مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 243-254

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تاثیر پارامترهای طراحی و روانکاری بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمُدور لُب‌دار با سیال روانکار پاورلا

محمد زمان‌ثانی[1]، اصغر دشتی رحمت‌آبادی[2]، رضا رشیدی میبدی[3]، مهدی زارع مهرجردی[4*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران

4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اردکان، اردکان

* اردکان، صندوق پستی 89518-95491، mahdi.zare@ardakan.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 19 مرداد 1396

پذیرش: 06 آبان 1396

ارائه در سایت: 24 آذر 1396

کلید واژگان:

یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور

روانکار پاورلا

تحلیل پایداری دینامیکی

چکیده

امروزه یاتاقان‌های ژورنال روغنی به‌طور گسترده‌ای به عنوان تکیه‌گاه مناسب برای سیستم‌های دوار در صنایع گوناگون به‌کار گرفته می‌شوند. هنگامی‌که این یاتاقان‌ها تحت بارگذاری در سرعت‌های بالا مورد استفاده قرار گیرند، ایجاد اغتشاشات گردابی منجر به برخورد و سایش در وضعیت حرکت روتور محتمل می‌باشد. طراحی شکل‌های هندسی خاص و یا به‌کارگرفتن روانکارهای صنعتی با ترکیبات متفاوت جدید، می‌تواند بر توانمندی یاتاقان‌های ژورنال در حفظ عملکرد پایدار دینامیکی خود در موقعیت‌های بحرانی تأثیرگذار باشد. از این منظر استفاده از انواع یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور و روانکارهای غیرنیوتنی در حوزه روانکاری اخیراً به‌طور فزاینده‌ای مورد توجه قرار گرفته‌است. در پژوهش حاضر، با انتخاب روانکار غیرنیوتنی شبیه‌سازی شده با مدل سیال پاورلا، تأثیر پارامترهای طراحی نظیر نسبت خروج از مرکزی، نسبت منظری و اندیس پاورلا بر پایداری دینامیکی سیستم یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لُب مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این راستا با فرض نوسانات سیکل محدود روتور حول نقطه تعادل استاتیکی با میرا شدن اثر اغتشاشات تحمیلی اولیه و استفاده از روش عددی اجزاء محدود جهت حل معادلات حاکم، محدوده پایداری سیستم در قالب مشخصه‌های تحلیل دینامیکی خطی نظیر فرکانس چرخش گردابی و پارامتر جرم بحرانی تعیین می‌گردد. نتایج حاکی از آنست که با افزایش اندیس پاورلا و کاهش نسبت منظری، دامنه پایداری دینامیکی تکیه‌گاه یاتاقانی توسعه می‌یابد. همچنین با افزایش تعداد لُب‌ها در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با روانکار پاورلا و تامین شرایط قرارگیری سیستم در مقادیر نسبت خروج از مرکزیت بالا، می‌توان به قابلیت بیشتری در میرا نمودن اغتشاشات دینامیکی دست‌یافت.

Effects of design and lubrication parameters on the dynamic stability of noncircular lobed journal bearings with power law lubricant fluid

Mohammad Zamansani [1], Asghar Dashti Rahmatabadi [1], Reza Rashidi Meybodi [2], Mahdi Zare Mehrjardi [3*]

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran.
3- Department of Mechanical Engineering, Ardakan University, Ardakan, Iran.
* P.O.B. 89518-95491, Ardakan, Iran, mahdi.zare@ardakan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 August 2017
Accepted 28 October 2017
Available Online 15 December 2017

Keywords:
Noncircular Hydrodynamic Journal Bearing
Power Law Lubricant
Dynamic Stability Analysis

ABSTRACT

Today, oil journal bearings are widely used as an efficient support for rotary systems in various industries. When these bearings are used by loading in high speed conditions, whirling disturbances in the rotor motion status leading to collisions and abrasion is probable. Designing specific geometric shapes or applying industrial lubricants with different new combinations can affect the journal bearings ability to maintain their dynamic stability in critical situations. From this view, the use of non-circular bearings and non-Newtonian fluids in the field of lubrication has recently been heavily taken into consideration. In the present study by choosing non-Newtonian lubricant simulated by power law fluid model, the effects of design parameters such as eccentricity ratio, aspect ratio and power law index on dynamic stability of noncircular two, three and four lobe bearings are investigated. For this purpose, assuming the limited cycle oscillations of the rotor around the equilibrium point after damping the effects of initial imposed disturbances and using finite element numerical method to solve the governing equations, stability range of the system in form of linear dynamic analysis characteristics is determined based on the whirl frequency ratio and critical mass parameter. The results indicate that by increasing the power law index and decreasing aspect ratio, the dynamic range of bearing support will be developed. Also, by increasing the number of noncircular bearings lobes with power law lubricant and providing the system's positioning conditions in high values of eccentricity ratio, more ability to damping dynamic disturbances can be achieved.

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Zamansani, A. Dashti Rahmatabadi, R. Rashidi Meybodi, M. Zare Mehrjardi, Effects of design and lubrication parameters on the dynamic stability of noncircular lobed journal bearings with power law lubricant fluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 243-254, 2018 (in Persian)

1- مقدمه

پیشرفت‌ها در تکنولوژی و الزامات شرایط عملکردی سخت ماشین‌ها، توسعه روانکارهای بهبود یافته را برای شرایط کاری نرم و ایمن ضروری کرده است. به‌طورکلی ویسکوزیته روانکارهای روغنی با افزایش دما کاهش می‌یابد. برای عملکرد تحت سرعت‌های دورانی بالا، روغن‌هایی شامل پلیمرهای با وزن مولکولی بالا به عنوان بهبود دهنده‌ی پارامتر ویسکوزیته برای جلوگیری از تغییر لزجت با دما مورد استفاده قرار می‌گیرند. افزایش ویسکوزیته ظرفیت تحمل بار روانکارهای اصلاح شده را افزایش می‌دهد، اما با کاهش نرخ برشی، ویسکوزیته کاهش پیدا می‌کند. این پدیده تغییر معکوس در ویسکوزیته ظاهری[1]، به عنوان رفتار شبه پلاستیک[2] شناخته می‌شود. در اصل سیالاتی که از قانون نیوتون جریان‌های ویسکوز پیروی نمی‌کنند، به عنوان سیالات غیرنیوتنی[3] شناخته می‌شوند. این سیالات قابلیت تحلیل نظری را دارا نیستند. همچنین به علت پیشرفت‌های تکنولوژی و الزام به سرعت‌های دورانی بالای روتور، نیاز به نسل جدیدی از یاتاقان‌ها که از مشخصه‌های پایداری بالاتری برخوردار باشند و ویژگی‌های عملکردی بهتری در سرعت‌های بالای روتور نسبت به یاتاقان‌های ژورنال[4] مدور داشته باشند، بیش از پیش ملموس می‌باشد. یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور معمولاً از کنار هم قرار گرفتن تعدادی یاتاقان ژورنال جزئی تحت عنوان لُب با اشکال هندسی متنوع ایجاد می‌شوند. تفاوت اصلی این یاتاقان‌ها در مقایسه با انواع مدور مشابه در متغیر بودن عرض فضای لقی بین روتور و پوسته یاتاقان در نقاط مختلف محیط پیرامونی یاتاقان می‌باشد. این مشخصه عملکرد استاتیکی و دینامیکی متفاوت مجموعه روتور و یاتاقان را در پی خواهد داشت. وجود ویژگی‌های منحصر-بفردی نظیرگوناگونی شکل، سادگی، هزینه اندک، قابلیت انطباق با محدودیت‌های فضایی و تنوع گسترده عملکرد از دلایل اصلی رشد روزافزون یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در سال‌های اخیر بوده است. یکی از راه‌های بهبود ویژگی‌های عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی بکارگیری روانکارهای غیرنیوتنی می‌باشد. از دیرباز تاکنون پژوهشگران حوزه روانکاری مدل‌های متنوعی را با توجه به ماهیت سیالات روانکار برای تحلیل آنها برگزیده‌اند. از این میان نتایج مدل سیال پاورلا تطابق خوبی با داده‌های عملی داشته‌اند. مدل پاورلا برای ویسکوزیته سیال به صورت معادله (1) در نظر گرفته شده است.

$$\eta = m\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{n-1} \tag{1}$$

که m ثابت سازگاری و n پارامتر رفتار سیال می‌باشند. که برای $n=1$ بیانگر رفتار سیالات نیوتنی می‌باشد. دابویس و همکاران [1] برای تأیید تأثیر روغن غیرنیوتنی بر رفتار یاتاقان‌های ژورنال صفحه‌ای آزمایش‌هایی انجام دادند. هورویتز و اشتایدلر [2] معادله رینولدز[5] اصلاح شده را با استفاده از روش تفاضل محدود[6] با در نظر گرفتن ویسکوزیته به عنوان یک تابع لگاریتمی از تنش برشی حل کردند و ویژگی‌های عملکرد استاتیکی را برای یاتاقان‌های محدود استخراج نمودند. نیروی اصطکاک و عکس‌العمل‌های فیلم سیال توسط تانر [3] برای یک یاتاقان ژورنال کوتاه با استفاده از حل معادله رینولدز اصلاح‌شده برای پاورلا[7] مورد بررسی قرار گرفت. اچ‌سو [4] قانون تنش برشی مکعبی را برای روانکارهای غیرنیوتنی به‌کار گرفت و مشخصه‌های عملکردی برای یاتاقان‌های بی‌نهایت طویل را با توصیف فشار و جریان در ترم‌های سری توانی مطالعه نمود. وادا و هایاشی [5] برخی مطالعات تحلیلی را با آزمایش‌هایی اعتبارسنجی نمودند. سوامی و همکاران [6-8] معادله رینولدز اصلاح شده را با استفاده از قانون نرخ تنش برشی- کرنش برشی[8] مطالعه نمودند و نتایج برای مشخصه‌های عملکردی یاتاقان‌های محدود را گزارش نمودند. صفر و شاوکی [9] برای استخراج معادله رینولدز اصلاح شده یک بسط چند جمله‌ای برای پروفیل سرعت فرض نمودند، و ظرفیت تحمل بار برای مقادیر متفاوت نسبت خارج از مرکزی[9] با به‌کارگیری روابط سیال پاورلا برای مدل‌سازی غیرنیوتنی بدست آوردند. تایال و همکاران [10] معادلات ناویر-استوکس[10] را با روش المان محدود[11] حل کردند و قانون تنش برشی مکعب برای روانکارهای غیرنیوتنی را جهت مطالعه مشخصه‌های عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های بی‌نهایت طویل به‌کار گرفتند. داین و الرود [11] روانکارهای غیرنیوتنی را بازنگری کردند. آن‌ها یک بسط اغتشاش معمولی[12] برای سرعت و میدان فشار برای موقعیت‌های غیرنیوتنی ایجاد کردند. تحلیل آن‌ها منتج به یک فرم معادله رینولدز با اصلاح‌شدگی ناچیز گردید که مرجع اصلی کارهای حوزه‌ی روانکاری پاورلا قرار می‌گیرد. راغوناندانا و ماجومدار [12] پایداری یک سیستم یاتاقان ژورنال مدور با روانکار غیرنیوتنی پاورلا را مطالعه نمودند. نتایج آن‌ها حاکی از آن بود که در حالت کلی پایداری با روانکارهای غیرنیوتنی که اندیس پاورلای[13] بالاتری ($n < 1$) داشته باشند، افزایش پیدا می‌کند. هر چند که یک یاتاقان مدور با روانکار نیوتنی بیشترین پایداری را دارا می‌شد. در ادامه گزارش نمودند که مانند روانکارهای نیوتنی، پایداری یاتاقان در بارگذاری‌های سنگین به طور شدیدی افزایش پیدا می‌کند ($\varepsilon > 0.6$). همچنین بیان کردند که یک یاتاقان کوتاه ($\frac{L}{D} < 1$) با روانکاری غیرنیوتنی، مشخصه‌های پایداری بالاتری را به ما می‌دهد. این نتیجه برای روانکارهای نیوتنی نیز صادق بود. در ادامه به بررسی برخی از کارهای صورت گرفته در زمینه‌ی یاتاقان‌های غیرمدور اشاره می‌شود. به‌کارگیری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور اولین بار توسط پینکاس و لین [13] در دهه 60 انجام شد. نتایج آن‌ها حاکی از بهبود مشخصه‌های عملکردی یاتاقان ژورنال غیرمدور نسبت به انواع مدور بود. مالک و همکارانش [14] در دهه 80 با استفاده از روش حل عددی اجزای محدود عملکرد استاتیکی گروهی از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه‌لُب را برای روانکارهای نیوتنی ارائه کردند. نتایج پژوهش آن‌ها گویای ایجاد توزیع فشارهای متفاوت در فیلم روانکار با تغییر شکل هندسی یاتاقان غیرمدور و عملکردهای استاتیکی متفاوت ناشی از آن بود. رحمت‌آبادی و رشیدی [15] در سال 2006 تأثیر زاویه‌ی انحراف بر عملکرد یاتاقان‌های گازی دو، سه و چهار لُب را بررسی نمودند. کوراوادی و همکارانش [16] در سال 2007 به بررسی استاتیکی و دینامیکی یاتاقان ژورنال دولُب[14] با روانکار پاورلا با استفاده از روش تفاضل محدود پرداختند. آن‌ها گزارش نمودند که به‌کارگیری روانکارهای غیرنیوتنی، عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های دولُب را تحت تأثیر قرار می‌دهد. همچنین نتایج آن‌ها حاکی از پایداری بالاتر یاتاقان‌های دولُب در تمام مقادیر نسبت خارج از مرکزی در مقایسه با یاتاقان‌های مدور بود. رحمت‌آبادی و همکاران [18,17] در سال 2015 ابتدا

[1] Apparent Viscosity
[2] Pseudoplastic
[3] Non Newtonian
[4] Journal Bearing
[5] Reynolds Equation
[6] Finite Difference Method
[7] Power Law
[8] Cubic Shear Stress-Shear Strain rate Law
[9] Eccentricity Ratio
[10] Navier-Stokes
[11] Finite Element Method
[12] Popular Perturbation Method
[13] Power Law Index
[14] Two Lobe

تأثیر میزان پیش‌بار و پس از آن تأثیر نابالانسی جرمی بر پایداری دینامیکی یاتاقان ژورنال دولُب با مدل غیرنیوتنی میکروپلار را مورد بررسی قرار دادند و گزارش نمودند که ارتقاء پایداری یاتاقان‌های ژورنال دولُب افزایش جرم بحرانی[1] و کاهش نسبت فرکانس چرخش گردابی[2] را به دنبال خواهد داشت. هنگامی‌که یاتاقان‌ها در سرعت‌های بالا عمل می‌کنند، احتمال ایجاد یک ناپایداری چرخشی[3] وجود دارد. این پدیده سرعت عملکرد محور را محدود می‌کند. بنابراین، اطلاع از سرعتی که در آن سیستم یاتاقان ناپایدار خواهد بود بسیار اهمیت پیدا می‌کند. با مطالعه‌ی پژوهش‌های پیشین، می‌توان فهمید که کار جامعی که پایداری انواع یاتاقان‌های غیرمدور لُب‌دار را با روانکاری پاورلا مورد مقایسه قرار دهد تاکنون صورت نگرفته است، از این‌رو هدف از انجام کار حاضر بررسی عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور دولُب، سه‌لُب[4] و چهارلُب[5] با روانکار پاورلا با استفاده از روش اجزاء محدود می‌باشد، تا بتوان به دید جامع‌تری در زمینه یاتاقان‌های غیرمدور با روانکاری پاورلا دست یافت. المان‌های در نظر گرفته‌شده، از نوع المان چهارگره‌ای خطی ایزوپارامتریک[6] می‌باشند. فرضیات در نظر گرفته‌شده عبارت‌اند از اینکه محور، پوسته و تکیه‌گاه‌های یاتاقان، صلب[7] می‌باشند. محور طولی یاتاقان همواره با محور چرخان در حین چرخش به‌صورت موازی قرار می‌گیرند. از تأثیرات زبری سطح و افزایش دمای روانکار صرف‌نظر می‌شود و همچنین جریان سیال روانکار، دائم[8]، تراکم‌ناپذیر[9] و آرام[10] در نظر گرفته می‌شود.

2- یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لُب‌دار

یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور عموماً از کنار هم قرار گرفتن تعدادی یاتاقان ژورنال جزئی تحت عنوان لُب ایجاد می‌شوند. تنوع شکل لُب‌ها و چگونگی قرارگیری آن‌ها در کنار هم، زمینه ایجاد طیف گسترده‌ای از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با اشکال هندسی متفاوت قابل استفاده در مصارف صنعتی و غیرصنعتی را در سال‌های اخیر فراهم آورده است. مطابق شکل 1، برخلاف یاتاقان‌های مدور ضخامت فضای لقی بین روتور و پوسته در نقاط مختلف محیط پیرامونی انواع غیرمدور باهم متفاوت بوده و این عامل، اختلاف توزیع فشار تولیدی در یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور در شرایط بارگذاری مشابه و عملکرد استاتیکی و دینامیکی متفاوت آن‌ها را در پی خواهد داشت.

2-1-معادلات حاکم

شکل 1 هندسه‌ی یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهارلُب را نشان می‌دهد. در یاتاقان‌های غیرمدور لُب‌دار اساساً هر یک از لُب‌ها مانند یک یاتاقان جزئی مستقل عمل می‌کنند. پس از تعیین مکان نهایی مرکز روتور در فضای لقی یاتاقان‌های غیرمدور، امکان تشخیص ضخامت فیلم روانکار متناظر با هر لُب و به تبع آن مشخصه‌های عملکردی یاتاقان فراهم می‌شود. برای آنالیز عملکرد یاتاقان بایستی خصوصیات عملکردی هر لُب به‌صورت جداگانه محاسبه شود، به‌طوری‌که وقتی این خصوصیات برای همه‌ی لُب‌ها باهم جمع می‌شوند خصوصیات عملکردی یاتاقان به‌دست آید. با توجه به اینکه راستای بار منتجه در هر یک از لُب‌های یاتاقان متناسب با توزیع فشار همان لُب بوده و عموماً جهت‌گیری متفاوتی نسبت به سایر لُب‌ها دارد از این رو برای تسهیل محاسبه برآیند بار کلی یاتاقان، محاسبات بار هر لُب بطور مجزا در راستای محورهای مختصات صورت گرفته و پس از آن خروجی تمامی لُب‌ها در هر راستا بصورت عددی با هم تجمیع می‌شود. در صورتیکه که کمیتی نظیر دبی نشتی روانکار از یاتاقان ماهیت عددی یا اسکالر داشته باشد، پس از محاسبه مقدار آن روی هر یک از لُب‌های یاتاقان ژورنال غیرمدور محاسبه مقدار برآیند آن کمیت با جمع جبری نتایج خروجی لُب‌ها امکان‌پذیر می‌باشد.

در شکل 1، X, Y محورهای دستگاه مختصات دکارتی می‌باشند و نقطه، O، مرکز دستگاه مختصات می‌باشد، که از هندسه یاتاقان می‌گذرد و در صفحه‌ی میانی یاتاقان قرار می‌گیرد. O_{J0} و O_J به ترتیب موقعیت مرکز محور را در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی بیان می‌کنند. که موقعیت دینامیکی

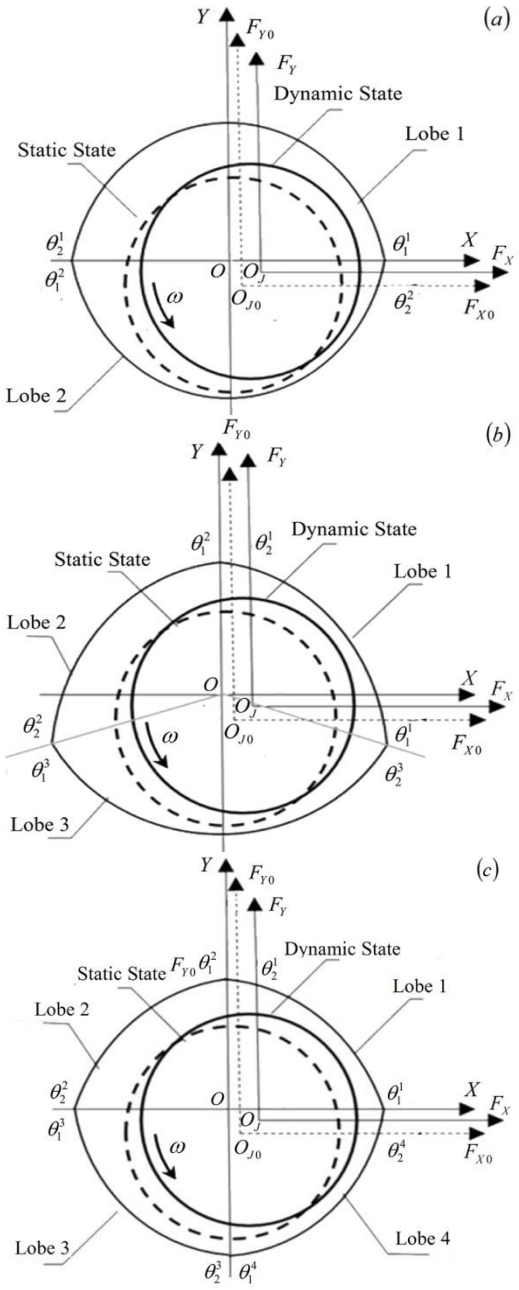

Fig. 1 Geometry of noncircular bearings (a) Two lobe, (b) Three lobe and (c) Four lobe

شکل 1 هندسه یاتاقان‌های غیرمدور (a)دو لُب، (b) سه لُب و (c) چهار لُب

[1] Critical Mass
[2] Whirling Frequency Ratio
[3] Whirling Instability
[4] Three Lobe
[5] Four Lobe
[6] Isoparametric
[7] Rigid
[8] steady
[9] Incompressible
[10] Laminar

محور بر اثر اغتشاش صورت گرفته ایجاد می‌گردد. از مشخصه‌های هر یک از لب‌ها، زوایای شروع و پایانی می‌باشند، به نحوی که θ_1^i و θ_2^i زاویه‌های ابتدایی و انتهایی لب iام را مشخص می‌نمایند. با در نظر گرفتن راستای بار در جهت منفی محور Y و موقعیت محور در حالت استاتیکی، مشخصه‌های دینامیکی یاتاقان به‌دست می‌آید و پایداری یاتاقان مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این کار از حل معادله‌ی رینولدز و به‌کارگیری یک روش تکرار برای رسیدن به مقدار بار صفر در راستای افقی استفاده می‌شود.

در کار حاضر روانکار، سیال غیرنیوتنی پاورلا در نظر گرفته شده است. از آن‌جا که ضخامت روانکار بسیار کوچک می‌باشد، تغییرات فشار در راستای y در مقایسه با با تغییرات فشار در راستای x و z بسیار کوچک می‌باشد، بنابراین معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس به صورت معادلات (2) تا (5) کاهش پیدا می‌کنند [19].

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \tag{4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0 \tag{5}$$

پارامترهای u و w به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در جهات x و z می‌باشند. همچنین τ_{yx} و τ_{yz} به‌ترتیب مؤلفه‌های تنش برشی در راستاهای yx و yz بوده و به‌صورت روابط (6) و (7) تعریف می‌شوند. η نیز ویسکوزیته دینامیکی روانکار را نشان می‌دهد.

$$\tau_{yx}=\eta\frac{\partial u}{\partial y} \tag{6}$$

$$\tau_{yz}=\eta\frac{\partial w}{\partial y} \tag{7}$$

همانگونه که از تعریف ارائه شده در رابطه (1) قابل استنباط است در صورت بکارگیری مدل توانی تعریف شده برای ویسکوزیته معادل سیال پاورلا و جایگذاری آن در روابط (3) و (4)، معادلات ناویراستوکس به صورت روابط (8) و (9) قابل استخراج خواهند بود.

$$\frac{\partial p}{\partial x}=m\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n \tag{8}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=m\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{n-1}\frac{\partial w}{\partial y}\right] \tag{9}$$

با انتگرال‌گیری از روابط (8) و (9) نسبت به y مؤلفه‌های سرعت در جهات محیطی و طولی به ترتیب منطبق بر راستای محورهای x و z بدست آمده و با جایگذاری آنها در معادله پیوستگی، معادله رینولدز حاکم بر روانکاری یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی با سیال غیرنیوتنی پاورلا به صورت معادله (10) حاصل می‌شود [12].

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^{n+2}}{n}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(h^{n+2}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6mU^{n-1}\frac{\partial h}{\partial x}+12mU^{n-1}\frac{\partial h}{\partial t} \tag{10}$$

با بی‌بعدسازی پارامترها مطابق مرجع [12] معادله رینولدز در حالت بدون بعد برای روانکار پاورلا به صورت معادله (11) به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{H^{n+2}}{n}\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left(H^{n+2}\frac{\partial P}{\partial Z}\right)=6\frac{\partial H}{\partial \theta}+12\frac{\partial H}{\partial \tau} \tag{11}$$

شرایط مرزی به صورت معادلات (12) تا (14) تعریف می‌شوند.

$$p(\theta,\pm 1)=0 \tag{12}$$

$$p(\theta_1^i,Z)=p(\theta_2^i,Z)=0 \tag{13}$$

$$\frac{dp}{dZ}(\theta,0)=0 \tag{14}$$

سپس با در نظر گرفتن شرایط کاویتاسیون به صورت:

$$p(\theta_{\text{cav}}^i,Z)=\frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta_{\text{cav}}^i,Z)=0 \tag{15}$$

مقادیر فشار در ضخامت لایه‌ی روانکار را می‌توان به‌دست آورد.

با فرض عدم ناهمراستایی محوری، ضخامت فیلم سیال برای حالت دینامیکی در فضای لقی بین محور و هریک از لب‌های یاتاقان را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی (16) در نظر گرفت.

$$H_k=H_{ok}-X'\cos\theta-Y'\sin\theta \tag{16}$$

در این رابطه

$$H_{ok}=\frac{1}{\delta}-X_{jo}\cos\theta-Y_{jo}\sin\theta+\left(\frac{1}{\delta}-1\right)\cos(\theta-\theta_o^i) \tag{17}$$

ضخامت لایه‌ی روانکار در فضای لقی یاتاقان در حالت استاتیکی می‌باشد. همچنین $\acute{X}$ و $\acute{Y}$ مؤلفه‌های جابجایی اغتشاشی روتور نسبت به حالت استاتیکی تعریف می‌شوند[15].

در رابطه‌ی (17)، δ به عنوان پریلود یا پیش‌بار تعریف می‌گردد و بیانگر میزان غیرمدوری یاتاقان است. با توجه به تعریف پریلود در قالب نسبت لقی شعاعی مینیمم به لقی شعاعی معمول ($\delta=C_m/C$)، حوزه تغییرات این پارامتر در بازه صفر تا یک خواهد بود. در وضعیت هم‌محوری یاتاقان و شافت، در صورت تماس بین محور و یاتاقان، پریلود برابر صفر و در حالتی که پریلود برابر با یک باشد، یاتاقان غیرمدور به یاتاقان مدور مشابه تبدیل خواهد شد.

به‌منظور تحلیل رفتار دینامیکی مجموعه یاتاقان، ابتدا فرض می‌شود مدار نوسانات محور در آستانه‌ی ناپایداری در قالب سیکل بسته‌ای که محدود به نسبت فرکانس چرخشی گردابی، γ، (نسبت سرعت زاویه‌ای حرکات اغتشاشی گردابی مرکز به سرعت زاویه‌ای چرخش محوری روتور) است، قرار می‌گیرد. بنابراین مختصات اغتشاش مرکز محور (X',Y') را می‌توان به صورت:

$$\begin{cases}X'=\text{Re}(|X'|e^{j\gamma t})\\ Y'=\text{Re}(|Y'|e^{j\gamma t})\end{cases} \tag{18}$$

که $j=\sqrt{-1}$ است، بیان کرد. فشار در حالت کلی به صورت:

$$P=P_o+P_d \tag{19}$$

تعریف می‌شود که در آن مؤلفه‌های فشار در حالت‌های دینامیکی و استاتیکی به ترتیب با P_d و P_o مشخص شده‌اند [15].

برای جلوگیری از پیچیدگی روابط، اغتشاش کوچک سیستم یاتاقان به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین برای یک سیستم خطی شده، مؤلفه‌ی فشار دینامیکی، P_d، را می‌توان با رابطه‌ی (20) به صورت توابع خطی از مختصات اغتشاش $(\acute{X},\acute{Y})$ و سرعت‌های اغتشاش‌یافته‌ی $(\dot{\acute{X}},\dot{\acute{Y}})$ در نظر گرفت.

$$P_d=P_xX'+P_{\dot{x}}\dot{X}'+P_yY'+P_{\dot{y}}\dot{Y}' \tag{20}$$

با به‌کارگیری رابطه‌ی (18) فشار دینامیکی با رابطه‌ی (21) بیان می‌شود.

$$P_d=\acute{P}_xX'+\acute{P}_yY' \tag{21}$$

که $\acute{P}_x$ و $\acute{P}_y$ به صورت روابط (22) و (23) تعریف شده و به عنوان مؤلفه‌های فشار دینامیکی مختلط شناخته می‌شوند.

$$\acute{P}_x=P_x+j\gamma P_{\dot{x}} \tag{22}$$

$$\acute{P}_y = P_y + j\gamma P_{\dot{y}} \tag{23}$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (11) نسبت به $\acute{X}$، $\acute{Y}$ و برابر صفر قراردادن $\acute{X}$ و $\acute{Y}$، روابط حاکم بر $\acute{P}_x$ و $\acute{P}_y$ به‌صورت معادله‌ی (24) به‌دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{H^{n+2}}{n}\frac{\partial\acute{P}_z}{\partial\theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left(H^{n+2}\frac{\partial\acute{P}_z}{\partial Z}\right)=\\&-6f(\theta)+\frac{\partial}{\partial\theta}\left((\frac{n+2}{n})H^{n+1}f(\theta)\frac{\partial P}{\partial\theta}\right)\\&+\frac{\partial}{\partial Z}\left((n+2)\left(\frac{R}{L}\right)^2H^{n+1}f(\theta)\frac{\partial P}{\partial Z}\right)\\&-12j\gamma f(\theta)\end{aligned} \tag{24}$$

که $\acute{P}_z$ به $\acute{P}_x$ و $\acute{P}_y$ اشاره می‌کند و با رابطه (25) بیان می‌شود.

$$\acute{P}_z = P_z + j\gamma P_{\dot{z}} \tag{25}$$

همچنین $f(\theta)$ به صورت رابطه (26) تعریف می‌گردد.

$$f(\theta)=\begin{cases}\cos\theta, & \text{برای} \quad \acute{P}_x\\ \sin\theta, & \text{برای} \quad \acute{P}_y\end{cases} \tag{26}$$

با در نظر گرفتن مقادیر تقریبی برای مؤلفه‌های فشار دینامیکی ایجاد شده در سیال روانکار $P'^e_Z\ (Z=X,Y)$ به‌صورت:

$$P'^e_Z=\sum_{m=1}^{n_e}N^e_m\acute{P}_{zm} \tag{27}$$

می‌توان معادلات اجزاء محدود را با به‌کارگیری روش گالرکین[1] برای هر المان و با استفاده از معادله‌ی رینولدز بدون بعد با استفاده از رابطه‌ی (11)، به صورت معادله‌ی (28) به‌دست آورد.

$$\begin{aligned}&\iint_{A^e}[\frac{H^{n+2}}{n}\frac{\partial N^e_k}{\partial\theta}\frac{\partial N^e_m}{\partial\theta}\acute{P}_{zm}-12j\gamma f(\theta)\\&+\left(\frac{R}{L}\right)^2H^{n+2}\frac{\partial N^e_k}{\partial Z}\frac{\partial N^e_m}{\partial Z}\acute{P}_{zm}\\&-\left(\frac{n+2}{n}\right)H^{n+1}\frac{\partial N^e_k}{\partial\theta}\frac{\partial P}{\partial\theta}\\&-\left(\frac{R}{L}\right)^2(n+2)H^{n+1}\frac{\partial N^e_k}{\partial Z}\frac{\partial P}{\partial Z}-6\acute{f}(\theta)]d\theta dZ\end{aligned} \tag{28}$$

در این رابطه A^e و N_k به ترتیب بیانگر سطح مقطع المان و تابع درونیابی می‌باشد. در هر گره توابع درونیاب با N و همراه با اندیسی که مشخص‌کننده‌ی آن گره است تعریف می‌شوند. در نهایت معادلات اجزاء محدود به شکل ماتریسی برای هر المان روی دامنه مساله به‌صورت رابطه‌ی (29) تعریف می گردند.

$$[F^e_Z]_{n_e\times n_e}\{\acute{P}^e_Z\}_{n_e\times1}=\{Q^e_Z\}_{n_e\times1}+\{H^e_Z\}_{n_e\times1} \tag{29}$$

در این رابطه ماتریس‌های F^e_Z، H^e_Z و Q^e_Z مختلط بوده و مؤلفه‌های حقیقی و موهومی آن به ترتیب به‌صورت معادلات (30) تا (33) نشان داده می‌شوند.

$$\begin{aligned}F^r_{ze,km}=&-\iint_{A^e}H^{n+2}[\frac{1}{n}\frac{\partial N^e_m}{\partial\theta}\frac{\partial N^e_k}{\partial\theta}\\&+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial N^e_m}{\partial Z}\frac{\partial N^e_k}{\partial Z}]\,d\theta dZ\end{aligned} \tag{30}$$

$$F^j_{ze,km}=0 \tag{31}$$

$$\begin{aligned}H^r_{ze,km}=&-\iint_{A^e}(n+2)[\frac{1}{n}\frac{\partial P_0}{\partial\theta}\frac{\partial N^e_k}{\partial\theta}+\\&+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial P_0}{\partial Z}\frac{\partial N^e_k}{\partial Z}]\,f(\theta)H^{n+1}d\theta dZ\\&+\iint_{A^e}6f(\theta)\frac{\partial N^e_k}{\partial\theta}d\theta dZ\end{aligned} \tag{32}$$

$$H^j_{ze,km}=-\iint_{A^e}[12\gamma f(\theta)N^e_k]\,d\theta dZ \tag{33}$$

که بالانویس‌های r و j به‌ترتیب اشاره به قسمت‌های حقیقی و موهومی روابط دارند. فرم مختلط ماتریس‌ها به شکل معادلات (34) و (35) قابل بیان است.

$$[F^e_Z]=[F^r_{ze}]+j[F^j_{ze}] \tag{34}$$

$$[H^e_Z]=[H^r_{ze}]+j[H^j_{ze}] \tag{35}$$

3- مشخصه‌های دینامیکی

3-1- ضرایب دینامیکی

در حالت دینامیکی، بردار نیروی فیلم سیال به‌صورت مجموع بردارهای نیرو در حالت‌های استاتیکی و غیرتعادلی در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{Bmatrix}F_x\\F_y\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_{xo}\\F_{yo}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\Delta F_x\\\Delta F_y\end{Bmatrix} \tag{36}$$

(F_{xo},F_{yo}) با انتگرال‌گیری از فشار حاصل از معادله‌ی رینولدز در حالت استاتیکی روی سطح به‌دست می‌آید و مؤلفه‌های نیرو در حالت استاتیکی نامیده می‌شوند. $(\Delta F_x,\Delta F_y)$ نیز مؤلفه‌های نیروی نامتعادل کننده‌ی فیلم سیال روی محور می‌باشند. برای سیستم خطی شده، مؤلفه‌های نامتعادل کننده‌ی فیلم سیال به‌صورت توابع خطی از مختصات اغتشاش[2] و سرعت‌های اغتشاش یافته در نظر گرفته می‌شوند. مؤلفه‌های نامتعادل کننده‌ی فیلم روانکار را می‌توان مطابق رابطه‌ی (37) بیان نمود.

$$\begin{Bmatrix}\Delta F_x\\\Delta F_y\end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix}S_{xx}&S_{xy}\\S_{yx}&S_{yy}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X'\\Y'\end{Bmatrix}-\begin{bmatrix}B_{xx}&B_{xy}\\B_{yx}&B_{yy}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{X}'\\\dot{Y}'\end{Bmatrix} \tag{37}$$

که $S_{mn}\ (m,n=x,y)$ و B_{mn} به‌ترتیب ضرایب سفتی و میرایی فیلم سیال می‌باشند. با استخراج این ضرایب، رفتار فیلم سیال روانکار همانند شکل 2 با یک سیستم ارتعاشی قابل معادل‌سازی خواهد بود.

با به‌کارگیری رابطه‌ی (18)، رابطه‌ی (37) به فرم ذیل خواهد بود [15]:

$$\begin{Bmatrix}\Delta F_x\\\Delta F_y\end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix}Z_{xx}&Z_{xy}\\Z_{yx}&Z_{yy}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\acute{X}\\\acute{Y}\end{Bmatrix} \tag{38}$$

که Z_{xy} ضرایب دینامیکی مختلط می‌باشند.

$$Z_{xy}=S_{xy}+j\gamma B_{xy} \tag{39}$$

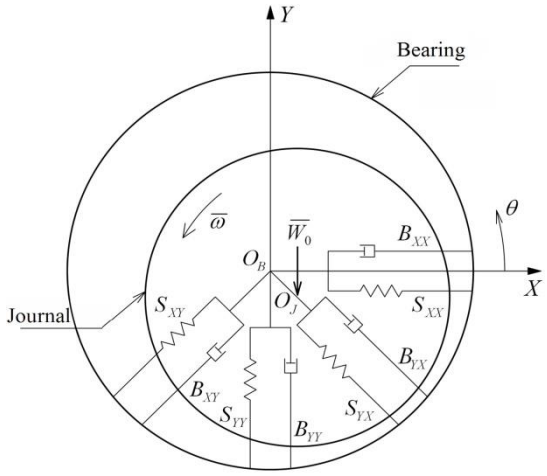

Fig. 2: Dynamic model of power law lubricant film in a hydrodynamic circular journal bearing

شکل 2 مدل دینامیکی فیلم سیال روانکار پاورلا در یاتاقان ژورنال مدور هیدرودینامیکی

[1] Galarkin Method

[2] Perturbation Coordinates

با در نظر گرفتن رابطه‌ی (24) ضرایب دینامیکی مختلط نیز به‌صورت رابطه‌ی (40) بیان می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}^T = \sum_{i=1}^{L} \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \begin{bmatrix} \acute{P}_x \\ \acute{P}_y \end{bmatrix} [\cos\theta \quad \sin\theta] d\theta dZ \tag{40}$$

3-2- مرز پایداری

معادله‌ی حرکت محور با رابطه (41) بیان می‌گردد.

$$M \begin{bmatrix} \ddot{\acute{X}} \\ \ddot{\acute{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\acute{X}} \\ \dot{\acute{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \acute{X} \\ \acute{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{41}$$

با جـایگذاری مختصات اغتشاش از معادله‌ی (18) در معادلات (41) به‌آسانی می‌توان معادله مشخصه‌ی سیستم را مطابق رابطه‌ی (42) به‌دست آورد [15].

$$(-M\gamma^2 + S_{xx} + j\gamma B_{xx})(-M\gamma^2 + S_{yy} + j\gamma B_{yy}) - (S_{xy} + j\gamma B_{xy})(S_{yx} + j\gamma B_{yx}) = 0 \tag{42}$$

با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله مشخصه به‌صورت:

$$M\gamma^2 = \frac{(S_{xx}B_{yy} + B_{xx}S_{yy} - S_{xy}B_{yx} - S_{yx}B_{xy})}{(B_{xx} + B_{yy})} \tag{43}$$

$$\gamma^2 = \frac{[(S_{xx} - M\gamma^2)(S_{yy} - M\gamma^2) - S_{yx}S_{xy})]}{(B_{xx}B_{yy} - B_{xy}B_{yx})} \tag{44}$$

مـی‌تـوان معیارهایی جهت تعیین نسبت فرکانس چرخشی و مرزهای پایداری سیستم یاتاقان‌هـای روانکاری شده با سیال پاورلا تعییـن کـرد. مطـابق بـا مقدار نسبت فرکانس چرخشی، جرم بحرانی که با آن محدوده‌ی پایداری سیستم تعیین می‌شود را با رابطه‌ی (45) می‌توان بدست آورد.

$$CM = \frac{(S_{xx}B_{yy} + B_{xx}S_{yy} - S_{xy}B_{yx} - S_{yx}B_{xy})}{[(B_{xx} + B_{yy})\gamma^2]} \tag{45}$$

در حالتی که جرم روتور کمتر از جرم بحرانی محاسبه‌شده در رابطه‌ی (45) باشد ($M < CM$)، پاسخ دینامیکی سیستم خطـی شـده، پـایدار است. در صورتی که اگر جرم روتور از جرم بحرانی به دست آمده بیشتر باشد ($M > CM$)، پاسخ دینامیکی سیستم خطی شده به هر اغتشاشی ناپایدار خواهد بود. بنابراین $M = CM$ یعنی هنگامی‌که جرم روتور دوّار با مقدار جرم بحرانی محاسبه شده برابر شود، به عنوان آستانه ناپایداری سیستم یاتاقان تعریف می‌شود.

4- بررسی نتایج

در این مقاله پس از حل معادلات حاکم و تعیین ضرایب سفتی و میرایی، نسبت فرکانس چرخش گردابی و جرم بحرانی سیستم که از مشخصه‌های پایداری آن می‌باشند، به‌دست‌آمده و در ادامه با بررسی آن‌ها روی یاتاقان‌های دولُب، سه‌لُب و چهارلُب روانکاری‌شده با سیال پاورلا، بهترین حالت برای افزایش محدوده‌ی پایداری یاتاقان‌های مذکور گزارش می‌شود.

جهت اعتبارسنجی نتایج حاصله، ابتدا یاتاقان‌های غیرمدور پاورلا تحت شرایط خاص، $\delta = 1.0$، مدور در نظر گرفته شده و پس از اصلاح شرایط مرزی، مقادیر عدد سامرفیلد به‌دست آمده در نسبت‌های متنوع خروج از مرکزیت روتور، حاصل تقسیم میزان انحراف مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان به لقی کمینه در شرایط هم مرکزی، در جدول 1 ارائه شده و با نتایج مرجع [11] تحت شرایطی که نسبت منظری تعریف شده به صورت نسبت طول به قطر، و اندیس پاورلا به ترتیب برابر $\nu = 1$ و $n = 0.8$ باشند، مورد مقایسه قرارگرفته‌اند. در ادامه به ترتیب مقادیر ضرایب سفتی و میرایی S_{xx} و B_{yy} برای یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور سه‌لُب با روانکار نیوتنی، $n = 1.0$، در نسبت‌های متنوع خروج از مرکزیت روتور تحت شرایطی که نسبت منظری (طول به قطر) یاتاقان و اندیس پاورلا به ترتیب برابر $\nu = 1$ و $\delta = 0.5$ باشند در جدول 2 ارائه شده و با نتایج کار مالک و همکاران [14] مورد مقایسه قرارگرفته است.

اختلاف اندک نتایج حاضر با نتایج مراجع [11] و [14] جداول 1 و 2، تأییدی بر اعتبار کُد رایانه‌ای تدوین شده و نتایج گزارش شده در کار حاضر با توجه به تعداد المان درنظرگرفته‌شده، می‌باشد. در ادامه اثر پارامترهای نسبت خارج از مرکزی، نسبت منظری و اندیس پاورلا بر فرکانس چرخش گردابی روتور و پارامتر جرم بحرانی بررسی شده و میزان پایداری سیستم یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با روانکار پاورلا مورد مطالعه قرار گرفته است.

4-1- تاثیر نسبت خارج از مرکزی (ε) بر پایداری یاتاقان غیرمدور

در بررسی اثر نسبت خارج از مرکزی، مقادیر پریلود، نسبت منظری و اندیس پاورلا به ترتیب برابر با 0.5 و 1 و 0.6 در نظر گرفته‌شده‌اند.

اثر نسبت خارج از مرکزی بر مشخصه‌های پایداری یاتاقان‌های غیرمدور لُب‌دار با روانکاری پاورلا در شکل‌های 3 و 4 نشان داده‌شده است. با توجه به شکل 3 کاهش در روند تغییرات فرکانس چرخشی با افزایش مقدار نسبت خروج از مرکزی، انتظار افزایش محدوده پایداری سیستم به‌خصوص در مقادیر خروج از مرکزیت بالا می‌رود. برای هر سه نوع یاتاقان غیرمدور درنظرگرفته شده میزان افزایش محدوده پایداری در مقادیر خروج از مرکزیت بالا در مقایسه با مقادیر خروج از مرکزیت پایین قابل مقایسه نبوده و یاتاقان

جدول 1 تغییرات عدد سامرفیلد برحسب نسبت خروج از مرکزی یاتاقان ژورنال مدور با روانکار پاورلا، $n = 0.8$ ، ν=1

Table 1 Variation of Sommerfeld number as a function of eccentricity ratio on circular journal bearing with power law lubricant, n =0.8, ν=1.0

DP	$^{**}S$	$^{*}S$	ε
0.95	2.86	2.8871	0.05
0.21	0.68	0.6814	0.2
0.17	0.29	0.2895	0.4
1.93	0.14	0.1427	0.6
7.86	0.028	0.0302	0.9

* کار حاضر (Present work)
** مرجع [11] (Reference [11])
DP به معنای میزان اختلاف (٪) Difference percentage (%)

جدول 2 تغییرات ضرایب سختی و میرایی معادل فیلم سیال روانکار نیوتنی برحسب نسبت خروج از مرکزی یاتاقان غیرمدور سه لُب، $\nu = 1.0$ ، $\delta = 0.5$

Table 2 Variation of the equivalent stiffness and damping coefficients of Newtonian lubricant film as a function of eccentricity ratio on non-circular three lobe bearing, $\nu = 1.0$, $\delta = 0.5$

DP	$^{**}B_{yy}$	$^{*}B_{yy}$	DP	$^{**}S_{xx}$	$^{*}S_{xx}$	ε
0.76	90.63	91.32	12.8	24.57	27.72	0.040
4.19	40.11	38.43	6.95	10.07	10.77	0.100
3.25	20.93	20.25	2.76	5.08	5.22	0.206
3.78	12.69	12.21	0.33	2.99	2.98	0.406
6.33	10.74	10.06	1.61	2.48	2.44	0.570
5.78	10.04	9.46	0.46	2.19	2.18	0.702
5.98	10.04	9.44	0.49	2.03	2.04	0.778

* کار حاضر ** مرجع [14] DP به معنای میزان اختلاف (٪)

غیرمدور چهارلب توانسته در مقادیر خروج از مرکزیت پایین‌تری در مقایسه با دو نوع دیگر به محدوده پایداری بسیار بالا دست یابد. با توجه به تاثیر تغییرات نسبت خروج از مرکزی بر مشخصه‌های پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور، هرگاه همانند شرایط واقعی، بار خارجی وارد بر تکیه‌گاه یاتاقان مقدار معینی داشته باشد، استفاده از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور به دلیل ضعف توزیع فشار آنها نسبت به نوع مدور، قرارگیری روتور در نسبت خروج از مرکزی بالاتری را طلب می‌کند.

این عامل به نوبه خود محرکی است که به دامنه پایداری گسترده‌تر یاتاقان‌های غیرمدور مورد بررسی در مقادیر خروج از مرکزیت بالا دست یافت.

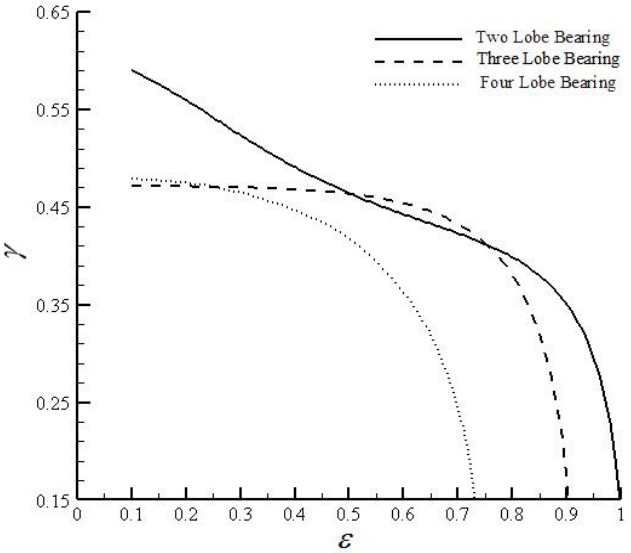

Fig. 3 Effect of eccentricity ratio on whirling frequency ratio for noncircular two, three and four lobed bearings ($\delta = 0.5$) lubricated with power law fluid, ($\nu = 1.0, n = 0.6$)

شکل 3 تأثیر نسبت خارج از مرکزی بر نسبت فرکانس چرخش گردابی در یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لُب ($\delta = 0.5$) روانکاری شده با سیال پاورلا= ($\nu = 1.0, n = 0.6$)

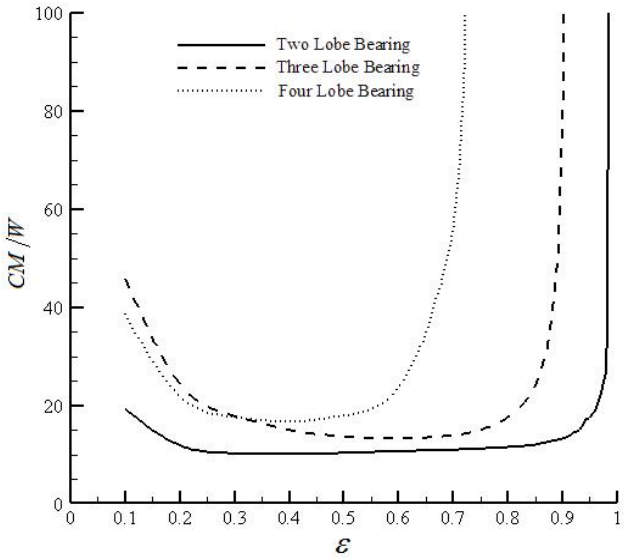

Fig. 4 Effect of eccentricity ratio on critical mass parameter for noncircular two, three and four lobed bearings ($\delta = 0.5$) lubricated with power law fluid, ($\nu = 1.0, n = 0.6$)

شکل 4 تأثیر نسبت خارج از مرکزی بر جرم بحرانی در یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لُب ($\delta = 0.5$) روانکاری‌شده با سیال پاورلا، ($\nu = 1.0, n = 0.6$)

4-2- تاثیر نسبت منظری (ν) بر پایداری یاتاقان غیرمدور

در بررسی اثر نسبت منظری، مقدار پریلود و نسبت خارج از مرکزی یاتاقان برابر با 0.5 و اندیس پاورلا برابر با 0.6 در نظر گرفته‌شده‌اند. شکل‌های 5 و 6 به ترتیب اثر نسبت ابعاد را روی پارامترهای نسبت فرکانس چرخش گردابی و جرم بحرانی سیستم نشان می‌دهند.

افزایش فرکانس چرخش گردابی سیستم با افزایش نسبت منظری به تبع آن کاهش محدوده‌ی پایداری سیستم یاتاقان‌های غیرمدور با توجه به کاهش پارامتر جرم بحرانی نرمال شده صورت می‌گیرد، که حاکی از پایداری بیشتر یاتاقان در مقادیر پایین‌تر نسبت طول به قطر می‌باشد. همچنین به ترتیب یاتاقان‌های چهارلب، سه‌لب و دولب از محدوده پایدارتری در هر نسبت منظری تحت شرایط مشابه برخوردار می‌باشند.

4-3- بررسی اثر اندیس پاورلا

در شکل‌های 7 تا 10 اثر بزرگی پارامتر مشخصه سیال روانکار پاورلا (n) بر عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور نشان داده‌شده است. در بررسی اثر این پارامتر، پریلود برابر با 0.5 در نظر گرفته شده است و نتایج به ازای مقادیر مختلف اندیس پاورلا برای n=0.2,0.4,0.6 و 0.8 ارائه‌گردیده‌اند.

شکل‌های 7 و 8 به ترتیب تغییرات نسبت فرکانس چرخش گردابی و پارامتر جرم بحرانی سیستم را به ازای مقادیر مختلف اندیس پاورلا برحسب نسبت خروج از مرکزی برای یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهارلُب نمایش می‌دهند. نتایج حاکی از آن است که با افزایش مقدار اندیس پاورلا ($n < 1$)، سیستم یاتاقان از فرکانس چرخش گردابی پایین‌تر و پارامتر جرم بحرانی بالاتری برخوردار است، که گویای پایداری بیشتر یاتاقان‌های غیرمدور در مقادیر بالاتر اندیس پاورلا می‌باشد. هر چند که روانکارهای نیوتنی (n=1) بیشترین پایداری را دارا می‌باشند، اما فرض سیالات نیوتنی با واقعیت سازگاری ندارد.

شکل‌های 9 و 10 به‌ترتیب تغییرات فرکانس چرخشی و جرم بحرانی بر حسب نسبت طول به قطر به‌ازای مقادیر مختلف اندیس پاورلا را نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود که با افزایش مقادیر اندیس پاورلا در نسبت‌های منظری متفاوت، مقادیر فرکانس چرخشی و پارامتر جرم بحرانی روتور به ترتیب کاهش و افزایش پیدا می‌کنند، که حاکی از آن است که با افزایش مقدار اندیس پاورلا پایداری سیستم یاتاقان‌های غیرمدور افزایش پیدا می‌کند.

بررسی همزمان شکل‌های 9 و 10 از سوی دیگر به عملکرد تعاملی تغییرات پارامتر جرم بحرانی و فرکانس چرخش گردابی در شرایط مختلف اشاره دارد. این تعامل در رفتار عکس تغییرات افزایشی و کاهشی فرکانس چرخش گردابی و پارامتر جرم بحرانی قابل رویت می‌باشد. همانطور که از روابط مشخص است جرم بحرانی بالاتر موید توانمندی بالاتر سیستم در مدیریت اغتشاشات حرکتی است و همین پدیده در پایین‌تر بودن فرکانس نوسانات اغتشاشی مرکز روتور به ازای سرعت چرخش محوری ثابت روتور نیز متبلور خواهد شد.

به‌طور کلی با توجه به شکل‌های 7 تا 10 می‌توان مشاهده نمود که با افزایش تعداد لُب‌ها، فرکانس چرخش گردابی سیستم کاهش یافته و پارامتر جرم بحرانی افزایش پیدا می‌کند، که نشان از آن می‌باشد که با افزایش تعداد لُب‌ها سیستم یاتاقان‌های غیرمدور با روانکاری پاورلا از پایداری بیشتری برخوردار خواهند بود.

5- جمع‌بندی نتایج

در پژوهش حاضر، پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور دو، سه و چهار لُب با روانکار روغنی با استفاده از مدل سیال پاورلا مورد ارزیابی قرار گرفت. به همین منظور معادلات حاکم بر توزیع فشار استاتیک و پویای فیلم سیال روانکار و جابجایی مرکز روتور در اثر اغتشاش تحمیلی نسبت به نقطه تعادل استاتیکی، بر مبنای روش دینامیک خطی استخراج شده و با توجه به عدم امکان ارائه حل تحلیلی برای یاتاقان‌های با طول محدود، به کمک روش حل عددی اجزاء محدود مورد بررسی قرار گرفتند. با توجه به فرض بروز پاسخ دینامیکی روتور در قالب نوسانات سیکل

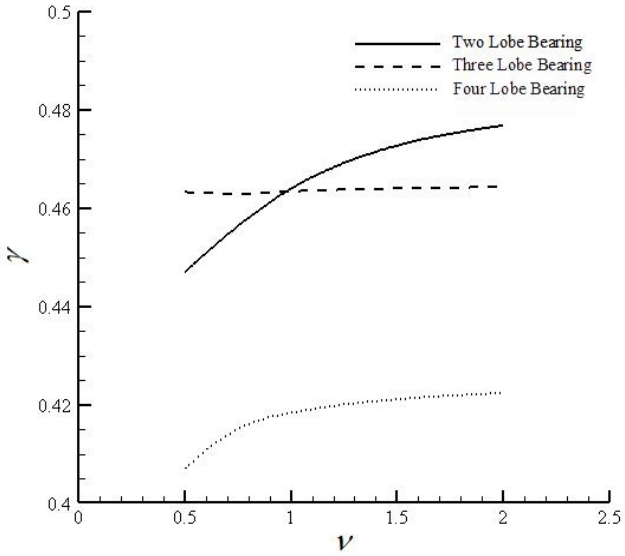

Fig. 5 Effect of aspect ratio on whirling frequency ratio for two, three and four lobed bearings lubricated with power law fluid ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5, n = 0.6$)

شکل 5 تأثیر نسبت ابعاد بر نسبت فرکانس چرخش گردابی در یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لُب روانکاری‌شده با سیال پاورلا، ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5, n = 0.6$)

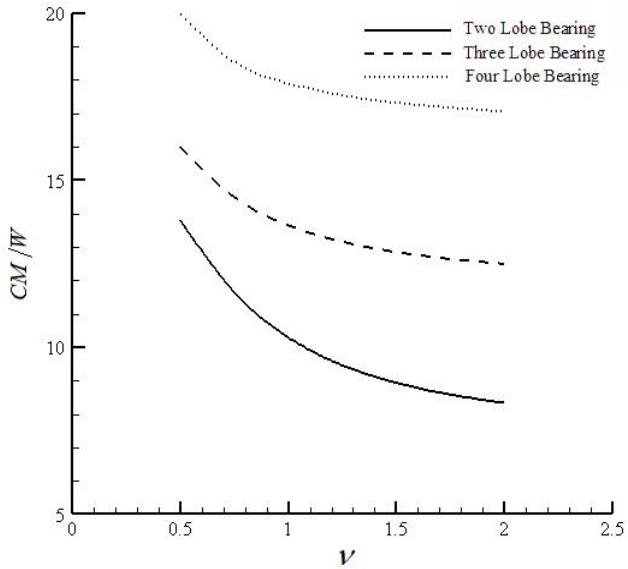

Fig. 6 Effect of aspect ratio on critical mass parameter for noncircular two, three and four lobed bearings lubricated with power law fluid, ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5, n = 0.6$)

شکل 6 تأثیر نسبت ابعاد بر جرم بحرانی در یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لُب روانکاری‌شده با سیال پاورلا ، ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5, n = 0.6$)

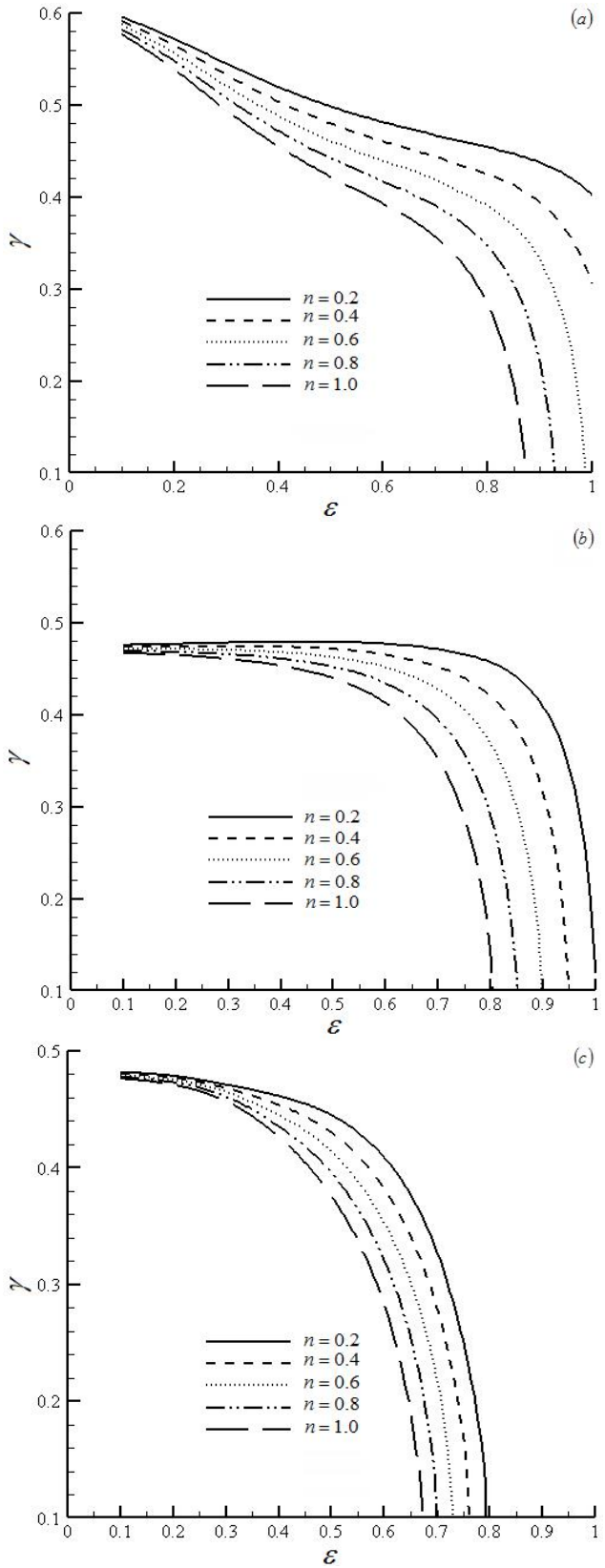

Fig. 7 Effect of power law index on whirling frequency ratio at different eccentricity ratios, ($\delta = 0.5, \nu = 1.0$) (a)Two lobe, (b)Three lobe and (c)Four lobe noncircular bearings

شکل 7 تأثیر اندیس پاورلا بر نسبت فرکانس چرخش گردابی به‌ازای خارج از مرکزی‌های مختلف، ($\delta = 0.5, \nu = 1.0$) یاتاقان‌های غیرمدور (a) دو لُب، (b) سه لُب و (c) چهار لُب

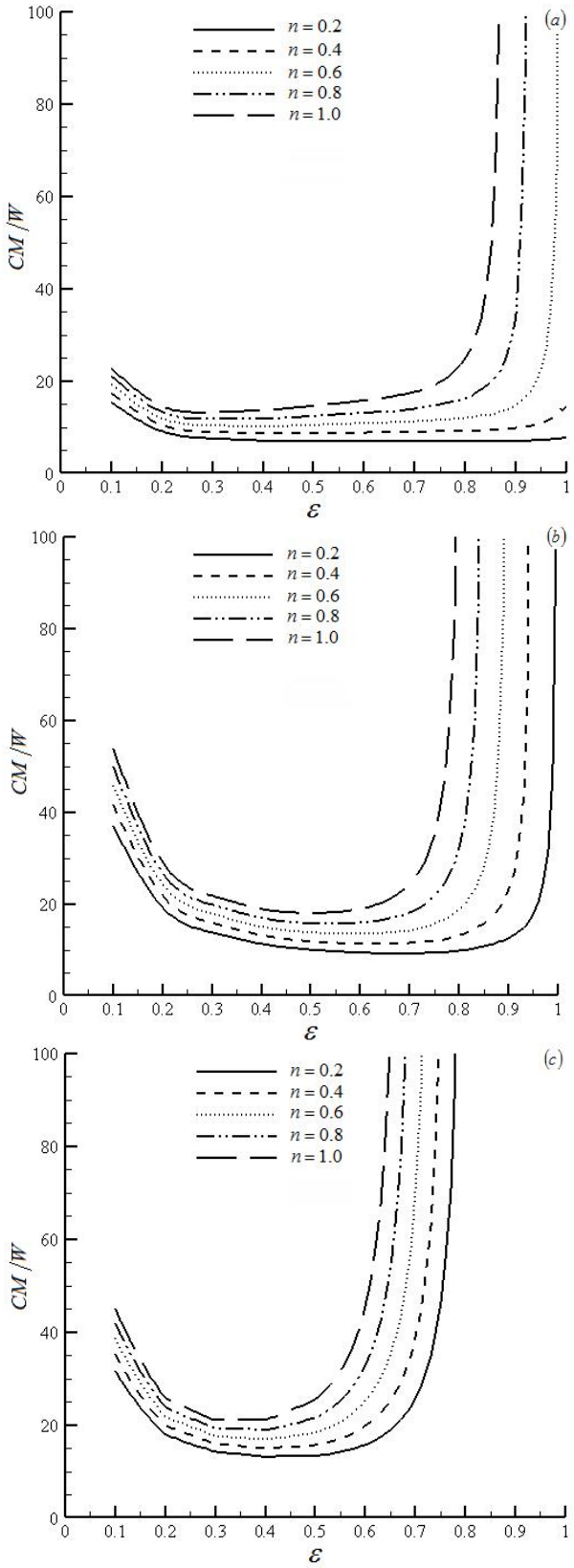

Fig. 8 Effect of power law index on critical mass of rotor at different eccentricity ratios, ($\delta = 0.5, \nu = 1.0$) (a)Two lobe, (b)Three lobe and (c)Four lobe noncircular bearings

شکل 8 تأثیر اندیس پاورلا بر پارامتر جرم بحرانی روتور به‌ازای خارج از مرکزی‌های مختلف، ($\delta = 0.5, \nu = 1.0$) یاتاقان‌های غیرمدور (a) دو لُب، (b)سه لُب و (c) چهار لُب

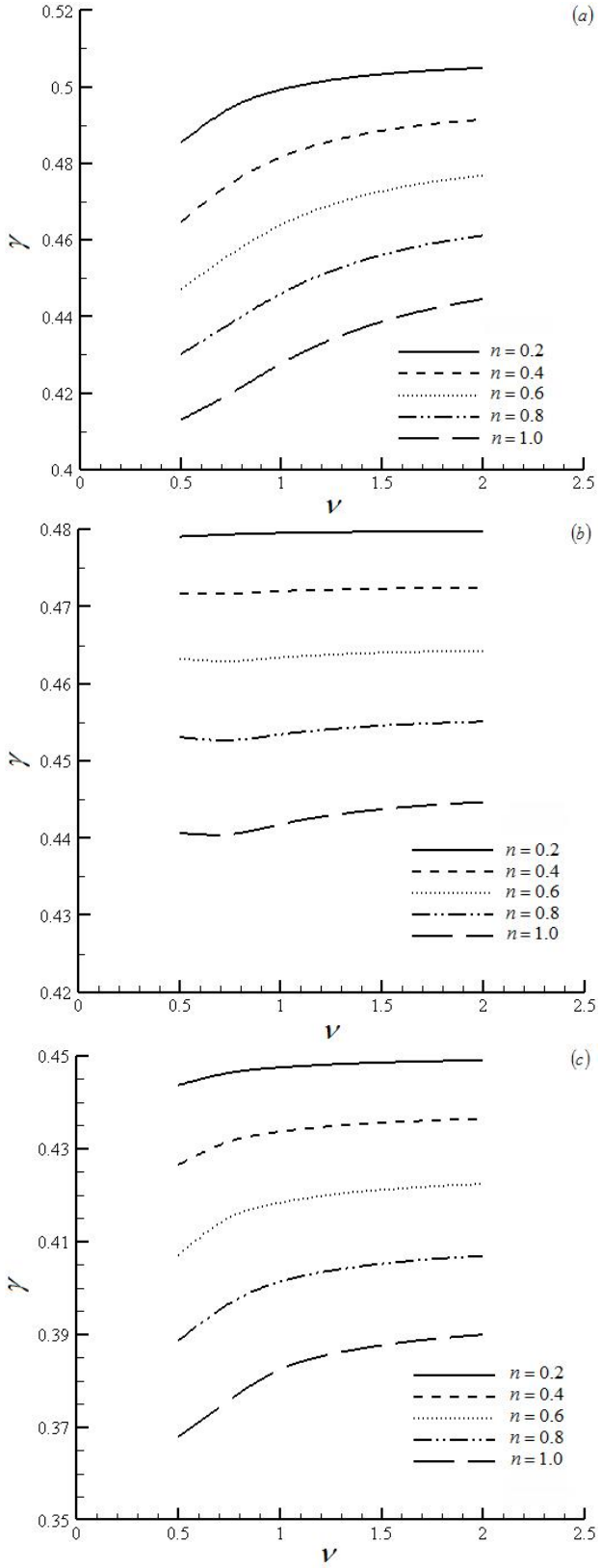

Fig. 9 Effect of power law index on whirling frequency at different aspect ratios, ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5$) (a)Two lobe, (b)Three lobe and (c)Four lobe noncircular bearings

شکل 9 تأثیر اندیس پاورلا بر فرکانس چرخش گردابی روتور به‌ازای نسبت ابعاد مختلف، ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5$)یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور (a) دو لُب، (b) سه لُب و (c)چهار لُب

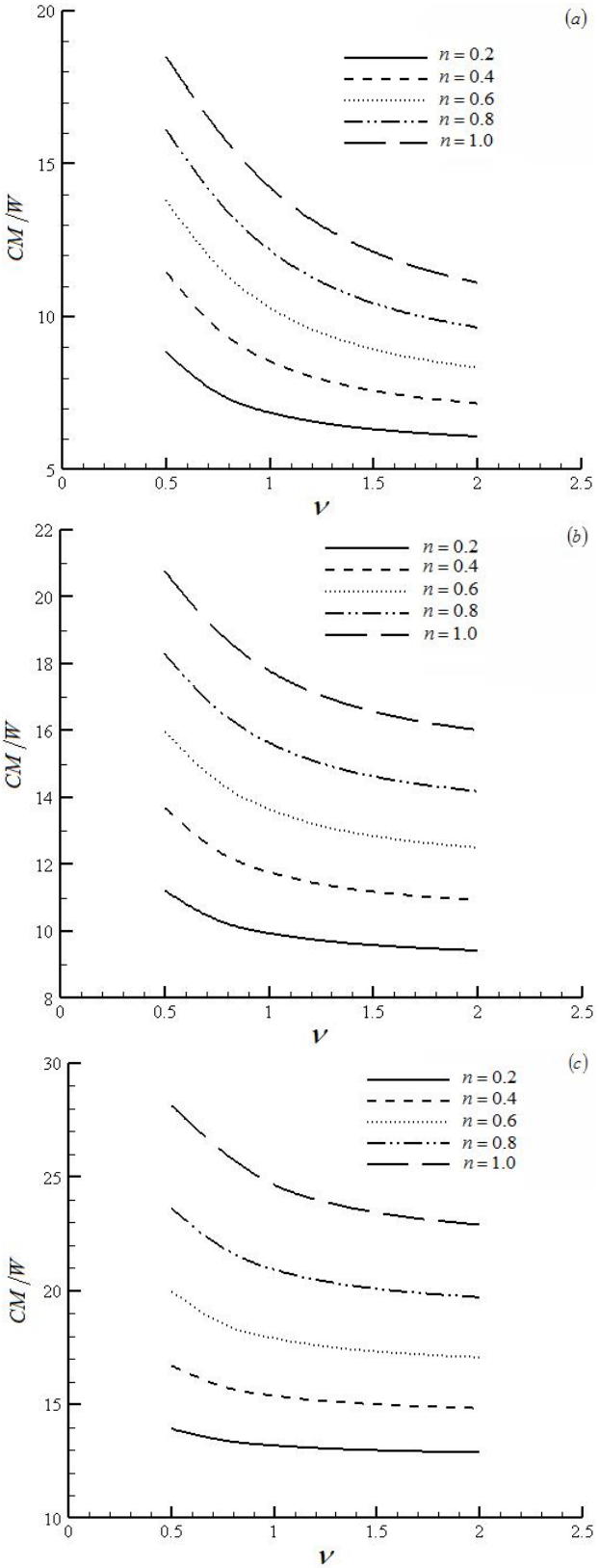

Fig. 10 Effect of power law index on critical mass of rotor at different aspect ratios, ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5$) (a)Two lobe, (b)Three lobe and (c)Four lobe noncircular bearings

شکل 10 تأثیر اندیس پاورلا بر پارامتر جرم بحرانی روتور به‌ازای نسبت ابعاد مختلف، ($\delta = 0.5, \varepsilon = 0.5$) یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور (a) دو لُب، (b) سه لُب و (c) چهارلُب

محدود پس از گذشت زمان کافی از اعمال اغتشاش در مدل خطی، پارامترهای مشخصه این نوع رفتار شامل جرم بحرانی روتور و فرکانس چرخش گردابی آن برای تبیین محدوده پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور مورد بررسی به‌کار گرفته شده و تأثیر پارامترهایی طراحی یاتاقان نظیر نسبت‌های خارج از مرکزی و منظری و همچنین ویژگی‌های سیال روانکار مانند اندیس پاورلا بر آن تعیین شدند. یافته‌های پژوهش حاضر با توجه به نتایج ارائه شده عبارتند از :

1- با توجه به تعریف نسبت خروج از مرکزی، افزایش مقدار این پارامتر با افزایش انحراف مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان یا کاهش مقدار لقی میسّر می‌گردد؛ لذا افزایش نسبت خروج از مرکزیت موجب کاهش ضخامت کمینه فیلم سیال روانکار و تقویت خاصیت گوه‌ای متناظر با ناحیه فیلم فشاری همگرا در یاتاقان شده و افزایش میزان فشار توزیعی در فیلم سیال روانکار را به دنبال خواهد داشت. از سوی دیگر در صورت افزایش میزان خروج از مرکزی، با توجه به فرض نوسانات سیکل محدود در بررسی حاضر، دامنه اغتشاشات حرکتی مرکز روتور نیز در مقایسه با میزان انحراف مراکز یاتاقان و محور نسبت به هم تضعیف خواهد شد. این پدیده باعث بهبود ضرائب سفتی و میرایی معادل فیلم روانکار در سیستم ارتعاشی شبیه‌سازی شده یاتاقان گشته و به دنبال آن کاهش نسبت فرکانس چرخش گردابی و افزایش پارامتر جرم بحرانی یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لُب به‌ازای تمامی مقادیر اندیس پاورلای سیال روانکار قابل رویت خواهد بود. عمق این تاثیرات روی پایداری سیستم یاتاقان‌غیرمدور در مقادیر بالای نسبت خروج از مرکزی برای هرسه نوع یاتاقان غیرمدور مورد بررسی بوضوح از نتایج قابل رؤیت است.

2- افزایش مقدار نسبت منظری یا طول به قطر یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لُب باعث می‌شود تا فشار ایجاد شده در فیلم سیال روانکار در محدوده وسیع‌تری توزیع گردد. این امر با توجه به روابط می‌تواند فرض تقویت حتمی مشخصه‌های پایداری دینامیکی یاتاقان را تداعی کند لیکن باید توجه داشت که بار قابل حمل یاتاقان نیز با افزایش نسبت منظری رشد خواهد داشت. از آنجا که مشخصه‌های پایداری یاتاقان نظیر پارامتر جرم بحرانی همواره طبق روابط ارائه شده در پژوهش حاضر نسبت به بار بی‌بعد و بیان می‌گردند تا تحلیل‌های ارائه شده منطبق بر شرایط واقعی باشند، در غالب حالات مورد بررسی، به علت تقویت به نسبت کمتر مشخصه‌های با بُعد پایداری دینامیکی خطی در قیاس با قابلیت حمل بار یاتاقان، منحنی نتایج روند نزولی را نمایش می‌دهند. به این معنا که دامنه پایداری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لُب مورد بررسی تحت روانکاری با سیال روانکار پاورلا در صورت افزایش نسبت منظری در شرایط کلی محدودتر خواهند شد. با توجه به نتایج شدت تاثیرگذاری تغییرات نسبت منظری بر تضعیف مشخصه‌های پایداری در مقادیر بزرگتر اندیس پاورلا مشهودتر است.

3- افزایش اندیس پاورلای روانکار سبب افزایش لزجت سیال به علت تغییر ماهیت رابطه تنش برشی آن و نزدیک شدن به حالت نیوتنی و به دنبال آن تقویت توزیع فشار می‌شود. این پدیده به بهبود ضرائب سفتی و میرایی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور مورد بررسی منتهی شده و کاهش نسبت فرکانس چرخش گردابی و افزایش جرم بحرانی و در نتیجه گسترش محدوده‌ی پایداری دینامیکی سیستم را سبب می‌شود؛ به نحوی که یاتاقان‌های غیرمدور تحت روانکاری با سیال نیوتنی (n=1) از محدوده‌ی پایداری بالاتری در قیاس با انواع تحت روانکاری با سیال شبه‌پلاستیک بررسی شده توسط مدل پاورلا در پژوهش حاضر برخوردار می‌باشند. همچنین نتایج گویای آنست که

در مقادیر بالای نسبت خروج از مرکزی، تاثیرپذیری یاتاقان‌های دو لُب از تغییرات اندیس پاورلا بیش از سایر یاتاقان‌های مورد بررسی است. ضمن اینکه با توجه به روند منطقی تغییرات با افزایش اندیس پاورلا، تخمین گسترش مرزهای پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور لُب‌دار با تغییر نوع روانکار از نیوتنی به دایلاتانت با اندیس پاورلای فراتر از یک ($n>1.0$) امری محتمل خواهد بود.

4- بر پایه نتایج حاضر با افزایش تعداد لُب‌های یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور تحت روانکاری با سیال پاورلا از دو به چهار، پارامترهای مشخصه پایداری دینامیکی بهبود می‌یابند. این امر ناشی از تغییرات ایجاد شده در وضعیت تعادلی محور متناسب با هندسه یاتاقان و مشخصه‌های سیال روانکار می‌باشد. به عبارت دیگر قابلیت تکیه‌گاه یاتاقانی ژورنال چهار لُب به ازای شرایط روانکاری و بارگذاری ارزیابی شده در میرا نمودن اغتشاشات محتمل در وضعیت حرکتی روتور، بیش از سایر انواع مورد بررسی است.

6- فهرست علایم

A^e	سطح المان (m^2)
B_{ij} $(i,j=x,y)$	ضرایب بدون بعد میرایی فیلم روانکار
CM	جرم بحرانی روتور بدون بعد
D	قطر یاتاقان (m)
F_{x0} , F_{y0}	مؤلفه‌های نیروی استاتیکی (N)
F_x , F_y	مؤلفه‌های نیروی دینامیکی (N)
h	ضخامت فیلم روانکار (m)
H	ضخامت فیلم بدون بعد
L	طول یاتاقان (m)
m	ثابت سازگاری $(\mathrm{Pa.s^n})$
M	جرم روتور بدون بعد
N_k	تابع درون‌یابی
n	اندیس پاورلا
n_e	تعداد گره‌های هر المان
O_{j0}	مرکز محور در حالت استاتیکی
O_j	مرکز محور در حالت دینامیکی
P	فشار روانکار $\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right)$
P_o	فشار روانکار در حالت استاتیکی $\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right)$
P_d	فشار روانکار در حالت دینامیکی $\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right)$
P_m	مقدار فشار در هر گره $\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right)$
$\acute{P}_z$	مؤلفه‌های فشار دینامیکی $\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right)$
P	فشار بدون بعد
$S=1/(\pi.W)$	عدد سامرفیلد
S_{ij} $(i,j=x,y)$	ضرایب بدون بعد سفتی فیلم روانکار
t	زمان (s)
u	مؤلفه سرعت محوری $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$
w	مؤلفه سرعت جانبی $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$
W	ظرفیت بدون بعد تحمل بار
x,y,z	محورهای مختصات
X', Y'	مؤلفه‌های جابجایی اغتشاشی روتور نسبت به حالت استاتیکی
$\dot{X}', \dot{Y}'$	مؤلفه‌های سرعت اغتشاشی روتور
Z_{ij} $(i,j=x,y)$	ضرایب دینامیکی مختلط فیلم روانکار

علایم یونانی

$\gamma=\omega_p/\omega$	نسبت فرکانس چرخش گردابی
$\delta=c_m/c$	پریلود
$\varepsilon=e/c_m$	نسبت خارج‌ازمرکزی
η	ویسکوزیته سیال $\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m.s}}\right)$
$\theta=X/R$	مختصات زاویه‌ای (rad)
θ_0^i	زاویه‌ی بین خط‌المرکزین محور و لُب iاُم با جهت مثبت محور x (rad)
θ_1^i	زاویه‌ی شروع لب iام (rad)
θ_2^i	زاویه‌ی پایان لب iام (rad)
θ_{cav}^i	زاویه‌ی گسیختگی (rad)
$\nu=L/D$	نسبت طول به قطر یاتاقان
τ	زمان بدون بعد
τ_{yx}	تنش برشی در راستای yx
τ_{yz}	تنش برشی در راستای yz
ω	سرعت زاویه‌ای بی بعد روتور حول محور z
ω_p	سرعت زاویه‌ای بدون بعد اغتشاشات مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی

7- مراجع

[1] G. Dubois, F. W. Ocvirk, R. Wehe, Study of Effect of a Non–Newtonian Oil on Friction and Eccentricity Ratio of a Plain Journal Bearing, National Aeronautics and Space Administration, NASA TN D-427, pp. 1-43, 1960.

[2] H. Horowitz, F. Steidler, Calculated performance of non-Newtonian lubricants in finite width journal bearings, ASLE Transactions, Vol. 4, No. 2, pp. 275-281, 1961.

[3] R. Tanner, A short-bearing solution for pressure distribution in a non-Newtonian lubricant, Journal of Applied Mechanics, Vol. 31, No. 2, pp. 350-351, 1964.

[4] Y. Hsu, Non-Newtonian flow in infinite length full journal bearing, ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 89, No. 3, pp. 329-333, 1967.

[5] H. Hayashi, S. Wada, Hydrodynamic lubrication of journal bearings by pseudo-plastic lubricants: Part 3, theoretical analysis considering effects of correlation, Bulletin of JSME, Vol. 17, No. 109, pp. 967-974, 1974.

[6] S. Swamy, B. Prabhu, B. Rao, Calculated load capacity of non-Newtonian lubricants in finite width journal bearings, Wear, Vol. 31, No. 2, pp. 277-285, 1975.

[7] S. Swamy, B. Prabhu, B. Rao, Stiffness and damping characteristics of finite width journal bearings with a non-Newtonian film and their application to instability prediction, Wear, Vol. 32, No. 3, pp. 379-390, 1975.

[8] S. Swamy, B. Prabhu, B. Rao, Steady state and stability characteristics of a hydrodynamic journal bearing with a non-Newtonian lubricant, Wear, Vol. 42, No. 2, pp. 229-244, 1977.

[9] Z. Safar, G. Shawki, Performance of thrust bearings operating with non-Newtonian lubricating films, Tribology International, Vol. 12, No. 1, pp. 31-33, 1979.

[10] S. Tayal, R. Sinhasan, D. Singh, Static analysis of hydrodynamic journal bearing having non-Newtonian lubricants by finite element method, ASLE Transactions, Vol. 25, No. 3, pp. 410-416, 1982.

[11] I. Dien, H. Elrod, A generalized steady-state Reynolds equation for non-Newtonian fluids, with application to journal bearings, Journal of Lubrication Technology, Vol. 105, No. 3, pp. 385-390, 1983.

[12] K. Raghunandana, B. Majumdar, Stability of journal bearing systems using non-Newtonian lubricants: A non-linear transient analysis, Tribology International, Vol. 32, No. 4, pp. 179-184, 1999.

[13] O. Pinkus, M. Lynn, Analysis of elliptical bearings, Transactions ASME, Vol. 78, No. 16, pp. 965-976, 1956.

[14] M. Malik, R. Sinhasan, M. Chandra, Design data for three-lobe bearings, ASLE Transactions, Vol. 24, No. 3, pp. 345-353, 1981.

[15] A. D. Rahmatabadi, R. Rashidi, Effect of mount angle on static and dynamic characteristics of gas-lubricated, noncircular journal bearings, Iranian Journal of Science and Technology, Transaction B-Engineering, Vol. 37, No. B3, pp. 27-37, 2006.

two lobe journal bearing with micropolar lubricant, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 5, pp. 115-126, 2015. (in Persianفارسی)

[19] S. Kango, R. K. Sharma, Studies on the influence of surface texture on the performance of hydrodynamic journal bearing using power law model, International Journal of Surface Science and Engineering, Vol. 4, No. 4-6, pp. 505-524, 2010.

[20] T. Osman, G. Nada, Z. Safar, Static and dynamic characteristics of magnetized journal bearings lubricated with ferrofluid, Tribology International, Vol. 34, No. 6, pp. 369-380, 2001.

[16] J. Koravadi, K. Raghunandana, A. M. Chincholkar, Performance characteristics of two-lobe bearings operating with non-Newtonian lubricants, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol. 1, No. 4, pp. 421-430, 2007.

[17] M. Z. Mehrjardi, A. D. Rahmatabadi, R. Rashidi Meybodi, Effects of mass unbalance of rotor on the dynamic stability of two lobe noncircular hydrodynamic journal bearing with micropolar lubricant, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 7, pp. 160-172, 2015. (in Persianفارسی)

[18] A. D. Rahmatabadi, M. Zare Mehrjardi, R. Rashidi Meybodi, Investigation of preload effects on the linear and nonlinear dynamic analysis of noncircular