



بهبود روش تحلیل ناپایداری خطی لایه سیال توخالی خروجی از اتمایزر جریان چرخشی

رامین قربانی¹، سید مصطفی حسینعلی پور^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* صندوق پستی 16846-13114، alipour@iust.ac.ir، تهران

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 11 آبان 1396

پذیرش: 03 دی 1396

ارائه در سایت: 15 دی 1396

کلید واژگان:

اتمایزر جریان چرخشی

ناپایداری خطی

شکست اولیه

چکیده

در مقاله حاضر، به مطالعه آنالیز ناپایداری حرکت امواج روی سطح جت مایع خروجی از اتمایزر جریان چرخشی با وجود هوای داخل و خارج تا قبل از شکست اولیه پرداخته شده است. نیروهای اینرسی، فشار، ویسکوزیته و تنش سطحی در سطح مشترک مایع-گاز عمل می کنند. مجموع اثر این نیروها موجب رشد و افزایش نوسانات ریز و ناچیز موجود در جریان می شود. رشد این نوسانات موجب ناپایداری لایه مایع و شکست آن به لیگامنت و در نهایت تعداد زیادی قطره می شود. الگوی خطی استفاده شده در این مقاله، با الگوهای قبلی متفاوت و می توان گفت بهبود یافته روش قبلی است. وجه تمایز این روش در این است که معادلات با در نظر گرفتن این نکته که جت به شکل مخروط توخالی از اتمایزر خارج می شود استخراج شده است. در این حالت معادلات حاکم به گونه ای است که امکان حل تحلیلی آن ها وجود ندارد. به همین منظور از روشی نیمه تحلیلی و عددی استفاده شده است. روش حل نیز به گونه ای است که این امکان را فراهم می سازد شکست اولیه جت را در حالات مختلف، از زاویه پاشش 0 تا 180 درجه، مدل سازی کرد. به منظور اعتبار سنجی با رسم شکل هایی، نتایج روش خطی بهبود یافته با نتایج تجربی و تحلیلی موجود، مقایسه شده است. مقایسه نشان می دهد که روش خطی مورد استفاده در این مقاله تطابق بیشتری با نتایج تجربی دارد. همچنین نتایج نشان می دهد مدل حاضر طول شکست را با دقت بهتری پیش بینی می کند.

Improvement of Linear Instability Analysis of an Annular Liquid Jet Emanating from a Swirl Injector

Ramin Ghorbani¹, Seyed Mostafa Hosseinalipour^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114 Tehran, Iran, alipour@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 02 November 2017
Accepted 24 December 2017
Available Online 05 January 2018

Keywords:

Spray
Linear Instability Analysis
Primary Breakup

ABSTRACT

In this paper, the instability of wave motion on the surface of liquid sheet emanating from a swirl injector exposed to inner and outer air streams, before the breakup is considered using the linear instability analysis by a perturbation method. The forces acting on a liquid gas interface in sprays, including surface tension, pressure, inertia force, centrifugal force and viscous force, lead to grow the disturbances originated from inside the injector on the outgoing liquid sheet. Interaction between these forces ultimately breaks up the jet into the ligaments. The linear instability analysis used in the present study is different from prior analysis. A cylindrical liquid sheet has been considered in previous studies but the present study implements the linear instability on a conical annular liquid sheet. Due to the complexity of derived governing equations a semi-analytical and numerical method was utilized in the solution procedure. The present model is capable to solve governing equations for the liquid jet with large range of spray angle. The predicted results compared with the prior studies results and experiments. The results of the current model in comparison with prior models have better accordance with experimental data. Also, the results show that the improved linear theory (the present model) predicts the breakup length better than linear theory.

1- مقدمه

موضوعاتی که بسیار مورد توجه قرار گرفته است، بحث دینامیک تشکیل قطرات و عوامل تأثیرگذار بر آن است. در فرآیند شکست جت سیال، اختلال های کوچک در جت یا لایه مایع رشد می کنند و در نهایت موجب تجزیه آن به لیگامنت ها و قطرات ریزتر می شوند.

اتمایزرها برای اسپری سیال های مختلف در بسیاری از صنایع و حتی در کاربردهای خانگی استفاده می شوند. افزایش سطح موثر تماس قطرات با گاز محیط موجب افزایش نرخ انتقال حرارت و بهبود اختلاط و تبخیر می شود.

جت سیال را می توان جریانی از مایع یا گاز دانست که تحت نیرویی از نازل خارج می شود. پدیده پایداری و تجزیه جت های سیال به خاطر کاربرد فراوانی که این جت ها در صنعت دارند، همواره مورد توجه بسیاری از محققین بوده است. تبدیل توده مایع به اسپری قطرات ریز در یک محیط گازی، در سیستم پاشش سوخت موتور ها و همچنین در کاربردهای دیگر مانند کشاورزی، هواشناسی، پزشکی و غیره بسیار مهم است. علاوه بر کاربردها، یکی از

Please cite this article using:

R. Ghorbani, S. M. Hosseinalipour, Improvement of Linear Instability Analysis of an Annular Liquid Jet Emanating from a Swirl Injector, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 281-289, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

ابراهیم و مک کینی⁶ در سال 2006 [9] در مقاله خود، مدل ریاضی ساده‌شده‌ای را براساس مختصات متصل به بدنه⁷، برای مطالعه صفحه خروجی از یک نازل حلقوی مطرح کردند. آن‌ها در این مدل، هر دو حالت همراه با چرخش و بدون چرخش را برای جت مایع در نظر گرفتند و همچنین فرض کردند که محیط اطراف ساکن است. این مدل قابلیت پیش‌بینی مسیر حرکت جت، ضخامت و سرعت آن را در دبی‌های متفاوت مایع و همچنین زوایای چرخش متفاوت دارد. در مطالعات آن‌ها مشخص شد که جت حلقوی غیر چرخان در مسیر حرکت به سمت خط مرکزی همگرا شده و سبب تشکیل جت زنگوله‌ای شکل در پایین‌دست نازل می‌شود. طول و شعاع زنگوله با تغییر دبی مایع تغییر می‌کند. با در نظر گرفتن چرخش سیال، جت سیال در مسیر حرکت خود واگرا شده و سبب تشکیل مسیری مخروطی شکل و توخالی می‌شود. واگرایی مخروط با افزایش دبی مایع افزایش می‌یابد. با افزایش دبی و زاویه چرخش مایع، ضخامت و سرعت مماسی کاهش و شعاع و انحنای مخروط افزایش می‌یابد.

یان⁸ و همکاران در سال 2013 [10]، در تحلیل غیرخطی خود برای لایه حلقوی سیال با در نظر گرفتن ویسکوزیته نشان دادند که با افزایش ویسکوزیته جت سیال، نرخ رشد امواج ناپایدار کاهش و طول شکست افزایش می‌یابد.

مهدوی و همکاران در سال 2013 [11]، در مقاله‌ای به بررسی تخمین طول شکست برای جت حلقوی و توپر پرداختند. آنالیز ناپایداری استفاده شده توسط آن‌ها براساس روش خطی ابراهیم [7] بود. آن‌ها نشان دادند که کوتاه‌ترین طول شکست اولیه جت زمانی اتفاق می‌افتد که گاز داخلی هم جهت و گاز خارجی در خلاف جهت جت سیال حرکت کنند.

در اکثر منابع موجود جت سیال خروجی از اتمایزر به صورت استوانه‌ای مدل شده است در حالی که جت سیال در حالت واقعی به صورت مخروطی شکل خارج می‌شود. در حقیقت در انژکتورهای فشاری چرخان، مایع به علت عبور از مسیرهای چرخشی و وجود جریان هوا در هسته محفظه انژکتور، به شکل یک اسپری مخروط توخالی از نازل تخلیه می‌شود. این نوع از انژکتورها بسته به نوع کاربرد دارای محدوده وسیع زاویه اسپری از 30 درجه تا 180 درجه می‌باشند. در مقاله حاضر، هدف ایجاد یک مدل شکست اولیه است که در آن جت سیال خروجی به صورت مخروطی شکل مدل‌سازی شود. بدین منظور از آنالیز ناپایداری خطی روی یک لایه مخروطی غیرلزج مایع در معرض جریان هوای بیرونی و درونی و نوسانات سه‌بعدی استفاده شده است. در حقیقت وجه تمایز این روش در این است که معادلات با در نظر گرفتن این نکته که جت به شکل مخروط توخالی از اتمایزر خارج می‌شود استخراج شده است. معادلات بقاء با فرض صرف‌نظر کردن از اثرات ویسکوزیته و تراکم‌پذیری مایع و گاز و نیز نوسانات کم دامنه با روش خطی به منظور رسیدن به رابطه نرخ رشد موج حل شده‌اند و نتایج با نتایج تجربی موجود در منابع مقایسه شده است.

2- مدل‌سازی ریاضی

2-1- فرضیات

در این بخش مدل پایداری یک جت لایه‌ای مایع مخروطی شکل چرخان در محیط گازی با وجود یک اغتشاش اولیه کوچک در خروجی نازل مطابق

همچنین کاهش قطر ذرات سوخت، استارت آسان‌تر موتور، سوختن کامل‌تر و تولید آلایندگی کمتر را به دنبال دارد، که این امر موجب بهبود احتراق در بسیاری از کاربردهای صنعتی مانند موتورهای دیزل، موتورهای توربین گازی و کوره‌های صنعتی می‌شود [1].

در پژوهش‌هایی که توسط لین¹ در سال 2003 [2]، سریگنانو² و مهرینگ³ در سال 2000 [3] در رابطه با صفحات سیال و ناپایداری و شکست جت انجام شده، به خوبی تأیید شده است که نیروهایی که بر سطح تقابلی مایع و گاز وارد می‌شود عبارتند از: نیروهای کشش سطحی، فشاری، اینرسی، گریز از مرکز و لزجت. همچنین وجود چرخش در هوا یا مایع و یا هر دو آن‌ها و اثر نسبت شعاع انحنای محدود، پیچیدگی‌هایی را وارد آنالیز می‌کند.

لیائو⁴ و همکاران در سال 2001 [4] تأثیرات چرخش گاز داخلی و خارجی را بر ناپایداری جت با یکدیگر مقایسه کردند و نشان دادند که ترکیب چرخش گاز داخلی و خارجی تأثیر بیشتری نسبت به چرخش جداگانه هر یک از آن‌ها دارد. با این وجود تأثیر چرخش گاز داخلی به مراتب بیشتر از گاز خارجی است. ابراهیم⁵ و همکاران در سال 2005 [5] تأثیر نوع پروفیل چرخشی سیال را بر روی ناپایداری جت چرخان سیال توخالی مورد مطالعه قرار دادند. در این حالت گازهای داخلی و خارجی فقط سرعت محوری داشتند. آن‌ها پروفیل سرعت چرخشی سیال را به صورت گردابه آزاد و گردابه جامد در نظر گرفتند. آن‌ها نشان دادند که در اعداد وبر چرخشی بالا، نرخ رشد ماکزیمم و عدد موج محوری، برای گردابه آزاد بیشتر از گردابه جامد است. مهرینگ و سیرینگانو در سال 2001 [6] نشان دادند که چرخش سیال می‌تواند سبب افزایش نرخ رشد امواج ناپایدار شود. که این امر سبب کاهش طول شکست جت سیال می‌شود.

ابراهیم در سال 2006 [7] در تز دکترای خود به بررسی جامع و کاملی در رابطه با ناپایداری جت سیال توخالی که تحت اغتشاشات قرار گرفته و همچنین در داخل و بیرون آن گاز با سرعت محوری جریان دارد، پرداخت. او تأثیرات پروفیل سرعت چرخشی سیال را بر روی رشد اغتشاشات مورد مطالعه قرار داد. همچنین تأثیر پارامترهایی نظیر نسبت سرعت محوری سیال، سرعت چرخشی سیال، نسبت چگالی سیال و گاز، نسبت شعاع‌های انحنای کشش سطحی سیال و عدد وبر گاز خارجی را مورد بررسی قرار داد.

فتح‌ا. امی و همکاران در سال 2007 به بررسی و تحلیل پارامترهای چرخش سیال و ویسکوزیته روی جت سیال توخالی پرداختند [8]. آن‌ها در این مقاله تلاش کردند تا اثر ویسکوزیته و سرعت چرخش سیال را روی اتمیزاسیون یک اسپری توخالی لزج چرخان تحت نوسانات سینوسی و جریان هوای غیر لزج مورد بررسی قرار دهند. آن‌ها این کار را به روش تحلیلی انجام داده و در نهایت معادله توزیع بدون بعد نرخ رشد موج را به دست آوردند. این معادله غیرخطی با روش عددی حل و اثر لزجت و سرعت چرخشی سیال روی ماکزیمم نرخ رشد و عدد موج معادله توزیع بدون بعد نرخ رشد موج با طول شکست اولیه اسپری مرتبط بوده و با افزایش آن طول شکست کوتاه‌تر شده و قطر قطرات کاهش می‌یابد که نتیجه آن بهبود احتراق و کاهش مصرف سوخت در صورت استفاده از این سیستم در موتور است.

¹ Lin

² Sirignano

³ Mehring

⁴ Liao

⁵ Ibrahim

⁶ T.R. McKinney

⁷ Body-fitted coordinates

⁸ Yan

با انجام بالانس نیروها و این که $W = A_1/r$

$$P_r \Delta A + \frac{\rho_l \Delta A \Delta r W^2}{r} = P_r \Delta A + \frac{dP}{dr} \Delta r \Delta A \rightarrow \frac{dP}{dr} = \frac{\rho_l A_1^2}{r^3} \quad (1)$$

که با انتگرال گیری، رابطه (2) به دست می‌آید:

$$P_B - P_A = \frac{1}{2} \rho_l A_1^2 \left[\frac{1}{r_1^2(x)} - \frac{1}{r_o^2(x)} \right] \quad (2)$$

P_A و P_B فشارهای دو سمت المان سیال هستند و به این صورت به فشارهای هوای داخل و خارج مرتبط می‌شوند:

$$P_A = P_i - \frac{\sigma}{r_1(x)} \quad (3)$$

$$P_B = P_o + \frac{\sigma}{r_o(x)} \quad (4)$$

با قرار دادن معادلات (3) و (4) در معادله (2) رابطه (5) حاصل می‌شود:

$$P_o - P_i = -\sigma \left[\frac{1}{r_1^2(x)} + \frac{1}{r_o^2(x)} \right] + \frac{1}{2} \rho_l A_1^2 \left[\frac{1}{r_1^2(x)} - \frac{1}{r_o^2(x)} \right] \quad (5)$$

2-3- معادلات نوسانات

برای حرکت یک لایه مایع مخروطی شکل چرخان، بهتر است که معادلات پیوستگی و مومنتم در مختصات استوانه‌ای نوشته شوند. با فرض سیال غیرقابل تراکم و بالا بودن اینرسی در مقابل گرانش:

معادله پیوستگی:

$$\frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

معادلات مومنتم:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + U \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + U \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{W^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (8)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + U \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{VW}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (9)$$

برای به دست آوردن معادلات خطی نوسانی با استفاده از متوسط گیری زمانی مطابق روش تجزیه رینولدز¹ فرض می‌شود که مؤلفه‌های سرعت و فشار به دو

جزء متوسط و زمانی به صورت رابطه (10) تفکیک می‌شوند:

$$U = \bar{U} + u, V = \bar{V} + v, W = \bar{W} + w, p = \bar{P} + p' \quad (10)$$

که بار نشان دهنده مقادیر متوسط و w, v, u و $p', \bar{P}$ ترم‌های نوسان سرعت و فشار هستند.

با جایگذاری معادلات (10) در معادلات (6) تا (9) و سپس کم کردن از معادلات نوشته شده برای حالت متوسط، معادلات نوسانی خطی برای فاز مایع به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_1 \frac{\partial u}{\partial x} + V_1 \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{A_1}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p'_l}{\partial x} \quad (12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U_1 \frac{\partial v}{\partial x} + V_1 \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{A_1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{2wA_1}{r^2} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p'_l}{\partial r} \quad (13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U_1 \frac{\partial w}{\partial x} + V_1 \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{A_1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{wV_1}{r} + \frac{vA_1}{r^2} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p'_l}{\partial \theta} \quad (14)$$

معادلات نوسانی برای گاز بیرونی:

$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_o \frac{\partial u}{\partial x} + V_o \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p'_o}{\partial x} \quad (16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U_o \frac{\partial v}{\partial x} + V_o \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p'_o}{\partial r} \quad (17)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U_o \frac{\partial w}{\partial x} + V_o \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{wV_o}{r} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p'_o}{\partial \theta} \quad (18)$$

و برای گاز درونی:

"شکل 1" بررسی شده است. گاز درونی و بیرونی بدون چرخش فرض شده‌اند و تنها حرکتی در جهت حرکت جریان سیال دارند. هر دو فاز مایع و گاز غیرلزج و غیرقابل تراکم فرض شده‌اند. برای ارضاء شرط غیرقابل تراکم بودن گاز از جریان گاز با ماک کمتر از 0.3 استفاده شده است. پروفیل سرعت جریان برای مایع، گازهای درونی و بیرونی در مختصات استوانه‌ای (x, r, θ) به ترتیب $(U_i, V_i, A_1/r)$ و $(U_o, V_o, 0)$ فرض شده است. در این جا U_i, U_o و V_i, V_o به ترتیب سرعت محوری مایع، گاز درونی و بیرونی و A_1 قدرت گردابه در مایع می‌باشند.

به علت جریان چرخشی، نیروی گریز از مرکز روی لایه حلقوی مایع اثر می‌گذارد. به علاوه نیروی فشار درونی و بیرونی نوع دیگر نیروهای عمل کننده روی سطوح مشترک بیرونی و درونی هستند. همچنین نیروی تنش سطحی مایع اثر مهمی در بالانس نیروها دارد. مجموع این نیروها تعیین می‌کند که لایه مخروطی شکل مایع می‌شکند و یا پایدار می‌ماند.

2-2- بالانس نیروها

المانی از لایه مایع به منظور بالانس نیروهای وارد شده مطابق "شکل 2" در نظر گرفته شده است.

مطابق "شکل 2"، $P_r \Delta A$ نیروی اعمال شده روی ضلع AD و $(P_r + (dP/dr) \Delta r) \Delta A = P_{r+\Delta r} \Delta A$ نیروی اعمال شده روی ضلع BC و $C_f = mW^2/r = \rho_l \Delta A \Delta r W^2/r$ نیروی گریز از مرکز به علت سرعت چرخشی می‌باشد. $m = \rho_l \Delta A \Delta r$ جرم و ρ_l دانسیته مایع و ΔA مساحت سطوح است.

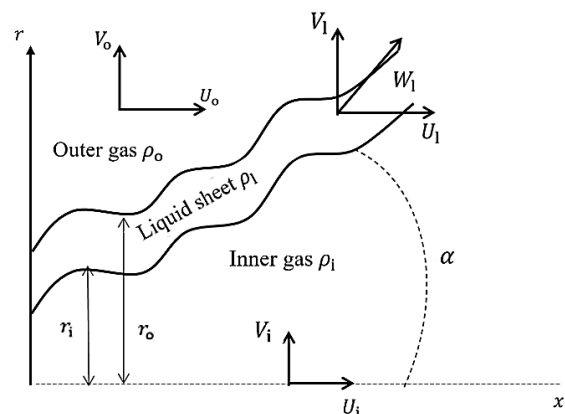


Fig. 1 Schematic of half of annular liquid sheet

شکل 1 شماتیک نیمه جت مایع مخروطی شکل

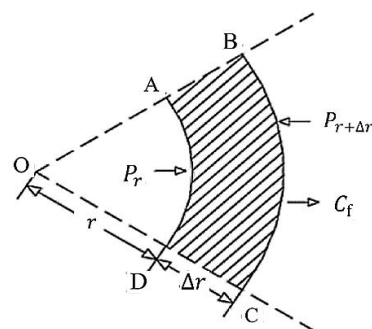


Fig. 2 Forces applied on a liquid layer [7]

شکل 2 نیروهای اعمال شده بر المانی از لایه مایع [7]

¹ Reynolds decomposition

که با تجزیه مؤلفه‌های سرعت، رابطه (29) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(\vec{V}_1 + \vec{U}_1) \cdot \vec{n} = (\vec{V}_2 + \vec{U}_2) \cdot \vec{n} \quad (30)$$

که در این رابطه بردارهای سرعت موضعی (مؤلفه‌های سرعت عمودی و محوری سیال و گاز) در دو طرف سطح مشترک و $\vec{n}$ بردار نرمال واحد موضعی سطح مشترک می‌باشد.

معادله (29) برای سطح مشترک درونی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{\xi i} = \frac{D\eta_i}{Dt} = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial \eta_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial \eta_i}{\partial r}, r = r_i(x) \quad (31)$$

$$V_{\xi i} = \frac{D\eta_i}{Dt} = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial \eta_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial \eta_i}{\partial r} + \frac{A_i}{r^2} \frac{\partial \eta_i}{\partial \theta}, r = r_i(x) \quad (32)$$

معادله (29) برای سطح مشترک بیرونی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{\xi o} = \frac{D\eta_o}{Dt} = \frac{\partial \eta_o}{\partial t} + U_o \frac{\partial \eta_o}{\partial x} + V_o \frac{\partial \eta_o}{\partial r}, r = r_o(x) \quad (33)$$

$$V_{\xi i} = \frac{D\eta_o}{Dt} = \frac{\partial \eta_o}{\partial t} + U_i \frac{\partial \eta_o}{\partial x} + V_i \frac{\partial \eta_o}{\partial r} + \frac{A_i}{r^2} \frac{\partial \eta_o}{\partial \theta}, r = r_o(x) \quad (34)$$

2-4-2- شرط مرزی دینامیکی

این شرط، بالانس میان نیروها را در دو سطح مشترک سیال و گاز، شامل نیروهای فشاری، نیروهای لزجت و تنش سطحی، بیان می‌کند:

$$(\vec{p}_i - \vec{p}_j) = \sigma k + (\vec{\tau}_i - \vec{\tau}_j) \cdot \vec{n} + \rho_j \frac{\omega_j^2}{r_j} \eta_j - \rho_i \frac{\omega_i^2}{r_i} \eta_j, \quad j = i, o \quad (35)$$

در رابطه فوق σ تنش سطحی، τ تنش سطحی ویسکوزی است. همچنین بردار یکه نرمال بیرونی در سطح مشترک گاز و مایع است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{n} = \left(-\frac{\partial \eta_j}{\partial x}, -\frac{\partial \eta_j}{\partial r}, -\frac{1}{r} \frac{\partial \eta_j}{\partial \theta} \right) \cdot \left[\left(\frac{\partial \eta_j}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_j}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \eta_j}{\partial \theta} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (36)$$

در رابطه (35)، k انحنای موضعی سطح می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$k = R_1^{-1} + R_2^{-1} = \nabla \cdot \vec{n} \quad (37)$$

R_1 و R_2 شعاع‌های انحنای سطح در دو طرف سطح مشترک می‌باشند.

با جایگذاری رابطه (36) در رابطه (37) و ساده‌سازی، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$k = - \left(\frac{\partial^2 \eta_j}{\partial x^2} + \frac{1}{r_j^2} \frac{\partial^2 \eta_j}{\partial \theta^2} + \frac{\eta_j}{r_j^2} \right); j = i, o \quad (38)$$

با صرف نظر از ویسکوزیته و در نظر گرفتن معادلات (35) و (38) در سطح مشترک داخلی و خارجی، معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$(\vec{p}_i - \vec{p}_i) = -\sigma \left(\frac{\partial^2 \eta_j}{\partial x^2} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial \theta^2} + \frac{\eta_i}{r_i^2} \right) - \rho_i \frac{A_i^2}{r_i^3} \eta_i \quad (39)$$

$$(\vec{p}_i - \vec{p}_o) = -\sigma \left(\frac{\partial^2 \eta_o}{\partial x^2} + \frac{1}{r_o^2} \frac{\partial^2 \eta_o}{\partial \theta^2} + \frac{\eta_o}{r_o^2} \right) - \rho_i \frac{A_i^2}{r_o^3} \eta_o \quad (40)$$

2-5- نوسانات فشار درون لایه مایع

نوسانات فشار درون لایه حلقوی سیال از طریق حل معادلات (11) تا (14) محاسبه می‌شوند. با قرار دادن معادله (23) در معادلات (11) تا (14) و پس از ساده‌سازی روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} (in) \hat{w} + i k \hat{u} \quad (41)$$

$$\frac{1}{k} \left(-\omega + k U_i + \frac{n A_i}{r^2} \right) \hat{u} + \frac{1}{k i} V_i \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_i} \hat{p}_i \quad (42)$$

$$i \left(-\omega + k U_i + \frac{n A_i}{r^2} \right) \hat{v} + V_i \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} - \frac{2 A_i}{r^2} \hat{w} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial r} \quad (43)$$

$$\frac{r}{n} \left(-\omega + k U_i + \frac{n A_i}{r^2} \right) \hat{w} + \frac{r}{n i} V_i \hat{w} + \frac{r}{n i} V_i \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} + \frac{r}{n i} \frac{A_i}{r^2} \hat{v} = -\frac{1}{\rho_i} \hat{p}_i \quad (44)$$

$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} = \quad (19)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_i \frac{\partial u}{\partial x} + V_i \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p'_i}{\partial x} \quad (20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U_i \frac{\partial v}{\partial x} + V_i \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p'_i}{\partial r} \quad (21)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U_i \frac{\partial w}{\partial x} + V_i \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w V_i}{r} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p'_i}{r \partial \theta} \quad (22)$$

نوسانات به شکل رابطه (23) فرض می‌شوند:

$$(u, v, w, p) = (\hat{u}(r), \hat{v}(r), \hat{w}(r), \hat{p}(r)) \exp(i(\frac{k}{\cos \alpha} x + n \theta - \omega t)) \quad (23)$$

در رابطه (23) ترم‌های دارای علامت $\wedge$ دامنه نوسان بوده و تنها تابعی از r هستند. همچنین عدد موج محوری $k = 2\pi/\lambda$ و عدد موج جانبی یا مود نوسانی پیچشی n اعداد حقیقی بوده و $\omega = \omega_r + i \omega_i$ و ω مختلط است. ماکزیمم مقدار قسمت موهومی ω یعنی ω_i نرخ رشد نوسانات موج را نشان می‌دهد. λ نیز طول موج را نشان می‌دهد. علت وجود $\cos \alpha$ در رابطه (23)، مخروطی شکل بودن جت می‌باشد. زیرا در این حالت جت با زاویه α نسبت به محور افقی از نازل خارج می‌شود.

تغییر مکان نوسانات در سطوح مشترک داخلی و خارجی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_j(x, r, \theta, t) = \hat{\eta}_j \exp(i(\frac{k}{\cos \alpha} x + n \theta - \omega t)); j = i, o \quad (24)$$

که در این رابطه $\hat{\eta}_j$ تابعی از x و r است. $\hat{\eta}_j$ در حالت مخروطی شامل دو مؤلفه در جهات x و r است که در "شکل 3" نشان داده شده است.

مؤلفه‌های تجزیه شده $\hat{\eta}_j$ به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\hat{\eta}_{or} = \hat{\eta}_o \cos \alpha \quad (25)$$

$$\hat{\eta}_{ox} = \hat{\eta}_o \sin \alpha \quad (26)$$

$$\hat{\eta}_{ir} = \hat{\eta}_i \cos \alpha \quad (27)$$

$$\hat{\eta}_{ix} = \hat{\eta}_i \sin \alpha \quad (28)$$

2-4- شرایط مرزی

شرایط مرزی می‌بایست در مرز مشترک مایع و هوا اعمال شود.

2-1-4- شرط مرزی سینماتیکی

ذرات مایع در سطح مشترک با سطح حرکت می‌کنند و روی سطح باقی می‌مانند. این بدان معناست که مؤلفه‌های عمودی سرعت در عرض سطح مشترک پیوسته هستند.

$$\vec{V}_{\xi 1} \cdot \vec{n} = \vec{V}_{\xi 2} \cdot \vec{n} \quad (29)$$

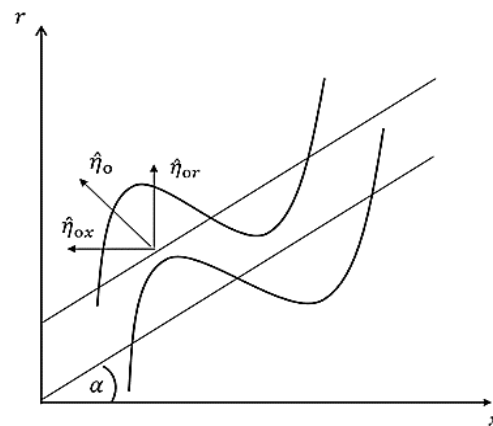


Fig. 3 Components of the displacements of disturbances in conical liquid sheet

شکل 3 مؤلفه‌های تغییر مکان نوسانات در حالت جت مخروطی

که در این روابط $k = k/\cos\alpha$ می‌باشد.

حال لازم است پارامترهای $\hat{u}$ و $\hat{v}$ و $\hat{w}$ از معادلات استخراج شوند.

از مساوی قرار دادن رابطه (42) با (43) رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{1}{k} \left(-\omega + kU_1 + \frac{nA_1}{r^2} \right) \hat{u} + \frac{1}{k} V_1 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} = \frac{r}{ni} \frac{A_1}{r^2} \hat{v} + \frac{r}{n} \left(-\omega + kU_1 + \frac{nA_1}{r^2} \right) \hat{w} + \frac{r}{ni} \frac{V_1}{r} \hat{w} + \frac{r}{ni} V_1 \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} \quad (45)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (42) نسبت به r و مساوی قرار دادن با رابطه (43)، رابطه (46) حاصل می‌شود:

$$\frac{1}{k} \left(-\omega + kU_1 + \frac{nA_1}{r^2} \right) \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{1}{k} V_1 \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} = i \left(-\omega + kU_1 + \frac{nA_1}{r^2} \right) \hat{v} + V_1 \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} - \frac{2A_1}{r^2} \hat{w} \quad (46)$$

جواب دستگاه معادلات (45)، (46) و (41) به‌صورت تحلیلی قابل محاسبه نمی‌باشد. برای حل این دستگاه از نرم‌افزار میپل¹ استفاده می‌شود. با استفاده از این نرم افزار $\hat{u}$ و $\hat{v}$ و $\hat{w}$ به‌دست می‌آیند و در نهایت با استفاده از معادله (42)، $\hat{p}$ محاسبه می‌شود.

2-6- نوسانات فشار در گاز درونی

نوسانات فشار در گاز درونی با حل معادلات (19) تا (22) به‌دست می‌آیند. با قرار دادن معادله (23) در معادلات (19) تا (22)، معادلات نوسانی برای هوای درونی به‌دست می‌آیند.

$$\frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} (in) \hat{w} + ik \hat{u} = \quad (47)$$

$$\frac{1}{ik} \left[(-\omega i + ikU_1) \hat{u} + V_1 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_i} \hat{p}_i \quad (48)$$

$$i(-\omega + kU_1) \hat{v} + V_1 \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial r} \quad (49)$$

$$\frac{r}{in} \left[(-i\omega + ikU_1) \hat{w} + \frac{V_1}{r} \hat{w} + V_1 \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_i} \hat{p}_i \quad (50)$$

از مساوی قرار دادن معادله (50) با (48) رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{ik} \left[(-\omega i + ikU_1) \hat{u} + V_1 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] = \frac{r}{in} \left[(-i\omega + ikU_1) \hat{w} + \frac{V_1}{r} \hat{w} + V_1 \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_i} \hat{p}_i \quad (51)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (48) و مساوی قرار دادن با رابطه (49) رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{ik} \left[(-\omega i + ikU_1) \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + V_1 \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} \right] = i(-\omega + kU_1) \hat{v} + V_1 \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} \quad (52)$$

از حل دستگاه معادلات (47) و (51) و (52)، $\hat{u}$ و $\hat{v}$ و $\hat{w}$ به‌دست می‌آیند. سپس با استفاده از این سه پارامتر و معادله (48)، $\hat{p}$ محاسبه می‌شود.

2-7- نوسانات فشار در گاز بیرونی

نوسانات فشار در هوای بیرونی با حل معادلات (15) تا (18) به‌دست می‌آیند. با قرار دادن معادله (23) در معادلات (15) تا (18)، معادلات نوسانی خطی برای هوای بیرونی به‌دست می‌آیند. به‌دلیل نداشتن چرخش هوا، معادلات هوای درونی و بیرونی به هم شبیه است و بنابراین مثل حالت هوای درونی به صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} (in) \hat{w} + ik \hat{u} = \quad (53)$$

$$\frac{1}{ik} \left[(-\omega i + ikU_0) \hat{u} + V_0 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_o} \hat{p}_o \quad (54)$$

$$i(-\omega + kU_0) \hat{v} + V_0 \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \hat{p}_o}{\partial r} \quad (55)$$

$$\frac{r}{in} \left[(-i\omega + ikU_0) \hat{w} + \frac{V_0}{r} \hat{w} + V_0 \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_o} \hat{p}_o \quad (56)$$

از مساوی قرار دادن معادله (54) با (56) نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{ik} \left[(-\omega i + ikU_0) \hat{u} + V_0 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_o} \hat{p}_o \quad (57)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (54) و مساوی قرار دادن با رابطه (55) نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{ik} \left[(-\omega i + ikU_0) \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + V_0 \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} \right] = i(-\omega + kU_0) \hat{v} + V_0 \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} \quad (58)$$

از حل دستگاه معادلات (53) و (57) و (58)، $\hat{u}$ و $\hat{v}$ و $\hat{w}$ به‌دست می‌آیند. سپس با استفاده از این سه پارامتر و معادله (51)، $\hat{p}$ محاسبه می‌شود.

2-8- معادله توزیع بدون بعد نهایی

بعد از اعمال معادلات (23) و (24) در شرط مرزی دینامیکی یعنی معادلات (39) و (40)، نتیجه می‌شود:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_i) = -\sigma \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{k^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{n}{r_1^2} \right) \hat{\eta}_i - \rho_i \frac{A_1^2}{r_1^3} \hat{\eta}_i \quad (59)$$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_o) = -\sigma \left(\frac{1}{r_o^2} - \frac{k^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{n}{r_o^2} \right) \hat{\eta}_o - \rho_o \frac{A_1^2}{r_o^3} \hat{\eta}_o \quad (60)$$

با جایگذاری مقادیر نوسانات فشار مایع، گاز داخلی و خارجی در معادلات بالا و حذف مقادیر $\hat{\eta}_i$ و $\hat{\eta}_o$ در نهایت معادله نهایی به‌دست می‌آید.

به‌منظور تعیین نقش نیروهای مختلف، خواص مایع و پارامترهای هندسی در مدل شکست لایه مایع، معادله نهایی با استفاده از پارامترهای بدون بعد زیر بی‌بعد شده است:

$$We_{ix} = \frac{\rho_i U_i^2 R_o}{\sigma}, We_{ox} = \frac{\rho_o U_o^2 R_o}{\sigma}, We_{ix} = \frac{\rho_i U_i^2 R_o}{\sigma} \\ We_{ir} = \frac{\rho_i V_i^2 R_o}{\sigma}, We_{or} = \frac{\rho_o V_o^2 R_o}{\sigma}, We_{ir} = \frac{\rho_i V_i^2 R_o}{\sigma} \\ We_{is} = \frac{\rho_i A_1^2}{\sigma R_b}, g_i = \frac{\rho_i}{\rho_l}, g_o = \frac{\rho_o}{\rho_l}, h = \frac{R_i}{R_o}, \bar{k} = k R_o, \bar{\omega} = \frac{\omega R_o}{U_i}$$

معادله بی بعد نهایی را می‌توان به صورت ساده زیر نشان داد:

$$f(\bar{\omega}, \bar{k}, \alpha, h, g_i, g_o, We_{ix}, We_{ox}, We_{ir}, We_{or}, We_{is}) = 0 \quad (61)$$

ضرایب به‌کار رفته در معادله فوق به عدد موج، شرایط جریان و پارامترهای هندسی بستگی دارد. معادله نهایی با استفاده از روش عددی در نرم‌افزار میپل حل و با تغییر مقادیر ورودی، روی ریشه‌ها یعنی ماکزیمم بخش موهومی که نشان‌دهنده نرخ رشد ماکزیمم نوسان است و طول شکست اولیه اسپری بحث می‌شود.

2-9- ماکزیمم شکست

اگر نوسان سطح در هنگام شکست به مقدار η_b برسد، زمان شکست τ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta_b = \eta_o \exp(\omega \tau) \rightarrow \tau = \frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{\eta_b}{\eta_o} \right) \quad (62)$$

در رابطه (62)، ω ماکزیمم نرخ رشد موج می‌باشد که از طریق حل معادله بخش نهایی محاسبه می‌شود و $\ln(\eta_b/\eta_o) = 12$ از نتایج دامبروسکی² و هوپر³ قرار داده می‌شود [12]. بنابراین طول شکست اولیه لایه مطابق زیر خواهد بود:

$$L_b = V_1 \tau = \frac{V_1}{\omega} \ln \left(\frac{\eta_b}{\eta_o} \right) = \frac{12 V_1}{\omega} \quad (63)$$

در رابطه (63)، V_1 سرعت مطلق مایع و L_b طول شکست اولیه لایه سیال می‌باشد. اگر از نرخ رشد موج به صورت بی بعد استفاده شود، این رابطه به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega R_b}{V_1} \rightarrow \omega = \frac{\bar{\omega} V_1}{R_b} \rightarrow L_b = \frac{12 R_b}{\bar{\omega}} \quad (64)$$

² Dombrowski

³ Hooper

¹ Maple

حالات مختلف، از زاویه پاشش 0 تا 180 درجه، مدل‌سازی کرد. به منظور اعتبارسنجی با رسم شکل‌هایی در این بخش، نتایج روش خطی بهبود یافته با نتایج تجربی و تحلیلی موجود، مقایسه شده‌است. تلاش شده است تا شرایط حاکم بر نتایج تجربی و تحلیلی استفاده شده تا حد امکان منطبق بر شرایط خطی مقاله باشد.

"شکل 4" مقایسه نتایج تحلیل خطی ابراهیم [7] و روش خطی مقاله را نشان می‌دهد. این شکل نشان‌دهنده این موضوع است که روش به کار گرفته شده امکان استخراج نتایج را در حالت استوانه‌ای (یعنی جت با زاویه پاشش صفر درجه) دارا می‌باشد و نمودار حاصل همخوانی مناسبی را نشان می‌دهد. در "شکل 5" تغییرات طول شکست بی‌بعد برحسب عدد وبر محوری سیال برای سه حالت تجربی، تحلیل خطی قبلی و روش خطی بهبود یافته ترسیم شده است. نکته مهم این است که کار تجربی با در نظر گرفتن اثرات ویسکوزیه انجام شده است در حالی که در مقاله حاضر از اثرات ویسکوزیه صرف‌نظر شده است.

همان‌طور که در "شکل 5" مشاهده می‌شود نتایج روش خطی مورد استفاده در مقاله به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. این امر نشان‌دهنده این است که روش خطی مورد استفاده در مقاله در تعیین طول شکست جت نسبت به روش خطی که تا به حال مورد استفاده قرار گرفته است، دقت بالاتری دارد.

"شکل 6" مقایسه سه روش خطی بهبود یافته، خطی قبلی و نتایج تجربی را در پیش‌بینی تغییرات نرخ رشد موج بی‌بعد برحسب عدد موج بی‌بعد نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش خطی بهبود یافته تطابق بیشتری با نتایج تجربی دارد.

3-1- تاثیر زاویه پاشش

زاویه پاشش از عوامل بسیار مهمی در طراحی محفظه‌های احتراق است. این موضوع به خصوص در مواقعی که فضا یا وزن محفظه احتراق دارای محدودیت بوده و یا کیفیت خاصی از لحاظ طول شکست و توزیع قطرات مد نظر باشد، از اهمیت بسیاری برخوردار است. تعیین زاویه صحیح پاشش

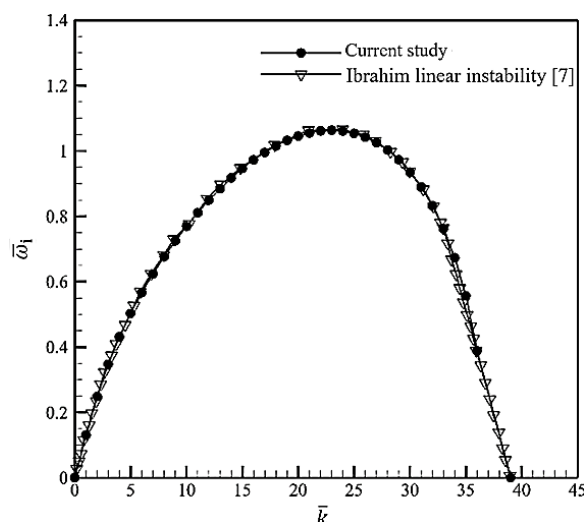


Fig. 4 Comparison of predicted growth rate versus wave number of liquid jet with Ibrahim linear instability [7] for a cylindrical liquid jet. $We_{ix}=1000$, $We_{ix}=0$, $We_{ox}=70$, $We_{is}=500$, $We_{is}=We_{os}=0$, $g_i=g_o=0.00123$, $h=0.677$, $n=0$

شکل 4 مقایسه منحنی نرخ رشد موج - عدد موج با روش خطی ابراهیم [7] در شرایط $We_{ix}=1000$, $We_{ix}=0$, $We_{ox}=70$, $We_{is}=500$, $We_{is}=We_{os}=0$, $g_i=g_o=0.00123$, $h=0.677$, $n=0$

در رابطه (64)، R_b شعاع خارجی متوسط لایه مخروطی مایع و $\bar{\omega}$ نرخ رشد موج بدون بعد می‌باشد.

همچنین قطر لیگامنت‌هایی که در اثر شکسته شدن جت با لایه در نقطه شکست تشکیل می‌شوند از رابطه (65) به‌دست می‌آید. این رابطه با فرض برقرار است که عدد وبر در گاز از 27/16 بزرگ‌تر باشد [13].

$$d_l = \sqrt{\frac{16h_s}{k_s}} \quad (65)$$

در رابطه (65)، d_l قطر لیگامنت و k_s عدد موج معادل ماکزیمم نرخ رشد موج و h_s نصف ضخامت لایه است که می‌بایست از روابط زیر به‌دست آیند:

$$\bar{k} = k_s R_b \rightarrow k_s = \frac{\bar{k}}{R_b}; h_s = (R_b - R_a)/2 \quad (66)$$

در نتیجه قطر لیگامنت بصورت رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$d_l = \sqrt{\frac{16h_s R_b}{\bar{k}}} \quad (67)$$

برای امواج کوتاه فرض بر این است که لیگامنت‌ها در اثر جدا شدن مایع از لایه در هر طول موج به‌دست می‌آیند. همچنین مطابق فرض دامبروسکی [14] در زمان شکست، هنگامی که دامنه امواج ناپایدار معادل شعاع یک لیگامنت است، یک قطره در هر طول موج شکل خواهد گرفت.

سپس از بالانس جرمی نتیجه می‌شود [13]:

$$d_D^3 = \frac{3\pi d_l^2}{k_l} \quad (68)$$

در رابطه (68)، d_D قطر قطره و k_l از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$k_l d_l = \left[\frac{1}{2} + \frac{3\mu_l}{2(\rho_l \sigma d_l)^{1/2}} \right]^{-1/2} \quad (69)$$

با قرار دادن رابطه (68) در معادله (67) رابطه زیر برای قطر قطره در اثر شکستن لیگامنت مایع لزج بدست می‌آید:

$$d_D = 1.88 d_l (1 + Oh)^{1/6} \quad (70)$$

در رابطه (70)، Oh عدد آنسِرگ است که نسبت ویسکوزیته به تنش سطحی مایع را نشان داده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Oh = \frac{\mu_l}{(\rho_l \sigma d_l)^{1/2}} \quad (71)$$

در صورت صرف‌نظر از اثرات ویسکوزیته معادله (70) به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$d_D = 1.88 d_l \quad (72)$$

حل معادله (61) مقدمه‌ای برای رسیدن به رابطه طول شکست اولیه یعنی معادله (64) می‌باشد. برای رسیدن به قطر لیگامنت و قطره می‌بایست از عدد موج معادل ماکزیمم نرخ رشد موج استفاده کرد. از رابطه (64) این نتیجه حاصل می‌شود که با افزایش ماکزیمم نرخ رشد موج طول شکست اولیه کاهش می‌یابد. افزایش عدد موج معادل نرخ رشد موج نیز به معنی کاهش طول موج است. بدین ترتیب که قطر لیگامنت را مطابق رابطه (67) و قطر قطره را مطابق رابطه (72) کاهش می‌دهد.

3- نتایج

همان‌طور که گفته شد، الگوریتمی که در این مقاله برای استخراج و حل عددی معادلات به کار گرفته شده است با روش‌هایی که تا به حال برای بررسی شکست اولیه جت سیال استفاده شده است متفاوت است. وجه تمایز این روش در این است که معادلات با در نظر گرفتن این نکته که جت به شکل مخروطی از اتمایزر خارج می‌شود استخراج شده است. روش حل عددی نیز به گونه ایست که این امکان را فراهم می‌سازد شکست اولیه جت را در

برحسب عدد موج بی بعد نشان می دهد. مطابق این نمودار با افزایش زاویه پاشش، ماکزیمم نرخ رشد موج افزایش و عدد موج معادلش کاهش می یابد. "شکل 8" تأثیر افزایش زاویه پاشش را روی طول شکست نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود با افزایش زاویه پاشش، طول شکست کاهش می یابد.

2-3- تأثیر سرعت چرخشی جت مایع

"شکل 9"، تأثیر سرعت چرخشی جت مایع را روی قطر قطرات تشکیل شده نشان می دهد. مطابق شکل با افزایش عدد و بر چرخشی جت مایع، قطر قطرات تشکیل شده کاهش می یابد. در حقیقت با افزایش سرعت چرخشی جت، ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادلش افزایش می یابد. روند افزایش ماکزیمم نرخ رشد موج، سبب کاهش طول شکست و روند افزایش

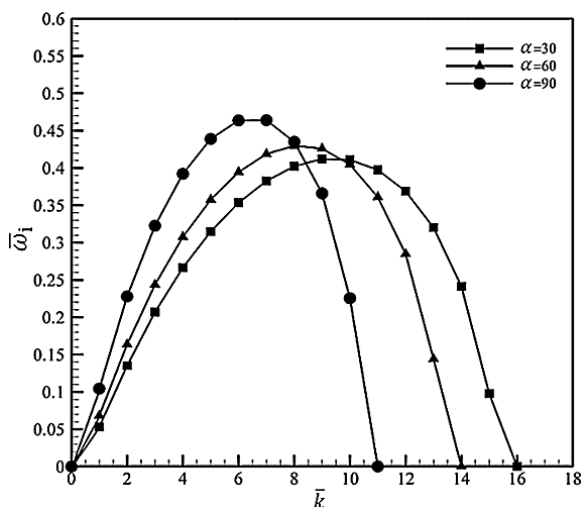


Fig. 7 Growth rate versus axial wave number of liquid jet for three different spray angles. $We_{ix}=4478.95$, $We_{is}=169.53$, $We_{ir}=212.66$, $We_{ix}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{is}=0$, $We_{ir}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $h=0.8$, $n=0$, $g_i=g_o=0.00122$

شکل 7 تأثیر زاویه پاشش روی نمودار توزیع نرخ رشد موج بی بعد در سه زاویه پاشش مختلف در شرایط $We_{ix}=4478.95$, $We_{is}=169.53$, $We_{ir}=212.66$, $We_{ix}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{is}=0$, $We_{ir}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $h=0.8$, $n=0$, $g_i=g_o=0.00122$

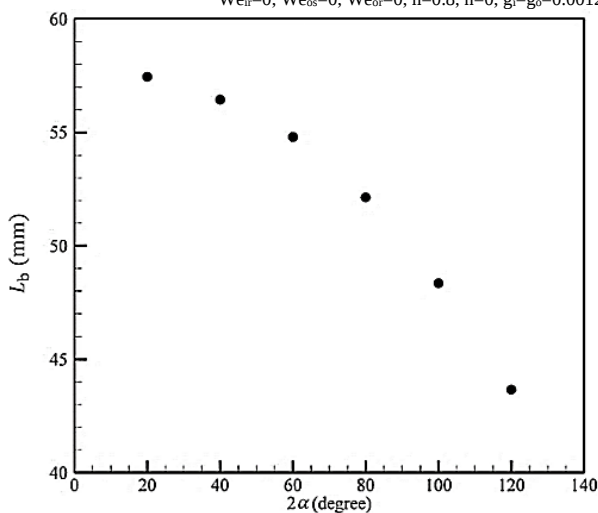


Fig. 8 Predicted breakup length versus spray angle of liquid jet. $We_{ix}=4478.95$, $We_{is}=169.53$, $We_{ir}=212.66$, $We_{ix}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{is}=0$, $We_{ir}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $h=0.8$, $n=0$, $g_i=g_o=0.00122$

شکل 8 تغییرات طول شکست براساس زاویه پاشش در شرایط $We_{ix}=4478.95$, $We_{is}=169.53$, $We_{ir}=212.66$, $We_{ix}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{is}=0$, $We_{ir}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $h=0.8$, $n=0$, $g_i=g_o=0.00122$

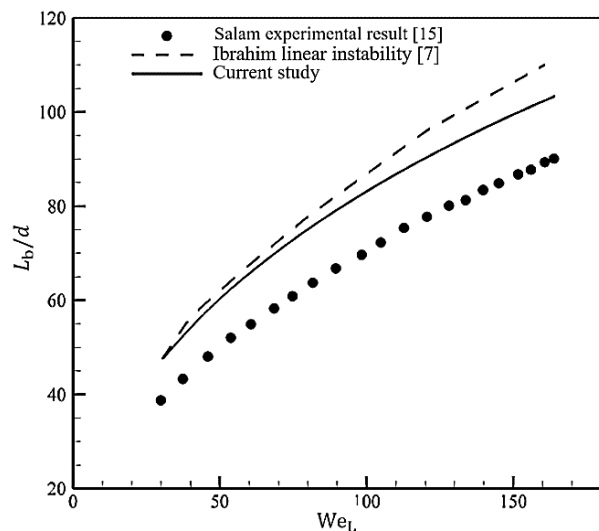


Fig. 5 Comparison of predicted non dimensional break length versus liquid axial Weber number with data from Sallam [15] and instability analysis of Ibrahim [7], $n=0$, $We_{ix}=30$, $We_{is}=We_{ix}=We_{ox}=0$, $R_o=1.9$ micron, $\sigma=0.072 \text{ kgs}^{-2}$, $\rho_l=997 \text{ kgm}^{-3}$

شکل 5 مقایسه منحنی طول شکست بی بعد بر حسب عدد و بر محوری مایع حاصل از روش خطی مقاله با نتایج تجربی سلام [15] و روش خطی ابراهیم [7] در شرایط $n=0$, $We_{ix}=30$, $We_{is}=We_{ix}=We_{ox}=0$, $R_o=1.9$ micron, $\sigma=0.072 \text{ kgs}^{-2}$, $\rho_l=997 \text{ kgm}^{-3}$

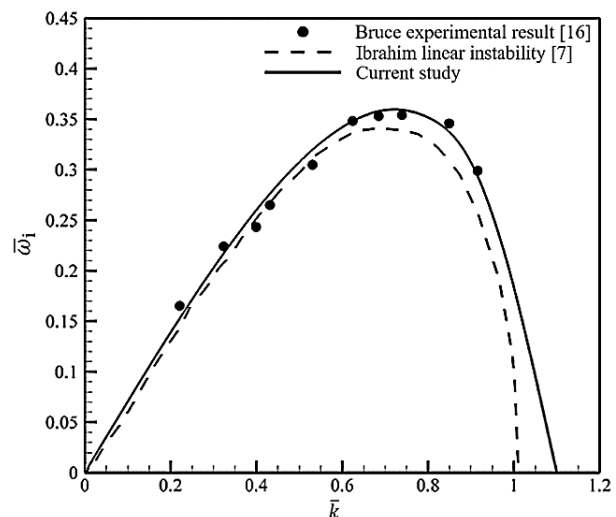


Fig. 6 Comparison of predicted growth rate versus wave number of liquid jet with data from Bruce [16] and instability analysis of Ibrahim [7], $Re=169$, $d_n=0.02 \text{ mm}$, $\rho_l=1022 \text{ gl}^{-1}$, $\mu_l=0.00262 \text{ pa}$, $\sigma=0.05 \text{ kgs}^{-2}$

شکل 6 مقایسه منحنی نرخ رشد بی بعد بر حسب عدد موج بی بعد حاصل از روش خطی مقاله با نتایج تجربی بروس [16] و روش خطی ابراهیم [7] در شرایط $Re=169$, $d_n=0.02 \text{ mm}$, $\rho_l=1022 \text{ gl}^{-1}$, $\mu_l=0.00262 \text{ pa}$, $\sigma=0.05 \text{ kgs}^{-2}$

سوخت در کاربردهای مختلف، یکی از راه کارهای مؤثر برای کاهش مصرف سوخت و گازهای آلاینده خروجی از محفظه است. یک زاویه پاشش مناسب، سبب اختلاط، تبخیر و احتراق بهتر خواهد شد.

همان طور که گفته شد الگوریتم به کار گرفته شده به گونه ای است که امکان بررسی شکست اولیه لایه سیال را در زاویه های پاشش مختلف فراهم می سازد. در حقیقت در بسیاری از آنژکتورهای کاربردی، مایع به شکل یک اسپری مخروطی توخالی با زاویه ای بین 30 تا 180 درجه از نازل تخلیه می شود. "شکل 7" تأثیر زاویه پاشش را روی نمودار توزیع نرخ رشد موج بی بعد

معنا است که افزایش نسبت چگالی گاز به مایع اثر افزایشدهای روی نیروی آیرودینامیکی دارد و در نتیجه باعث افزایش نرخ رشد ماکزیمم و کاهش طول شکست اولیه می‌شود.

4- نتیجه گیری

در این مقاله تلاش شده‌است تا روش بهبود یافته‌ای از آنالیز ناپایداری خطی برای مدل‌سازی شکست اولیه جت سیال خروجی از اتمایزر ارائه شود. معادلات به گونه‌ای استخراج و حل شده‌اند که لایه سیال خروجی به صورت مخروطی مدل شود. از جمله پارامترهایی که در مدل‌سازی به این نحو وارد معادلات می‌شوند می‌توان به زاویه پاشش، سرعت‌های شعاعی جت مایع، گاز داخلی و خارجی اشاره کرد. الگوریتم به کار گرفته شده به صورتی است که امکان بررسی شکست اولیه لایه سیال را در زاویه‌های پاشش مختلف فراهم می‌سازد. مقایسه با نتایج تجربی نشان می‌دهد روش خطی بهبود یافته نسبت به روش‌های قبلی تطابق بیشتری با واقعیت دارد. آنچه که از بررسی نتایج حاصل می‌شود عبارتند از:

افزایش نسبت چگالی گاز به مایع موجب افزایش ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادلش می‌شود که این خود کاهش طول شکست و کاهش قطر قطرات را در بردارد.

افزایش سرعت چرخشی جت مایع تاثیر مثبتی در افزایش نرخ رشد موج و عدد موج معادلش دارد که در نتیجه موجب کاهش طول شکست اولیه و قطر لیگامنت و قطره می‌شود.

افزایش زاویه پاشش، ماکزیمم نرخ رشد موج را افزایش و عدد موج معادلش را کاهش می‌دهد. در نتیجه با افزایش زاویه پاشش، طول شکست کاهش و قطر لیگامنت و قطره افزایش می‌یابد.

5- فهرست علائم

A	قدرت گردابه (m^2s^{-1})
d	قطر (m)
g	نسبت چگالی گاز به مایع
h	نسبت شعاع داخلی به خارجی
k	عدد موج محوری (m^{-1})
n	عدد موج پیچشی
P	فشار متوسط (Nm^{-2})
$\dot{p}$	نوسان فشار (Nm^{-2})
R	شعاع (m)
r	مختصات شعاعی (m)
t	زمان (s)
U	سرعت متوسط محوری (ms^{-1})
u	نوسان سرعت محوری (ms^{-1})
V	سرعت متوسط شعاعی (ms^{-1})
v	نوسان سرعت شعاعی (ms^{-1})
W	سرعت متوسط مماسی (ms^{-1})
w	نوسان سرعت مماسی (ms^{-1})
We	عدد وبر
x	مختصات محوری (m)
σ	تنش سطحی (kgs^{-2})

علائم یونانی

α تنش سطحی (kgs^{-2})

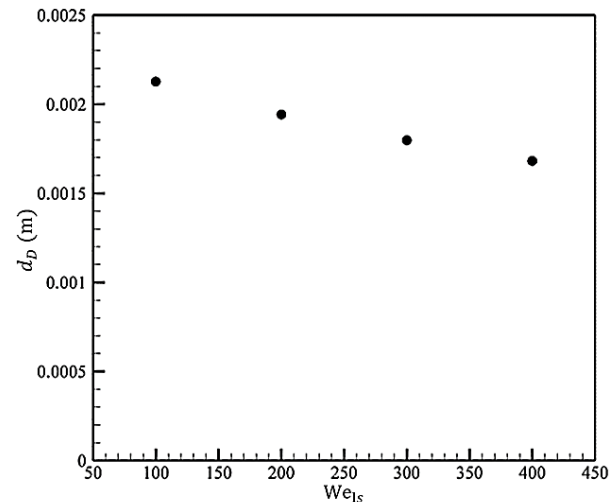


Fig. 9 Predicted droplet diameter versus swirl Weber number of liquid jet. $We_{lx}=4478.95$, $We_{lr}=212.66$, $We_{lx}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{ls}=0$, $We_{lr}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $\alpha=50$, $h=0.8$, $n=0$, $g_i=g_o=0.00122$

شکل 9 تغییرات قطر قطره براساس عدد وبر چرخشی جت مایع در شرایط $We_{lx}=4478.95$, $We_{lr}=212.66$, $We_{lx}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{ls}=0$, $We_{lr}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $\alpha=50$, $h=0.8$, $n=0$, $g_i=g_o=0.00122$

عدد موج معادل ماکزیمم نرخ رشد موج، سبب کاهش قطر لیگامنت و قطره می‌شود. بنابراین در کاربردهایی که هدف تشکیل قطرات با قطر کمتر و شکست جت در فاصله کوتاهی از اتمایزر است می‌بایست حتی الامکان سرعت چرخشی جت مایع را افزایش داد.

3-3- تاثیر نسبت چگالی گاز به مایع

"شکل 10"، تاثیر نسبت چگالی گاز به مایع را روی قطر قطرات تشکیل شده نشان می‌دهد. نمودار نشانگر این است که افزایش نسبت چگالی گاز به مایع، سبب کاهش قطر قطرات تشکیل شده می‌شود. در حقیقت افزایش نسبت چگالی گاز به مایع، موجب افزایش ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادل نقطه شکست شده است. بنابراین اسپری با طول شکست و قطر قطرات کمتر زمانی حاصل می‌شود که نسبت چگالی بیشتری وجود داشته باشد. این بدان

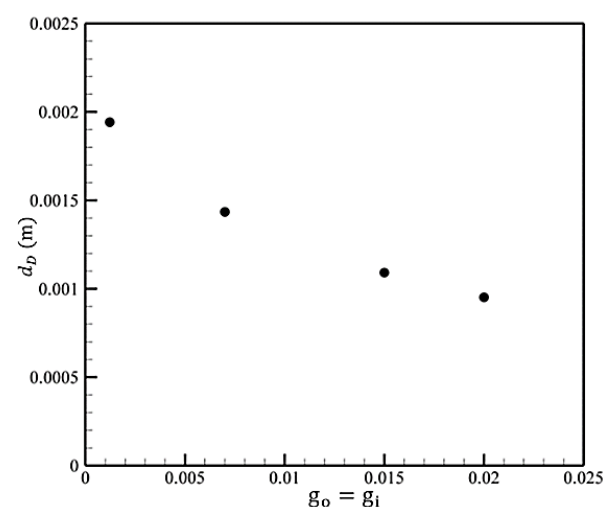


Fig. 10 Predicted droplet diameter versus density ratio. $We_{lx}=4478.95$, $We_{ls}=169.53$, $We_{lr}=212.66$, $We_{lx}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{ls}=0$, $We_{lr}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $\alpha=50$, $h=0.8$, $n=0$

شکل 10 نمودار توزیع نرخ رشد موج بی بعد بر حسب نسبت چگالی در شرایط $We_{lx}=4478.95$, $We_{ls}=169.53$, $We_{lr}=212.66$, $We_{lx}=0.83$, $We_{ox}=0$, $We_{ls}=0$, $We_{lr}=0$, $We_{os}=0$, $We_{or}=0$, $\alpha=50$, $h=0.8$, $n=0$

- [6] C. Mehring, W. Sirignano, Nonlinear capillary waves on swirling, axisymmetric free liquid films, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 27, No. 10, pp. 1707-1734, 2001.
- [7] A. Ibrahim, *Comprehensive Study of Internal Flow Field and Linear and Nonlinear Instability of an Annular Liquid Sheet Emanating from an Atomizer*, Cincinnati, Ohio: Ph.D Dissertation, University of Cincinnati, 2006.
- [8] S. A. Mahdavi, F. Ommi, The effect of rotation of air flow on spray atomization with hollow cone, *8th International Aerospace Conference*, Malek-Ashtar University of Technology, January 2007. (in Persian فارسی)
- [9] E. Ibrahim, T. McKinney, Injection characteristics of non-swirling and swirling annular liquid sheets, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 220, No. 2, pp. 203-214, 2006.
- [10] K. Yan, M. A. Jog, Z. Ning, Nonlinear spatial instability of an annular swirling viscous liquid sheet, *Acta Mechanica*, Vol. 224, No. 12, pp. 3071-3090, 2013.
- [11] S. A. Mahdavi, F. Ommi, E. Movahednejad, S. M. Hosseinalipour, Estimation of the breakup length for the annular and the round liquid jet using linear instability analysis, *ASME Fluids Engineering Summer Meeting*, Colorado, 2013.
- [12] N. Dombrowski, P. Hooper, The effect of ambient density on drop formation in sprays, *Chemical Engineering Science*, Vol. 17, No. 4, pp. 291-305, 1962.
- [13] P. Senecal, D. Schmidt, I. Nouar, C. Rutland, R. Reitz, M. Corradini, Modeling high-speed viscous liquid sheet atomization, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 25, No. 6-7, pp. 1073-1097, 1999.
- [14] N. Dombrowski, W. Johns, The aerodynamic instability and disintegration of viscous liquid sheets, *Chemical Engineering Science*, Vol. 18, No. 7, p. 470, 1963.
- [15] K. Sallam, Z. Dai, G. Faeth, Liquid breakup at the surface of turbulent round liquid jets in still gases, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 3, pp. 427-449, 2002.
- [16] C. Bruce, Dependence of ink jet dynamics on fluid characteristics, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 20, No. 3, pp. 258-270, 1976.

ρ	چگالی (kgm^{-3})
η	تغییر مکان نوسانات (m)
ω	فرکانس زمانی (s^{-1})
θ	زاویه سمتی (rad)

زیر نویس‌ها

a	شعاع داخلی
b	شعاع خارجی
i	هوای داخل
l	مایع
o	هوای خارج
s	چرخشی

6- مراجع

- [1] A. Lefebvre, V. McDonell, *Atomization and Sprays*, Second Edition. Boca Raton: CRC Press LLC, pp. 1-9, 2017.
- [2] S. Lin, *Breakup of Liquid Sheets and Jets*, Cambridge [u.a.]: Cambridge University Press, pp 1-5, 2003.
- [3] W. Sirignano, C. Mehring, Review of theory of distortion and disintegration of liquid streams, *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 26, No. 4-6, pp. 609-655, 2000.
- [4] Y. Liao, S. Jeng, M. Jog, M. Benjamin, Advanced Sub-model for airblast atomizers, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 17, No. 2, pp. 411-417, 2001.
- [5] A. Ibrahim, M. Jog, Nonlinear instability of an annular liquid sheet exposed to gas flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 34, No. 7, pp. 647-664, 2008.