



مدل سازی و تست تجربی برای پیچش میله از جنس آلیاژ حافظه دار با استفاده از مدل نامتقارن برینسون

پویا فهیمی¹، مصطفی باغانی^{2*}، محمدرضا زاکرزاده²

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی 4563-11155، baghani@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 تیر 1396

پذیرش: 23 آبان 1396

ارائه در سایت: 01 دی 1396

کلید واژگان:

آلیاژ حافظه دار

مدل پیچشی

مدل نامتقارن برینسون

چکیده

در این کار مدل سازی و تست تجربی رفتار پیچشی میله ساخته شده از آلیاژ حافظه دار مورد بررسی قرار گرفته است. تست های تجربی مطالعات پیشین نشان داده اند که جهت های مختلف بارگذاری در پاسخ گشتاور پیچشی-زاویه موثر است. به همین منظور در این مقاله اثر عدم تقارن در پیچش میله، با تعریف پیچش مثبت به صورت پیچش در جهت عقربه های ساعت و پیچش منفی به صورت پیچش در خلاف جهت عقربه های ساعت، با استفاده از مدل یک بعدی نامتقارن برینسون و تبدیل آن به مدل پیچشی مورد بررسی قرار گرفته شده است. با در نظر گرفتن یک کرنش خطی در راستای میله و تبدیل آن به تنش و انتگرال گیری از تنش ها در هر مقطع از میله، رفتار ممان پیچشی برحسب زاویه طی یک روند عددی به دست آمده اند. با انجام تست تجربی بر میله، پارامترهای مربوط به مدل نامتقارن برینسون از جمله دماهای تغییر فاز به دست آمده اند که تطابق بیش از 95 درصدی بین تست تجربی و مدل ارائه شده ملاحظه می شود. در بخش نتایج به صحت سنجی پارامترهای به دست آمده و همچنین به تحلیل پارامتری میله آلیاژ حافظه دار پرداخته شده است. میانگین درصد خطا در مقایسه با تست تجربی برای مدل نامتقارن 5% و برای مدل متقارن 15% است، همچنین بارگذاری ناقص میله آلیاژ حافظه دار مورد بررسی قرار گرفته و نتایج تست تجربی با مدل مقایسه شده که نتایج حاکی از تطابق قابل قبول مدل نامتقارن با تست های تجربی است.

Torsional modeling and experimental characterization of a shape memory alloy rod using Brinson's asymmetric model

Pouya Fahimi, Mostafa Baghani*, Mohammad Reza Zakerzadeh

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 4563-11155, Tehran, Iran, baghani@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 13 July 2017

Accepted 14 November 2017

Available Online 22 December 2017

Keywords:

Shape memory alloy

Torsional modeling

Asymmetric Brinson model

ABSTRACT

In this work, torsional modeling and experimental characterization of a Shape Memory Alloy (SMA) rod is investigated. Experimental tests proved that different direction of loading is effective on torque-angle response of a rod. Accordingly, using improved Brinson's model and converting it to a torsional model and referring a twist deformation in the clockwise direction to a positive twist and a twist deformation in the counter clockwise direction to a negative twist, the asymmetry effect on the rod is investigated. Assuming a linear strain through the cross section and then finding stresses, using the asymmetric Brinson model, and integrating the stresses through the cross section the torque-angle response of the rod is presented, by using a numerical procedure. The parameters for Brinson model, including phase transformation temperatures, are derived from experimental tests and there is more than 95% agreement between the present model and experimental test. Regarding the results, verification for the derived parameters is presented and a parametric study on SMA rod is considered. The average errors of asymmetric and symmetric models with respect to the experimental tests are 5% and 15% respectively. Moreover, hysteresis inner loops are studied and asymmetric model is compared to the experimental tests. The results show good agreement of the asymmetric model when compared to experimental tests.

1- مقدمه

حافظه شکلی در آلیاژهای حافظه دار به توانایی این مواد برای بازیابی مقدار مشخصی از کرنش به وسیله گرم کردن آن اطلاق می شود. این پدیده هنگامی رخ می دهد که ماده به گونه ای بارگذاری شود که به حالت مارتنزیت غیردوقلویی برسد و سپس باربرداری در حالی که طی فرآیند دما کمتر از دمای آغاز آستنیت (A_s) است انجام شود. گرم کردن ماده در این مرحله به

آلیاژهای حافظه دار دسته ای از فلزات هستند که دارای دو مشخصه خاص رفتاری یعنی سوپرالاستیسیته و حافظه شکلی است. سوپرالاستیسیته به توانایی آلیاژهای حافظه دار برای بازیابی کرنش های بزرگ (تا 8% در بارگذاری محوری) طی سیکل بارگذاری و باربرداری اطلاق می شود. اثر

Please cite this article using:

P. Fahimi, M. Baghani, M. R. Zakerzadeh, Torsional modeling and experimental characterization of a shape memory alloy rod using Brinson's asymmetric model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 469-477, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

چپمن و همکاران [26] با استفاده از سه مدل سه بعدی بوید- لاگوداس، کیدوای- لاگوداس و برینسون رفتار پیچشی را با استفاده از اجزا محدود در نرم افزار آباکوس بررسی کرده و پیش بینی مدل را با نتایج تجربی مقایسه و صحت سنجی نمودند. اساس کار آن ها تبدیل تنش و کرنش تک محوره به تنش و کرنش برشی در مدل برینسون بود. در ادامه آن ها به بررسی پارامتری و هندسی سازه تحت پیچش پرداختند. از نتایج دیگر آن ها این موضوع بود که لوله های با ضخامت به نسبت بیشتر تحت شرایط بارگذاری یکسان تحت تغییر فاز ناقص قرار می گیرند. پراهلاد و همکاران [27] با ارائه یک مدل بر مبنای مدل برینسون یک بعدی توانستند رفتار پیچشی آلایژهای حافظه دار را بررسی نموده و با نتایج آزمایش تجربی مقایسه کنند که پاسخ مدل آن ها در مقایسه با تست تجربی در بازه گسترده دمایی از سازگاری مناسبی برخوردار بود. آن ها رفتارهایی را مشاهده کردند که مدل های مرسوم برای آلایژهای حافظه دار قادر به پیش بینی آن ها نبود؛ از جمله اثر عدم تقارن در مشخصه سازی مقدار گشتاور پیچشی- زاویه و همچنین تأثیر نرخ بارگذاری است. ایشان آثار بهبود رفتار به وسیله گرما دادن را نیز تحت بررسی قرار دادند. عدم تقارن در رفتار پیچشی در جهات مختلف که در تست های انجام شده در این کار و در کارهای پیشتر ملاحظه شده بود تاکنون مورد بررسی و مدل سازی قرار نگرفته است.

در این تحقیق میله هوشمند از جنس آلایژ حافظه دار با استفاده از یک برنامه رایانه ای مدل سازی شده و نتایج با تست تجربی انجामी مقایسه شده است. استفاده از مدل نامتقارن برای پیچش در جهت های مختلف اولین بار در این مقاله ارائه شده است که برای انجام این کار از ایده مدل نامتقارن برینسون (تحت کشش و فشار) ارائه شده توسط پوراسدیون بهره برده شده است. علاوه بر این موضوع در این کار به بارگذاری ناقص میله آلایژ حافظه دار و بررسی حلقه های هیستریزس داخلی پرداخته شده است که پیشتر در منابع پیشین این کار در حالت نامتقارن برای پیچش انجام نشده و با تست تجربی مقایسه نشده است. ساختار کار حاضر به این صورت است که ابتدا به معرفی مدل نامتقارن برینسون پرداخته شده و پس از آن در مورد تبدیل آن به مدل نامتقارن در پیچش توضیح داده شده است. پس از آن به نحوه انجام تست تجربی و به دست آوردن پارامترها و مقایسه پیش بینی مدل با تست تجربی پرداخته شده است. در بخش بعد به مطالعه پارامتری میله از جنس آلایژهای حافظه دار پرداخته شده و در انتها نتیجه گیری ارائه شده است.

2- خلاصه مدل بهبود یافته برینسون

مدل اولیه برینسون با وجود سادگی و کاربردهای زیاد قادر به پیش بینی آثار ثانویه یعنی عدم تقارن در کشش و فشار و همچنین حلقه های داخلی هیستریزس نیست. پوراسدیون و همکاران مدل بهبود یافته ای بر مبنای مدل برینسون اصلی ارائه کردند که قادر به پیش بینی این رفتارهای ثانویه آلایژهای حافظه دار است. برای پیش بینی رفتار نامتقارن آن ها کسر حجمی مارتنزیت را به سه بخش تقسیم کردند: مارتنزیت القا شده توسط کشش، مارتنزیت القا شده توسط فشار و مارتنزیت القا شده توسط دما؛ بنابراین کسر حجمی مارتنزیت با رابطه (1) محاسبه می شود.

$$\xi = \xi_S^+ + \xi_S^- + \xi_T \quad (1)$$

بالا نویس های + و - به ترتیب بیانگر کشش و فشار است؛ بنابراین رابطه مشخصه مدل بهبود یافته برینسون، فرم دیفرانسیلی به شکل رابطه (2) را به خود می گیرد.

$$d\sigma = Dd\varepsilon + \Omega_S^+ d\xi_S^+ + \Omega_S^- d\xi_S^- + \Omega_T d\xi_T + \theta dT \quad (2)$$

بازیابی کرنش در ماده می انجامد و در نتیجه آن ماده به شکل اصلی خود باز می گردد. دلیل اساسی رفتار منحصر به فرد آلایژهای حافظه دار ساختار کریستالی آن هاست. ساختار کریستالی آن ها هنگامی که از حالت دما بالای آستنیت، به فاز نرم تر در حالت دما پایین مارتنزیت می رسد، تحت یک تغییر فاز جامد به جامد قرار می گیرد. این تغییر فاز می تواند توسط دما و یا تنش به ماده القا شود.

آلایژهای حافظه دار کاربردهای زیادی از جمله میرایی سازه ای و همچنین عملگر مکانیکی دارند. بیشترین استفاده این مواد در بایومکانیک است [1] که در آن نایتینول به عنوان رایج ترین آلایژ حافظه دار به عنوان مثال برای باز نگه داشتن رگ های بدن [2,3] و منگنه برای استخوان ها [4] استفاده می شود. از دیگر موارد مواد استفاده در ربات ها [5]، کاهش نویز در موتورهای جت [6] و استفاده به عنوان عملگر [7] است. در تمامی زمینه های اشاره شده فرم های سیم، لوله، میله و فنر که مشخصاً تحت پیچش قرار می گیرند کاربردهای فراوانی دارند.

با وجود این که چندین مدل ساختاری سه بعدی برای پیش بینی رفتار آلایژهای حافظه دار وجود دارند [8-11]، خیلی از مسائل را می توان یک بعدی در نظر گرفت و با هزینه محاسباتی کمتری مسأله را مورد بررسی تحلیلی و عددی قرار داد. تاناکا [12] معادلات ساده ای را برحسب تنش، کرنش و دما توسعه داد و مدل سینماتیکی تغییر فاز را بر پایه این روابط ارائه نمود. لیانگ و راجرز [13] با توسعه مدل تاناکا معادلات تجربی جدیدی را برای کسر حجمی مارتنزیت ارائه نمودند، ولی همچنان مدل پیشنهادی با محدودیت هایی همراه بود. برینسون [14] مدل لیانگ و راجرز را توسعه داد و دو متغیر داخلی، کسر حجمی مارتنزیت ناشی از تنش و ناشی از دما تعریف نمود. با این تعریف پاره ای از رفتارهای آلایژ حافظه دار که در مدل های پیشین قابل بررسی نبود و یا مدل های پیشین، پیش بینی دقیقی برای آن ها ارائه نمی نمودند، بهبود بخشیده شد. مدل برینسون یکی از فراگیرترین و ساده ترین مدل های بررسی رفتار این مواد است. پوراسدیون و همکاران [15] با استفاده از مدل برینسون مدلی نامتقارن برای کشش و فشار ارائه دادند. این مدل علاوه بر پیش بینی رفتار نامتقارن، توانایی پیش بینی حلقه های داخلی هیستریزس را نیز داراست.

مدل سازی رفتار پیچشی آلایژ حافظه دار توسط تعداد زیادی از محققان مورد مطالعه قرار گرفته است [16,17]. تعدادی از آن ها رفتار عملگری را مورد بررسی قرار دادند [18-20] و در برخی مطالعات رفتار کششی- پیچشی مورد مطالعه قرار گرفته است [21-23]. میرزایی فر و همکاران [24] از مدل بوید و لاگوداس و کیدوای و لاگوداس استفاده کردند و برای پیچش خالص یک میله از جنس آلایژ حافظه دار حل نیمه تحلیلی ارائه کردند. برای انجام این کار آن ها مدل سه بعدی برای رفتار آلایژهای حافظه دار را به مدل یک بعدی برای پیچش خالص تبدیل کردند و توانستند معادلاتی برای بارگذاری و باربرداری در پیچش خالص به دست آورند. همچنین آن ها نشان دادند که در هنگام پیچش سطح مقطع ممکن است شامل سه فاز مختلف از آلایژ حافظه دار باشد و هر قسمت را با رابطه خاص خود آن فاز بررسی کردند. راو و همکارانش [25] با استفاده از مدل پریساج حالت سوپرالاستیک پیچشی فنر و سیم از جنس آلایژهای حافظه دار را مورد بررسی قرار دادند. ایده اصلی این کار جدا کردن قسمت الاستیک و قسمت اتلافی پاسخ هیستریزس در سطح مقطع یک سیم از یکدیگر بود. آن ها مدل خود را با انجام آزمایش تجربی بر فنرهایی از جنس آلایژ حافظه دار در سه دمای مختلف صحت سنجی کردند.

همچنین مسیر بارگذاری است. مسیر بارگذاری به معنای اتصال دو نقطه جدید و پیشین طی یک مسیر دلخواه در دیاگرام فاز است.

$$\xi_i = \begin{cases} f^k(\chi_i^k, \xi_0) & \text{if } i \in R_k \text{ و } \tau_i \cdot n^k > 0 \\ \xi_0 & \text{در سایر حالات} \end{cases} \quad (7)$$

توابع سینماتیک برای به روزرسانی مقادیر کسرهای حجمی مارتنزیت در جدول معرفی شده است. در معادله (7)، $(\tau_i \cdot n^k)$ به معنای ضرب داخلی میان مسیر بارگذاری و مسیر تغییر فاز است که پیشتر توضیح داده شد. با توجه بیشتر به رابطه (6) این نکته قابل برداشت است که مقادیر Ω^+ ، Ω^- و D تابعی از کسر حجمی مارتنزیت هستند. کسر حجمی مارتنزیت خود نیز تابعی از تنش و دماست؛ بنابراین رابطه برای یافتن کرنش با داشتن مقادیر تنش و دما صریح است. هنگامی که کرنش به متغیر کنترل کننده تبدیل می شود یک روش تکرار شونده عددی برای یافتن تنش (یا دما) سازگار با آن نیاز است. در کار حاضر که کرنش و دما ورودی هستند از روش نصف کردن¹ برای یافتن تنش استفاده شده که الگوریتم به کار برده شده در [15] گزارش شده است.

3- مدل سازی پیچشی میله آلیاژ حافظه دار

نخستین تفاوت مسئله تنش تک محوره و مسئله پیچش در استوانه های جدار ضخیم برای آلیاژهای حافظه دار این است که در این مسئله تنش ها، کرنش ها، نسبت حجمی مارتنزیت و مدول یانگ در نمونه ثابت نیست، بلکه تابعی از موقعیت شعاعی ماده است. گشتاور پیچشی مقداری است که با انتگرال گیری روی سطح مقطع به دست می آید. فرمول بندی میله آلیاژی حافظه دار نیازمند تعدادی فرض برای ساده سازی است. فرض اول بارگذاری یک بعدی (پیچش خالص) است که معادل است با این فرض که تمامی سطح مقطع استوانه تحت برش خالص قرار می گیرد (یا معادل با ترکیب کشش و فشار هم اندازه در جهت 45 درجه نسبت به محور اصلی). فرض دوم عدم چروک شدن سطح است که معنی آن ثابت بودن جابه جایی زاویه ای طی میله است. فرض سوم ثابت فرض کردن دما طی تمامی نمونه است. معادله برینسون با استفاده از

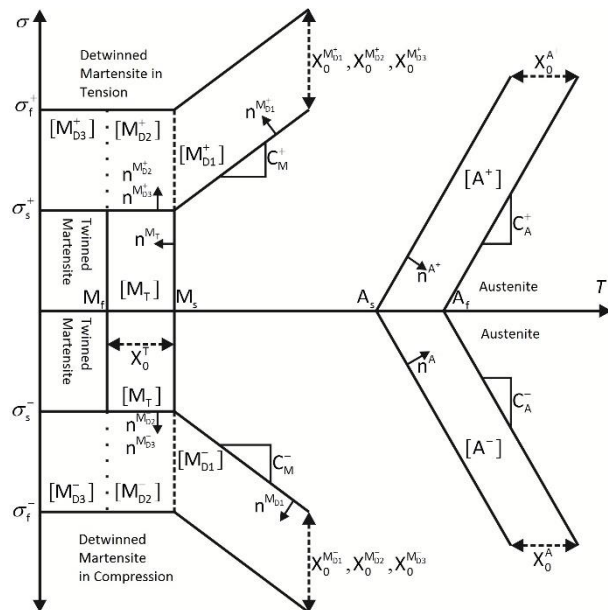


Fig. 1 Phase diagram of an SMA [15]

شکل 1 دیاگرام فاز آلیاژ حافظه دار مطابق مدل بهبود یافته [15].

که در آن D و Ω به ترتیب مدول الاستیک و ضریب ترموالاستیک است، در حالی که Ω_S و Ω_T به ترتیب مشخص کننده ضرایب تبدیل القا شده توسط دما و القا شده توسط تنش است. برینسون نشان داد که ضریب تبدیل القا شده توسط دما باید صفر باشد ($\Omega_T = 0$)، همچنین او نشان داد که مدول الاستیک تابعی خطی از کسرهای حجمی مارتنزیت است که با رابطه (3) مشخص می شود.

$$D(\xi) = D_a + \xi_S^+(D_m^+ - D_a) + \xi_S^-(D_m^- - D_a) + \xi_T(D_m^T - D_a) \quad (3)$$

در آن D_a و D_m^T به ترتیب مدول الاستیک برای فاز آستنیت کامل و مارتنزیت دوقلویی کامل هستند، در حالی که D_m^+ و D_m^- به ترتیب مدول الاستیک برای مارتنزیت غیردوقلویی کامل برای کشش و فشار هستند. تنسورهای تبدیل القا شده توسط تنش می توانند مستقیم به مدول الاستیک و بیشترین کرنش مطابق رابطه (4) مرتبط شوند.

$$\begin{aligned} \Omega_S^+(\xi) &= -\varepsilon_L^+ D(\xi) \\ \Omega_S^-(\xi) &= -\varepsilon_L^- D(\xi) \end{aligned} \quad (4)$$

پارامتر θ به دلیل بسیار کوچک بودن در مقایسه با مدول الاستیک تقریباً ثابت باقی می ماند. با دانستن $\Omega_T = 0$ و حذف زیرنویس (S) در Ω_S^+ و Ω_S^- برای ساده سازی رابطه تنسور تبدیل به فرم رابطه (5) درمی آید.

$$\begin{aligned} \Omega^+(\xi) &= -\varepsilon_L^+ D(\xi) \\ \Omega^-(\xi) &= -\varepsilon_L^- D(\xi) \end{aligned} \quad (5)$$

با جای گذاری روابط (3) در رابطه (2) و انتگرال گیری و همچنین در نظر گرفتن یک بارگذاری تک محوره کششی و یک بارگذاری تک محوره فشاری برای یافتن تابع نامعلوم پس از انتگرال گیری، معادله مشخصه برای رفتار نامتقارن آلیاژهای حافظه دار به صورت رابطه (6) مشخص می شود.

$$\begin{aligned} \sigma - \sigma_0 &= D(\xi)\varepsilon - D(\xi_0)\varepsilon_0 + (\Omega^+(\xi)\xi_S^+ + \Omega^-(\xi)\xi_S^-) \\ &+ (\Omega^+(\xi_0)\xi_{S0}^+ + \Omega^-(\xi_0)\xi_{S0}^-) + \theta(T - T_0) \end{aligned} \quad (6)$$

به منظور توضیح روند تغییر فاز دیاگرام فازی به صورت شکل 1 ایجاد شده است. با توجه به شکل 1، C_A و C_M به ترتیب شیب های تنش-دما در فازهای آستنیت و مارتنزیت هستند. $[A]$ و $[M_T]$ به ترتیب نوارهای تغییر فاز برای فازهای آستنیت و دوقلویی مارتنزیت هستند، در حالی که $[M_{D1}]$ ، $[M_{D2}]$ و $[M_{D3}]$ نوارهای تغییر فاز برای فاز مارتنزیت غیردوقلویی است. A_f و A_s به ترتیب دماهای شروع و پایان آستنیت است، در حالی که M_s و M_f به ترتیب دماهای شروع و پایان مارتنزیت، همچنین σ_f و σ_s به ترتیب تنش های شروع و پایان تغییر فاز است. بردارهای یکه n^k ($k = A, M_T, M_{D1}, M_{D2}, M_{D3}$) بر نوارهای مرزی دیاگرام فاز عمود هستند. X_0^A و $X_0^{M_T}$ فواصل افقی نوارهای فازهای آستنیت و مارتنزیت دوقلویی هستند، در حالی که X_0^{D1} ، X_0^{D2} و X_0^{D3} فواصل عمودی نوارهای فازهای مارتنزیت غیردوقلویی است.

در یک نقطه جدید مقادیر ξ_S^+ ، ξ_S^- و ξ_T برابر با مقادیر اولیه خود هستند، مگر این که نخست آن نقطه در یکی از نواحی تغییر فاز باشد (R_k)، که (R_k) ناحیه ای است که شامل نقطه جدید است و دوماً مسیر بارگذاری (τ_i) و مسیر تغییر فاز (n^k) در یک جهت باشند (رابطه (7)). در صورت ارضای هم زمان این دو شرط مقادیر جدید برای کسرهای حجمی مارتنزیت محاسبه خواهد شد. (τ_i) بردار مماس بر مسیر بارگذاری در دیاگرام فاز است. برای توضیح بیشتر برای مثال در ناحیه (M_{D3}^+) در شکل 1 تغییر فاز فقط در صورتی اتفاق می افتد که مقدار تنش افزایش پیدا نماید و با تغییر هم زمان دما و کاهش تنش تغییر فازی نخواهیم داشت. مقادیر جدید برای کسرهای حجمی مارتنزیت تابعی از مقادیر اولیه خود، موقعیت آن ها در دیاگرام فاز و

¹ Bisection method

شده و پس از آن با محاسبه مقدار گشتاور پیچشی برای هر بخش که در فاصله r از مرکز میله قرار دارد ($0 < r < R$) و حاصل جمع آن ها مقدار کل گشتاور پیچشی محاسبه می شود. اگر متغیر کنترل کننده گشتاور پیچشی باشد (خود یک تابع به دست آمده از محاسبه یک انتگرال است) یک فرایند عددی نیاز است تا مقدار زاویه متناسب با آن تعیین شود.

به بیان دیگر باید ابتدا مقدار کرنش برشی حداکثر حدس زده شده و مقدار گشتاور پیچشی با توجه به آن محاسبه گردد و در صورت صحیح بودن مقدار کرنش، زاویه متناسب با آن به دست می آید که الگوریتم یافتن آن در شکل 3 نمایش داده شده است.

4- به دست آوردن پارامترهای مدل ترمومکانیکی با انجام تست های تجربی

میله ای از جنس نایتینول به قطر 8 میلی متر و به طول 95 میلی متر برای

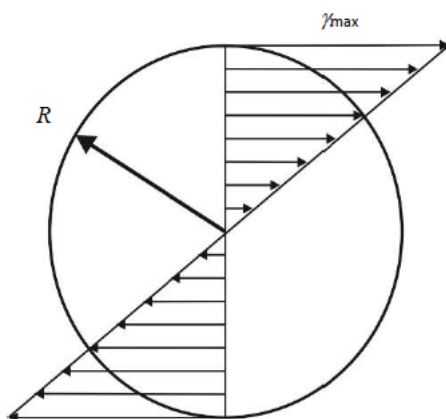


Fig. 2 Strain linear distribution through cross section

شکل 2 توزیع خطی کرنش برشی طی سطح مقطع

تنش برشی، مطابق آن چه گزارش خواهد شد، می تواند بازنویسی شود. برای یک جابه جایی زاویه ای، کرنش برشی به صورت خطی طی شعاع مطابق با شکل 2 تغییر می نماید و نقاطی با بیشترین شعاع بیشترین کرنش را متحمل می شوند. کرنش برشی به عنوان تابعی از جابه جایی زاویه ای به صورت رابطه (8) تعریف می شود.

$$\gamma(r) = \frac{r\theta}{l} \quad (8)$$

که در آن θ جابه جایی زاویه ای، r موقعیت شعاعی و l طول میله استوانه ای است. به ازای هر شعاع، کرنش و دما، تنش برشی مطابق رابطه (9) با استفاده از روابط برینسون به دست می آید

$$\tau(r) = \tau(r, T, \gamma) \quad (9)$$

که در آن T دما، r شعاع و γ کرنش برشی است. به منظور ارتباط دادن تنش برشی و تنش محوری در مدل بهبودیافته برینسون از رابطه (10) استفاده شده است.

$$\tau(r) = \frac{\sigma(r)}{1 + \nu} \quad (10)$$

در آن ν ضریب پواسون است. مقدار ممان برشی به ازای ورودی یک جابه جایی زاویه ای از انتگرال گیری تنش برشی در سطح مقطع و طی شعاع، مطابق رابطه (11) به دست می آید.

$$M_{tot} = \int_{r_1}^{r_2} (2\pi r \tau^2) dr \quad (11)$$

در آن τ تنش برشی در هر نقطه و r_1 و r_2 به ترتیب شعاع داخلی و خارجی است و برای میله توپر $r_1 = 0$ است. نحوه به دست آوردن نمودار گشتاور پیچشی-زاویه در حالت کلی به نوع تست بستگی دارد. در یک تست دما ثابت، اگر زاویه ورودی مشخص باشد از رابطه (8) حداکثر کرنش برشی به دست می آید، سپس از فرمول های برینسون تنش برای هر شعاع محاسبه

جدول 1 توابع تبدیل سینماتیکی برای مدل ساختاری نامتقارن آلایژ حافظه دار

Table. 1 Transformation kinetics functions of the asymmetric SMA constitutive model

F^k	R_k	$Y_k = \cos\left(\pi X_i^k / X_0^k\right)$	ξ	ξ_T	ξ_S^+	ξ_S^-
F^{A^+}	$[A^+]$	$Y_{A^+} = \cos\left(\pi(T - A_s - \sigma/C_A^+)/ (A_f - A_s)\right)$	$\xi_0(Y_{A^+} + 1)/2$	$\xi_{T0}\xi / \xi_0$	$\xi_{S0}^+\xi / \xi_0$	$\xi_{S0}^-\xi / \xi_0$
F^{M_T}	$[M_T]$	$Y_{M_T} = \cos\left(\pi(T - M_s) / (M_f - M_s)\right)$	$\xi_T + \xi_S^+ + \xi_S^-$	$(1 - \xi_0)(1 - Y_{M_T})/2 + \xi_{T0}$	ξ_{S0}^+	ξ_{S0}^-
$F^{M_{D1}^+}$	$[M_{D1}^+]$	$Y_{M_{D1}^+} = \cos\left(\frac{\pi(\sigma - \sigma_s^+ - C_M^+(T - M_s))}{(\sigma_f^+ - \sigma_s^+)}\right)$	$\xi_T + \xi_S^+ + \xi_S^-$	$\xi_{T0}(1 - \xi_S^+) / (1 - \xi_{S0}^+)$	$\frac{(1 - Y_{M_{D1}^+})/2 + \xi_{S0}^+(1 + Y_{M_{D1}^+})/2}{(1 - \xi_{S0}^+)}$	$\frac{\xi_{S0}^-(1 - \xi_S^+)}{(1 - \xi_{S0}^+)}$
$F^{M_{D2}^+}$	$[M_{D2}^+]$	$Y_{M_{D2}^+} = Y_{M_{D3}^+} = \cos\left(\pi(\sigma - \sigma_s^+) / (\sigma_f^+ - \sigma_s^+)\right)$	$\xi_T + \xi_S^+ + \xi_S^-$	$\frac{[(1 - \xi_0)(1 - Y_{M_T})/2 + \xi_{T0}] \times (1 - \xi_S^+) / (1 - \xi_{S0}^+)}{\xi_{T0}(1 - \xi_S^+) / (1 - \xi_{S0}^+)}$	$\frac{(1 - Y_{M_{D2}^+})/2 + \xi_{S0}^+(1 + Y_{M_{D2}^+})/2}{(1 - \xi_{S0}^+)}$	$\frac{\xi_{S0}^-(1 - \xi_S^+)}{(1 - \xi_{S0}^+)}$
$F^{M_{D3}^+}$	$[M_{D3}^+]$					
F^{A^-}	$[A^-]$	$Y_{A^-} = \cos\left(\pi \frac{T - A_s - \sigma/C_A^-}{A_f - A_s}\right)$	$\xi_0(Y_{A^-} + 1)/2$	$\xi_{T0}\xi / \xi_0$	$\xi_{S0}^+\xi / \xi_0$	$\xi_{S0}^-\xi / \xi_0$
$F^{M_{D1}^-}$	$[M_{D1}^-]$	$Y_{M_{D1}^-} = \cos\left(\pi \frac{(\sigma - \sigma_s^- - C_M^-(T - M_s))}{(\sigma_f^- - \sigma_s^-)}\right)$	$\xi_T + \xi_S^+ + \xi_S^-$	$\xi_{T0}(1 - \xi_S^-) / (1 - \xi_{S0}^-)$	$\frac{\xi_{S0}^+(1 - \xi_S^-)}{(1 - \xi_{S0}^-)}$	$\frac{(1 - Y_{M_{D1}^-})/2 + \xi_{S0}^-(1 + Y_{M_{D1}^-})/2}{(1 - \xi_{S0}^-)}$
$F^{M_{D2}^-}$	$[M_{D2}^-]$	$Y_{M_{D2}^-} = Y_{M_{D3}^-} = \cos\left(\pi(\sigma - \sigma_s^-) / (\sigma_f^- - \sigma_s^-)\right)$	$\xi_T + \xi_S^+ + \xi_S^-$	$\frac{[(1 - \xi_0)(1 - Y_{M_T})/2 + \xi_{T0}] \times (1 - \xi_S^-) / (1 - \xi_{S0}^-)}{\xi_{T0}(1 - \xi_S^-) / (1 - \xi_{S0}^-)}$	$\frac{\xi_{S0}^+(1 - \xi_S^-)}{(1 - \xi_{S0}^-)}$	$\frac{(1 - Y_{M_{D2}^-})/2 + \xi_{S0}^-(1 + Y_{M_{D2}^-})/2}{(1 - \xi_{S0}^-)}$
$F^{M_{D3}^-}$	$[M_{D3}^-]$					

پاسخ مدل در دمای 23 درجه سانتی گراد یافته شده و با تست تجربی در این دما مقایسه شده است، که نتیجه نشان می دهد مدل با دقت زیادی رفتار تجربی را پیروی می کند. از دلایل محتمل بروز خطا در نتایج می توان به سر خوردن میله در هنگام بارگذاری بر سه نظام و خستگی و آسیب در میله اشاره کرد.

5- نتایج بارگذاری پیچشی میله استوانه ای آلایژ حافظه دار

در این قسمت بارگذاری و باربرداری میله آلایژ حافظه دار در نظر گرفته شده است. در پیچش این میله سطح مقطع آن به سه قسمت به مانند شکل 7 تقسیم می شود: ناحیه داخلی (منطقه 1) ماده کاملاً در فاز آستنیت قرار دارد. در ناحیه میانی (منطقه 2) ماده در حالت تغییر فاز است و در آن رابطه $0 < \xi < 1$ برقرار است. در ناحیه بیرونی (منطقه 3) تغییر فاز به طور کامل صورت گرفته و در آن $(\xi = 1)$ است. با افزایش زاویه پیچش ناحیه کاملاً تبدیل شده به مرکز سطح مقطع نزدیک تر می شود و اگر گشتاور همچنان افزایش یابد، کل ناحیه به مارتنزیت تبدیل می شود. میله ای از جنس آلایژ حافظه دار به قطر 8 میلی متر در دمای محیط ثابت 30 درجه سانتی گراد در نظر گرفته می شود. همان گونه که در شکل 8 ملاحظه می شود به ازای پیچش 220 درجه ای سه حالت آلایژ حافظه دار (آستنیت، تغییر فاز از آستنیت به مارتنزیت و مارتنزیت) در سطح میله وجود دارند که از مقدار شعاع (برحسب میلی متر) $0 < r < 0.27$ فاز آستنیت، فاصله $0.27 < r < 2.8$ تغییر فاز و از $2.8 < r < 4$ به طور کامل مارتنزیت است. همان گونه که از شکل 8-b مشاهده می شود به ازای زاویه ورودی تا 20 درجه، کسر حجمی مارتنزیت برای بخش زیادی از سطح میله صفر است، برای گزارش این بخش از ثوابت پیچش مثبت استفاده شده است. برای ناحیه اول که در فاز آستنیت است باربرداری به صورت الاستیک صورت می گیرد. همان گونه که در شکل 8-b دیده می شود در بارگذاری چرخشی تا زاویه 20 درجه و شعاع $0 < r < 3$ سطح مقطع میله رفتار الاستیک دارد و رابطه $\tau = G_A \gamma$ که در آن G_A مدول برشی فاز آستنیت است، برقرار است.

این رفتار الاستیک برای بارگذاری های دیگر که در شکل 9 اشاره شده برای زوایای 60، 100، 140، 180 و 220 درجه از مرکز میله تا شعاع های به ترتیب $r = 1$ ، $r = 0.8$ ، $r = 0.66$ ، $r = 0.53$ و $r = 0.4$ (برحسب میلی متر) برقرار است. ضمن این که برای زوایای 60، 100 و 140 درجه پس از شعاع های اشاره شده تا انتهای سطح مقطع در راستای شعاع در حالت تغییر فاز قرار دارند. برای پیچش منفی همین روند انجام شده و نتایج در شکل 9-a,b نمایش داده شده است.

1-5 تحلیل پارامتری

در این قسمت تحلیل پارامتری شعاع میله بر نمودار گشتاور پیچشی-زاویه بررسی شده است. برای انجام این کار طول میله و بیشترین گشتاور ثابت نگه داشته شده است، در حالی که شعاع نمونه تغییر پیدا کرده است. شکل 10 نمایش دهنده نمودار گشتاور پیچشی برحسب زاویه برای میله با شعاع های مختلف است. در این شکل منحنی ای که در وسط قرار دارد مربوط به خواص موادی است که پیشتر در تست تجربی ارائه شد، در حالی که دو منحنی دیگر مربوط به افزایش و کاهش شعاع میله به اندازه 1 میلی متر است. در این جا در پیچش مثبت، گشتاور پیچشی از صفر شروع شده، به 47.2 نیوتون در متر و سپس به مقدار صفر می رسد. برای قسمت پیچش منفی گشتاور پیچشی از صفر شروع شده، به 42.24 نیوتون در متر و سپس به مقدار صفر می رسد.

انجام تست تجربی و مقایسه آن با مدل ترمومکانیکی تهیه شده است. در این قسمت پارامترهای مربوط به دماهای انتقال فاز از روش گرماسنجی تفاضلی¹ و پارامترهای مربوط به رفتار مکانیکی با روش بارگذاری به دست آمده است.

4-1 انجام تست DSC

تست DSC یکی از شناخته شده ترین روش ها در تعیین اولیه دماهای تغییر فاز آلایژهای حافظه دار است. در این تست وقتی که آلایژ حافظه دار شروع به تغییر فاز از مارتنزیت به آستنیت می کند مقداری انرژی جذب می کند؛ بنابراین یک دره در نمودار گرمایش آن اتفاق می افتد. در مقابل در حین سرد شدن به دلیل انتقال از فاز آستنیت به مارتنزیت نمونه انرژی آزاد می کند و بنابراین یک قله در نمودار جریان گرمایش آن اتفاق می افتد. به وسیله این روش دماهای انتقال برای نمونه میله یادشده در تنش صفر به دست آمد. نمودار تست DSC انجام شده بر میله تهیه شده (با سرعت $5^\circ\text{C}/\text{min}$) در شکل 4-a نشان داده شده است. توان مورد نیاز برای داشتن یک نرخ گرمایش یا سرمایش ثابت برای نمونه آلایژ حافظه دار روی محور عمودی و دمای میله روی محور افقی است. دماهای انتقال با کشیدن خطوط مماس بر آغاز و پایان نواحی تبدیل فاز همان گونه که در شکل 4-a مشخص است به دست آمده و در جدول 2 خلاصه شده است. دستگاه انجام این تست در شکل 4-b نمایش داده شده که نام دستگاه DSC1 و ساخته شده توسط شرکت استار سیستم است.

4-2 تست دما ثابت

برای به دست آوردن تمامی پارامترهای مربوط به مدل ارائه شده نیاز به انجام دو سری تست در دمای ثابت بالاتر از دمای پایان آستنیت (A_f) و همچنین تست بارگذاری در دمای ثابت کمتر از دمای پایان مارتنزیت (M_f) است که به دلیل پایین بودن بسیار زیاد دمای پایان مارتنزیت قادر به به دست آوردن برخی از پارامترها نیستیم و در این جا تنها تست دما ثابت بالای (M_f) انجام شده است. برای رسیدن به پاسخ پایدار در نمونه پیش از انجام تست نهایی، تست بارگذاری 50 بار بر نمونه انجام شده است. شکل 5-a نمایش دهنده دستگاه تست پیچش دما ثابت مدل STS 50, MK2 ساخته شده توسط شرکت ساتنام و شکل 5-b نمایش دهنده نمونه میله تست شده است.

4-2-1 تست بارگذاری نمونه در دمای 30 درجه سانتی گراد

برای به دست آوردن پارامترهای مربوط به مدل برینسون با تعریف پیچش مثبت به صورت پیچش در جهت عقربه های ساعت و پیچش منفی به صورت پیچش در جهت خلاف عقربه های ساعت، تست تجربی در دمای 30 درجه سانتی گراد برای میله آلایژ حافظه دار انجام شده است و همان گونه که در شکل 6-a مشخص است مدل حاضر بر این تست تجربی فیت شده است. در شکل 6-a,b، PSAM، نماد مدل نامتقارن کنونی، PSSM، نماد مدل متقارن کنونی و EXP نماد تست تجربی است. نکته قابل ذکر در مورد به دست آوردن پارامترها این موضوع است که با توجه به این که مقدار پیچش از انتگرال گیری از تنش های برشی در سطح به دست می آید، روش صریحی برای به دست آوردن پارامترها وجود ندارد و با روش سعی و خطا پارامترها تخمین زده شده اند. در ضمن برای استفاده از مدل از پارامترهای جدول استفاده شده است. برای بررسی صحت مدل با پارامترهای به دست آمده،

¹ Differential Scanning Calorimetry (DSC)

جدول 2 پارامترهای میله آلیاژ حافظه دار برای مدل های متقارن و نامتقارن

پارامتر	واحد	مقدار پارامتر برای مدل نامتقارن	مقدار پارامتر برای مدل متقارن
مدول ها	GPa	$D_m^+ = 15, D_m^- = 20, D_a = 22$	$D_m^+ = 15, D_m^- = 15, D_a = 22$
تنش های تبدیل	MPa	$\sigma_s^+ = 5, \sigma_f^+ = 550, \sigma_s^- = 10, \sigma_f^- = 400$	$\sigma_s^+ = 5, \sigma_f^+ = 550, \sigma_s^- = 5, \sigma_f^- = 550$
شیب های تنش-دما	MPa/°C	$C_M^+ = 2, C_A^+ = 16, C_M^- = 2, C_A^- = 16$	$C_M^+ = 2, C_A^+ = 16, C_M^- = 2, C_A^- = 16$
کرنش های تبدیل	-	$\varepsilon_L^+ = 0.024, \varepsilon_L^- = -0.026$	$\varepsilon_L^+ = 0.024, \varepsilon_L^- = -0.024$
مدول ترموالاستیک	MPa/°C	$\theta = 0.55$	
دماهای تبدیل فاز	°C	$M_f = -61.7, M_s = -41.9, A_s = 16.04, A_f = 34.5$	

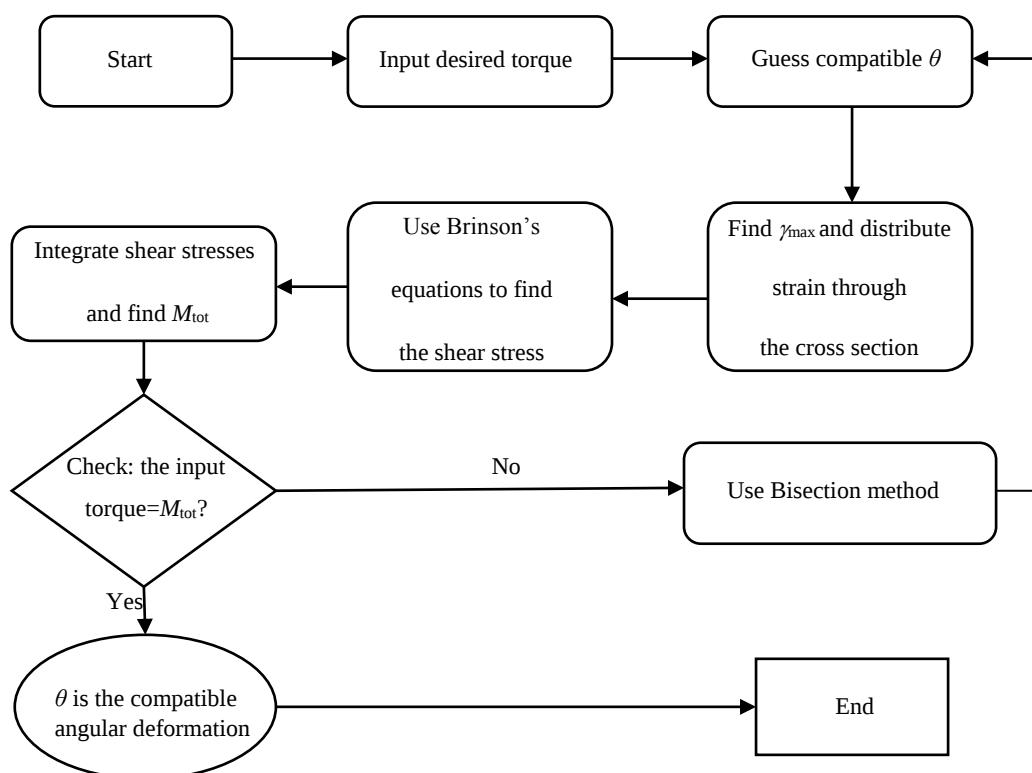


Fig. 3 Procedure of analyzing SMA rod, which uses Bisection method and improved Brinson's equations to find a compatible angular deformation with a desired input torque

شکل 3 روند تحلیل میله استوانه ای آلیاژ حافظه دار که با استفاده از روش نصف کردن و معادلات بهبود یافته برینسون به ازای ورودی گشتاور پیچشی دلخواه، زاویه متناسب با آن محاسبه می شود.

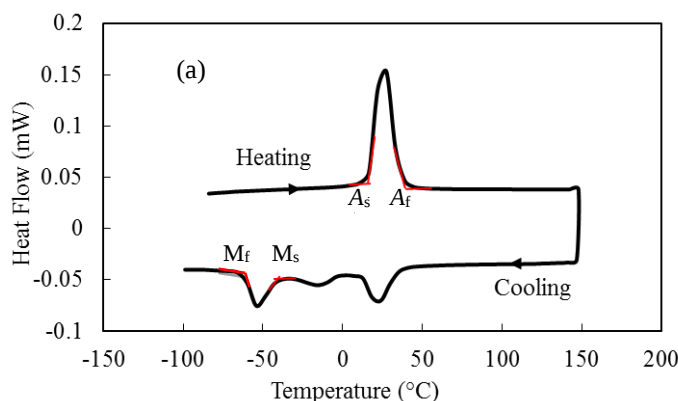


Fig. 4 a- DSC test results and adopting phase transformation temperatures from the Heat Flow-Temperature diagram, b- DSC test setup

شکل 4 الف- نتایج تست DSC بر نمونه آلیاژ حافظه دار و نحوه به دست آوردن دماهای انتقال از نمودار شار حرارتی- دما، ب- دستگاه تست DSC

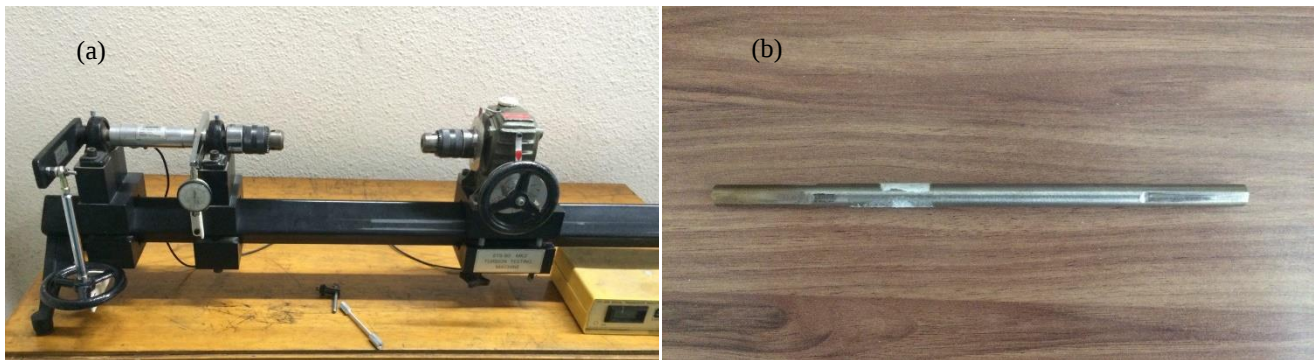


Fig. 5 a- Experimental Isothermal Torsion test setup, b- SMA rod test sample

شکل 5 الف- دستگاه تست پیچش دما ثابت، ب- نمونه میله از جنس آلیاژ حافظه دار

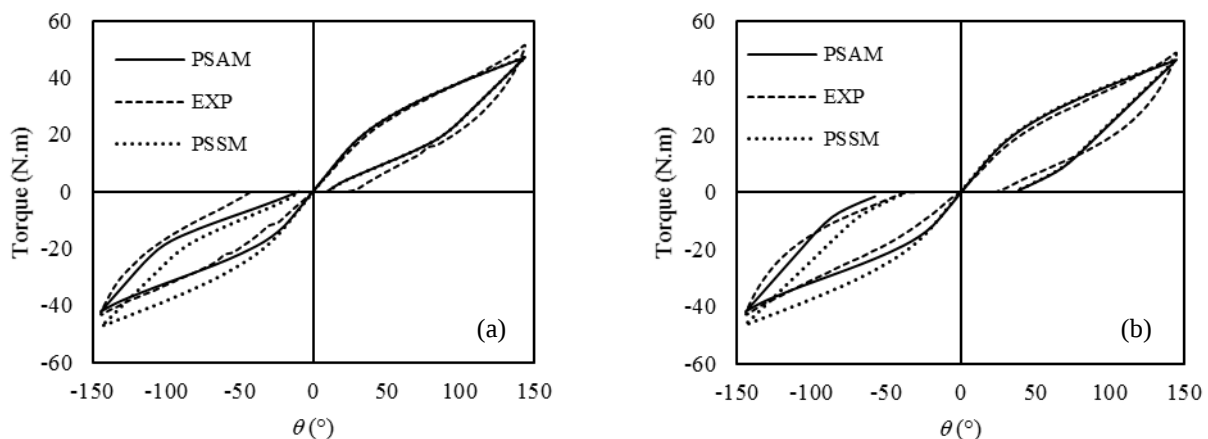


Fig. 6 a- Torque-Angle fitted diagram for SMA rod to find model parameters and also comparing symmetric and asymmetric models at the temperature 36°C, b- Predicting SMA rod behavior at the temperature 23°C with the parameters adopted from the experimental test at the temperature 30°C and comparing with experimental test at the temperature 23°C

شکل 6 الف- دیاگرام فیت شده برای آلیاژ حافظه دار به منظور یافتن پارامترهای مدل ارائه شده و همچنین مقایسه مدل متقارن و نامتقارن در دمای 30 درجه سانتی گراد، ب- پیش بینی رفتار میله آلیاژ حافظه دار در دمای 23 درجه با استفاده از پارامترهای به دست آمده از تست در دمای 30 درجه و مقایسه آن با تست تجربی در دمای 23 درجه سانتی گراد.

دمایی که در آن تست انجام شده 30 درجه سانتی گراد و باقی مشخصات و پارامترها همان پارامترهای مربوط به تست تجربی است.

5-2- بارگذاری ناقص

در این بخش بارگذاری ناقص تست تجربی پیچش انجام شده و همراه با پیش بینی مدل ارائه شده، گزارش شده است. برای این منظور برای هم پیچش مثبت و هم پیچش منفی ابتدا تا زاویه 144 درجه بارگذاری و سپس باربرداری شده است. پس از آن تا زاویه 120 درجه بارگذاری، بعد باربرداری و در آخر تا زاویه 78 درجه بارگذاری، سپس باربرداری صورت پذیرفته است. دمای تست 30 درجه سانتی گراد و طول گیج میله همان 9.5 سانتی متر گزارش شده در بخش های پیشین است. شکل 11-a نشان دهنده بارگذاری ناقص که حاکی از تطابق قابل قبول تست تجربی و مدل ارائه شده است. $PSET$ نماد تست انجام شده¹ در کار حاضر و PSM نتایج مدل سازی کار حاضر² است. در ادامه و در شکل 11-b نتایج مدل برای بارگذاری ناقص و دمای 36 درجه که در آن میله در رژیم سوپرا الاستیک ارائه شده است. شیوه و مقدار بارگذاری مانند قسمت قبل برای بارگذاری ناقص است.

6- نتیجه گیری

در این کار مدل نیمه تحلیلی برای پیچش یک میله از جنس آلیاژهای

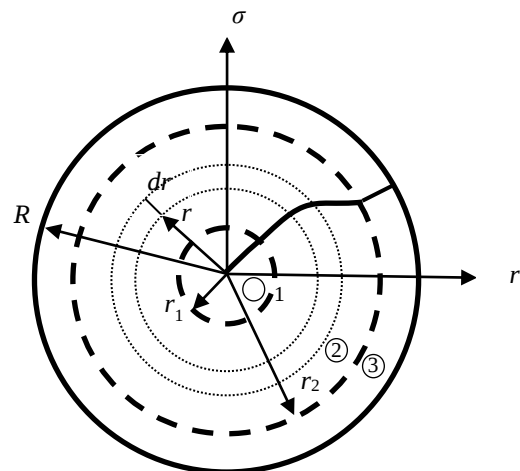


Fig. 7 Schematic of stress distribution through cross section, where zone 1 is pure austenite, zone 2 is phase transformation and zone 3 is pure martensite

شکل 7 شماتیک توزیع تنش در سطح مقطع میله که در آن ناحیه 1 مربوط به ماده در فاز آستنیت، ناحیه 2 مربوط به ماده در حالت تغییر فاز و همچنین ناحیه 3 که در آن ماده به صورت کامل مارتنزیت

¹ Present study experimental test

² Present study modeling

مورد مطالعه بود که باعث تطابق بهتر نتایج با تست تجربی شد. اساس انجام این کار تبدیل تنش محوری به تنش برشی است که با این کار مدل برینسون

حافظه دار با استفاده از مدل یک بعدی بهبود یافته برینسون ارائه شد. رفتار نامتقارن میله برای جهت های مختلف اعمال بار پیچشی مهم ترین موضوع

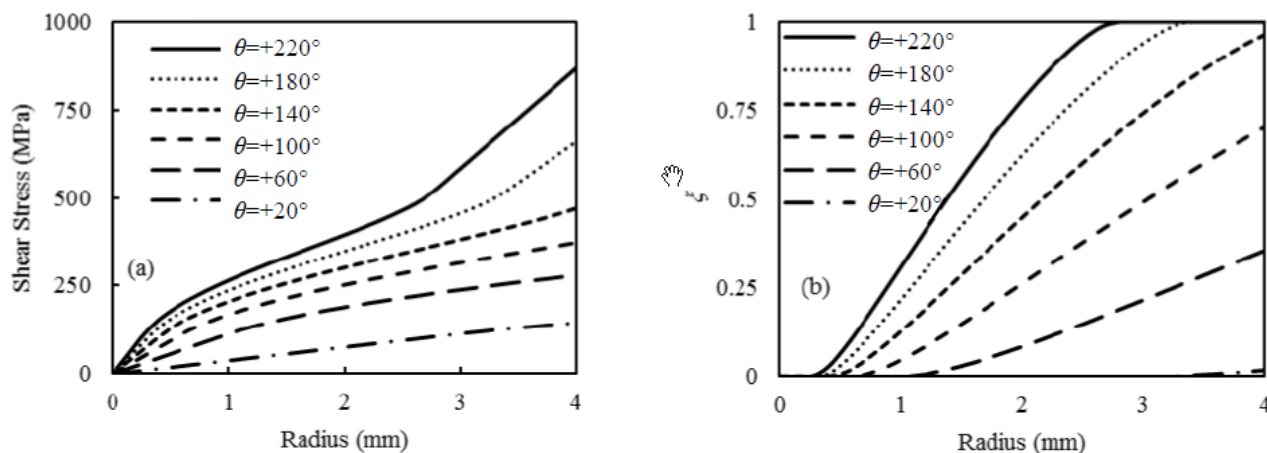
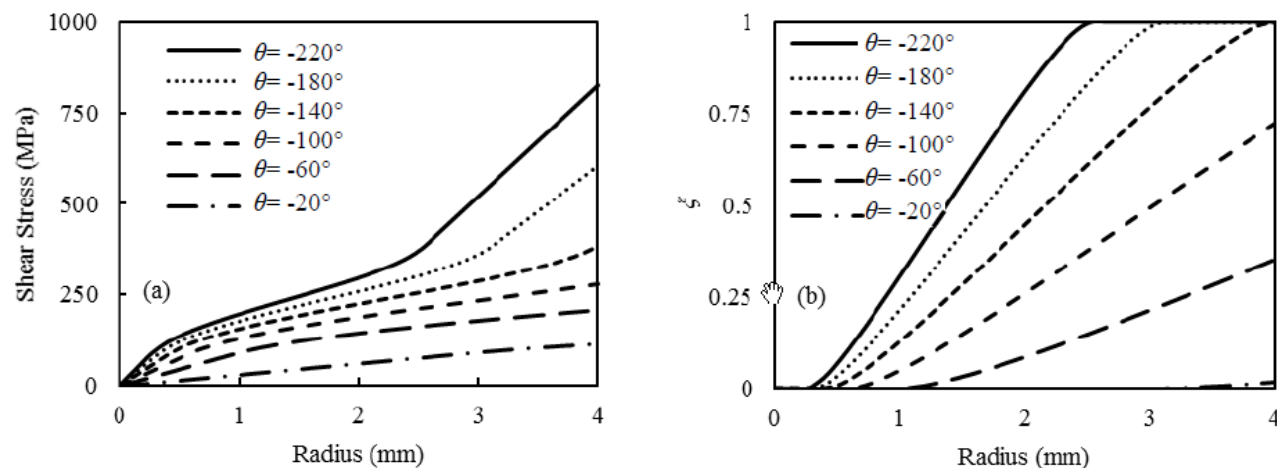


Fig. 8 a- Shear stress-Radius diagram for SMA rod b- Martensite volume fraction-Radius for SMA rod

شکل 8 الف- تنش برشی برحسب شعاع میله در بارگذاری، ب- نمودار کسر حجمی مارتنزیت برحسب شعاع میله



شکل 9 الف- تنش برشی برحسب شعاع میله در بارگذاری، ب- نمودار کسر حجمی مارتنزیت برحسب شعاع میله

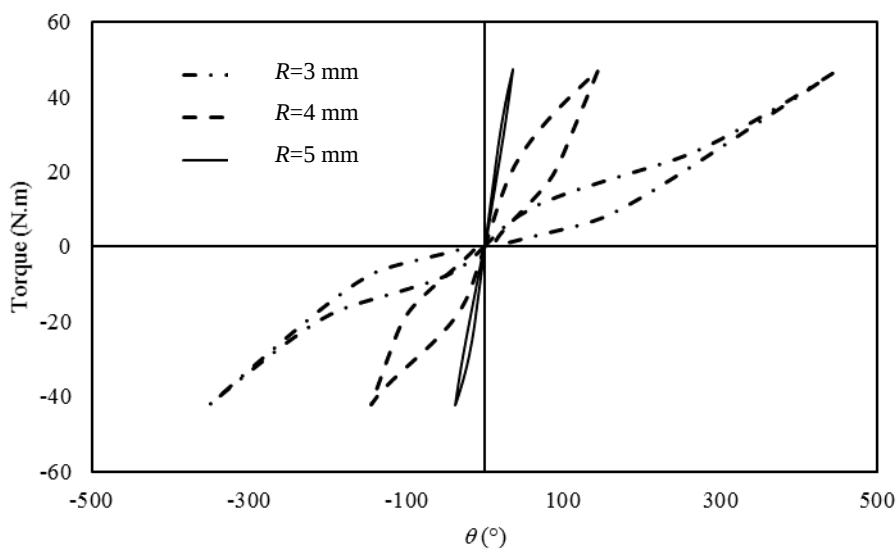


Fig. 10 Comparison of Torque-Angle diagram with variation of radius

شکل 10 بررسی اثر تغییر شعاع میله بر نمودار ممات پیچشی- زاویه

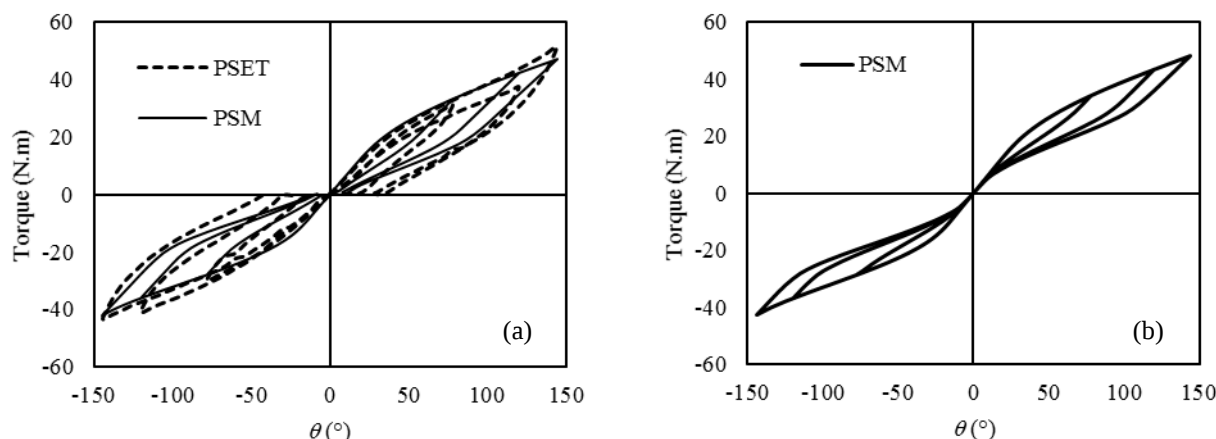


Fig. 11 a- Inner loops experimental test as well as the proposed model predictions, b- Inner loops in superelastic regime

شکل 11 الف- تست تجربی بارگذاری ناقص میله آلیاژ حافظه دار و مقایسه آن با نتایج مدل ارائه شده، ب- بارگذاری ناقص در حالت سوپرا الاستیک

- [10] Y. Ivshin, T. J. Pence, A thermomechanical model for a one variant shape memory material, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, No. 4, pp. 455-473, 1994.
- [11] S. Reese, D. Christ, Finite deformation pseudo-elasticity of shape memory alloys-Constitutive modelling and finite element implementation, *Plasticity*, Vol. 24, No. 3, pp. 455-482, 2008.
- [12] K. Tanaka, A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior, *Res Mechanica*, Vol. 18, No. 3, pp. 251-263, 1986.
- [13] C. Liang, C. A. Rogers, One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, No. 4, pp. 285-302, 1997.
- [14] L. C. Brinson, One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, No. 2, pp. 229-242, 1993.
- [15] S. Poorasadion, J. Arghavani, R. Naghdabadi, S. Sohrabpour, An improvement on the Brinson model for shape memory alloys with application to two-dimensional beam element, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 25, No. 15, pp. 1905-1920, 2014.
- [16] T. Mineta, T. Deguchi, E. Makino, T. Kawashima, T. Shibata, Fabrication of cylindrical micro actuator by etching of TiNiCu shape memory alloy tube, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 165, No. 2, pp. 392-398, 2011.
- [17] M. M. Tabesh, M. Elahinia, M. Pourazady, Modeling NiTi superelastic-shape memory antagonistic beams: a finite element analysis, *The ASME 2009 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures, and Intelligent Systems SMASIS*, California, September, pp. 557-566, 2009.
- [18] A. C. Keefe, G. P. Carman, Thermo-mechanical characterization of shape memory alloy torque tube actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 9, No. 5, pp. 665, 2000.
- [19] J. K. Paik, E. Hawkes, R. J. Wood, A novel low-profile shape memory alloy torsional actuator, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 12, pp. 125014, 2010.
- [20] B. Zhou, Z. Q. Wang, S. H. Yoon, G. P. Zou, Mechanical behaviors of torsion actuator of shape memory alloy, *Key Engineering Materials*, Vol. 385, pp. 213-216, 2008.
- [21] R. Mehrabi, M. Kadkhodaei, M. Taheri Andani, M. Elahinia, Microplane modeling of shape memory alloy tubes under tension, torsion, and proportional tension-torsion loading, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 26, No. 2, pp. 144-155, 2015.
- [22] Q. P. Sun, Z. Q. Li, Phase transformation in superelastic NiTi polycrystalline micro-tubes under tension and torsion—from localization to homogeneous deformation, *Solids and Structures*, Vol. 39, No. 13, pp. 3797-3809, 2002.
- [23] P. Thamburaja, L. Anand, Superelastic behavior in tension-torsion of an initially-textured Ti-Ni shape-memory alloy, *Plasticity*, Vol. 18, No. 11, pp. 1607-1617, 2002.
- [24] R. Mirzaeifar, R. DesRoches, A. Yavari, Exact solutions for pure torsion of shape memory alloy circular bars, *Mechanics of Materials*, Vol. 42, No. 8, pp. 797-806, 2010.
- [25] A. Rao, A. R. Srinivasa, A two species thermodynamic Preisach model for the torsional response of shape memory alloy wires and springs under superelastic conditions, *Solids and Structures*, Vol. 50, No. 6, pp. 887-898, 2013.
- [26] C. Chapman, A. Eshghinejad, M. Elahinia, Torsional behavior of niti wires and tubes: Modeling and experimentation, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 11, pp. 1239-1248, 2011.
- [27] H. Prahlad, I. Chopra, Modeling and experimental characterization of SMA torsional actuators, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 18, No. 1, pp. 29-38, 2006.

در کشش و فشار تبدیل به مدل برینسون در پیچش در جهت های مختلف می شود. با انجام تست های تجربی در دمای ثابت پارامترهای مربوط به مدل ارائه شده تعیین و مدل ارائه شده با مقایسه نتایج در دماهای دیگر و پاسخ به دست آمده به وسیله مدل مورد صحت سنجی قرار گرفت. با بارگذاری میله حافظه دار ملاحظه شد که سطح مقطع به سه ناحیه تقسیم می شود. ناحیه درونی که آستنیت باقی می ماند، ناحیه میانی که در حالت تغییر فاز است و ناحیه بیرونی که به صورت کامل در فاز آستنیت قرار می گیرد. در ادامه به تحلیل پارامتری شعاع میله پرداخته و ملاحظه شد که با افزایش شعاع میله به ازای بار نهایی برابر میله با شعاع بیشتر کمتر به حالت مارتنزیت کامل می رسد و البته زاویه پیچشی کمتری را متحمل می شود. در انتها به بارگذاری ناقص و حلقه های داخلی هیستریزس پرداخته، مدل ارائه شده با تست تجربی مقایسه و نتایج پیش بینی مدل برای حالت دما ثابت در بارگذاری ناقص ارائه شد.

7- مراجع

- [1] D. J. Wever, A. G. Veldhuizen, M. M. Sanders, J. M. Schakenraad, J. R. Van Horn, Cytotoxic, allergic and genotoxic activity of a nickel-titanium alloy, *Biomaterials*, Vol. 18, No. 16, pp. 1115-1120, 1997.
- [2] P. P. Poncet, Applications of superelastic nitinol tubing, *International Conference on Shape Memory and Super Elastic Technologies*, California: SMST, 1994.
- [3] S. Rhalimi, S. Charette, M. Assad, C. Coillard, C. H. Rivard, The spinal cord dura mater reaction to nitinol and titanium alloy particles: A 1-year study in rabbits, *European Spine Journal*, Vol. 16, No. 7, pp. 1063-1072, 2007.
- [4] S. M. Russell, Design considerations for nitinol bone staples, *Materials Engineering and Performance*, Vol. 18, No. 5, pp. 831-835, 2009.
- [5] A. Hadi, A. Hassani, J. Koohsorkhi, K. Alipour, Conceptual design and modeling of an adaptable robotic mechanism actuated by shape memory alloys for inspection of low diameter pipes, *Robotics and Mechanisms (ICROM)*, 4th International Conference on, IEEE, Iran, Tehran, Robotics Society of Iran, Vol. 17, No. 1, pp. 394-402, 2016. (in Persian)
- [6] D. J. Hartl, J. T. Mooney, D. C. Lagoudas, F. T. Calkins, J. H. Mabe, Use of a Ni60Ti shape memory alloy for active jet engine chevron application: II. Experimentally validated numerical analysis, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 1, pp. 015021, 2009.
- [7] H. Basaeri, M. R. Zakerzadeh, A. Yousefi-Koma, S. Mohtasebi, Design and aerodynamic analysis of a morphing wing with shape memory alloy actuator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 60-70, 2015. (in Persian)
- [8] J. G. Boyd, D. C. Lagoudas, A thermodynamical constitutive model for shape memory materials, Part I. The monolithic shape memory alloy, *Plasticity*, Vol. 12, No. 6, pp. 805-842, 1996.
- [9] M. L. Brocca, L. C. Brinson, Z. Bazant, Three-dimensional constitutive model for shape memory alloys based on microplane model, *the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 50, No. 5, pp. 1051-1077, 2002.