 47, No. 15, pp. 2535–2551, 2006.
- [7] O. Turan, N. Chakraborty, R. J. Poole, Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with differentially heated side walls, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 165, No. 15, pp. 901–913, 2010.
- [8] I. Vinogradov, L. Khezzer, D. Siginer, Heat transfer of non-Newtonian dilatant power law fluids in square and rectangular cavities, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 4, No. 2–s 1, pp. 37–42, 2011.

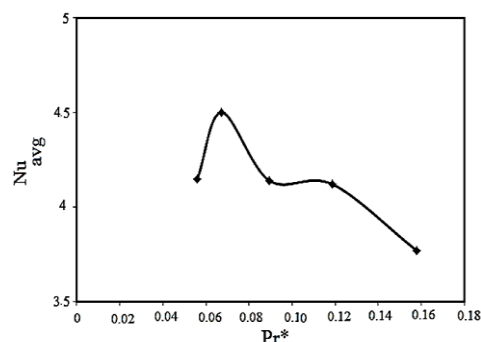


Fig. 13 Mean Nusselt versus extended Prandtl number at $\gamma = 0^\circ$; $Ra = 10^5$

شکل 13 نوسلت متوسط برحسب عدد پرانتل توسعه یافته در $\gamma = 0^\circ$; $Ra = 10^5$

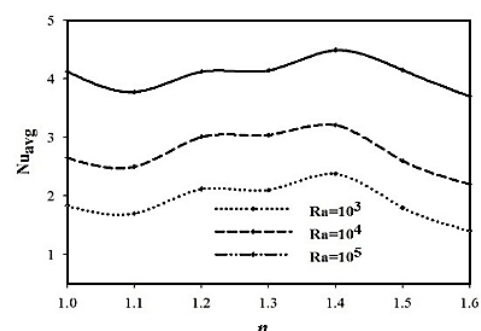


Fig. 14 Mean Nusselt versus power law index at $\gamma = 0^\circ$

شکل 14 نوسلت متوسط برحسب توان پاورلا در $\gamma = 0^\circ$

رایلی های بالا $Ra > 10^5$ مشهود است و در اعداد رایلی پایین $Ra < 10^5$ اثر محسوسی بر انتقال حرارت نداشت.

3- با افزایش عدد رایلی، انتقال حرارت در زوایای تمایل مختلف افزایش پیدا می‌کند، روند افزایش انتقال حرارت در $Ra < 10^5$ برای تمامی زاویه‌ها تقریباً یکسان است ولی در $Ra > 10^5$ در زاویه $\gamma = 45^\circ$ نسبت به سایر زوایا، کمترین افزایش مشاهده شد.

4- با مقایسه رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی سیال نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم شونده این نتیجه حاصل گردید که انتقال حرارت به توان پاورلا (n) و عدد بی‌بعد پرانتل (Pr^*) وابسته می‌باشد، به عبارت دیگر هندسه و جنس سیال موردنظر در رفتار حرارتی سیال تاثیرگذارند.

5- با مقایسه رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی سیال نیوتنی و غیرنیوتنی ضخیم شونده با توان $n = 1.4$ این نتیجه حاصل گردید که در زاویه تمایل محفظه $\gamma = 45^\circ$ انتقال حرارت برابر است.

6- با توجه به رفتار غیرنیوتنی سیال و بی بعدسازی مساله، عدد بدون بعد جدیدی با نامگذاری عدد پرانتل توسعه یافته (Pr^*) در معادلات ظاهر گردید که به مواردی همچون خواص سیال، هندسه جریان و توان پاورلا (n) وابسته می‌باشد. مقدار بهینه آن در $Pr^* = 0.07$ مشاهده شد که در آن انتقال حرارت از محفظه موردنظر به حد ماکزیمم خود رسید. همچنین مشاهده شد که با افزایش Pr^* بیشتر از 0.07 انتقال حرارت از محفظه کاهش پیدا می‌کند.

9- فهرست علائم

b طول یا عرض پله (m)

- SJournal of Thermal Sciences*, Vol. 107, pp. 247–258, 2016.
- [16] A. N. Mohammad Mohsen Shahmardan, M. Norouzi, Numerical simulation of non-Newtonian fluid flows through a channel with a cavity, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 35–40, 2014.
- [17] O. Turan, A. Sachdeva, N. Chakraborty, R. J. Poole, Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated side walls subjected to constant temperatures, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, No. 17, pp. 1049–1063, 2011.
- [18] M. Ohta, M. Ohta, M. Akiyoshi, E. Obata, A numerical study on natural convective heat transfer of pseudoplastic fluids in a square cavity, *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, Vol. 41, No. 4, pp. 357–372, 2002.
- [19] R. P. Chhabra, *Bubbles, Drops, and Particles in Non-Newtonian Fluids*, CRC press, Second Edition, pp. 9–40, New York, Taylor & Francis Group, 2006.
- [20] S. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, CRC press, pp. 50–130, New York, McGRAW-HILL book company, 1980.
- [21] S. Habchi, S. Acharya, Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 29, No. 11, pp. 1711–1722, 1986.
- [22] F. Irgens, *Continuum Mechanics*, pp. 230–276, Berlin, Heidelberg, Springer Science & Business Media, 2008.
- [9] M. H. Matin, I. Pop, S. Khanchezar, Natural convection of power-law fluid between two-square eccentric duct annuli, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 197, pp. 11–23, 2013.
- [10] G. Bin Kim, J. M. Hyun, H. S. Kwak, Transient buoyant convection of a power-law non-Newtonian fluid in an enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 19, pp. 3605–3617, 2003.
- [11] R. A. Lemus-Mondaca, N. O. Moraga, J. Riquelme, Unsteady 2D conjugate natural non-Newtonian convection with non-Newtonian liquid sterilization in square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 61, pp. 73–81, 2013.
- [12] A. Guha, K. Pradhan, Natural convection of non-Newtonian power-law fluids on a horizontal plate, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 930–938, 2014.
- [13] G.H.R. Kefayati, Simulation of non-Newtonian molten polymer on natural convection in a sinusoidal heated cavity using FDLBM, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 195, pp. 165–174, 2014.
- [14] H. Zhang, T. Xu, X. Zhang, L. Zheng, Y. Wang, Y. Zong, Numerical study on the skin friction and heat transfer coefficient of non-newtonian power law fluid in boundary layer, *Procedia Engineering*, Vol. 121, pp. 824–829, 2015.
- [15] N. O. Moraga, G. P. Parada, D. A. Vasco, Power law non-Newtonian fluid unsteady conjugate three-dimensional natural convection inside a vessel driven by surrounding air thermal convection in a cavity, *International*