مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 167-175

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل تعقیب مسیر و پایدارسازی یک ربات چرخ‌دار توسط الگوریتم پیش‌بین

مهدی زمانیان[1*]، علی کیماسی خلجی[2]

1- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

2-استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

* تهران، صندوق‌پستی 15719-14911، zamanian@khu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 19 شهریور 1396
پذیرش: 07 آبان 1396
ارائه در سایت: 10 آذر 1396

کلید واژگان:
ربات متحرک چرخ‌دار دارای تریلر
سیستم‌های غیر هولونومیک
تعقیب مسیرهای حرکت زمانی
کنترل پیش‌بین

چکیده

یکی از مباحث مطرح در حوزه رباتیک، کنترل حرکت ربات‌های چرخدار می‌باشد. کنترل حرکت، شامل مسائل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی و پایدارسازی حول وضعیت (موقعیت و جهت‌گیری) مطلوب می‌شود. در مقاله حاضر این مسائل کنترلی برای ربات چرخدار دارای تریلر مورد بررسی قرار گرفته و برای این منظور یک الگوریتم کنترلی پیش بین ارائه گردیده است. بنابراین در ابتدا معادلات سینماتیکی ربات متحرک دیفرانسیلی دارای تریلر استخراج می‌شود. سپس، مسیرهای حرکت زمانی مرجع برای ربات تولید گردیده و در ادامه یک قانون کنترل پیش بین برای حل مسائل کنترلی تعقیب مسیرهای مرجع و پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب طراحی شده است. روش کنترل پیش‌بین از اطلاعات موجود بر مبنای معلوم بودن مقادیر مسیر مرجع در زمان‌های آینده، به منظور کنترل سیستم در زمان حال بهره‌برداری می‌نماید. بر این مبنا خطای موقعیت نسبت به مسیر مرجع در زمان‌های آینده به منظور تولید ورودی کنترلی در زمان حال مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش برای مسائل کنترلی فوق‌الذکر توسعه داده شده و به ربات چرخدار اعمال گردیده است و آن‌را به صورت مجانبی حول وضعیت‌های مطلوب پایدار می‌سازد. در پایان نتایج به‌دست آمده برای تعقیب مسیرهای مرجع مختلف و پایدارسازی حول وضعیت مطلوب ارائه می‌گردد که کارایی روش پیشنهاد شده را نشان می‌دهد.

Trajectory tracking and stabilization of a tractor-trailer wheeled robot using model predictive control

Mehdi Zamanian*, Ali Keymasi Khalaji

Department of Mechanical Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran
*P.O.B. 15719-14911 ,Tehran, Iran, zamanian@khu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 September 2017
Accepted 29 October 2017
Available Online 01 December 2017

Keywords:
Wheeled mobile robot
Nonholonomic systems
Trajectory tracking
Stabilization
Predictive control

ABSTRACT

One of the main topics in the field of robotics is the motion control of wheeled mobile robots. Motion control encompasses trajectory tracking and point stabilization problems. In this paper these control problems will be considered for the tractor-trailer wheeled robots and a predictive control algorithm is developed for solving these problems. Therefore first kinematic model of the tractor_trailer robot is developed. Next, reference trajectories is produced for the system. Subsequently, predictive control law is designed for the trajectory tracking and point stabilization problems. Predictive control based on the known values of reference trajectories in the future, produces the control inputs in present time. Consequently the error signal with respect to the reference trajectory in future will be used in order to control the system at the present instant of time. This method is developed for solving the aforementioned control problems and is employed on the tractor_trailer wheeled robot. As can be seen from the results, the proposed control algorithm steer the wheeled robot asymptotically follow reference trajectories. Obtained results from the implementation of the proposed method for solving trajectory tracking and point stabilization problems, demonstrate the effectiveness of the presented algorithm.

1- مقدمه

استفاده از روبات‌های متحرک در کاربردهای متنوعی توسعه یافته‌است. روبات‌های چرخدار از جمله متداول‌ترین روبات‌های متحرک می‌باشند. چرخ یکی از بهترین مکانیزم‌های حرکت در روبات‌های متحرک و وسایل ساخت بشر است و یک وسیله‌ی چرخ‌دار در عین سادگی مکانیزم، دارای بازدهی بالایی می‌باشد مصرف انرژی آن‌ها پایین و نسبت به سایر مکانیزم‌های حرکت دارای سرعت بیشتری می‌باشند. روبات‌های چرخدار با فرض غلتش بدون لغزش چرخ‌ها از جمله سیستم‌های مقید به قیدهای غیرهولونومیک به حساب می‌آیند. اهمیت کنترل سیستم‌های غیرهولونومیک به خاطر مباحث جذاب و کاربردهای فراوان آن، در صنعت و تحقیقات روز به‌روز افزوده می‌شود، [1-3]. در مرجع [4] ساختارهای مختلف روبات‌های متحرک چرخدار و انواع مدل‌های ارائه شده برای آن‌ها آمده است. در مرجع [5] خلاصه‌ای از روش‌های کنترلی مورد استفاده برای سیستم‌های غیرهولونومیک آمده است.

در این زمینه تحقیقات برای رسیدن به سیستم‌های چرخدار کاملاً

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Zamanian, A. Keymasi Khalaji, Trajectory tracking and stabilization of a tractor-trailer wheeled robot using model predictive control, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 167-175, 2018 (in Persian)

اتوماتیک و خودکار در حال انجام است. برای رسیدن به این هدف گام‌های مختلفی باید برداشته شود که یکی از آن‌ها توسعه روش‌های کنترلی و ارائه الگوریتم‌های مناسب در کنترل این دسته از سیستم‌هاست بدین منظور مسائل کنترلی متنوعی مورد توجه محققان قرار گرفته است از جمله این مسائل کنترلی می‌توان به تعقیب مسیر در فضای کارتزین [7,6]، پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب [9, 8] و تعقیب مسیرهای حرکت زمانی [11, 10] اشاره نمود.

در این مقاله مسائل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی و پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب مورد توجه قرار گرفته است. در گذشته الگوریتم‌های کنترلی مختلفی برای این مسائل ارائه گردیده است که از جمله آن‌ها می‌توان به قوانین کنترل تطبیقی [13,12]، کنترل مد لغزشی [14-16]، روش‌های غیرمبتنی بر مدل [17,2]، کنترل بهینه [18]، کنترل فازی [20,19] و سوئیچینگ [9,8] اشاره نمود. اما یکی از روش‌هایی که کمتر مورد توجه قرار گرفته روش کنترل پیش‌بین است که در این مقاله به آن پرداخته شده است. این روش در کنترل سیستم‌های مکانیکی و صنعتی به‌طور گسترده ای مورد استفاده قرار گرفته است. روش کنترل پیش‌بین بر این اساس است که با توجه به آن‌که مقادیر مسیر مرجع در زمان‌های آینده معلوم است بنابراین می‌توان از اطلاعات موجود به منظور کنترل سیستم استفاده نمود. بر این مبنا موقعیت مسیر مرجع در زمان‌های آینده به منظور تولید ورودی کنترلی در زمان حال مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در این روش از یک مدل پیشنهادی برای سیستم استفاده می‌کنند و با در اختیار داشتن خروجی‌های مطلوب سیستم و همچنین پیش‌بینی خروجی‌های آینده سیستم، خطای میان آن‌ها را محاسبه می‌کنند. سیگنال کنترلی از طریق مینیمم‌سازی تابع هزینه‌ای برمبنای خطای معرفی شده، تولید و به سیستم اعمال می‌شود، [21] . به طور کلی در الگوریتم کنترل پیش بین به دنبال حداقل کردن یک تابع هزینه هستیم. در روش‌های مختلف کنترل پیش‌بین ما با تابع‌های هزینه مختلف برخورد می‌کنیم که هر کدام از این توابع قانون کنترل مربوط به خود را نتیجه می‌دهند. همچنین این روش به سادگی قابل اعمال به سیستم‌های ناپایدار و نامینیمم فاز می‌باشد. از دیگر مزیت‌های این روش آن است که کنترل پیش‌بین مقاومت خوبی دارد و در محیط‌های پر از اغتشاش، به خوبی عمل می‌نماید و این به خاطر این است که بخش انتگرالی به طور ذاتی در ساختار به واسطه فرضیات در نظر گرفته شده در مورد مدل وجود دارد، همچنین با استفاده از این روش امکان اعمال قیود بر روی متغیرها در طراحی کنترل‌کننده وجود دارد. این ویژگی‌ها کاربرد این روش در سیستم‌های کنترلی را توسعه داده و در همین راستا این مقاله به ارائه یک الگوریتم کنترلی پیش‌بین برای کنترل ربات چرخ‌دار دارای تریلر می‌پردازد.

در [22] یک الگوریتم کنترل پیش‌بین برای یک ربات چرخدار ارائه شده است. در مرجع [23] یک روش کنترلی پیش‌بین بر مبنای شبکه‌های عصبی برای یک ربات چرخ‌دار ارائه شده است. در مرجع [24] نیز یک روش کنترل پیش‌بین برای یک ربات چرخ‌دار برمبنای خطی‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است. اما در تحقیقات انجام شده روشی برای ربات‌های چرخ‌دار دارای تریلر ارائه نشده است. بنابراین با توجه به کاربرد گسترده سیستم‌های دارای تریلر در سیستم‌های حمل و نقل و کشاورزی و مورد توجه قرار گرفتن هدایت خودکار این سیستم‌ها، در این مقاله کنترل یک سیستم دارای تریلر توسط کنترل پیش‌بین مورد بررسی قرار گرفته است.

در ادامه‌ی این مقاله ابتدا مدل ریاضی روبات متحرکِ دو چرخ دیفرانسیلی به همراه یک تریلر استخراج گردیده و مسیرهای حرکت مرجع برای تعقیب ربات مرجع تولید شده است. سپس دینامیک خطای تعقیب استخراج شده و یک الگوریتم کنترلی پیش‌بین برای برای تعقیب مسیرهای مرجع طراحی می‌گردد. همچنین با تغییراتی در الگوریتم طراحی شده از آن در حل مساله کنترلی پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب استفاده می‌شود. نتایج بدست آمده عملکرد مناسب روش کنترلی طراحی شده را نشان می‌دهد.

2- توصیف سیستم و مدل‌سازی

همان‌گونه که در "شکل 1" نمایش داده شده است، روبات مورد نظر از یک ترکتور به همراه یک تریلر تشکیل شده است. ترکتور، یک روباتِ دو چرخ دیفرانسیلی می‌باشد که برای حفظ پایداری حرکت آن یک چرخ کستر هم در ساختار آن به کار رفته است. تریلر نیز دارای دو چرخِ هم محورِ غیرفعال است. در این سیستم چرخ‌های دیفرانسیلی ترکتور دارای عملگر بوده و حرکت روبات از طریق آن‌ها رقم می‌خورد. اتصال میان ترکتور و تریلر از طریق پین غیرفعال P_0 برقرار می‌باشد. نقاط C_0 و C_1 به ترتیب نشان دهنده‌ی مرکز جرم ترکتور و تریلر می‌باشند. همچنین، φ_r و φ_l به ترتیب نمایش دهنده‌ی جابجایی زاویه‌ای چرخ‌های سمت راست و چپ ترکتور هستند. d فاصله‌ی میان نقاط P_0 و P_1 را نمایش می‌دهد و a_0 و a_1 به ترتیب فاصله‌ی میان نقاط P_0 و C_0 و نقاط P_1 و C_1 می‌باشند. این ابعاد در "شکل 1" نمایش داده شده‌اند.

وضعیت ربات متحرک دارای تریلر با بردار مختصات تعمیم یافته‌ی $q = (x \quad y \quad \theta_1 \quad \theta_0)^{\mathrm{T}}$ نشان داده می‌شود، که در آن (x, y) مختصات نقطه‌ی P_1 می‌باشد و θ_0 و θ_1 به ترتیب جهت‌گیری ترکتور و تریلر نسبت به دستگاه مرجع را نشان می‌دهند. این سیستم در مراجعی همچون [10, 1] نیز مورد تحلیل قرار گرفته است.

برای حرکت روبات فرضیاتی در نظر گرفته شده است. حرکت روبات به صورت صفحه‌ای در نظر گرفته شده است. چرخ‌های روبات در جهت جانبی لغزش ندارند. چرخ‌های روبات در حرکت رو به جلو غلتش خالص می‌نمایند. با این فرضیات در مدل‌سازی‌های روبات قیود غیرهولونومیک حاکم بر سینماتیک روبات استخراج شده است.

چرخ‌های محور ثابتِ به‌کار رفته در ساختار روبات به خاطر فرضیات عدم لغزش در جهت جانبی و غلتش خالص در حرکت رو به جلو محدودیت‌هایی

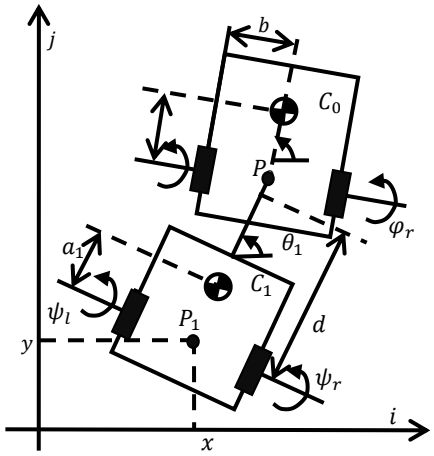

Fig. 1 Differential drive wheeled mobile robot towing a trailer

شکل 1 ربات متحرک چرخ‌دار به همراه یک تریلر

برای حرکت روبات ایجاد می‌نمایند. بنابراین قیدهای سینماتیکی برای یک چرخ محور ثابت بیانگر این موضوع می‌باشند که سرعت مرکز چرخ موازی صفحه‌ی چرخ بوده (شرط عدم لغزش) و با سرعت دوران چرخ متناسب است (شرط غلتش خالص). این قیدهای سینماتیکی از نوع غیرهولونومیک می‌باشند یعنی بیانگر یک محدودیت در رده‌ی سرعت‌ها می‌باشند و حذف مختصات اضافی در چنین سیستمی امکان‌پذیر نیست. در واقع قیدهای غیرهولونومیک سطح دسترسی روبات را نمی‌کاهند بلکه قابلیت مانور آن را کاهش می‌دهند.

بیان ریاضی این قیود به رابطه‌ای منتهی می‌شود که نسبت به سرعت‌های تعمیم‌یافته، خطی است و به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد.

$$a_j(q)\dot{q} = 0 \qquad (j = 1,\dots,m) \tag{1}$$

قیود سیستم در فرمت ماتریسی نیز به صورت زیر می‌باشند:

$$\mathcal{A}(q)\dot{q} = 0 \tag{2}$$

که در آن $\mathcal{A}(q)$ ماتریس قیدی $n \times m$ می‌باشد. n تعداد قیدهای سیستم و m تعداد مختصات تعمیم‌یافته‌ی سیستم است.

برای ربات متحرک چرخ‌دارِ دارای تریلر، ماتریس قیدی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathcal{A}(q) = \begin{pmatrix} \sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_0 & -\cos\theta_0 & -d\cos(\theta_0-\theta_1) & 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

در این‌صورت ماتریس $\mathcal{S}(q)$ با رتبه m وجود دارد که شامل بردارهای مستقل خطی می‌باشد که فضای تهی ماتریس قیدی را افراز می‌کنند، به طوری‌که:

$$\mathcal{S}^{\mathrm{T}}(q)\mathcal{A}^{\mathrm{T}}(q) = 0 \tag{4}$$

ماتریس $\mathcal{S}(q)$ برای ربات متحرک چرخدار دارای تریلر به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\mathcal{S}(q) = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 \\ \frac{1}{d}\tan(\theta_0-\theta_1) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

بنابراین مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخدار دارای تریلر را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\dot{q} = \mathcal{S}(q)u \tag{6}$$

که در آن $u = (u_1 \quad u_2)^T$ بردار ورودی‌های سینماتیکی مستقل سیستم است. u_1 سرعت خطی نقطه‌ی P_1 و u_2 سرعت زاویه‌ای ترکتور می‌باشد. این ورودی‌ها با سرعت‌های دورانی چرخ‌های دیفرانسیلی به صورت زیر مرتبط می‌باشند:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l)\cos(\theta_1-\theta_0) \\ u_2 = \frac{r}{2b}(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_l) \end{cases} \tag{7}$$

که در آن r شعاع چرخ‌های دارای عملگرِ ربات است. b نصف فاصله‌ی میان چرخ‌های ربات است. $\dot{\varphi}_r$ و $\dot{\varphi}_l$ به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌های سمت راست و چپِ دارای عملگر ربات می‌باشند.

3- طراحی مسیرهای حرکت زمانیِ مرجع

فرض می‌کنیم که مسیر حرکت خروجی، در دستگاه مختصات کارتزین به صورت زیر داده شده است.

$$\begin{cases} x = x_r(t) \\ y = y_r(t) \end{cases} \tag{8}$$

از این اطلاعات می‌توان متغیرهای حرکت ربات روی مسیر مرجع را بدست آورد. متغیرهای سینماتیکی مرجع ربات متحرک باید از طریق حل سینماتیک ربات روی مسیر مطلوب ربات به‌دست آید تا مسیرهای حرکت زمانی تولید شده برای ربات ما قابل پیمایش باشد، مسیرهای حرکت زمانی‌ای که به این ترتیب تولید نشوند برای مسئله‌ی تعقیب ربات متحرک مناسب نمی‌باشند، [25]. بنابراین متغیرهای مرجع ربات روی مسیر در نظر گرفته شده در فضای کارتزین، از طریق روابط (6) محاسبه می‌گردند. از روابط (6) نخستین ورودی سینماتیکی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$u_{1r} = \sqrt{\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2} \tag{9}$$

همچنین θ_{1r} را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\theta_{1r} = \mathrm{atan2}\{\dot{y}_r, \dot{x}_r\} \tag{10}$$

که atan2 معکوس تابع تانژانت در یک دور کامل می‌باشد.

حال با مشتق‌گیری از رابطه‌ی فوق و ترکیب نتایج $\dot{u}_{1r}$ حذف شده و به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\dot{\theta}_{1r}(t) = \frac{\ddot{y}_r(t)\,\dot{x}_r(t) - \ddot{x}_r(t)\,\dot{y}_r(t)}{u_{1r}^2(t)} \tag{11}$$

همچنین θ_{0r} نیز به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\theta_{0r} = \theta_{1r} + \mathrm{atan}\left(\frac{d\,\dot{\theta}_{1r}}{u_{1r}}\right) \tag{12}$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی فوق و جایگزینی در رابطه‌ی چهارم روابط (6)، ورودی دوم به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$u_2 = \dot{\theta}_{1r} + d\,u_{1r} \times \frac{(\dddot{y}_r\,\dot{x}_r - \dddot{x}_r\,\dot{y}_r)\,u_{1r}^2 - 3(\ddot{y}_r\,\dot{x}_r - \ddot{x}_r\,\dot{y}_r)(\dot{x}_r\,\ddot{x}_r + \dot{y}_r\,\ddot{y}_r)}{u_{1r}^6 + d^2(\ddot{y}_r\,\dot{x}_r - \ddot{x}_r\,\dot{y}_r)^2} \tag{13}$$

4- کنترل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی

کنترل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی یکی از مهمترین مسائل کنترلی در زمینه ربات‌های متحرک چرخدار است که در مراجع مختلف مورد تحلیل قرار گرفته است، [11]. به‌منظور کنترل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی ابتدا دینامیک خطای تعقیب سیستم را تشکیل می‌دهیم. بنابراین در صورتی که قانون کنترلی برمبنای دینامیک خطای تولید شده به دست بیاید و این دینامیک خطا را پایدار سازد می‌توان نتیجه گرفت که با الگوریتم طراحی شده خطای تعقیب با گذشت زمان از بین خواهد رفت، [1]. به بیان دیگر می‌خواهیم قانون کنترل فیدبک $u = u(q, \dot{q}, q_r, u_r)$ را برای سیستم بیابیم به طوری که خطای تعقیب $\tilde{q} = q - q_r$ پایدار گردد. در ادامه به حل این مسأله کنترلی می‌پردازیم. یک بردار خطای نگاشت یافته به صورت زیر در نظر می‌گیریم که طبق رابطه‌ی زیر تعریف شده است.

$$e = \mathbb{T}\tilde{q} \tag{14}$$

که در آن $e = (e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4)^T$ ماتریس تبدیل $\mathbb{T}$ متغیرهای خطای تعقیب را به یک فضای جدید نگاشت می‌دهد. ماتریس تبدیل $\mathbb{T}$ را به صورت زیر تعریف می‌نماییم.

$$\mathbb{T} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$

کاملاً مشخص است که اگر ورودی‌های کنترلی به نحوی تعیین گردند که معادلات خطا در مبدأ پایدار شوند متغیرهای حرکت ربات متحرک به صورت $q = (x \quad y \quad \theta_1 \quad \theta_0)^T$ مسیر حرکت زمانی مرجع به فرم کلی $q_r = (x_r \quad y_r \quad \theta_{1r} \quad \theta_{0r})^T$ را تعقیب خواهند نمود، بنابراین می‌توان از تبدیل مزبور استفاده نمود.

حال از رابطه‌ی (14) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادلات دیفرانسیل خطای تعقیب به‌دست آید.

$$\dot{e} = \dot{\mathbb{T}}\tilde{q} + \mathbb{T}\dot{\tilde{q}} \tag{16}$$

یا به عبارت دیگر

$$\dot{e} = \dot{\mathbb{T}}(q - q_r) + \mathbb{T}(\dot{q} - \dot{q}_r) \tag{17}$$

با ساده‌سازی رابطه‌ی فوق می‌توان به رابطه‌ی کلی زیر به عنوان دینامیک خطای سیستم دست یافت:

$$\dot{e} = f(e, q_r, u_r, u) \tag{18}$$

حال با تقریب خطی دینامیک خطای فوق‌الذکر با استفاده از سری تیلور حول وضعیت تعادلی سیستم که همان مسیرهای حرکت مرجع‌اند و صرف‌نظر از جملات مراتب بالا می‌توان به رابطه زیر دست یافت:

$$\dot{e} = \left.\frac{\partial f}{\partial q}\right|_{\substack{q=q_r\\u=u_r}}(q - q_r) + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{q=q_r\\u=u_r}}(u - u_r) \tag{19}$$

با جایگذاری از معادله (14) خواهیم داشت:

$$\dot{e} = \left.\frac{\partial f}{\partial q}\right|_{\substack{q=q_r\\u=u_r}}\mathbb{T}^{-1}e + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{q=q_r\\u=u_r}}\tilde{u} \tag{20}$$

که در آن $\tilde{u} = u - u_r$ می‌باشد. معادله فوق تقریبی خطی از دینامیک و خطای سیستم است که با تقریب اویلر می‌توان آن را به صورت گسسته زیر بیان کرد:

$$e(k+1) = A(k)e(k) + B(k)\tilde{u}(k) \tag{21}$$

که در آن ماتریس‌های A و B به صورت زیر خواهند بود:

$$A = I_{4\times4} + T\left.\frac{\partial f}{\partial q}\right|_{\substack{q=q_r\\u=u_r}}\mathbb{T}^{-1}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{Tu_{1r}}{d}\tan(\theta_{0r}-\theta_{1r}) & 0 & 0 \\ -\frac{Tu_{1r}}{d}\tan(\theta_{0r}-\theta_{1r}) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{Tu_{1r}}{d\cos^2(\theta_{0r}-\theta_{1r})} & \frac{Tu_{1r}}{d\cos^2(\theta_{0r}-\theta_{1r})} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$B = T\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{q=q_r\\u=u_r}} = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{T}{d}\tan(\theta_{0r}-\theta_{1r}) & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \tag{22}$$

که در آن T ثابت زمانی سیستم و $I_{4\times4}$ ماتریس واحد 4×4 است.

در طراحی الگوریتم کنترلی به روش کنترل پیش‌بین با در اختیار داشتن خروجی‌های مطلوب سیستم و همچنین پیش‌بینی خروجی‌های آینده سیستم، خطای میان آن‌ها را محاسبه می‌کنند، [21]. سیگنال کنترلی از طریق مینیمم‌سازی تابع هزینه‌ای بر مبنای خطای معرفی شده، تولید و به سیستم اعمال می‌گردد. این تابع هزینه به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\mathcal{J}(\tilde{u}, k) = \sum_{i=1}^{N} e^{\mathrm{T}}(k+i|k)\, Q\, e(k+i|k) + \tilde{u}^{\mathrm{T}}(k+i-1|k)\, R\, \tilde{u}(k+i-1|k) \tag{23}$$

که در آن Q و R ماتریس‌های وزنی و N افق پیش‌بینی می‌باشد. به عبارت دیگر مجموع تخمین مربعات خطاهای آینده سیستم (شامل خطای مختصات تعمیم‌یافته و ورودی‌های سیستم) تا افق پیش‌بینی (N) تابع هدفی را می‌سازد که با کمینه کردن آن به دنبال محاسبه ورودی‌های کنترلی هستیم.

با محاسبه خطاها در لحظات آینده از رابطه‌ی دینامیک خطای سیستم تا افق پیش‌بینی (N)، روابط زیر را خواهیم داشت:

$$e(k+1|k) = A(k)e(k) + B\tilde{u}(k)$$
$$e(k+2|k) = A(k+1)e(k+1|k) + B\tilde{u}(k+1|k)$$
$$\vdots$$
$$e(k+N|k) = A(k+N-1)e(k+N-1|k) + B\tilde{u}(k+N-1|k) \tag{24}$$

بر همین اساس تابع هدف معرفی شده را می‌توان به فرمت برداری-ماتریسی زیر نوشت:

$$\mathcal{J}(\tilde{u}, k) = \mathcal{E}^{\mathrm{T}}(k+1)\, Q\, \mathcal{E}(k+1) + \mathcal{U}^{\mathrm{T}}(k)\, \mathcal{R}\, \mathcal{U}(k) \tag{25}$$

که در آن بردارهای $\mathcal{U}$ و $\mathcal{E}$ به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\mathcal{E}(k+1) = \begin{bmatrix} e(k+1|k) \\ e(k+2|k) \\ \vdots \\ e(k+N|k) \end{bmatrix};\ \mathcal{U}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{u}(k+N-1|k) \end{bmatrix} \tag{26}$$

همچنین ماتریس‌های وزنی $\mathcal{Q}$ و $\mathcal{R}$ نیز به شکل زیر بیان می‌گردند:

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Q \end{bmatrix};\ \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R \end{bmatrix} \tag{27}$$

براساس تعاریف فوق دینامیک خطای سیستم را به صورت برداری ماتریسی به شکل زیر می توان بیان نمود:

$$\mathcal{E}(\mathrm{k}+1) = \mathcal{A}(k)\mathcal{E}(\mathrm{k}) + \mathcal{B}(k)\mathcal{U}(k) \tag{28}$$

که در آن

$$\mathcal{A}(k) = \begin{bmatrix} A(k|k) \\ A(k|k)A(k+1|k) \\ \vdots \\ \prod_{j=0}^{N-1} A(k+j|k) \end{bmatrix}$$
$$\mathcal{B}(k) = \begin{bmatrix} B(k|k) & 0 & \dots & 0 \\ A(k+1|k)B(k|k) & B(k+1|k) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \prod_{j=1}^{N-1} A(k+j|k)\, B(k|k) & \prod_{j=2}^{N-1} A(k+j|k)\, B(k+1|k) & \dots & B(k+N-1|k) \end{bmatrix} \tag{29}$$

با قرار دادن رابطه‌ی (25) در (28) می‌توان به رابطه‌ی زیر رسید:

$$\mathcal{J}(\tilde{u}, k) = \frac{1}{2}\mathcal{U}^{\mathrm{T}}(k)\, \mathcal{H}(k)\, \mathcal{U}(k) + \mathcal{F}^{\mathrm{T}}(k)\, \mathcal{U}(k) + d(k) \tag{30}$$

که در آن

$$\mathcal{H}(k) = 2(\mathcal{B}^{\mathrm{T}}(k)\, \mathcal{Q}\, \mathcal{B}(k) + \mathcal{R})$$
$$\mathcal{F}(k) = 2\, \mathcal{B}^{\mathrm{T}}(k)\, \mathcal{Q}\, \mathcal{A}(k)\, e(k|k)$$
$$d(k) = e^{\mathrm{T}}(k|k)\, \mathcal{A}^{\mathrm{T}}(k)\, \mathcal{Q}\, \mathcal{A}(k)\, e(k|k) \tag{31}$$

با کمینه کردن تابع هدف بردار ورودی محاسبه سیستم می‌شود. برای این منظور خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mathcal{U}} = \mathcal{H}(k)\, \mathcal{U}(k) + \mathcal{F}^{\mathrm{T}}(k) = 0 \tag{32}$$

بنابراین:

$$\mathcal{U}(k) = -\mathcal{H}^{-1}(k)\, \mathcal{F}^{\mathrm{T}}(k) \tag{33}$$

با استفاده از روابط (26) و (33) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\tilde{u}(k) = [I_{2\times2} \quad 0_{2\times N}]\mathcal{U}(k) \tag{34}$$

که در آن $I_{2\times2}$ ماتریس همانی 2×2 **بوده** همچنین ورودی کنترلی سیستم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u(k) = \tilde{u}(k) + u_r(k) \tag{35}$$

5- پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب

در مسئله‌ی پایدارسازی حول یک وضعیت معین هدف رسیدن شاسی روبات به یک وضعیت مطلوب (موقعیت و جهت‌گیری) می‌باشد، [9,8]. در حقیقت

مسئله‌ای که با آن روبرو هستیم پایداری مجانبی نقطه‌ی تعادل یک سیستمِ کنترل‌پذیرِ چند ورودی چند خروجی غیرمربعی است، [26]. برای حل این مساله کنترلی مشابه حالت قبل، تابع هدف معرفی شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathcal{J}(\tilde{u},k)=\sum_{i=1}^{N-1} e^{\mathrm{T}}(k+i|k)Q\, e(k+i|k)$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\tilde{u}^{\mathrm{T}}(k+i-1|k)\, R\, \tilde{u}(k+i-1|k)$$
$$+e^{\mathrm{T}}(k+N|k)P\, e(k+N|k) \qquad (36)$$

که در آن نسبت به حالت تعقیب مسیر جمله پنالتی زمان نهایی به‌صورت $e^{\mathrm{T}}(k+N|k)P\, e(k+N|k)$ اضافه شده است و می‌توان ماتریس وزنی P را چندین برابر بزرگتر از Q در نظر گرفت تا اهمیت بیشتری به وضعیت نهایی سیستم اختصاص دهد بنابراین در نهایت به وضعیت نهایی همگرا گردد. همچنین می‌توان ماتریس وزنی Q را به‌صورت متغیر با زمان در نظر گرفت تا اهمیت موقعیت‌های سیستم نسبت به وضعیت نهایی پله پله بیشتر گردد. یک انتخاب می‌تواند به‌صورت $Q(i)=e^{i}Q$ باشد. در این حالت در روابط کنترلی $q_r=0_{4\times1}$ فرض شده و به‌عنوان وضعیت نهایی سیستم در نظر گرفته شده است و بنابراین بردار خطا به صورت $e=\mathbb{T}q$ در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس شبیه‌سازی‌ها انجام شده و در ادامه ارائه شده است.

6- نتایج به‌دست آمده

در این قسمت به منظور بررسی کارایی کنترلر پیشنهادی، نتایج به‌دست آمده ارائه شده است. مشخصات هندسی و مقادیر پارامترهای سیستم در جدول 1 ارائه شده است. مطلوب آن است که ربات دارای تریلر با اعمال ورودی کنترلی مسیر مرجع موردنظری را دنبال نماید. دیاگرام کنترلی سیستم در "شکل 2" نمایش داده شده است. پارامترهای کنترلی نیز در جدول 2 ارائه شده است. در تحلیل‌های انجام شده حد اشباع ورودی‌های سینماتیکی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$|u_1|\le u_{1\max}$$
$$|u_1|\le u_{1\max} \qquad (37)$$

جدول 1 مقادیر پارامترهای سیستم

Table 1 System parameters

پارامتر	توصیف	مقدار
d	طول P_0P_1	0.170
r	شعاع چرخ‌ها	0.026
$2b$	فاصله بین چرخ‌های ربات	0.119

جدول 2 پارامترهای کنترلی

Table 2 Control parameters

پارامتر	توصیف	مقدار
T	ثابت زمانی سیستم	0.02
N	افق پیش‌بینی کنترل‌کننده	100
R	ماتریس وزنی کنترل‌کننده	diag([5,5,.01,.01])
Q	ماتریس وزنی کنترل‌کننده	diag([0.1,0.1]
τ	پارامتر مسیر مرجع	10
$u_{1\max}$	حد اشباع ورودی اول سینماتیکی	1.5 m/s
$u_{1\max}$	حد اشباع ورودی دوم سینماتیکی	1.5 rad/s

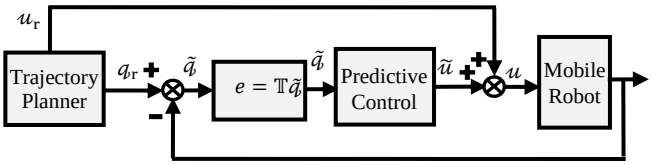

Fig. 2 Control diagram for the tractor-trailer robot

شکل 2 دیاگرام کنترلی ربات ترکتور-تریلر

6-1- نتایج حاصل از کنترل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی

براساس ورودی کنترلی محاسبه شده طبق رابطه (36) و اعمال آن به سیستم ربات چرخدار دارای تریلر نتایج محاسبه گردیده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود با شروع از شرایط اولیه دلخواه و با گذشت زمان محدودی، خطاهای تعقیب مسیر ربات حول صفر همگرا شده و پاسخ‌های گذرای سیستم از بین رفته و تعقیب مسیرهای حرکت مرجع به خوبی صورت پذیرفته است.

در "شکل 3" مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع سینوسی در صفحه‌ی حرکت با شروع از شرایط اولیه‌ی مختلف نشان داده شده‌اند. مسیر مرجع در نظر گرفته شده در فضای کارتزین به‌صورت زیر است:

$$y_r=\sin\left(\frac{t}{\tau}\right);\ x_r=\left(\frac{t}{\tau}\right) \qquad (38)$$

شرایط اولیه‌ی سیستم نیز مقادیر زیر در نظر گرفته شده است:

$$q_1(0)=\begin{bmatrix}0.5 & -2 & \frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$q_2(0)=[-1 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_3(0)=[-1 \quad -2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_4(0)=[-1 \quad 0.2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

در "شکل 4" سیگنال‌های خطای کنترلی برای تعقیب مسیر ربات ترسیم شده است. در "شکل‌های 5" نیز ورودی‌های کنترلی ارائه شده‌اند.

در "شکل 3" مشاهده می‌شود که مسیر مرجع سینوسی در صفحه کارتزین توسط ربات با شروع از شرایط اولیه مختلف خارج از مسیر به خوبی دنبال شده است.

با توجه به "شکل‌های 3 و 4" کاملاً مشخص است که ربات متحرک با خطاهای اولیه‌ی مختلف تا بیش از 2.5 متر نسبت به مسیر مرجع شروع به حرکت نموده و در زمانی حدود 5 ثانیه تقریباً خطاهای کنترلی از بین رفته است و ربات به خوبی مسیر سینوسی در فضای کارتزین را دنبال نموده است.

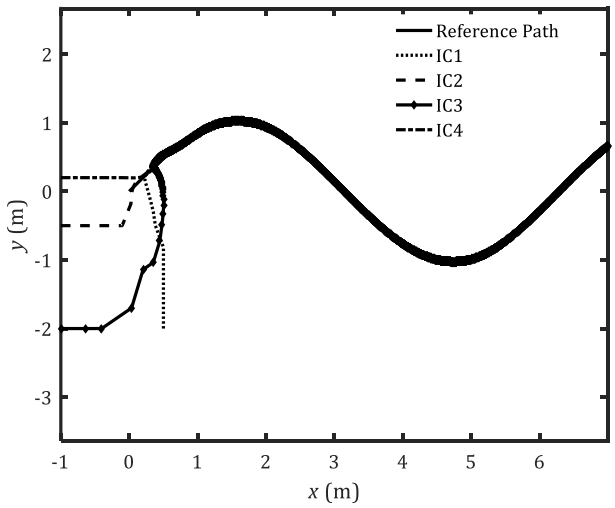

Fig. 3 Motion path for the robot and the sinusoidal reference path in planar motion for different initial conditions

شکل 3 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع سینوسی در صفحه‌ی حرکت برای شرایط اولیه‌ی مختلف

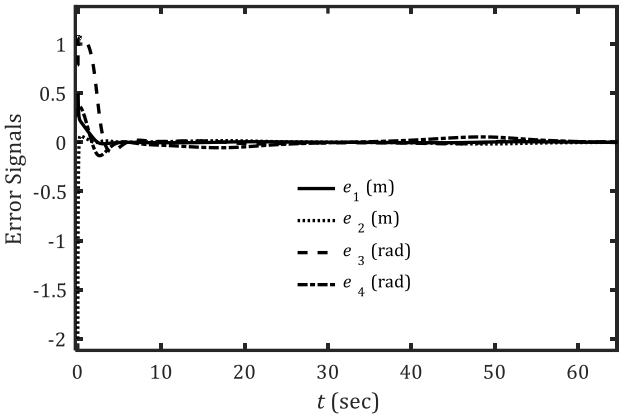

Fig. 4 Error signals for the tracking of Sinusoidal reference path (for IC1)

شکل 4 سیگنال‌های خطای کنترلی برای تعقیب مسیر سینوسی (حالت IC1)

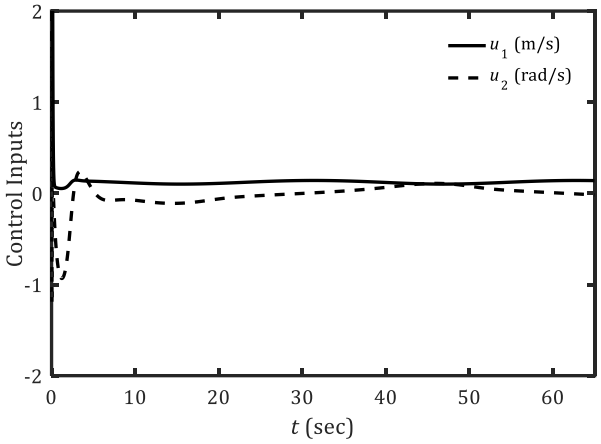

Fig. 5 Kinematic control inputs (for IC1)

شکل 5 ورودی‌های کنترلی سینماتیکی (حالت IC1)

همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد ورودی‌های کنترلی هموار و دارای مقادیر و دامنه تغییرات و سرعت تغییرات معقولی می‌باشند و در زمان مقدار ورودی‌ها دارای پرش نمی‌باشند. این موضوع نشان‌دهنده انتخاب مناسب بهره‌های کنترلی است که با داشتن عملکرد مناسب سیستم حلقه بسته، ورودی‌های کنترلی مناسبی نیز داشته باشیم. در "شکل‌های 6 و 7" مسیر حرکت ربات به ترتیب در تعقیب مسیر مرجع دایروی و خطی در صفحه‌ی حرکت با شروع از شرایط اولیه‌ی مختلف نشان داده شده است. مسیرهای مرجع در نظر گرفته شده در فضای کارتزین به‌صورت زیر است:

$$x_r = \frac{t}{\tau};\ y_r = \frac{t}{\tau}$$
$$x_r = \sin\left(\frac{t}{\tau}\right); y_r = \cos\left(\frac{t}{\tau}\right) \tag{39}$$

شرایط اولیه‌ی سیستم در تعقیب مسیر دایروی نیز مقادیر زیر در نظر گرفته شده است:

$$q_1(0) = [0 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_2(0) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_3(0) = [0 \quad 1.5 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_4(0) = [-1 \quad 2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

در "شکل 6" مشاهده می‌شود که مسیر مرجع دایروی در صفحه کارتزین توسط ربات متحرک با شروع از شرایط اولیه‌ی خارج از مسیر به خوبی دنبال گردیده است. با توجه به "شکل 6" کاملاً مشخص است که ربات متحرک با خطای اولیه‌ای بیش از 1.5 متر شروع به حرکت نموده و در زمانی

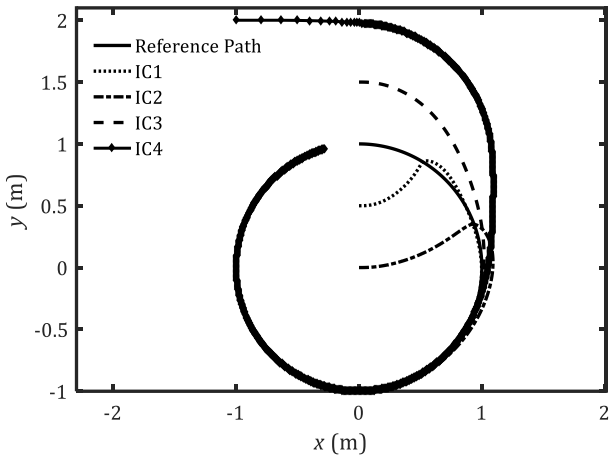

Fig. 6 Motion path for the robot and the circular reference path in planar motion for different initial conditions

شکل 6 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع دایروی در صفحه‌ی حرکت برای شرایط اولیه‌ی مختلف

حدود 10 ثانیه تقریباً خطاهای کنترلی از بین رفته و ربات حرکت مطلوب خود در تعقیب مسیر دایروی در فضای کارتزین را گرفته است. شرایط اولیه‌ی سیستم در تعقیب مسیر خطی نیز مقادیر زیر در نظر گرفته شده است:

$$q_1(0) = [0.7 \quad -0.2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_2(0) = [-0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_3(0) = [-1 \quad 0.2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$q_4(0) = [-0.5 \quad -0.2 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

در "شکل 7" مشاهده می‌شود که مسیر خطی در صفحه کارتزین توسط ربات متحرک با شروع از شرایط اولیه مختلف خارج از مسیر پس از پاسخ گذرای خود به خوبی دنبال گردیده است.

6-2- نتایج حاصل از پایدارسازی سیستم

در این قسمت نتایج حاصل از پایدارسازی سیستم حول مبدأ ارائه گردیده است. در "شکل 8" مسیر حرکت ربات متحرک در پایدارسازی حول وضعیت مطلوب نشان داده شده است.

با توجه به "شکل 8" نیز کاملاً مشخص است که پایدارسازی حول

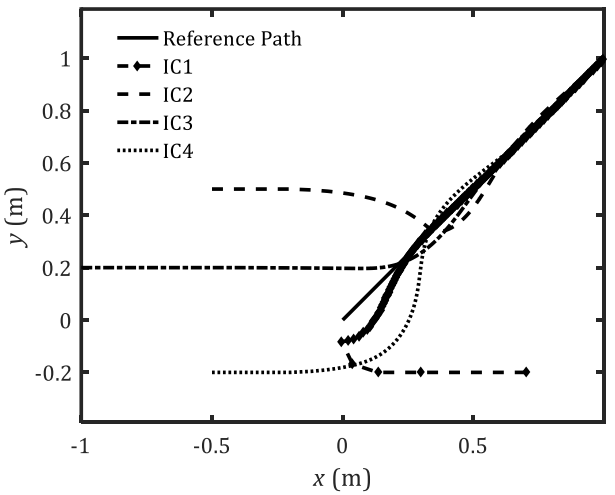

Fig. 7 Motion path and the linear reference path in planar motion for different initial conditions

شکل 7 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع خطی در صفحه‌ی حرکت برای شرایط اولیه‌ی مختلف

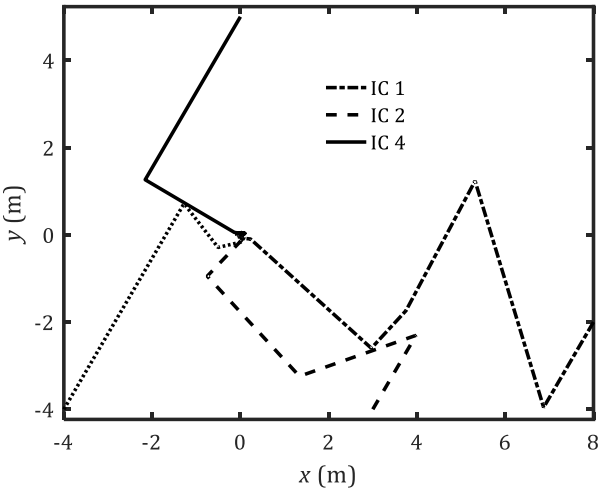

Fig. 8 Motion path of the robot in stabilization around the origin for different initial conditions

شکل 8 مسیر حرکت ربات در پایدارسازی حول مبدأ با شرایط اولیه مختلف

وضعیت مطلوب در فضای کارتزین برای ربات متحرک انجام شده است و الگوریتم ارائه شده عملکرد مناسبی را نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد الگوریتم کنترل پیش‌بین عملکرد مناسبی در کنترل حرکت ربات چرخ‌دار دارای یک تریلر در تعقیب مسیرهای مرجع زمانی از خود نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای مسیرهای مرجع مختلف با شروع از شرایط اولیه متنوع پس از زمانی محدود ربات چرخ‌دار خود را به مسیر مرجع رسانده و در یک حاشیه مناسبی از آن قرار گرفته است. خطاهای کنترلی همان‌گونه که انتظار می‌رفت با گذشت زمان به صفر همگرا شده و از بین می‌روند. در نتیجه ربات‌های پیرو در آرایش تعیین شده مطلوب خود در وضعیت موردنظر نسبت به مسیر مرجع قرار می‌گیرند. ورودی‌های کنترلی تولید شده دارای مقادیر مناسبی می‌باشند و در محدوده معقولی قرار دارند.

6-3- اعمال اثر نویز

به‌منظور بررسی میزان مقاومت کنترلر در برابر نویز فرض شده است که اندازه‌گیری متغیرهای حالت با نویز همراه باشد بدین منظور نویز سفید با واریانس 0.001 به متغیرهای حالت سیستم اضافه شده و نتایج ارائه شده است. با توجه به این‌که چنین نویزی در اندازه‌گیری‌های واقعی با استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری امروزی معمولاً اتفاق نمی‌افتد، این نتایج می‌تواند مقاومت مناسب روش کنترلی پیشنهادی را نشان دهد. در "شکل 9" مشاهده می‌شود که مسیر سینوسی در صفحه کارتزین توسط ربات متحرک با شروع از شرایط اولیه دلخواه خارج از مسیر پس از پاسخ گذرای خود به خوبی دنبال گردیده است. در "شکل 10" سیگنال‌های خطای کنترلی برای تعقیب مسیر ربات ترسیم شده است. در "شکل 11" نیز ورودی‌های کنترلی ارائه شده‌اند.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود با توجه به نویز اندازه‌گیری اضافه شده که در استفاده از وسایل اندازه‌گیری امروزی کمتر اتفاق می‌افتد و حتی امکان فیلتر آن‌ها وجود دارد پاسخ‌های سیستم مطلوب بوده و کنترلر در برابر نویز از خود مقاومت نشان داده است.

6-4- مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با روش بر مبنای لیاپانوف

در این قسمت میان عملکرد روش کنترلی ارائه شده و کنترل سینماتیکی بر مبنای لیاپانوف پیشنهاد شده توسط نویسندگان در مرجع [1] مقایسه‌ای انجام شده است.

در "شکل 12" مشاهده می‌شود که مسیر دایروی در صفحه کارتزین

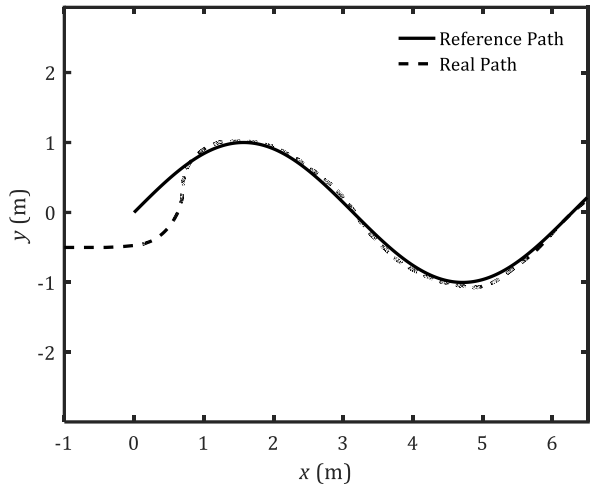

Fig. 9 Motion path for the robot and the sinusoidal reference path in planar motion in presence of measurement noise

شکل 9 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع سینوسی در صفحه‌ی حرکت در حضور نویز اندازه‌گیری

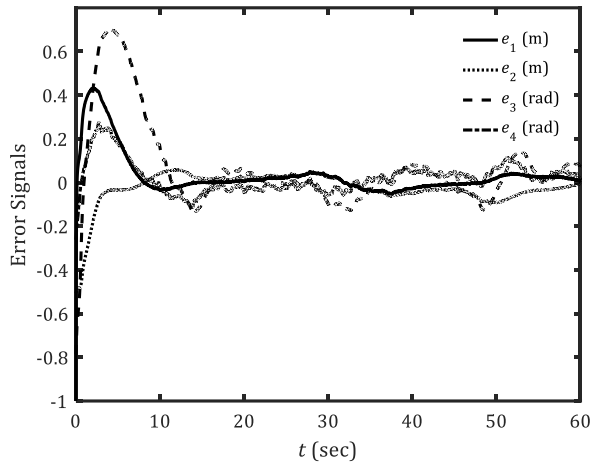

Fig. 10 Error signals for the tracking of Sinusoidal reference path in presence of measurement noise

شکل 10 سیگنال‌های خطای کنترلی برای تعقیب مسیر سینوسی در حضور نویز اندازه‌گیری

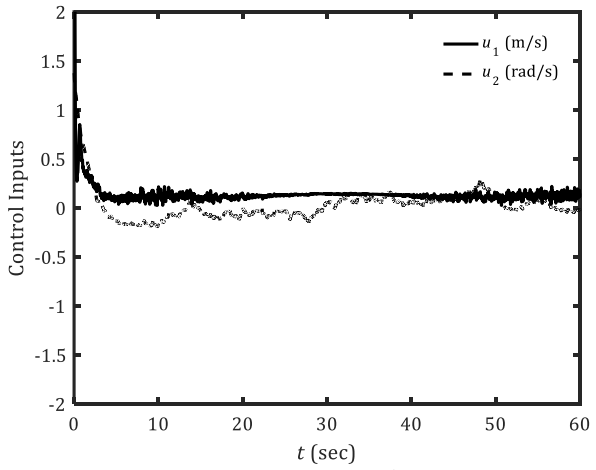

Fig. 11 Kinematic control inputs in presence of measurement noise

شکل 11 ورودی‌های کنترلی سینماتیکی در حضور نویز اندازه‌گیری

توسط ربات متحرک با شروع از شرایط اولیه دلخواه خارج از مسیر پس از پاسخ گذرای خود توسط دو روش کنترلی دنبال گردیده است. در "شکل 13" نیز ورودی‌های کنترلی سینماتیکی برای دو روش ارائه و مقایسه شده‌اند.

نتایج نشان‌دهنده آن است که عملکرد روش ارائه شده با شرایط یکسان برای دو کنترلر دارای نوسانات کمترِ پاسخ‌ها و ورودی‌های کنترلی سیستم است. همچنین زمان نشست کنترل پیش‌بین کمتر بوده و فراجهش آن کمی کمتر است. در مجموع نتایج و مطالعات موردی انجام گرفته کارایی مناسب روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسائل کنترلی تعقیب مسیرهای حرکت مرجع و پایدارسازی حول یک نقطه مطلوب برای یک ربات چرخ‌دار دارای تریلر به عنوان یک سیستم غیرخطی، کم عملگر و غیرهولونومیک توسط روش کنترل پیش‌بین مورد بررسی قرار گرفت. روش کنترلی ارائه شده برمبنای کمینه سازی تابع هدف متشکل از مربعات خطای تعقیب و انرژی کنترلی عمل می‌نماید. قانون کنترلی برای این روش به‌صورت تحلیلی به‌دست آمده و معادلات آن در مقاله حاضر ارائه گردید. ابتدا مدل ریاضی سیستم استخراج گردید. سپس مسیرهای حرکت مرجعِ مناسب برای ربات تولید گردید و یک کنترلر پیش‌بین براساس فیدبک حالت‌های سیستم برای ربات طراحی گردید. همچنین با تغییراتی در الگوریتم طراحی شده از آن در حل مساله کنترلی پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب استفاده گردید. نتایج به‌دست آمده کارآمد بودن روش ارائه شده برای کنترل ربات در تعقیب مسیرهای زمانی مرجع مختلف و پایدارسازی حول وضعیت‌های مطلوب را تایید می‌نمایند.

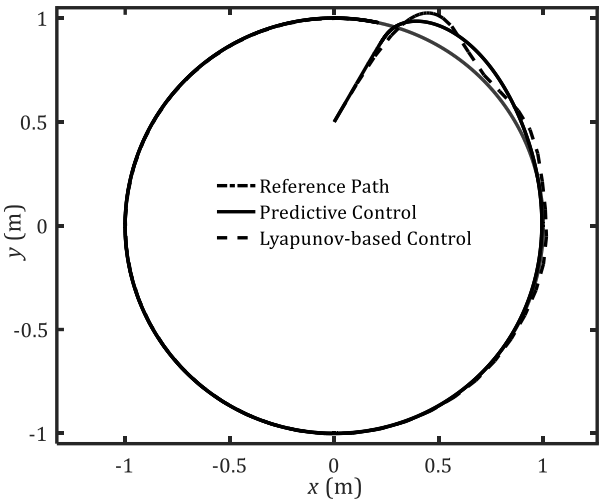

Fig. 12 Comparison of motion path for the robot and the circular reference path for predictive control and Lyapunov-based method presented in [1]

شکل 12 مقایسه مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع دایروی کنترل پیش‌بین و کنترل برمبنای لیاپانوف ارائه شده در [1]

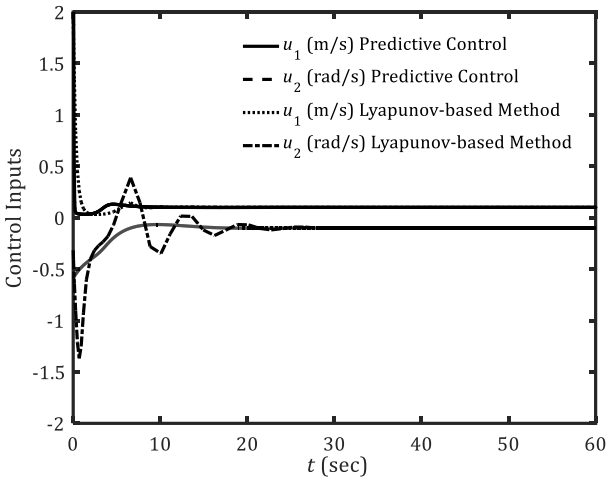

Fig. 13 Comparison of kinematic control inputs for predictive and Lyapunov-based controllers presented in [1]

شکل 13 مقایسه ورودی‌های کنترلی سینماتیکی کنترل پیش‌بین و کنترل برمبنای لیاپانوف ارائه شده در [1]

8- تقدیر و تشکر

این تحقیق در گروه مهندسی مکانیک دانشگاه خوارزمی و تحت حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه خوارزمی انجام شده که در این‌جا از حمایت‌های صورت گرفته توسط این معاونت قدردانی می‌شود.

9- مراجع

[1] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Robust Adaptive Controller for a Tractor-Trailer Mobile Robot, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 19, No. 3, pp. 943 - 953, 2014.
[2] A. Keymasi Khalaji, M. R. Bidgoli, S. A. A. Moosavian, Non-model-based control for a wheeled mobile robot towing two trailers, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 229, No. 1, pp. 97-108, 2015.
[3] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Dynamic Modeling and Tracking Control of a Car with n Trailers", *Journal of Multi-body System Dynamics*, Vol. 37, No. 2, pp. 211-225, 2015.
[4] G. Campion, G. Bastin, B. Dandrea Novel, Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 1, pp. 47-62, 1996.
[5] I. Kolmanovsky, N. H. McClamroch, Developments in nonholonomic control problems, *IEEE Control Systems* Vol. 15, No. 6, pp. 20-36, 1995.
[6] C. Altafini, Path following with reduced off-tracking for multibody wheeled vehicles, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 11, No. 4, pp. 598-605, 2003.
[7] L. Chang Boon, W. Danwei, GPS-Based Path Following Control for a Car-Like Wheeled Mobile Robot With Skidding and Slipping, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 16, No. 2, pp. 340-347, 2008.
[8] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Stabilization of a tractor-trailer wheeled robot, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 1, pp. 421-428, 2016.
[9] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Switching Control of a Tractor-Trailer Wheeled Robot, *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 30, No. 2, 10.2316/Journal.206.2015.2.206-4068, 2015.
[10] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Fuzzy Sliding Mode Control Law for a Wheeled Mobile Robot Towing a Trailer, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 91-98, 2014 (Written in Persian).
[11] A. Khanpoor, A. K. Khalaji, S. A. A. Moosavian, Modeling and control of an underactuated tractor–trailer wheeled mobile robot, *Robotica*, Vol. 35, No. 12, pp. 2297-2318, 2017.
[12] Z. Peng, S. Yang, G. Wen, A. Rahmani, Y. Yu, Adaptive distributed formation control for multiple nonholonomic wheeled mobile robots, *Neurocomputing*, Vol. 173, No. 3, pp. 1485-1494, 2016.
[13] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Ettefagh, Robust adaptive control of a bio-inspired robot manipulator using bat algorithm, *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, pp. 164-176, 10.1016/j.eswa.2016.03.006, 2016.
[14] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Adaptive sliding mode control of a wheeled mobile robot towing a trailer, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 229, No. 2, pp.169-183, 2014.
[15] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Ettefagh, Hybrid neural network fraction integral terminal sliding mode control of an Inchworm robot manipulator, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.80, pp. 117-136, 2016.
[16] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Ettefagh, A novel adaptive neural network integral sliding-mode control of a biped robot using bat algorithm. *Journal of Vibration and Control*, 10.1177/1077546316676734, 2016.
[17] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Modified transpose Jacobian control of a tractor-trailer wheeled robot, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 29, No. 9, pp. 3961-3969, 2015.

[18] M. S. Miah, W. Gueaieb, Mobile robot trajectory tracking using noisy RSS measurements: An RFID approach, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 2, pp. 433-443, 2014.
[19] Y. H. Chang, C. W. Chang, C. L. Chen, C. W. Tao, Fuzzy Sliding-Mode Formation Control for Multirobot Systems: Design and Implementation, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, Vol. 42, No. 2, pp. 444-457, 2012.
[20] C.-Y. Chen, T.-H. S. Li, Y.-C. Yeh, EP-based kinematic control and adaptive fuzzy sliding-mode dynamic control for wheeled mobile robots, *Information Sciences*, Vol. 179, No. 1–2, pp. 180-195, 2009.
[21] E. F. Camacho, C. B. Alba, Model predictive control, Springer Science & Business Media, pp. 51-81, 2013.
[22] G. Klančar, I. Škrjanc, Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55, No. 6, pp. 460-469, 2007.
[23] D. Gu, H. Hu, Neural predictive control for a car-like mobile robot, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 39, No. 2, pp. 73-86, 2002.
[24] W. F. Lages, J. A. Vasconcelos Alves, Real-time control of a mobile robot using linearized model predictive control, *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 39, No. 16, pp. 968-973, 2006.
[25] A. Luca, G. Oriolo, C. Samson, *Feedback control of a nonholonomic car-like robot*, Lecture Notes in Control and Information Sciences in: J. P. Laumond, *Robot Motion Planning and Control*, Eds., pp. 171-253: Springer Berlin Heidelberg, 1998.
[26] M. G. Villarreal-Cervantes, J. F. Guerrero-Castellanos, S. Ramírez-Martínez, J. P. Sánchez-Santana, Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control, *ISA Transactions*, Vol. 58, pp. 605-613, 10.1016/j.isatra.2015.06.013, 2015.