



بررسی و بهینه‌سازی اثر هندسه و بارگذاری سطح بر راندمان اختلاط الکترواسموتیک در میکروکانال‌های همگرا-واگرا به روش سطح پاسخ

یاسر بساطی¹، امیدرضا محمدی‌پور²، حمید نیازمند^{3*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948944، niazmand@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 06 شهریور 1396

پذیرش: 24 آبان 1396

ارائه در سایت: 08 دی 1396

کلید واژگان:

شبکه بولتزمن

اختلاط

الکترواسموتیک

روش سطح پاسخ

بهینه‌سازی

چکیده

در این تحقیق اثرات توزیع پتانسیل سطحی و تغییرات هندسی بر میزان اختلاط الکترواسموتیک مورد بررسی قرار گرفته است. هندسه مورد بررسی در این پژوهش مجموعه‌ای از میکروکانال‌های همگرا-واگرا دوبعدی با نسبت‌های مختلف واگرایی است. شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک به کمک روش عددی شبکه بولتزمن و با تکیه بر حل معادلات ناویر-استوکس و پواسون-بولتزمن برای محاسبه توزیع میدان سرعت و بار الکتریکی صورت گرفته است. صحت شبیه‌سازی با مقایسه میان حل عددی به دست آمده از روش شبکه بولتزمن و حل تحلیلی موجود در شرایط بارگذاری یکنواخت مورد ارزیابی قرار گرفته است. در ادامه از روش سطح پاسخ به منظور ارائه رابطه کلی بین متغیرها جریان و در نهایت بهینه‌سازی شرایط جریان براساس دبی عبوری و راندمان اختلاط استفاده گردیده است. نتایج عددی حاکی از آن است که با افزایش میزان نسبت پتانسیل سطحی و نسبت واگرایی، دبی افزایش و راندمان اختلاط در خروجی کاهش می‌یابد. نوع بارگذاری تأثیر چندانی در میزان دبی ندارد در حالی که اثرات آن بر راندمان مخلوط قابل توجه است. علاوه بر این نتایج نشان داده‌اند که میزان حساسیت دبی و راندمان اختلاط به تغییرات زتاپتانسیل سطح بیشتر از تغییرات نسبت واگرایی است. در انتها پارامترهای بهینه توسط روش سطح پاسخ محاسبه شدند. بر اساس این بهینه‌سازی، مقادیر بهینه 0.5، 0.6 و pp-nn به ترتیب برای نسبت پتانسیل سطح، نسبت انسداد و نوع بارگذاری جهت حصول بیشینه دبی و راندمان اختلاط به طور هم‌زمان به دست آمدند.

Investigation and optimization of geometry and zeta-potential effects on electroosmotic mixing efficiency in converging-diverging microchannels by response surface methodology

Yaser Basati¹, Omid Reza Mohammadipour², Hamid Niazmand^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran

* P.O.B. 9177948944, Mashhad, Iran, niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 28 August 2017

Accepted 15 November 2017

Available Online 29 December 2017

Keywords:

Lattice Boltzmann Method

Mixing

Electroosmotic

Response surface methodology (RSM)

Optimization

ABSTRACT

In this study, effects of zeta potential distribution and geometrical specifications are investigated on mixing efficiency in electroosmotic flows. Flow geometry in this research is a series of converging-diverging microchannels with different diverging ratios. Governing equations including the Navier Stokes equation for fluid flow and the Poisson-Boltzmann equation for internal electrical field are solved numerically in a two-dimensional domain by using the lattice Boltzmann method. Numerical simulations are validated against available analytic solutions for electroosmotic flow in homogeneous straight channels. The response surface methodology (RSM) is then employed to investigate relationship between flow variables and consequently to optimize mixing efficiency and flow rate of the channel. Results indicate that increasing the zeta potential ratio and diverging ratio, leads to increased value of flow rate, while meanwhile it decreases the mixing efficiency. Zeta potential pattern does not affect flow rate considerably, but its effects on mixing efficiency is noticeable. Furthermore, it is found that mixing efficiency and flow rate are more sensitive to zeta potential ratio than diverging ratio. At last, optimum parameters are determined by RSM which are 0.5 for zeta potential ratio, 0.6 for diverging height, and pp-nn pattern for zeta potential distribution, all associated to simultaneously maximized flow rate and mixing efficiency.

Please cite this article using:

Y. Basati, O. R. Mohammadipour, H. Niazmand, Investigation and optimization of geometry and zeta-potential effects on electroosmotic mixing efficiency in converging-diverging microchannels by response surface methodology, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 27-38, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

در سال‌های اخیر ساخت ابزارها در ابعاد مینیاتوری سبب انجام تحقیقات گسترده علمی در زمینه سیستم‌های میکروسیالی¹ و میکرو الکترومکانیکی² شده است. میکرو سیستم‌ها در زمینه‌های مختلف مهندسی نظیر درمان‌های بیولوژیکی در پزشکی، تحلیل‌های شیمیایی، خنک‌کاری دستگاه‌های الکترونیکی، واکنشگرهای جداساز برای سلول‌های زیستی و تجزیه‌گرهای خون کاربرد دارند. استفاده از میکرو سیستم‌ها به سرعت در حال رشد است. کاهش در نمونه‌ها و مواد، زمان واکنش بسیار کوتاه و قابلیت حمل و انجام تمام کارها روی یک تراشه سبب کاربردی شدن میکرو سیستم‌ها می‌شود. ریزتراشه آزمایشگاهی شامل مجموعه یکپارچه‌ای از اجزای مکانیکی، حس‌گرها و مدارهای الکترونیکی هستند به نحوی که تمام اجزای لازم برای یک تحلیل، داخل یک دستگاه کوچک قرار گرفته است. میکروکانال‌ها³ و میکرو پمپ‌ها⁴ یکی از اجزای اساسی این گونه سیستم‌هاست. عموماً کانال‌های با طول مشخصه بین 1 تا 100 میکرومتر، میکروکانال نامیده می‌شوند که معمولاً نسبت سطح به حجم آن‌ها زیاد است [2,1]. رفتار سیال در جریان‌های با مقیاس میکرو می‌تواند به طور قابل توجهی نسبت به مقیاس بزرگ متفاوت باشد. به نحوی که برخی از پدیده‌های سطحی که در ابعاد بزرگ مهم نیست، در این مجراها سبب ایجاد اثرات قابل توجهی شوند. یکی از این پدیده‌ها، رفتار الکتروجنینی جریان است. در جریان‌های میکروسکوپی اثر نیروهای الکتریکی به علت افزایش نسبت سطح به حجم میکروکانال نقش پررنگ‌تری دارند. این ویژگی سبب می‌شود در میکروکانال‌ها برای انتقال سیال از اعمال میدان الکتریکی به عنوان یک روش کاربردی استفاده شود با توجه به آرام بودن جریان‌های موجود در میکروکانال‌ها و پایین بودن عدد رینولدز مکانیزم غالب اختلاط پدیده پخش مولکولی است، که ذاتاً فرآیندی کند است و سبب می‌شود که پدیده اختلاط در میکروکانال‌ها به کندی پیشرفت کند. برای بهبود کیفیت اختلاط و جلوگیری از طولانی شدن زمان و مسیر مورد نیاز برای دستیابی به کیفیت قابل قبول در اختلاط درون میکروکانال‌ها می‌توان به مکانیزم‌های اختلاط فعال و یا غیرفعال متوسل شد که روش‌های فعال غالباً نتایج بهتری در مقایسه با روش‌های غیرفعال دارد [3]. با این حال این روش‌ها تجهیزات اضافی نیاز دارند که برای مقاصد مورد نظر در طراحی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی مناسب نیستند [5,4]. از این‌رو در روش‌های غیرفعال با استفاده از تغییر هندسه میکروکانال و مشخصات فیزیکی می‌توان راندمان اختلاط را افزایش داد [7,6].

رن و لی [8] جریان الکترواسموتیک درون میکروکانال با سطح مقطع دایره‌ای با زتا پتانسیل غیریکنواخت را به صورت عددی مدل‌سازی کردند و نشان دادند که زتا پتانسیل غیریکنواخت انواع مختلف پروفیل سرعت را ایجاد می‌کند. فو و همکاران [9] اثر تغییرات زتا پتانسیل را به صورت عددی مطالعه کردند. یانگو همکاران [10] یک مدل تحلیلی برای توصیف اثرات پتانسیل زتا غیریکنواخت در جریان الکتروکینتیک پیشنهاد کردند. بیدس و همکاران [11] با استفاده از الگوهای ناهمگن زتا پتانسیل و ایجاد جریان‌های گردابه‌ای راندمان اختلاط را افزایش دادند. نایاک [12] با استفاده از مدل توزیع بولتزمن تأثیر حضور ناهمگنی در توزیع پتانسیل روی دیواره میکروکانال در مکان‌های مختلف را به صورت سه بعدی مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان داد که نامتقارن بودن توزیع زتا پتانسیل روی دیواره سبب می‌شود راندمان

اختلاط نسبت به حالت متقارن افزایش می‌یابد.

وانگ و هو [13] به بررسی وجود مانع استوانه‌ای در جریان فشار محرک درون میکروکانال‌های Y شکل به صورت تجربی و عددی پرداختند و با مطالعه پارامترهایی همچون قطر مانع، محل قرارگیری و تعداد موانع در اعداد رینولدز مختلف یک طرح بهینه به‌منظور افزایش راندمان اختلاط ارائه کردند، همچنین نشان دادند که وجود مانع سبب افزایش همرفت جانبی و بهبود اختلاط می‌شود. چن و چو [14] با استفاده از مدل توزیع بولتزمن اختلاط تحت جریان الکترواسموتیک را در میکروکانال‌های دارای سطوح موج به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند و اثر دامنه موج و طول منطقه موج‌دار و همچنین الگو و مقدار زتا پتانسیل ناهمگن سطح بر راندمان اختلاط در میکروکانال مورد مطالعه قرار گرفت. بنابر نتایج آن‌ها در میکروکانال مستقیم به دلیل پایین بودن رینولدز جریان، پدیده اختلاط تنها ناشی از اثر پخش و دارای راندمان ضعیفی است، اما سطوح موج‌دار به دلیل افزایش سطح تماس دو جزء در میکروکانال باعث افزایش راندمان اختلاط می‌شوند. آن‌ها نشان دادند که با اعمال الگوی زتا پتانسیل ناهمگن سطح به دلیل تشکیل چرخش جریان در نزدیکی دیواره‌های میکروکانال کارایی اختلاط بیش از پیش افزایش می‌یابد و این افزایش رابطه مستقیمی با افزایش مقدار زتا پتانسیل سطح دارد. یوشیدا و همکاران [15] جریان الکترواسموتیک درون یک میکروکانال تخت با دیواره‌های موجی را به صورت عددی و با استفاده از روش لیتس-بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از تقریب دی-هوک و براساس تئوری تقریبی روانکاری یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی دبی جریان ارائه کردند. و نشان دادند که دبی جریان در حالت زتا پتانسیل ثابت با افزایش دامنه موج دیواره کاهش می‌یابد و این دبی از دبی جریان در حالت مجرا با دیواره صاف کمتر است.

وانگ و همکاران [16] اختلاط تحت جریان الکترواسموتیک را به روش شبکه بولتزمن با حل معادله پواسن-بولتزمن، معادلات ممنوم و انتقال جرم بررسی کردند. وانگ و همکاران [17] اختلاط جریان الکترواسموتیک درون یک میکروکانال تخت در اثر حضور موانع مربعی شکل را به کمک شبکه بولتزمن بررسی کردند در این مطالعه آن‌ها معادله پواسن-بولتزمن (با تقریب دیبی)، معادلات ناویر-استوکس و انتقال جرم را حل کردند.

لین و چن [18] جریان الکترواسموتیک در میکروکانال ناهمگن را با استفاده از شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. در این کار آن‌ها توزیع بولتزمن را برای توزیع غلظت یونی به کار بردند و اثرات ناهمگنی در توزیع زتا پتانسیل، غلظت مولار یونی، ارتفاع کانال، نوسانی بودن میدان الکتریکی و فشار در جریان الکترواسموتیک و فشار محرک مورد بررسی قرار گرفت.

سای و همکاران [19] جدایش تحت اثر الکتروکینتیک درون میکروکانال‌های واگرا همراه با جریان‌های جانبی را به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار دادند. لی و همکاران [20] اختلاط توسط جریان الکترواسموتیک در یک کانال همگرا و واگرا را به صورت تجربی و عددی با استفاده از تقریب اسمولوکوفسکی⁵ بررسی کردند و نشان دادند که هندسه همگرا و واگرا سبب افزایش دیفیوژن می‌شود و با تغییر هندسه این قسمت می‌توان درجه دیفیوژن را کنترل کرد، همچنین گرادیان‌های غلظت متفاوتی را می‌توان با اعمال میدان الکتریکی متفاوت و تغییر هندسه میکروکانال به دست آورد. در مقایسه با یک میکروکانال T شکل ساده، این میکروکانال پروفیل غلظت بهتر در طول کوتاه‌تر را نتیجه می‌دهد. بساطی و همکاران [21] اختلاط تحت جریان الکترواسموتیک در کانال‌های مستقیم، همگرا،

¹ Microfluidics

² Micro Electro Mechanical System (MEMS)

³ Microchannels

⁴ Micropumps

⁵ Smoluchowski

2-1-1- میدان الکتریکی خارجی

میدان الکتریکی خارجی میدانی است که در فضای بین یک آند و یک کاتد رخ می‌دهد. توزیع پتانسیل الکتریکی آن با $\phi(x, y)$ معرفی شده و شدت میدان الکتریکی ناشی از آن توسط رابطه $\vec{E} = -\nabla\phi$ تعیین می‌شود. با معرفی کمیات بی‌بعد به صورت $x^* = x/H$, $y^* = y/H$, $\phi^* = \phi/EH$ و پس از حذف بالانویس (*) معادله حاکم بر میدان الکتریکی خارجی به صورت معادله (1) لاپلاس است [22].

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

شرایط مرزی پتانسیل الکتریکی خارجی در ورودی، خروجی و روی دیواره‌ها به صورت روابط (2) است.

$$\begin{aligned} \phi(0, y) &= EL [V], & \phi(L, y) &= 0 [V] \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{\text{wall}} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

2-1-2- میدان الکتریکی داخلی

توزیع پتانسیل الکتریکی $\psi(x, y)$ به وجود آمده در الکترولیت مجاور دیوار از طریق معادله پواسن به چگالی بار خالص الکتریکی ρ_e مرتبط می‌شود. با استفاده از فرم بی‌بعد شده $\psi^* = ze\psi/k_B T$, $\rho_e^* = \rho_e/ze n_0$ و پس از حذف بالانویس (*) معادله پواسن حاکم بر میدان الکتریکی داخلی به صورت رابطه (3) خواهد بود [22].

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{k^2 \rho_e}{2} \quad (3)$$

در رابطه (3) $k = KH$ پارامتر بی‌بعد ضخامت لایه دوگانه الکتریکی و $K = \sqrt{2ze^2 n_0 / \epsilon_r \epsilon_0 k_B T}$ پارامتر دبی-هوکل است. شرایط مرزی این معادله در ورودی و خروجی تغییرات ناچیز گرادیان $\partial\psi/\partial x = 0$ و روی دیواره‌ها به صورت $\psi = \zeta(x)ze/k_B T$ است. چگالی بار خالص الکتریکی متناسب با اختلاف غلظت عددی یون‌های مثبت و منفی است $\rho_e = (n^+ - n^-)$. در این پژوهش به منظور تعیین چگالی بار خالص الکتریکی از توزیع بولتزمن استفاده خواهد شد. ارتباط بین غلظت یون‌ها (n_i) و پتانسیل الکتریکی میدان داخلی (ψ) از طریق معادله بولتزمن تعیین است. اگر ارتفاع کانال به اندازه کافی بزرگ باشد به گونه‌ای که غلظت یون‌های مورد نظر در محلول در مرکز کانال با غلظت توده محلول برابر گردد (فرض شماره 5)، توزیع بولتزمن برقرار است. این توزیع به صورت رابطه (4) بیان می‌گردد [23].

$$n_i = n_0 \exp\left(\frac{-z_i e \psi}{K_B T}\right) \quad (4)$$

در معادله (4) عبارات n_i ، K_B و T به ترتیب بیانگر غلظت توده محلول، ثابت بولتزمن و دمای مطلق برحسب K است.

2-2- معادله ناویر- استوکس

برای جریان دائم سیال معادلات جریان در یک سیستم تحت اثرات الکتروکینتیک به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود و با استفاده از فرم بی‌بعد شده $\vec{V}^* = \vec{V}/U_{\text{ref}}$ و $p^* = p/\rho U_{\text{ref}}^2$ و پس از حذف بالانویس (*) به صورت رابطه (6) خواهد بود [22].

$$\rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla P + \mu \nabla^2(\vec{V}) - \rho_e(\nabla\phi + \vec{V}\psi) \quad (5)$$

$$\vec{V} \cdot \nabla(\vec{V}) = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2(\vec{V}) - B\rho_e(A\nabla\phi + \vec{V}\psi) \quad (6)$$

در روابط (5,6) جمله آخر نیروی حجمی ناشی از اثرات میدان الکتریکی بر یون‌های باردار درون سیال است. این نیروی الکتریکی مشابه با نیروی

واگرا و همگرا- واگرا با استفاده از شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که میکروکانال‌های همگرا سبب بهبود قابل ملاحظه اختلاط می‌شود که در عین حال با کاهش نسبتاً زیاد دبی همراه است و بالعکس استفاده از میکروکانال‌های واگرا منجر به افزایش دبی و کاهش اختلاط می‌شود. و با استفاده از هندسه‌های همگرا- واگرا می‌توان به تعادل مناسبی از دبی و راندمان اختلاط دست یافت.

در مقایسه با تحقیق پیشین [21] در این پژوهش یک رابطه کلی برای دبی و راندمان اختلاط در خروجی میکروکانال براساس پارامترهای نسبت انسداد، نسبت زتاپتانسیل و نوع بارگذاری سطح ارائه می‌شود. برای این منظور تمامی معادلات حاکم بر جریان شامل معادلات لاپلاس، پواسن و ناویر- استوکس به ترتیب برای توزیع میدان الکتریکی خارجی، توزیع میدان الکتریکی داخلی و میدان جریان سیال به صورت عددی و با کمک روش شبکه بولتزمن حل می‌شوند. پس از آن با توجه به نتایج عددی به دست آمده و با کمک روش سطح پاسخ یک رابطه کلی برای دبی و راندمان اختلاط در خروجی میکروکانال براساس پارامترهای نسبت انسداد، نسبت زتاپتانسیل سطح و نوع بارگذاری سطح ارائه شده است.

2- معادلات حاکم

در شکل 1 هندسه میکروکانال مورد مطالعه به همراه پارامترهای هندسی به صورت یک کانال مستقیم نشان داده شده است که در قسمت میانی همگرا- واگراست. طول کانال برابر با L و ارتفاع آن برابر با H در نظر گرفته شده است. ارتفاع قسمت همگرا- واگرا توسط پارامتر h تعیین می‌گردد و در قسمت میانی خواص سطحی به صورت ناهمگن در نظر گرفته شده است که وظیفه اختلاط جریان را بر عهده دارد.

مدل‌سازی جریان مورد با در نظر گرفتن فرضیات زیر انجام شده است:

- 1- سیال نیوتنی است.
 - 2- اثرات تراکم‌پذیری، شناوری و گرانشی قابل چشم‌پوشی است.
 - 3- در طول جریان هیچ گونه واکنش شیمیایی صورت نمی‌پذیرد.
 - 4- در محاسبه چگالی خالص بار الکتریکی از تغییرات دما در کل کانال در مقایسه با دمای مطلق صرف نظر می‌شود.
 - 5- تغییرات توزیع یونی به واسطه وجود بار سطحی تنها محدود به یک ناحیه بسیار نازک در مجاور سطح خواهد بود؛ بنابراین اثرات جابه‌جایی بر توزیع یونی ناچیز است.
- تحت این شرایط معادلات حاکم بر مسأله به صورت روابط زیر است.

2-1- معادلات میدان الکتریکی

در جریان الکترواسموتیک پتانسیل الکتریکی کلی از مجموع پتانسیل‌های الکتریکی خارجی (ϕ) و داخلی (ψ) به دست می‌آید.

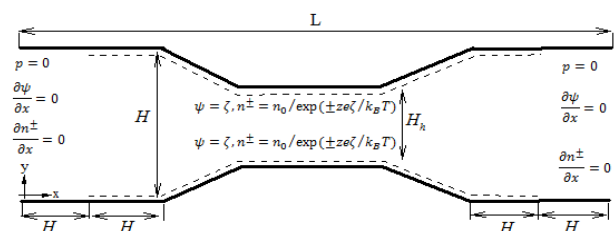


Fig. 1 Flow geometry and boundary conditions

شکل 1 هندسه مورد مطالعه و شرایط مرزی

در رابطه (12) g_i تابع توزیع، g_i^{eq} شکل تعادلی تابع توزیع و τ_ϕ ثابت تخفیف زمانی است. میزان پتانسیل الکتریکی خارجی ϕ ، شکل تعادلی تابع توزیع و ثابت تخفیف زمانی به ترتیب مطابق روابط (13-15) محاسبه می‌شوند.

$$\phi = \sum_i g_i \quad (13)$$

$$g_i^{eq} = \begin{cases} \frac{\phi w'_i}{k_g} & i > 0 \\ \phi - \sum_{i \neq 0} g_i^{eq} & i = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$\tau_\phi = k_g \frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \quad (15)$$

در روابط (14,15) k_g یک ثابت عددی دلخواه است که متناسب با محدودیت‌های ثابت تخفیف زمانی انتخاب می‌شود. در این پژوهش از $k_g = 3$ استفاده شده است. برای شبکه D2Q9 مورد استفاده در این پژوهش مؤلفه‌های سرعت و ضرایب وزنی عبارت از روابط (16,17) است. در رابطه (16) $c = \delta x / \delta t$ سرعت شبکه است.

$$\begin{cases} c_0 = (0,0) \\ c_i = (\cos\theta, \sin\theta)c, \quad \theta = \frac{(i-1)\pi}{2}, \quad i = 1-4 \\ c_i = \sqrt{2}(\cos\theta, \sin\theta)c, \quad \theta = \frac{(i-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, \quad i = 5-8 \end{cases} \quad (16)$$

$$w'_i = \begin{cases} \frac{1}{3} & i = 1-4 \\ \frac{1}{12} & i = 5-8 \end{cases} \quad (17)$$

3-2- مدل لتیس بولتزمن جهت حل معادله پواسن

برای حل معادله پواسن حاکم بر پتانسیل الکتریکی داخلی ψ از مدل ارائه شده توسط محمدی‌پور و همکاران [23] استفاده شده است که به صورت رابطه (18) ارائه می‌شود.

$$h_i(r + c_i \delta t, t + \delta t) = h_i(r, t) + \frac{(h_i^{eq}(r, t) - h_i(r, t))}{\tau_h} + \frac{\delta t w_i (2\tau_h - 1) k^2 \rho_e}{4\tau_h} \quad (18)$$

در رابطه (18) تابع توزیعی تعادلی h_i^{eq} و ثابت تخفیف زمانی τ_h به کمک روابط (19,20) تعریف خواهند شد.

$$h_i^{eq} = \begin{cases} \frac{\psi w'_i}{k_h} & i > 0 \\ \psi - \sum_{i \neq 0} h_i^{eq} & i = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\tau_h = k_h \frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \quad (20)$$

در روابط (19,20) همانند k_g یک ثابت عددی دلخواه است که با توجه به محدودیت عددی ثابت تخفیف زمانی انتخاب می‌شود و در این پژوهش برابر با $k_h = 3$ انتخاب شده است. در نهایت مقدار ماکروسکوپی ψ از رابطه $\psi = \sum_i h_i + \delta t k^2 \rho_e / 4$ محاسبه خواهد شد.

3-3- مدل لتیس بولتزمن جهت حل معادلات ناویر-استوکس

مدل لتیس بولتزمن متناظر با معادله ناویر-استوکس در حضور نیروی خارجی عبارت از رابطه (21) است.

$$f_i(r + c_i \delta t, t + \delta t) - f_i(r, t) = \Omega_i + \delta t F_i \quad (21)$$

در رابطه (21) مکان ذره، c_i مؤلفه سرعت شبکه در جهت i ، δt گام زمانی، F_i نیروی حجمی، f_i تابع توزیع چگالی ذره در جهت i و Ω_i بیانگر

گرانشی به صورت یک نیروی حجمی اثر می‌کند و در جریان‌های الکترواسموتیک عامل حرکت سیال است. در رابطه (6) $Re = \rho U_{ref} H / \mu$ عدد رینولدز، $U_{ref} = -e_r e_0 E \zeta / \mu$ سرعت مرجع، E شدت میدان الکتریکی خارجی، $A = EH \zeta e / k_B T$ نسبت ولتاژ اعمال شده خارجی به ولتاژ مبنا و $B = n_0 k_B T / \rho U_{ref}^2$ نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی است. شرایط مرزی حاکم بر معادله ناویر-استوکس در ورودی و خروجی شرط فشار صفر و در دیواره‌ها شرط عدم لغزش است.

3-2- میدان غلظت

برای بررسی پدیده اختلاط، میدان اسکالر برای غلظت یک‌گونه باید حل شود. معادله حاکم بر میدان غلظت در حالت پایدار به صورت رابطه (7) خواهد بود. با استفاده از فرم بی‌بعد شده $C^* = C / C_{max}$ و پس از حذف بالانویس (*) به شکل رابطه (8) است [24].

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = D \vec{\nabla}^2 C \quad (7)$$

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = \frac{1}{Re \cdot Sc} \vec{\nabla}^2 C \quad (8)$$

در رابطه (8) $Sc = \mu / \rho D$ عدد اشیمت است. در ورودی میکروکانال شرایط مرزی مربوط به یک‌گونه با دو غلظت متفاوت به صورت مقادیر ثابت 0 و 1 و متناسب با ارتفاع از لبه پایینی مجرا به صورت رابطه (9) اعمال می‌شود.

$$C(0, y) = \begin{cases} 0 & 0 < y < H/2 \\ 1 & H/2 < y < H \end{cases} \quad (9)$$

روی دیواره‌ها و در خروجی میکروکانال، گرادیان غلظت در جهت عمود بر مرز صفر به صورت رابطه (10) لحاظ شده است.

$$\left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{\text{wall}} = 0, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{x=L} = 0 \quad (10)$$

برای مطالعه کمی میزان اختلاط استفاده از یک معیار مناسب ضروری است. برای این منظور راندمان اختلاط مطابق رابطه (11) تعریف می‌گردد [25].

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{1}{H} \int_0^H \left| \frac{C(y) - 0.5}{C_{max} - 0.5} \right| dy \quad (11)$$

در رابطه (11)، عبارت C_{max} بیانگر غلظت بیشینه سیال است. بر این اساس مقدار به دست آمده برای بازده اختلاط از رابطه (11) از مقدار صفر که معرف عدم رخداد اختلاط است تا مقدار 1 که معرف اختلاط کامل است متغیر خواهد بود.

3- مدل عددی

تمامی معادلات معرفی شده در قسمت 2 با استفاده از روش لتیس بولتزمن حل شده‌اند. برای این منظور از سه مدل لتیس بولتزمن استفاده شده است: مدل عددی ارائه شده توسط گینزبورگ [26] برای حل معادله لاپلاس، مدل ارائه شده توسط محمدی‌پور و همکاران [23] برای حل معادله پواسن و مدل BGK استاندارد برای حل معادله ناویر-استوکس، پیوستگی و غلظت که در ادامه به اختصار معرفی خواهند شد.

3-1- مدل لتیس بولتزمن جهت حل معادله لاپلاس

برای حل معادله لاپلاس (1) از مدل ارائه شده توسط گینزبورگ [26] استفاده شده که همان معادله عمومی لتیس-بولتزمن بر مبنای تقریب BGK به صورت رابطه (12) است.

$$g_i(r + c_i \delta t, t + \delta t) = g_i(r, t) + \frac{1}{\tau_\phi} (g_i^{eq}(r, t) - g_i(r, t)) \quad (12)$$

لازم است تا شبکه گرهی به نحوی انتخاب شود که تعداد کافی از نقاط گرهی برای شبیه‌سازی لایه دوگانه الکتریکی مهیا باشد.

نتایج عددی نشان می‌دهد که انتخاب شبکه گرهی برحسب پارامتر بی‌بعد ضخامت لایه دوگانه الکتریکی به صورت $6k \leq 42k$ درستی میدان‌های سرعت، پتانسیل، توزیع یونی و غلظت را شبیه‌سازی می‌کند. در حوزه جریان سیال برای اعمال شرط مرزی فشار از مدل زو-هی [28] و برای شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌ها از مدل محمدی‌پور و همکاران [29] استفاده شده است. برای اعمال شرط مرزی سایر مدل‌ها نیز از تعاریف کمیات ماکروسکوپی برحسب مقادیر تابع توزیع مربوط به هر مدل استفاده شده است. به‌عنوان نمونه با اختصاص دادن کمیات ϕ_{wall} و ψ_{wall} به یک گره مرزی واقع در دیواره پایینی مجرا روابط (34-32) برای جهت مجهول حاصل می‌شود، در روابط (34-32) زیرنویس i بیانگر مقادیر معلوم تابع توزیعی در گره مرزی است. به منظور شبیه‌سازی مرزهای مایل در حل تمامی معادلات حاکم از برونمایی تک معادله‌ای محمدی‌پور و همکاران استفاده شده است [29].

$$\begin{cases} g_2 = \frac{2}{3}(\phi_{\text{wall}} - \sum_i g_i) \\ g_{5,6} = \frac{1}{6}(\phi_{\text{wall}} - \sum_i g_i) \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} h_2 = \frac{2}{3}(\psi_{\text{wall}} - \delta t \left(\frac{k^2 \rho_e}{4} \right) - \sum_i h_i) \\ h_{5,6} = \frac{1}{6}(\psi_{\text{wall}} - \delta t \left(\frac{k^2 \rho_e}{4} \right) - \sum_i h_i) \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} j_2 = \frac{2}{3}(C_{\text{wall}} - \sum_i j_i) \\ j_{5,6} = \frac{1}{6}(C_{\text{wall}} - \sum_i j_i) \end{cases} \quad (34)$$

به منظور اعتبارسنجی جریان الکترواسموتیک توسعه‌یافته هیدرودینامیکی و یونی درون یک میکروکانال مستقیم با زتا پتانسیل یکنواخت شبیه‌سازی شده است. میزان بار سطحی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که با برقراری رابطه $ze\zeta/k_B T \leq 1$ تقریب دبی-هوکل معتبر باشد. در این حالت حل معادلات حاکم منجر به ارائه حل تحلیلی برای سرعت و پتانسیل الکتریکی مطابق روابط (35) خواهد شد [22].

$$\frac{\psi(y)}{\zeta} = \frac{\cosh(ky - kH/2)}{\cosh(kH/2)} \quad (35\text{-الف})$$

$$\frac{u(y)}{U_{\text{ref}}} = 1 - \frac{\cosh(ky - kH/2)}{\cosh(kH/2)} \quad (35\text{-ب})$$

در شکل‌های 2 نتایج عددی و تحلیلی موجود برای پروفیل سرعت و پتانسیل الکتریکی در سه مقدار مختلف k از 15، 30 و 45 با هم مقایسه شده‌اند، همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق خوب بین نتایج حاصل از حل شبکه بولتزمن و حل تحلیلی (35) مؤید صحت شبیه‌سازی صورت گرفته است.

5- نتایج

در تحقیق پیشین [21] ضمن بررسی اثر همگرایی و واگرایی میکروکانال بر شرایط جریان نشان داده شده است که همگرایی میکروکانال موجب بهبود راندمان و کاهش دبی می‌شود. در حالی که میکروکانال واگرا هم‌زمان با کاهش راندمان موجب تقویت دبی عبوری می‌گردد. استفاده هم‌زمان از این دو هندسه می‌تواند بهبود متعادل‌تری از نظر اختلاط و یا دبی در مقایسه با

عملگر برخورد است که در مدل استاندارد به صورت رابطه (22) بیان می‌شود.

$$\Omega_i = \frac{1}{\tau_f} (f_i^{\text{eq}}(r, t) - f_i(r, t)) \quad (22)$$

در رابطه (22) ثابت تخفیف زمانی و f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی است. w_i ضرایب وزنی مرتبط با شبکه سرعت است که در شبکه دوبعدی و نه سرعت D2Q9 به کمک رابطه (23) تعریف می‌شود.

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0 \\ 1/9 & \alpha = 1 - 4 \\ 1/36 & \alpha = 5 - 8 \end{cases} \quad (23)$$

برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر تابع توزیع تعادلی از رابطه (24) به دست می‌آید.

$$f_i^{\text{eq}} = w_i \rho \left[1 + \frac{c_i \cdot U}{c_s^2} + \frac{(c_i \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{U^2}{2c_s^2} \right] \quad (24)$$

در معادله (24) w_i ضریب وزن در جهت i بوده و c_s سرعت صوت در شبکه و برابر با $c/\sqrt{3}$ است. ρ و U به ترتیب چگالی و سرعت ماکروسکوپی است. در شبیه‌سازی جریان سیال تراکم‌ناپذیر در رینولدزهای پایین، فشار از معادله حالت گاز ایده‌آل، $p = \rho c_s^2$ قابل محاسبه خواهد بود. کمیت‌های ماکروسکوپی سرعت و چگالی را می‌توان برحسب تابع توزیع محاسبه کرد (روابط (26,25)).

$$\rho = \sum_i f_i \quad (25)$$

$$U = \frac{1}{\rho} \sum_i f_i c_i \quad (26)$$

برای واردکردن نیروی خارجی نیاز به یک طرح نیرویی است [27]. صورتی که ثابت تخفیف زمانی و بردار نیروی حجمی مطابق با روابط (28,27) تعریف گردند، حل معادله (21) معادل با معادله (7) خواهد بود [23].

$$\frac{1}{\text{Re}} = (\tau_f - 0.5) c_s^2 \delta t \quad (27)$$

$$F_i = \frac{-B\rho_e(A\nabla\phi + \nabla\psi) \cdot (c_i - \vec{V})}{\rho c^2} f_i^{\text{eq}} \quad (28)$$

3-4- مدل لتیس بولتزمن جهت حل میدان غلظت

برای حل معادله میدان غلظت از شکل جدیدی از تابع توزیع به نام j_i استفاده می‌شود که نشان‌دهنده توزیع مقدار C در جهت i و $(C = \sum_i j_i)$ معادله حاکم بر این تابع توزیع مطابق رابطه (29) است.

$$j_i(r + c_i \delta t, t + \delta t) = j_i(r, t) + \frac{1}{\tau_c} (j_i^{\text{eq}}(r, t) - j_i(r, t)) \quad (29)$$

در رابطه (29) j_i^{eq} تابع توزیع تعادلی برای غلظت و τ_c ثابت تخفیف زمانی است. تابع توزیع تعادلی غلظت و ثابت تخفیف زمانی مطابق روابط (31,30) تعریف می‌شود.

$$j_i^{\text{eq}} = w_i C \left[1 + \frac{3(c_i \cdot U)}{c_s^2} + \frac{9(c_i \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{3U^2}{2c_s^2} \right] \quad (30)$$

$$\tau_c = \left(\frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \right) \frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \quad (31)$$

4- شرایط مرزی و اعتبارسنجی

در این قسمت نحوه شبیه‌سازی و استفاده از مدل‌های لتیس-بولتزمن معرفی شده در قسمت قبل مورد بحث قرار می‌گیرد. پیش از شروع شبیه‌سازی لازم است که شبکه گرهی مورد نیاز و استقلال از شبکه مورد بررسی قرار گیرد. در شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک از آن‌جا که ضخامت لایه دوگانه الکتریکی تنها کسر کوچکی از عرض میکروکانال را شامل می‌شود

عامل عبور جریان گردایان‌های فشاری ایجاد شده در مسیر خواهد بود. در خارج این نواحی یعنی در فواصل $5H < x < 6H$ و $3H < x < 4H$ ، $H < x < 2H$ مقدار زتاپتانسیل روی دیواره یکنواخت است. این زتا پتانسیل یکنواخت که از این پس آن را با ζ_p نشان خواهیم داد مولد و محرک اصلی جریان در طول مسیر است.

در این پژوهش اثر سه عامل اندازه بار سطحی، هندسه مجرا و توزیع بار سطحی ناهمگن بر شرایط جریان به طور خاص راندمان اختلاط و دبی عبوری از مجرا مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای اندازه بار سطحی از یک متغیر بی‌بعد به نام نسبت بار سطحی $\zeta_r = \zeta_p / \zeta_m$ استفاده می‌شود. هندسه مجرا همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده شامل سه مجرای مستقیم است که به کمک دو مجرای به ترتیب همگرا و واگرا به یکدیگر متصل شده‌اند. طول مجراها در تمامی حالات مورد بررسی ثابت است، اما عرض مجرای مستقیم میانی از حالتی به حالت دیگر تغییر می‌کند. این تغییر به کمک پارامتر بی‌بعدی به نام نسبت واگرایی مشخص می‌شود که به صورت نسبت عرض مجرای مستقیم میانی به مجرای مستقیم ابتدایی/ انتهایی $h = H_h / H$ تعریف می‌گردد.

برای توزیع زتاپتانسیل اختلاطی می‌توان آرایش‌های متفاوتی متصور شد. با ثابت در نظر گرفتن مقدار زتا پتانسیل (ζ_m) و تغییر در علامت آن و پس از حذف حالت آینه‌ای سه آرایش متفاوت برای توزیع زتاپتانسیل ناهمگن ایجاد خواهد شد که به ترتیب با نمادهای np - np, pp - nn, pn - np بیان شده است. در این نام‌گذاری n به معنای بار منفی و p به معنای بار مثبت است. علاوه بر این در هر توزیع (برای مثال np-np) دو حرف اول نشان‌دهنده بار سطحی در دیوار بالایی و در فواصل $2H < x < 3H$ و $4H < x < 5H$ است و دو حرف دوم نشان‌دهنده بار سطحی در دیوار پایینی در همین فواصل است. نتایج شبیه‌سازی جریان برای این حالات بارگذاری و به ازای مقادیر $\zeta_r = 0.5$ و $h = 0.5$ در شکل 3 به صورت خطوط جریان و بردارهای سرعت نشان داده شده است.

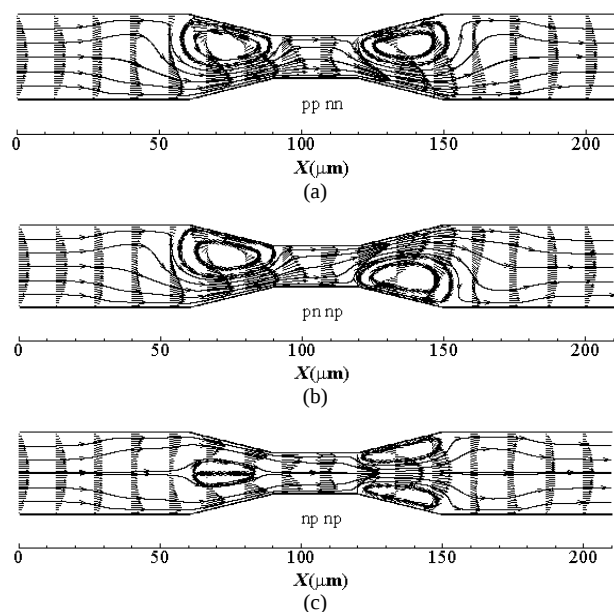


Fig. 3 Streamlines and velocity vectors for $h=0.5$ and $\zeta_r = 0.5$ when the zeta potential distribution is a- pp-nn, b- pp-nn, c- np-np

شکل 3 خطوط جریان و بردارهای سرعت برای $\zeta_r = 0.5$ و $h = 0.5$ الف- np-np، ب- pp-nn، ج- np-np

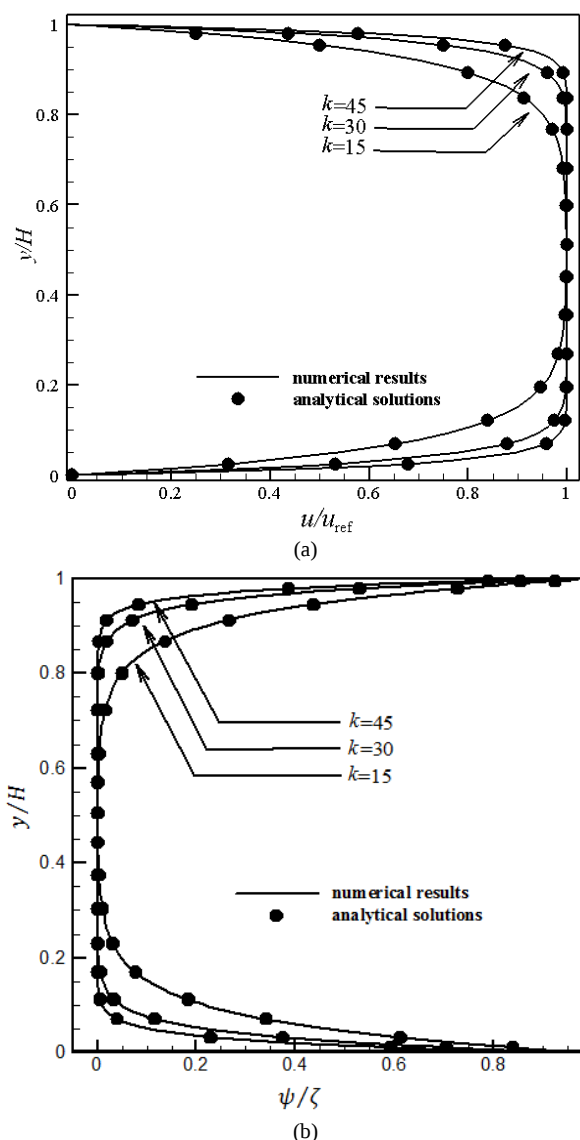


Fig. 2 Comparison of numerical velocity distributions with analytical profiles for different values of Debye-Hückel, a- velocity distribution, b- electrical distribution

شکل 2 مقایسه توزیع سرعت عددی با نتایج تحلیلی در پارامترهای مختلف دیبای- هوکل، الف- توزیع سرعت، ب- توزیع پتانسیل الکتریکی

میکروکانال مستقیم به همراه داشته باشد. به طور مثال زمانی که افزایش دبی مورد نیاز است می‌توان با استفاده از ترتیب واگرا - همگرا بدون ایجاد تغییر قابل ملاحظه‌ای در راندمان اختلاط، دبی جریان را افزایش داد و زمانی که بهبود اختلاط مدنظر باشد، می‌توان با استفاده از ترتیب همگرا- واگرا راندمان اختلاط را بدون نگرانی از افت قابل ملاحظه دبی افزایش داد. در این پژوهش با توجه ویژه بر اثرات اختلاطی جریان اثر پارامترهای هندسی و توزیع بارگذاری سطحی در یک میکروکانال همگرا- واگرا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این راستا در فاصله $2H < x < 3H$ و $4H < x < 5H$ یک توزیع زتاپتانسیل ناهمگن (اختلاطی) برای میکروکانال در نظر گرفته شده است. این توزیع که قدر مطلق مقدار عددی آن را با ζ_m نشان می‌دهیم، عامل اصلی در پیدایش الگوهای جریان اختلاطی است و در ادامه به تفصیل معرفی خواهد شد. در قسمت ابتدایی $0 < x < H$ و در قسمت انتهایی $6H < x < 7H$ در تمامی حالات مقدار زتاپتانسیل صفر در نظر گرفته شده است؛ بنابراین در این نواحی تنها

گرفت، اما در مطالعات عددی در سال‌های اخیر نیز استفاده شده است [30]. در روش سطح پاسخ به منظور یافتن رابطه اثر پارامترها بر پاسخ مورد نظر یک مدل ریاضی براساس آزمون‌های انجام شده و پاسخ‌های به دست آمده ارائه می‌گردد. در حالت کلی برای این منظور از چندجمله‌ای مرتبه دوم به صورت رابطه (36) استفاده می‌شود.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j, i < j \quad (36)$$

a_0 یک مقدار ثابت و a_i , a_{ii} و a_{ij} به ترتیب ضرایب رگرسیونی خطی، مرتبه دوم و ترکیبی و n خطای مدل است. روش سطح پاسخ به طرح‌های مختلفی مانند مرکب مرکزی، باکس بنکن، دهلرت تقسیم می‌شود. یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین آن‌ها روش طرح مرکب مرکزی (CCD) است که در آن بهینه‌سازی پارامترها با استفاده از یک پارامتر به نام مطلوبیت انجام می‌شود [31].

مطلوبیت یک تابع است که مقدار آن یک عدد حقیقی بین صفر و یک است در این روش بهینه‌سازی مقدار یک نشان‌دهنده سیستم بهینه است. برای مسائلی که هدف بهینه‌سازی، بهینه کردن چند پاسخ به طور هم‌زمان است، تمام مقادیر مطلوبیت با استفاده از رابطه (37) به یک مقدار عددی تبدیل می‌شوند. سپس بهینه‌سازی براساس این مقدار انجام می‌شود.

$$D = \left(\prod_{i=1}^m d_i \right)^{\frac{1}{m}} \quad (37)$$

در رابطه بالا m تعداد پاسخ‌هایی است که در فرایند بهینه‌سازی مورد مطالعه قرار گرفته است؛ بنابراین به واسطه رابطه (37) بهینه‌سازی چند هدفه به بهینه‌سازی تک هدفه بر مبنای مقدار D تبدیل خواهد شد. در این راستا اگر یک پاسخ (یکی از اهداف) از بازه مجاز خارج شود، مطلوبیت متناظر با آن (d_i مربوطه) صفر خواهد بود. در این کار حداکثر کردن به عنوان هدف پاسخ‌ها استفاده می‌شود. مطلوبیت هر پاسخ براساس این هدف به شرح رابطه (38) محاسبه می‌شود.

$$d_i = \begin{cases} 0 & y_i \leq \text{Low}_i \\ \frac{y_i - \text{Low}_i}{\text{High}_i - \text{Low}_i} & \text{Low}_i \leq y_i \leq \text{High}_i \\ 1 & y_i \geq \text{High}_i \end{cases} \quad (38)$$

در تحقیق حاضر به منظور تحلیل نتایج از روش سطح پاسخ با طرح مرکب مرکزی 3 سطحی برای طراحی آزمون‌های مورد نظر استفاده شده است. برای این منظور برای هر بارگذاری نسبت بار سطحی $\zeta_r = \zeta_p / \zeta_m$ و نسبت واگرایی در میکروکانال همگرا-واگرا به عنوان پارامترهای مستقل در طرح مرکب مرکزی انتخاب شده‌اند که به ترتیب محدوده هر کدام از آن‌ها 0.9 - 0.1 و 1.5 - 0.5 در نظر گرفته شده است. سایر پارامترها و خواص سیال مورد استفاده در جدول 1 بیان شده است. ماتریس طراحی برای مسأله حاضر با در نظر گرفتن مقدار 1 برای α منجر به تعیین 3 سطح مختلف برای متغیرهای مستقل مسأله خواهد شد که به صورت جدول 2 است. در مسأله حاضر تعداد 2 متغیر مستقل و تعداد 5 آزمون در نقطه مرکزی در نظر گرفته شده است؛ بنابراین تعداد 13 آزمون برای هر پاسخ لازم است. آزمون‌های طراحی شده به همراه پاسخ‌های مورد نظر در مسأله حاضر یعنی دبی و راندمان اختلاط در خروجی میکروکانال در جدول‌های 3 و 4 ارائه شده است. برای اختصار توزیع‌های بار سطحی np-np، pn-np، pp-nm به ترتیب با شماره‌های 1 تا 3 مشخص شده‌اند. به منظور ارائه مدل ریاضی براساس آزمون‌های انجام شده و پاسخ‌های به دست آمده برای تحلیل داده‌ها و به

توزیع جریان آن‌گونه که در شکل 3 نشان داده شده است جزئیات بیشتری از جریان را مشخص می‌سازد. همان‌گونه که در این تصویر مشاهده می‌شود میدان سرعت در ابتدای مسیر و پیش از شروع ناحیه باردار میانی تحت تأثیر گرادیان فشار منفی (موافق جریان) توزیع سهموی خواهد داشت و با رسیدن به ناحیه باردار میانی، جریان به سوی دیوارها متمایل می‌گردد. در شکل‌های 3-a, b در ناحیه $3H < x < 4H$ بار سطحی مخالف (مثبت) موجب شکل‌گیری جریان ثانویه در خلاف جهت جریان می‌گردد. البته قدرت این جریان به‌گونه‌ای نیست تا بتواند با جریان از چپ به راست سیال مقابله کند، در نهایت این جریان مخالف به ایجاد یک گردابه منتهی خواهد شد. جریان سیال در مواجهه با این گردابه ناچار به تغییر مسیر و حرکت در عرض مجرا (جریان عرضی) خواهد شد تا ادامه مسیر را در مجاورت دیوار پایینی طی نماید. با گذشت از گردابه جریان با یک حرکت عرضی مجدداً عرض مجرا برمی‌گردد تا این‌که در $x=5H$ با دومین گردابه روبه‌رو می‌گردد. در نهایت پس از عبور از گردابه دوم جریان با یک انبساط (حرکت عرضی سوم) مجدداً به میانه مجرا بازگشته و تمامی عرض مجرا را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. با توجه به موقعیت گردابه دوم جریان عرضی سوم در شکل 3-a از بالا به پایین و در شکل 3-b از پایین به بالا خواهد بود. در شکل 3-c شرایط جریان کمی متفاوت است. در این حالت در ناحیه $3H < x < 4H$ وجود بار سطحی منفی با مقدار دو برابر در مقایسه با بار سطحی پمپاژ موجب می‌گردد تا جریان به یک‌باره به سمت دیوارها متمایل گردد. به این ترتیب اینرسی جریان در میانه مجرا کاهش یافته و این فرصت را برای گرادیان فشار معکوس (گرادیان فشار مثبت ناشی از پمپاژ سیال در $x=H$ و مکش سیال در $x=6H$) فراهم می‌آورد تا با غلبه بر جریان دو گردابه متقارن را در میانه مجرا به وجود آورد. به این ترتیب جریان در مواجهه با این گردابه‌ها به ناچار به دو قسمت تقسیم شده مسیر $2H < x < 3H$ را در مجاورت دیوارها طی می‌کند. با گذشت از گردابه‌ها دو بخش جریان با یک حرکت عرضی مجدداً به یکدیگر پیوسته و عرض مجرا را دربرمی‌گیرد تا این‌که در $x=5H$ با بار مخالف (مثبت) مواجه می‌شوند. این بار مخالف ناشی حضور بار سطحی مخالف (مثبت) موجب شکل‌گیری دو جریان ثانویه در مجاورت دیوار و در خلاف جهت جریان می‌گردد. البته قدرت این جریان به‌گونه‌ای نیست تا بتواند با جریان از چپ به راست سیال مقابله کند، در نهایت این جریان مخالف به ایجاد دو گردابه در مجاورت دیوار بالا و پایین منتهی خواهد شد. پس از عبور از ناحیه باردار میانی جریان تحت تأثیر گرادیان منفی انتهای مجرا با توزیع سهموی سرعت، مسیر خود را به اتمام می‌رساند. به این ترتیب توزیع بارهای سطحی معرفی شده با ایجاد سه حرکت عرضی طول خط جریان را در مقایسه با طول مجرا افزایش خواهد داد. با توجه به این‌که مرز دو سیال غلیظ ($C=1$) و رقیق ($C=0$) با دارا بودن بیشترین گرادیان غلظت محلی اصلی اختلاط دو سیال به شمار می‌رود، افزایش خط جریان با گسترش این مرز موجب بهبود اختلاط خواهد شد. پس از تشریح ساختار جریان در مواجهه با بارگذاری‌های مورد بحث وقت آن رسیده است تا با انجام مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌ها به دنبال شرایط بهینه جریان از منظر میزان اختلاط و دبی باشیم. برای این منظور از روش سطح پاسخ استفاده شده است.

روش سطح پاسخ یک روش طراحی و بهینه‌سازی آزمایش است. این روش برای مسائلی که در آن‌ها چندین متغیر پاسخ سیستم را کنترل می‌کنند بسیار مناسب است. روش سطح پاسخ مزایای متعددی از جمله کاهش هزینه‌های محاسباتی و پیش‌بینی روند غیرخطی بهینه‌سازی را شامل می‌شود. روش سطح پاسخ در ابتدا در مطالعات تجربی مورد استفاده قرار

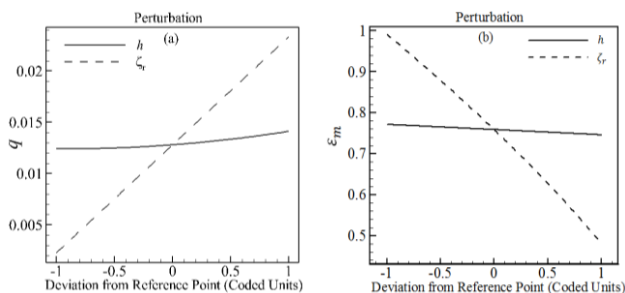


Fig. 4 Perturbation graph for pn-np zeta distribution, a- flow rate, b- mixing performance

شکل 4 نمودار پرسیدگی، الف- دبی، ب- راندمان اختلاط بارگذاری pn-np

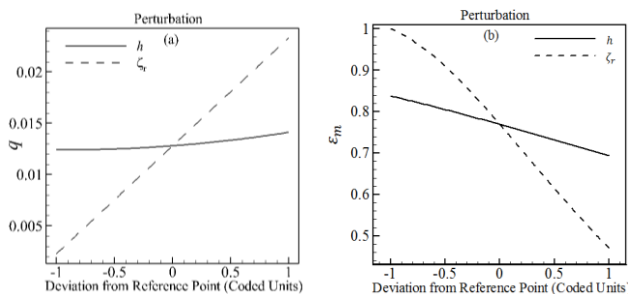


Fig. 5 Perturbation graph for pp-nn zeta distribution, a- flow rate, b- mixing performance

شکل 5 نمودار پرسیدگی، الف- دبی، ب- راندمان اختلاط بارگذاری pp-nn

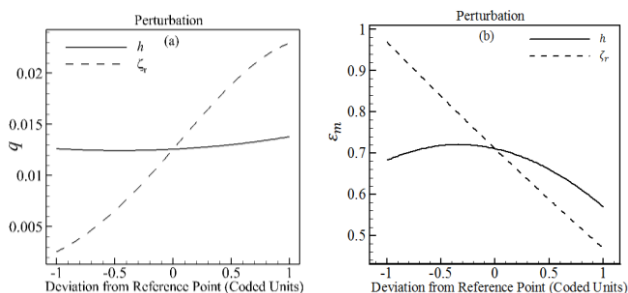


Fig. 6 Perturbation graph for np-np zeta distribution, a- flow rate, b- mixing performance

شکل 6 نمودار پرسیدگی، الف- دبی، ب- راندمان اختلاط بارگذاری np-np

اشاره کرد که با تغییر نوع بارگذاری با وجود تغییر در الگوهای جریان، طول سطوح باردار به عنوان عامل پیدایش جریان ثابت باقی می ماند؛ بنابراین مقدار دبی تقریباً مستقل از توزیع بارگذاری خواهد بود، اما با توجه به تغییر در الگوهای جریان مقدار اختلاط در توزیع های مورد اشاره متفاوت خواهد بود. در شکل های 4 تا 6 نمودار پرسیدگی نشان داده شده است. در نمودار پرسیدگی می توان تأثیر هر کدام از متغیرهای مستقل بر پاسخ مورد نظر را مشاهده کرد. در این نمودار اثر هر یک از متغیرها نمایش داده می شود در حالی که سایر متغیرها ثابت فرض شده اند. شیب هر پارامتر در نمودار پرسیدگی نشان دهنده حساسیت پاسخ مسئله به این پارامتر است و هر چه این شیب تندتر باشد حساسیت بیشتری را نشان می دهد. با توجه به شکل های 4-a، 5-a و 6-a مشاهده می شود که در هر سه نوع بارگذاری میزان پتانسیل سطح دارای شیب تندتری نسبت به نسبت واگرایی است. با افزایش ζ_r دبی افزایش می یابد و در بعضی از نسبت های انسداد دبی به صورت جزئی کاهش پیدا می کند. با توجه به نمودار پرسیدگی راندمان اختلاط (شکل های 4-b، 5-b و 6-b) مشاهده می شود که میزان پتانسیل سطح دارای شیب تندتری نسبت به نسبت انسداد است، ولی به دلیل شیب منفی با افزایش ζ_r

دست آوردن ضرایب رگرسیونی در روش سطح پاسخ از نرم افزار دیزاین اکسپرت 10.0.3 استفاده شده است.

با توجه جدول 4 با تغییر نوع بارگذاری دبی تقریباً ثابت است، اما راندمان اختلاط تغییر می کند. برای توضیح این رفتار می توان به این موضوع

جدول 1 ثوابت و خواص فیزیکی

Table 1 Constants and physical properties.

پارامتر	مقدار (واحد)
D	$2 \times 10^{-9} (\text{m}^2/\text{s})$
n_0	$1.116 \times 10^{20} (\text{ion}/\text{m}^3)$
K	21
ε_r	80
ζ	-50 (mV)
E	-30 (V/mm)
ρ	$1 \times 10^3 (\text{kg}/\text{m}^3)$
μ	$1 \times 10^{-3} (\text{Pa} \cdot \text{s})$
Sc	8×10^3

جدول 2 ماتریس طراحی در طرح مرکب مرکزی برای مسئله حاضر

Table 2 Design matrix in the CCD for the present problem

متغیرهای مستقل	پایین (-1)	مرکزی (0)	بالا (+1)	$-\alpha$	$+\alpha$
h	0.5	1	1.5	0.5	1.5
ζ_r	0.1	0.5	0.9	0.1	0.9

جدول 3 مقادیر واقعی متغیرهای مستقل به همراه پاسخ هایشان برای راندمان اختلاط

Table 3 Actual values of independent variables along with their responses of mixing performance

شماره آزمون	مقادیر واقعی متغیرهای		پاسخ			
	مستقل	h	ζ_r	$\varepsilon_i(1)$	$\varepsilon_i(2)$	$\varepsilon_i(3)$
1	1	0.5	0.7614	0.7709	0.7225	
2	1	0.5	0.7614	0.7709	0.7225	
3	1.5	0.5	0.7199	0.6902	0.5400	
4	1	0.5	0.7614	0.7709	0.7225	
5	1	0.5	0.7614	0.7709	0.7225	
6	0.5	0.9	0.4915	0.5459	0.4988	
7	1.5	0.1	0.9860	0.9867	0.8676	
8	0.5	0.5	0.7838	0.8348	0.7224	
9	1	0.5	0.7614	0.7709	0.7225	
10	1	0.9	0.4630	0.4703	0.3974	
11	1	0.1	0.9954	0.9939	0.9900	
12	0.5	0.1	0.9938	0.9943	0.8349	
13	1.5	0.9	0.4914	0.4040	0.3279	

جدول 4 مقادیر واقعی متغیرهای مستقل به همراه پاسخ هایشان برای دبی

Table 4 Actual values of independent variables along with their responses of flow rate

شماره آزمون	مقادیر واقعی متغیرهای مستقل					پاسخ
	h	ζ_r	$Q(3)$	$Q(2)$	$Q(1)$	
1	1	0.5	0.0126	0.0128	0.0128	
2	1	0.5	0.0126	0.0128	0.0128	
3	1.5	0.5	0.0140	0.0141	0.0141	
4	1	0.5	0.0126	0.0128	0.0128	
5	1	0.5	0.0126	0.0128	0.0128	
6	0.5	0.9	0.0225	0.0224	0.0224	
7	1.5	0.1	0.0027	0.0028	0.0028	
8	0.5	0.5	0.0126	0.0124	0.0124	
9	1	0.5	0.0126	0.0128	0.0128	
10	1	0.9	0.0231	0.0231	0.0231	
11	1	0.1	0.0025	0.0025	0.0025	
12	0.5	0.1	0.0026	0.0024	0.0024	
13	1.5	0.9	0.0254	0.0254	0.0254	

h دبی افزایش و راندمان اختلاط کاهش می‌یابد. با افزایش h نیز در تمامی مقادیر ζ_r دبی روندی صعودی و راندمان اختلاط در ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می‌کند. هر یک از سطوح سه بعدی پاسخ‌های دبی و راندمان اختلاط برای دو پارامتر و یک پاسخ نشان داده شده است. مقدار پارامتر سوم در هر سطح در نظر گرفته شده برابر با مقدار آن پارامتر در وسط محدوده مورد مطالعه است.

با توجه به تحلیل روش سطح پاسخ، روابط (39-44) جهت محاسبه دبی جریان الکترواسموتیک در میکروکانال‌های همگرا- واگرا و راندمان اختلاط در خروجی برحسب پارامترهای بررسی شده به ترتیب برای بارگذاری‌های pp-nn، np-nn و np-np ارائه شده است. مدل‌های ابتدایی که توسط نرم‌افزار برای راندمان اختلاط بارگذاری pp-nn و دبی و راندمان اختلاط بارگذاری np-np پیشنهاد شد مدل‌های مناسبی از لحاظ کیفیت آماری نبود؛ بنابراین با استفاده از نمودار باکس کاکس به ترتیب توابع انتقال توانی بتوان 0.2، 0.4 و 0.8 برای دبی و راندمان اختلاط ارائه گردید.

$$q = 0.00135833 - 0.003525 \times h + 0.023083 \times \zeta_r + 0.00325 \times h \times \zeta_r + 0.0018 \times h^2 \quad (39)$$

$$\varepsilon_l = 1.06711 - 0.023933 \times h - 0.50082 \times \zeta_r - 0.13638 \times \zeta_r^2 \quad (40)$$

$$q = 0.00135833 - 0.003525 \times h + 0.023083 \times \zeta_r + 0.00325 \times h \times \zeta_r + 0.0018 \times h^2 \quad (41)$$

$$\varepsilon_l^{-0.4} = 1.02933 - 0.057027 \times h - 0.16771 \times \zeta_r + 0.19991 \times h \times \zeta_r + 0.02038 \times h^2 + 0.40656 \times \zeta_r^2 \quad (42)$$

$$q^{0.2} = 0.2767 - 0.029691 \times h + 0.39482 \times \zeta_r + 0.011484 \times h \times \zeta_r + 0.015753 \times h^2 - 0.19531 \times \zeta_r^2 \quad (43)$$

$$\varepsilon_l^{0.8} = 0.67045 + 0.67909 \times h - 0.35733 \times \zeta_r - 0.2545 \times h \times \zeta_r - 0.32935 \times h^2 \quad (44)$$

5-1- محاسبه مقادیر بهینه با روش سطح پاسخ

با توجه به نتایج قسمت قبل و تأثیر انفرادی و متقابل هریک از پارامترها بر پاسخ‌ها این انتظار وجود دارد که پارامترهای بهینه منطبق بر مقادیر بیشینه و کمینه محدوده‌های انتخابی به دست آیند، اما با توجه به حضور جملات توان دوم هر یک از پارامتر در مدل‌ها و همچنین برای اطمینان بیشتر به منظور

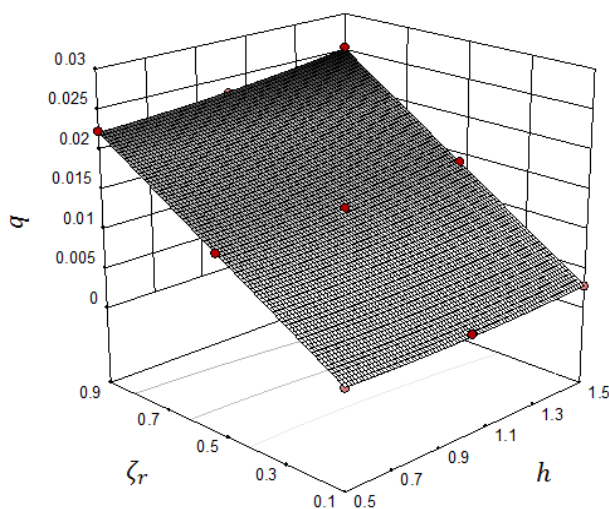


Fig. 9 Interaction effects of ζ_r and h on the flow rate for pp-nn zeta potential distribution

شکل 9 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی در بارگذاری pp-nn

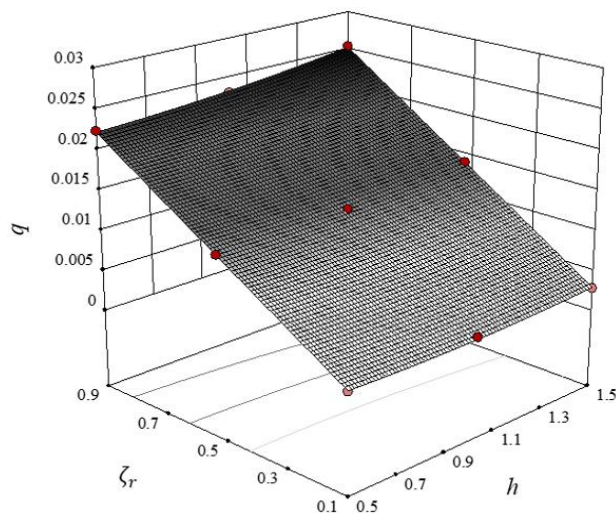


Fig. 7 Interaction effects of ζ_r and h on the flow rate for pn-np zeta potential distribution

شکل 7 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی در بارگذاری pn-np

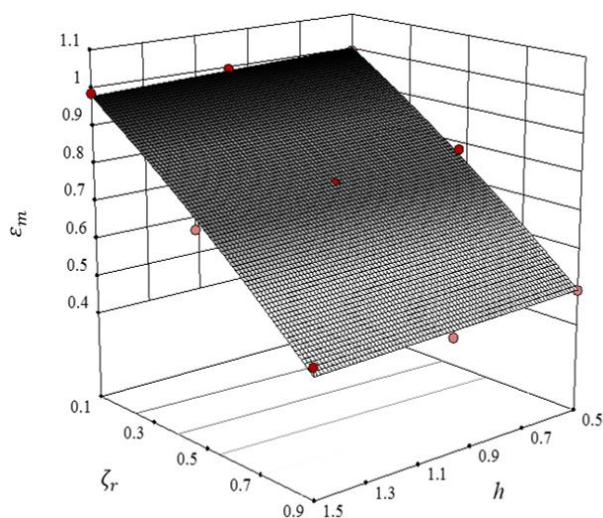


Fig. 8 Interaction effects of ζ_r and h on the mixing performance for pn-np zeta potential distribution

شکل 8 اثرات متقابل ζ_r و h بر راندمان اختلاط در بارگذاری pn-np

راندمان اختلاط کاهش می‌یابد. در شکل‌های 4-b و 5-b با افزایش h راندمان اختلاط کاهش می‌یابد، اما در شکل 6-b در بعضی از نسبت‌های انسداد پایین سبب افزایش راندمان اختلاط می‌گردد.

در شکل‌های 7-12 اثرات متقابل بین متغیرهای مستقل بر پاسخ مورد نظر برای هر سه نوع بارگذاری نشان داده شده است. هریک از این نمودارها بیان‌کننده اثرات متقابل دو متغیر بر دبی است. شکل‌های 7 و 8 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی و راندمان اختلاط را برای بارگذاری pn-np نشان می‌دهند. با افزایش ζ_r در تمامی مقادیر h دبی افزایش و راندمان اختلاط کاهش می‌یابد، همچنین با افزایش h نیز در تمامی مقادیر ζ_r دبی یک روند صعودی را طی می‌کند. در شکل‌های 9 و 10 به ترتیب اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی و راندمان اختلاط برای بارگذاری pp-nn مشاهده می‌شود. با افزایش ζ_r در تمامی مقادیر h دبی افزایش و راندمان اختلاط کاهش می‌کند، اما در تمامی مقادیر ζ_r با افزایش h دبی و راندمان اختلاط به میزان کمی افزایش می‌یابند. شکل‌های 11 و 12 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی و راندمان اختلاط را در بارگذاری np-np نشان می‌دهد. با افزایش ζ_r در تمامی مقادیر

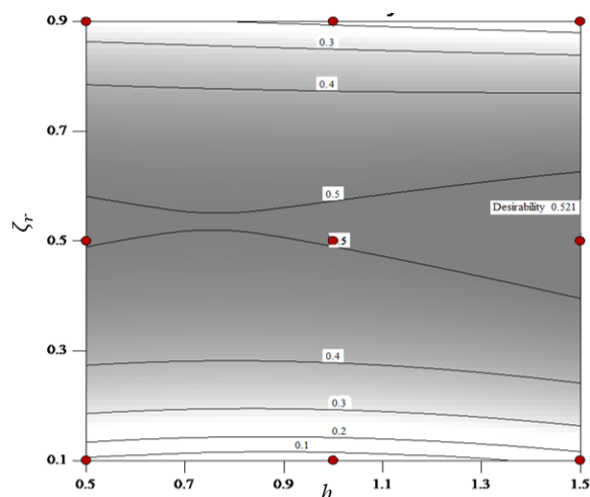


Fig. 13 Desirability of the optimized geometry for pn-np zeta potential distribution

شکل 13 میزان مطلوبیت مربوط به هندسه بهینه برای آرایش بار pn-np

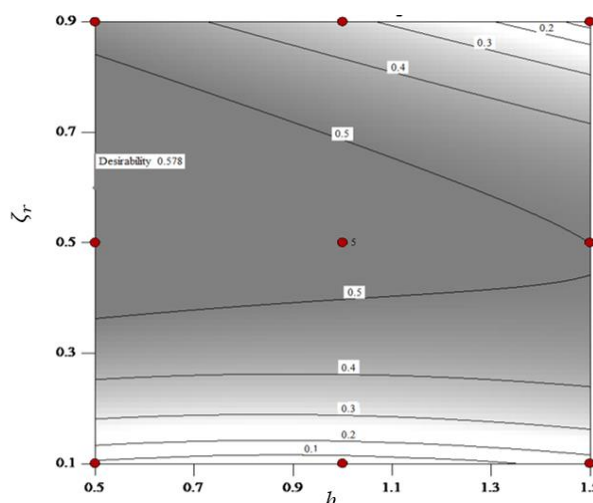


Fig. 14 Desirability of the optimized geometry for pp-nn zeta potential distribution

شکل 14 میزان مطلوبیت مربوط به هندسه بهینه برای آرایش بار pp-nn

مشخص کردن پارامترهای هندسی بهینه برای این مسأله از خود نرم‌افزار دیزاین اکسپرت استفاده شده است. هدف بهینه‌سازی دستیابی به میزان بیشینه دبی و راندمان اختلاط به صورت همزمان است. پس از محاسبه تابع مطلوبیت، طرح مرکب مرکزی برخی از پارامترها را به عنوان موارد بهینه‌سازی ارائه می‌دهد. در شکل 13 کانتورهای مربوط به مطلوبیت برحسب پارامترهای h و ζ_r برای بارگذاری pn-np نشان داده شده است. در جدول 5 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینه‌سازی دبی و راندمان اختلاط برای آرایش بار pn-np به همراه میزان مطلوبیت نشان داده شده است. براساس جدول 5 و شکل 13 مورد با بالاترین میزان مطلوبیت به عنوان مورد بهینه انتخاب می‌شود.

در شکل 14 کانتورهای مربوط به مطلوبیت برحسب پارامترهای h و ζ_r برای بارگذاری pp-nn نشان داده شده است. جدول 6 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینه‌سازی دبی و راندمان اختلاط برای آرایش بار pp-nn به همراه میزان مطلوبیت را نشان می‌دهد. براساس جدول 6 و شکل 14 مورد با بالاترین میزان مطلوبیت به عنوان مورد بهینه انتخاب می‌شود. در شکل 15 کانتورهای مربوط به مطلوبیت برحسب پارامترهای h و ζ_r برای بارگذاری

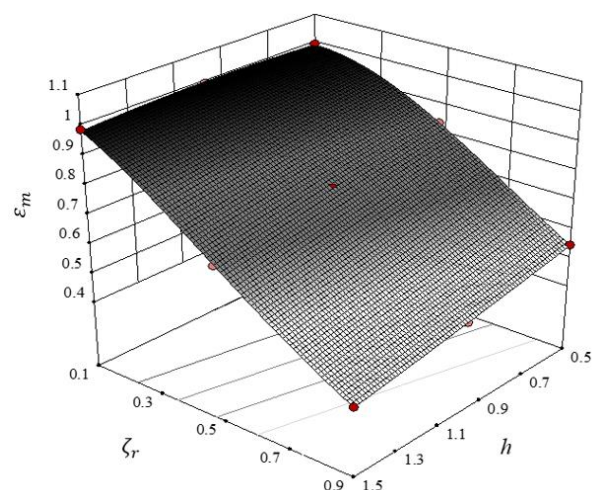


Fig. 10 Interaction effects of ζ_r and h on the mixing performance for pp-nn zeta potential distribution

شکل 10 اثرات متقابل ζ_r و h بر راندمان اختلاط در بارگذاری pp-nn

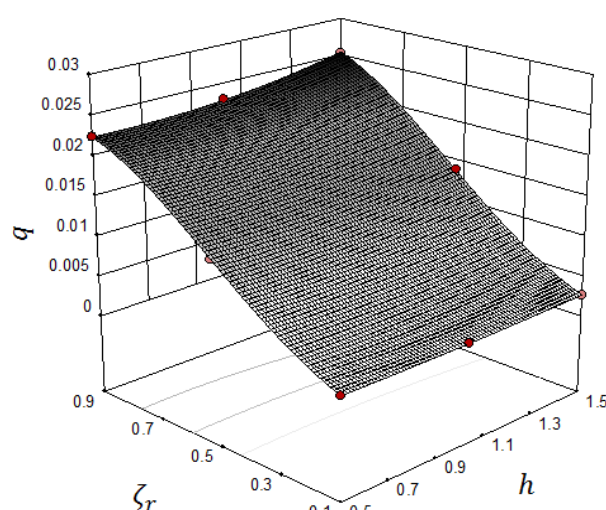


Fig. 11 Interaction effects of ζ_r and h on the flow rate for np-np zeta potential distribution

شکل 11 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی در بارگذاری np-np

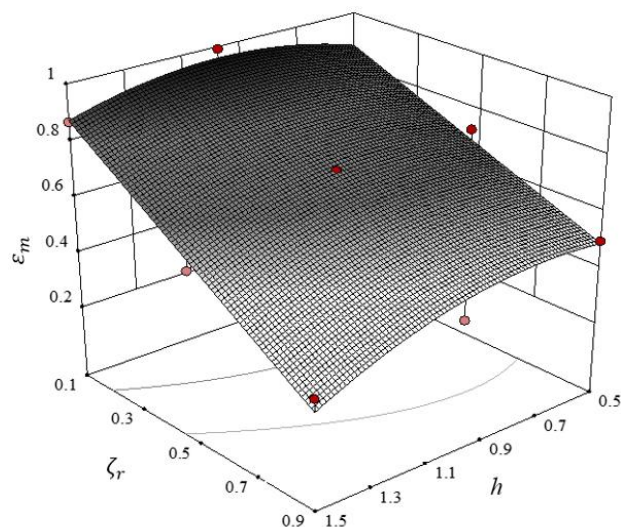


Fig. 12 Interaction effects of ζ_r and h on the mixing performance for np-np zeta potential distribution

شکل 12 اثرات متقابل ζ_r و h بر راندمان اختلاط در بارگذاری np-np

سطح پاسخ صورت گرفته است. نتایج نشان داده‌اند که در میکروکانال‌های همگرا- واگرا افزایش نسبت بار سطحی ζ_r سبب کاهش راندمان اختلاط و افزایش دبی خواهد شد.

علاوه بر این در میکروکانال‌های همگرا- واگرا با توزیع غیریکنواخت زتاپتانسیل، افزایش نسبت واگرایی h سبب کاهش راندمان اختلاط و افزایش دبی خواهد شد. با توجه به این‌که عامل جریان الکترواسموتیک یک پدیده سطحی است، مادامی که میزان سطوح باردار یکسان باشد، چگونگی توزیع آن تأثیر چندانی در تغییر دبی نخواهد داشت. از سوی دیگر تغییر در توزیع بار سطحی میزان اختلاط را به شدت تحت تأثیر قرار خواهد داد. در نهایت نشان داده شده است که توزیع بار pp-nn در یک دبی یکسان راندمان بیشتری را نسبت به سایر توزیع بارهای سطحی به همراه خواهد داشت.

7- فهرست علائم

D	ضریب پخش مولکولی (m^2/s)
E	میدان الکتریکی خارجی (V/m)
h	نسبت عرض مجرای مستقیم میانی به مجرای مستقیم ابتدای
H	ارتفاع میکروکانال (μm)
H_h	عرض مجرای مستقیم میانی (μm)
$High_i$	مقدار ماکزیمم پاسخ
L	طول میکروکانال (μm)
Low_i	مقدار مینیمم پاسخ
P	فشار (kPa)
Q	دبی حجمی
U_{ref}	سرعت مرجع (m/s)
V	سرعت (m/s)
Wt_i	ضریب وزنی
y_i	مقدار پاسخ
x, y	مؤلفه‌های طول و عرض (m)

علائم یونانی

e_0	ضریب گذردهی خلا ($1/kgm^3$)
ε_m	راندمان اختلاط (%)
e_r	ثابت نسبی دی‌الکتریک سیال
ζ	زتاپتانسیل (V)
μ	لزجت دینامیکی (kg/ms)
ρ	چگالی (kg/m^3)
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی (C/m^3)
ϕ	میدان پتانسیل خارجی (V)
ψ	میدان پتانسیل الکتریکی داخلی (V)

زیرنویس‌ها

M	اختلاطی
P	پمپاژی
R	نسبت
Ref	حالت مرجع

8- مراجع

- [1] J. Yahng, S. Jeoung, D. Choi, D. Cho, J. Kim, Fabrication of microfluidic devices by using a femtosecond laser micromachining technique and μ -PIV studies on its fluid dynamics, *the Korean Physical Society*, Vol. 47, No. 6, pp. 977-981, 2005.

جدول 5 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینه‌سازی دبی و راندمان اختلاط بارگذاری

pn-np

Table 5 Optimum values of parameters for maximizing the flow rate and mixing performance for pn-np zeta potential distribution

ردیف	h	ζ_r	دبی	راندمان	مطلوبیت
1	1.5	0.512	0.014	0.739	0.521
2	1.5	0.508	0.014	0.742	0.521
3	1.5	0.522	0.015	0.732	0.521
4	1.5	0.500	0.014	0.747	0.521
5	1.5	0.494	0.014	0.750	0.520
6	0.5	0.536	0.013	0.748	0.503
7	0.5	0.543	0.013	0.743	0.503

np-np نشان داده شده است. نرم افزار مقادیر 0.674 و 0.772 به ترتیب برای نسبت انسداد و نسبت زتا پتانسیل که برای دبی و راندمان اختلاط به ترتیب منجر به تولید مقادیر 0.018 و 0.622 می‌شوند را با مطلوبیت 0.546 پیش‌بینی خواهد کرد.

از مقایسه مقادیر بهینه مشاهده می‌شود که مقدار پارامترهای بهینه معرفی شده برای آرایش بار pp-nn دبی و راندمان اختلاط بیشتری نسبت به سایر آرایش بارها تولید می‌کند.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش اثرات هندسی و چگونگی توزیع بار سطحی بر اختلاط جریان الکترواسموتیک در یک مجرای همگرا- واگرایی دوبعدی مورد بررسی قرار گرفته است. حل معادلات حاکم توسط روش لیتس بولتزمن و بررسی چگونگی ارتباط پارامترهای مؤثر بر میزان اختلاط و دبی جریان توسط روش

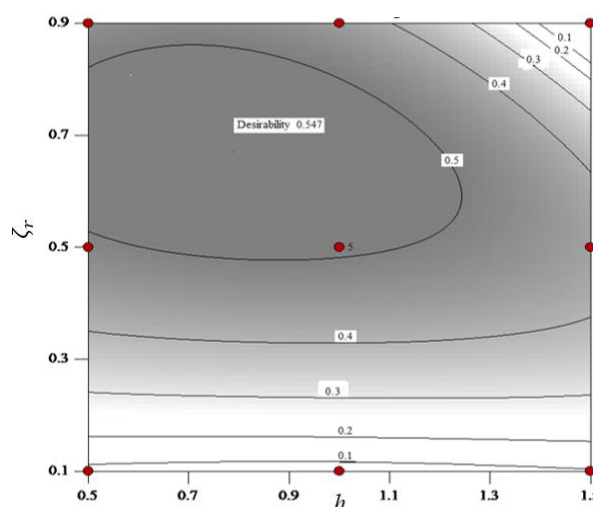


Fig. 15 Desirability of the optimized geometry for np-np zeta potential distribution

شکل 15 میزان مطلوبیت مربوط به هندسه بهینه برای آرایش بار np-np

جدول 6 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینه‌سازی دبی و راندمان اختلاط بارگذاری

pp-nn

Table 6 Optimum values of parameters for maximizing the flow rate and mixing performance for pp-nn zeta potential distribution

ردیف	h	ζ_r	دبی	راندمان	مطلوبیت
1	0.500	0.599	0.015	0.769	0.578
2	0.500	0.595	0.015	0.771	0.578
3	0.500	0.603	0.015	0.765	0.578
4	0.500	0.588	0.015	0.776	0.578
5	0.500	0.640	0.016	0.738	0.576
6	0.500	0.553	0.014	0.801	0.575
7	0.500	0.544	0.013	0.807	0.574

- Mathematics with Applications*, Vol. 55, No. 7, pp. 1601-1610, 2008.
- [18] T. Y. Lin, C. L. Chen, Analysis of electroosmotic flow with periodic electric and pressure fields via the lattice Poisson-Boltzmann method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 5, pp. 2816-2829, 2013.
- [19] C. H. Tsai, M. Hung, C. L. Chang, L. W. Chen, L. M. Fu, Optimal configuration of capillary electrophoresis microchip with expansion chamber in separation channel, *Chromatography A*, Vol. 1121, No. 1, pp. 120-128, 2006.
- [20] J. S. Lee, Y. Hu, D. Li, Electrokinetic concentration gradient generation using a converging-diverging microchannel, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 543, No. 1, pp. 99-108, 2005.
- [21] Yaser Basati, O. Mohammadipour, H. Niazmand, Geometry and zeta potential effects on electroosmotic mixing in converging (diverging) microchannel using lattice boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 331-341, 2017. (in Persian, فارسی).
- [22] S. A. Mirbozorgi, H. Niazmand, M. Renksizbulut, Electro-Osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential, *Fluids Engineering*, Vol. 128, No. 6, pp. 1133, 2006.
- [23] O. R. Mohammadipour, H. Niazmand, Numerical simulation of a flat electroosmotic driven flow in the presence of a charged mid-plate, *Modern Physics C*, Vol. 26, No. 07, pp. 1550078, 2015.
- [24] J. S. Lee, Y. Hu, D. Li, Electrokinetic concentration gradient generation using a converging-diverging microchannel, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 543, No. 1, pp. 99-108, 2005.
- [25] C. Wang, Y. Hu, Mixing of liquids using obstacles in y-type microchannels, *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 385r394, 2010.
- [26] I. Ginzburg, Equilibrium-type and link-type lattice Boltzmann models for generic advection and anisotropic-dispersion equation, *Advances in Water Resources*, Vol. 28, No. 11, pp. 1171-1195, 2005.
- [27] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice Poisson-Boltzmann simulations of electro-osmotic flows in microchannels, *Colloid and Interface Science*, Vol. 296, No. 2, pp. 729-736, 2006.
- [28] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591-1598, 1997.
- [29] O. Mohammadipour, H. Niazmand, S. Mirbozorgi, A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28-41, 2013. (in Persian, فارسی)
- [30] J. Zhou, M. Hatami, D. Song, D. Jing, Design of microchannel heat sink with wavy channel and its time-efficient optimization with combined RSM and FVM methods, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 103, pp. 715-724, 2016.
- [31] M. A. Bezerra, R. E. Santelli, E. P. Oliveira, L. S. Villar, L. A. Escalera, Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry, *Talanta*, Vol. 76, No. 5, pp. 965-977, 2008.
- [2] A. J. Tüdös, G. A. Besselink, R. B. Schasfoort, Trends in miniaturized total analysis systems for point-of-care testing in clinical chemistry, *Lab on a Chip*, Vol. 1, No. 2, pp. 83-95, 2001.
- [3] E. B. Cummings, S. Griffiths, R. Nilson, P. Paul, Conditions for similitude between the fluid velocity and electric field in electroosmotic flow, *Analytical Chemistry*, Vol. 72, No. 11, pp. 2526-2532, 2000.
- [4] S. Jeong, J. Park, J. M. Kim, S. Park, Microfluidic mixing using periodically induced secondary potential in electroosmotic flow, *Journal of Electrostatics*, Vol. 69, No. 5, pp. 429-434, 2011.
- [5] N. Loucaides, A. Ramos, G. E. Georgiou, Configurable AC electroosmotic pumping and mixing, *Microelectronic Engineering*, Vol. 90, pp. 47-50, 2011.
- [6] H. Le The, H. Le Thanh, T. Dong, B. Q. Ta, N. Tran-Minh, F. Karlsen, An effective passive micromixer with shifted trapezoidal blades using wide Reynolds number range, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 93, pp. 1-11, 2015.
- [7] V. Papadopoulos, I. Kefala, G. Kaprou, G. Kokkoris, D. Moschou, G. Papadakis, E. Gizeli, A. Tserepi, A passive micromixer for enzymatic digestion of DNA, *Microelectronic Engineering*, Vol. 124, pp. 42-46, 2014.
- [8] L. Ren, D. Li, Electroosmotic flow in heterogeneous microchannels, *Colloid and Interface Science*, Vol. 243, No. 1, pp. 255-261, 2001.
- [9] L. M. Fu, J. Y. Lin, R. J. Yang, Analysis of electroosmotic flow with step change in zeta potential, *Colloid and Interface Science*, Vol. 258, No. 2, pp. 266-275, 2003.
- [10] J. Yang, J. Masliyah, D. Y. Kwok, Streaming potential and electroosmotic flow in heterogeneous circular microchannels with nonuniform zeta potentials: Requirements of flow rate and current continuities, *Langmuir*, Vol. 20, No. 10, pp. 3863-3871, 2004.
- [11] E. Biddiss, D. Erickson, D. Li, Heterogeneous surface charge enhanced micromixing for electrokinetic flows, *Analytical Chemistry*, Vol. 76, No. 11, pp. 3208-3213, 2004.
- [12] A. Nayak, Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 75, pp. 135-144, 2014.
- [13] C. Wang, Y. Hu, Mixing of Liquids Using Obstacles in Y-Type Microchannels, *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 385r394, 2010.
- [14] C. C. Cho, Electrokinetically-driven flow mixing in microchannels with wavy surface, *Colloid and Interface science*, Vol. 312, No. 2, pp. 470-480, 2007.
- [15] H. Yoshida, T. Kinjo, H. Washizu, Analysis of electro-osmotic flow in a microchannel with undulated surfaces, *Computers & Fluids*, Vol. 124, pp. 237-245, 2016.
- [16] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice Boltzmann simulations of mixing enhancement by the electro-osmotic flow in microchannels, *Modern Physics Letters B*, Vol. 19, No. 28n29, pp. 1515-1518, 2005.
- [17] D. Wang, J. L. Summers, P. H. Gaskell, Modelling of electrokinetically driven mixing flow in microchannels with patterned blocks, *Computers &*