مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 135-144

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

برنامه‌ریزی مسیر پروازی ارتفاع- مقید هواپیما در مانور تعقیب موانع زمینی

سید ایمان کسائی[1]، امیررضا کوثری[2*]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق‌پستی 14399-57131، kosari_a@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 شهریور 1396

پذیرش: 17 آبان 1396

ارائه در سایت: 10 آذر 1396

کلید واژگان:

طراحی مسیر

تعقیب عوارض زمین

پرواز اجتناب از عوارض زمین

کنترل بهینه

دالان پروازی

چکیده

در مقاله حاضر، مسئله طراحی مسیر یک وسیله پرنده به‌منظور اجتناب از برخورد با عوارض زمینی و با قید محدود بودن دامنه ارتفاع در یک دالان پروازی متأثر از شکل پستی و بلندی‌های زمین مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور بهبود قابلیت تعقیب‌پذیری مسیر طراحی شده، باتوجه به ویژگی‌های عملکردی وسیله پرنده، اثر دو پارامتر عملکردی بیشینه نرخ صعود و بیشینه نرخ افزایش زاویه مسیر پرواز وسیله پرنده در الگوریتم حل وارد شده است. در این راستا، کمی‌سازی معیار عملکرد سیستم، طی تعریف تابع‌های هزینه مختلف جهت کمینه‌سازی زمان عملیات، تلاش کنترلی و شتاب عمودی وارد بر وسیله پرنده انجام پذیرفته است. مدل‌سازی ریاضیاتی عوارض زمینی که به عنوان خط سیر مکانی تهدید محسوب می شود از راهکار چندجمله‌ای توانی جهت هموارسازی پیاده‌سازی شده است. در نهایت جهت حل مسئله از تئوری کنترل بهینه و راه‌کار برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده شده است. ارزیابی مطالعات موردی و شبیه‌سازی‌های عددی صورت پذیرفته مؤید کارایی راهکار پیشنهادی برای حل مسئله برنامه‌ریزی مسیر در مانورهای پروازی با الزام ارتفاع پایین جهت تعقیب و اجتناب از خطرات مستقیم و غیر مستقیم محیطی است.

Aircraft Trajectory Planning with an Altitude-Bound in terrain-following flight

Seyed Iman Kassaei, Amirreza Kosari*

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 14399-57131, Tehran, Iran, kosari_a@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 04 September 2017
Accepted 08 November 2017
Available Online 01 December 2017

Keywords:
Trajectory planning
Terrain Following (TF)
Terrain Avoidance (TF)
Optimal control Flight corridor

ABSTRACT

In the present paper the problem of designing a flying vehicle trajectory to avoid the collision with Terrain by limiting the flight range in a flight corridor influenced by the shape of the terrain has been investigated. In order to improve the traceability of the designed trajectory, considering the performance characteristics of the aircraft, the effect of two performance parameters including of the maximum rate of climb and the maximum increasing rate of the flight path angle, are considered in the solution algorithm. In this regard, the quantification of the system performance, has been implemented during the definition of different cost functions to minimize the operating time, control effort and vertical acceleration imposing on the aircraft. Mathematical modeling of the terrain which is considered as the route location of the threat, has been implemented using a power polynomial solution for smoothing. Finally, optimal control theory and nonlinear programming approach are utilized to solve the defined problem. The evaluation of case studies and numerical simulations confirmed the effectiveness of the proposed approach to solve the planning problem in flying maneuvers with low altitude requirements for follow and avoidance of direct and indirect environmental hazards.

1- مقدمه

پرواز نزدیک به سطح زمین، یکی از الزامات عملیاتی مهم در برخی از سناریوهای پروازی وسایل پروازی با مأموریت‌های نظامی و غیرنظامی است.

در شرایط تهدیدِ پدافند هوایی و به‌منظور پنهان شدن هواپیما از دید رادارهای شناسایی دشمن، پرواز نزدیک به عوارض زمین، غیرقابل اجتناب خواهد بود. علاوه بر حوزه نظامی، از جمله کاربردهای غیرنظامی مانورهای تعقیب و اجتناب از عوارض زمین، می‌توان به فرود در فرودگاه‌های مناطق کوهستانی، گشت‌زنی در مناطق شهری، شناسایی پروازی منابع زیرزمینی و .... اشاره نمود. در همه این موارد، برآورده‌سازی الزاماتِ اجتناب از موانع و پستی و بلندی‌های زمین از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با پیشرفت فناوری‌های هواپیماهای بدون سرنشین و رواج استفاده از این وسایل پرنده، برخی از مانورهای پروازی نظیر شناسایی در ارتفاع پایین، مراقبت و بازرسی‌های مرزی در مناطق کوهستانی، شناسایی مواضع دشمن در محیط‌های تنگ و محدود، عملیات‌های جستجو و نجات در فضاهای بسته مانند ساختمان‌ها و تونل‌های زیرزمینی نیز به حوزه کاربرد مانورهای عملیاتی اجتناب از عوارض و موانع اضافه شده‌اند. پرواز هواپیما در نزدیکی سطح زمین، مستلزم تعریف مود پروازی ارتفاع پایین در برنامه‌ی روی برد خلبان خودکار و آگاهی کامل و لحظه‌به‌لحظه از شرایط پروازی و محیط پیرامون

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

S. I. Kassaei, A. R. Kosari, Aircraft Trajectory Planning with an Altitude-Bound in terrain-following flight, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 135-144, 2018 (in Persian)

می‌باشد. یکی از اهداف اصلی این پژوهش، کاهش بارکاری خلبان خودکار با تعریف سامانه طراحی مسیر ایمن و دستورالعمل‌های مربوطه برای اجرای مانورهای عبور از موانع و تعقیب عوارض زمینی است.

به‌طور کلی در کلیه سناریوهای پروازی از قبیل موارد یاد شده، موضوع تعقیب عوارض زمینی (TF)[1] و اجتناب از عوارض زمینی (TA)[2] به‌صورت یک محدودیت حرکتی جهت تعیین منطقه قابل پرواز، وارد مسئله طراحی یا برنامه‌ریزی مسیر می‌شود [1-3]. نکته مهم در این مسائل توجه به قابلیت انطباق پذیری خصوصیات هندسی این مسیرها با توانایی‌های عملکردی و محدودیت‌های دینامیکی وسیله پرنده‌ای است که می‌خواهد این مسیر را در یک بازه زمانی محدود دنبال کند. در اکثر راهکارهای ارائه شده تاکنون، فرآیند طراحی مسیر، بدون در نظر گرفتن این محدودیت‌ها حل می‌شود و نهایتاً این وظیفه سیستم کنترل خواهد بود که تا حد ممکن مسیر حرکت وسیله پرنده را بر پروفیل مسیر مرجع منطبق و آن را دنبال کند. درجه خطای انحراف از مسیر مرجع در چنین مواردی تابعی از خصوصیات عملکردی، دینامیک سیستم و وضعیت پستی و بلندی‌های زمین خواهد بود.

هدف از این پژوهش، ارائه راهکاری نوین جهت طراحی مسیر مرجع پروازی یک هواپیما در مانور تعقیب عوارض زمین است. طراحی مسیر مرجع پروازی، عموماً قبل از پرواز و با توجه به اطلاعات موجود از وضعیت پستی و بلندی‌های زمین و موانع موجود، توانایی‌های عملکردی وسیله پرنده و زیرسیستم‌های آن و همچنین با توجه به محدودیت‌های عملیاتی درج شده در ماموریت تعریف شده برای وسیله پرنده به‌دست می‌آید.

در این مقاله، هدف، برنامه‌ریزی مسیر پروازی تا حد ممکن سریع بر فراز پستی و بلندی‌های زمین، با حفظ یک باند ارتفاعی مجاز مطابق "شکل 1"، محدود به یک ارتفاع کمینه و یک ارتفاع بیشینه از سطح عوارض زمین و سایر موانع موجود در حوزه تعریف شده عملیاتی هواپیما است. به بیانی دیگر، وسیله پرنده در هنگام پرواز می‌بایستی مسیری را طی کند که از ویژگی‌های این مسیر اثرپذیری آن از سه عامل زیر است:

الف) شکل پستی و بلندی‌های زمین و موانع و خطرات موجود

ب) توانمندی های عملکردی و فیزیکی وسیله پرنده

ج) معیارهای عملکردی و عملیاتی

البته قابل ذکر است که در بحث طراحی مسیر در مانور تعقیب پستی و بلندی‌های زمین، دو محدودیت شکل پستی و بلندی‌های زمین و ویژگی‌های عملکردی سیستم، از جمله محدودیت‌های ذاتی مسئله می‌باشند و فضای اصلی تصمیم‌گیری در جهت طراحی مسیر را تشکیل می‌دهند و عامل سوم، معیارهای عملکردی سیستم است، که انتخاب نهایی مسیر با توجه به این معیار در فضای مُجاز تصمیم‌گیری انجام می‌گیرد.

طراحی مسیر حرکت، تنها اختصاص به مشخصات هندسی مسیر حرکت ندارد و در بعضی موارد علاوه بر محاسبه مختصات حرکت وسیله پرنده، سایر متغییرها ی دینامیکی و کنترلی نیز در حالت مدار باز به صورت خروجی‌های برنامه، محاسبه می‌شوند. همچنین این نکته قابل ذکر است که در راستای ارتقاء تعقیب‌پذیر بودن مسیر طراحی شده که برمبنای معادلات پروازی جرم نقطه‌ای و در صفحه عمود بوده است، اثر دو پارامتر عملکردی بیشینه نرخ صعود و بیشینه نرخ افزایش زاویه مسیر پرواز در فرآیند محاسباتی مسئله وارد شده است.

ساختارهای تصمیم‌گیری ریاضیاتی در این زمینه، عموماً برمبنای اصول

[1] Terrain Following
[2] Terrain Avoidance

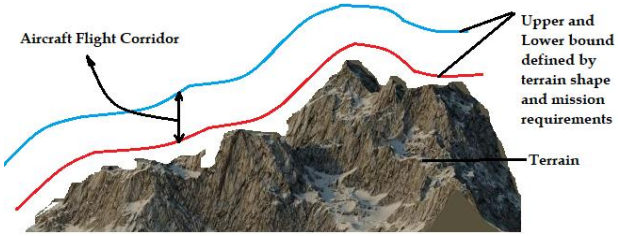

Fig. 1 Aircraft flight corridor concept in TF/TA maneuvers

شکل 1 مفهوم دالان مجاز پروازی در مانور تعقیب و اجتناب از عوارض زمین

بهینه‌یابی بنا شده‌اند و با توجه به نوع مسئله و شرایط حاکم بر آن، مبانی و اصول تئوری کنترل بهینه نقش اساسی را در این حوزه ایفا می‌کند. در این راستا، از روش شبه‌طیفی که یکی از روش‌های حل مسئله برنامه‌ریزی مسیر و با ویژگی شعاع همگرایی بزرگ و در عین حال زمان همگرایی نسبتاً سریعی می‌باشد، استفاده شده است.

1-1- مروری بر پیشینه تحقیق

طراحی مسیر بهینه پروازی در مانور تعقیب پستی و بلندی‌های زمین از جمله موارد مورد توجه محققان در این زمینه می‌باشد و هم اکنون نیز تلاش‌های متعددی در مراکز تحقیقاتی و دانشگاهی در این زمینه و خصوصاً کاربرد آن در وسایل پرنده بدون سرنشین در جریان است.

روش‌های متنوعی به‌منظور تولید مسیر مرجع در مقالات پیشنهاد و در این میان راهبردهای مختلفی برای اجرای مانور TF/TA ارائه داده شده است. به‌عنوان مثال، در مرجع [4]، روش برنامه‌ریزی پویا برای طراحی مسیر بهینه به‌کار گرفته شده است. در این رویکرد، از مدل گسسته‌سازی شده پروفیل عوارض زمین، قبل از انجام جستجو برای یافتن مسیر بهینه استفاده شده است.

مرجع [5]، با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای اولین بار مسئله پرواز بر فراز پستی و بلندی‌های زمین را مورد بررسی و حل قرار داده است. در این پژوهش، از سری‌های فوریه برای مدل‌سازی پستی و بلندی‌های زمین استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده در این کار، مزیت الگوریتم ژنتیک بر برنامه‌ریزی پویا و روش‌های گرادیانی را اثبات کرده است.

مراجع [2] و [6]، یک فرمول‌بندی جدید را برای پرواز هلی‌کوپتر در نزدیکی عوارض زمین با استفاده از اصل کمینه‌سازی پونتریاگین ارائه داده‌اند. در این روش، مدل عوارض زمینی به شکل مستقیم در معادلات سینماتیک حرکت وارد شده‌است و هدف، استخراج مسیرهای پروازی با کمترین زمان پرواز و کمترین فاصله از عوارض می‌باشد.

در همین راستا، مرجع [3]، روش جدیدی را برای طراحی مسیر پرواز TF با معیار کمترین زمان ارائه داده‌است. معادلات دینامیک پرواز پرنده در صفحه افق و با مدل خطی آیرودینامیک و تراست و با فرض جرم ثابت در نظر گرفته شده‌است. همچنین مدل عوارض زمینی با استفاده از اطلاعات گسسته موجود و با به‌کارگیری چندجمله‌ای‌های چبیشف[3] استخراج شده‌است.

در مرجع [7]، برنامه‌ریزی مسیر پرواز TF/TA برای یک هواپیما با در نظر گرفتن دینامیک غیرخطی و به‌صورت سه‌بعدی با استفاده از روش هم‌گذاری مستقیم ارائه و نتایج آن با شبیه‌سازی پرواز یک جنگنده اِف-16 بررسی و تحلیل شده‌است. در مرجع [8]، با به‌کارگیری یک مدل دینامیک سه‌بعدی شش درجه آزادی حرکت هواپیما و مدل دقیق آیرودینامیک و پیش‌رانش، مسئله بهینه‌سازی مسیر با روش هم‌گذاری مستقیم و با الگوریتم

[3] Chebyshev polynomials

بهینه‌سازی دیفرانسیل تکاملی[1] به‌دست آمده‌است.

روش‌های دینامیک وارون و کنترل پیش‌بین از جمله روش‌هایی محسوب می‌شوند که توسط مراجع [9] و [10] برای تولید مسیر بهینه پروازی برای عبور و تعقیب عوارض زمین مرود استفاده قرار گرفته‌اند. در این مراجع از مدل دینامیک جرم نقطه‌ای با هدف کمترین زمان پرواز و بیشترین میزان دنباله‌روی عوارض برای مدل‌سازی و استخراج مسیر استفاده شده است.

در مرجع [11]، با استفاده از شبکه عصبی، امکان‌پذیری پیاده‌سازی برخط برنامه‌ریزی مسیر، برای یک وسیله پرنده بدون سرنشین، در یک پرواز دوبعدی مورد بررسی قرار گرفته است. در این کار ابتدا با درنظر گرفتن حرکت دوبعدی پرنده و با استفاده از روش دینامیک وارون مسیر پروازی TF/TA طراحی شده است. سپس با استفاده از رویکرد لونبرگ-مـارکواردت[2]، شبکه عصبی آموزش و عملکرد آن با شبیه‌سازی‌های پرواز متعدد نمایش داده شده است.

مرجع [12]، از روش سریع‌ترین شیب[3] برای برنامه‌ریزی مسیر پروازی در ارتفاعات پایین و اجرای مانورهای TF/TA استفاده کرده است. مهم‌ترین ویژگی این کار، تقسیم حرکت پرنده در سه بعد به دو حرکت مجزا در کانال‌های طولی و عرضی است؛ این امر باعث شده است که امکان پیاده‌سازی الگوریتم به‌صورت برخط وجود داشته‌باشد. مرجع [13]، اثر خطاهای ناوبری را در طراحی مسیر ایمن پروازی با استفاده از الگوریتم بهینه شبکه جریان، مورد بررسی قرار داده است. در این راستا، با به‌کارگیری معادلات دینامیک حرکت سه‌بعدی پرنده در فضای گسسته و اعمال قیود دینامیکی، مسیر ایمن پروازی با ارضای الزامات ترکام[4] و با کمترین احتمال برخورد به مانع، استخراج شده است.

در مرجع [14]، طراحی هدایت و کنترل هواپیماهای بدون سرنشین در دو بخش طراحی مسیر و تعقیب مسیر در محیطی با حضور موانع انجام شده است. مرجع [15] مسئله طراحی مسیر برای یک ربات پرنده چهارپره را با رویکرد کنترل ترافیک شهری، به صورت سه‌بعدی و با استفاده از روش هم‌گذاری مستقیم مطالعه کرده است. در این پژوهش موانع ثابت به صورت استوانه مدل شده‌اند و فرض بر این است که موقعیت آن‌ها از ابتدا مشخص باشد.

با توجه به پیچیدگی مسئله طراحی مسیر بهینه در مانور TF/TA هواپیما، در اکثر مقالات به‌منظور ساده‌سازی مسئله از مدل سینماتیکی حرکت استفاده شده است. در برخی از موارد که قیود دینامیکی به مسئله اضافه شده است یا دینامیک 6 درجه آزادی در ساختار بهینه‌سازی استفاده شده است، از قبیل کارهای ارائه شده در [8] و [9]، چالش اصلی امکان پیاده‌سازی الگوریتم در سناریوهای واقعی پرواز و همگرایی جواب در سناریوهای مختلف می‌باشد. به‌هر حال، هنوز بسیاری از محققان ترجیح می‌دهند از مدل‌های دینامیکی ساده برای تولید مسیرهای پروازی هواپیما استفاده کنند. لذا در این پژوهش نیز از مدل دینامیکی دوبعدی در کانال طولی برای طراحی مسیر استفاده شده است که قابل تعمیم به کانال عرضی و سمتی نیز می‌باشد.

مرور کلی پژوهش‌ها در این حوزه نشان می‌دهد که از طرفی روش‌های حل هندسی و یا استفاده از مدل‌های ساده‌سازی شده برای طراحی مسیر باعث شده است که قابلیت‌های دینامیکی و عملکردی پرنده در طراحی مسیر ایمن پروازی به‌درستی درنظر گرفته نشود. از طرف دیگر استفاده از مدل‌های شش درجه آزادی و پیچیده در طراحی مسیر مرجع، منجر به طولانی شدن زمان حل و بروز مشکل همگرایی جواب‌ها در برخی سناریوها می‌شود. لذا در این پژوهش سعی شده‌است در عین استفاده از مدل ساده جرم نقطه‌ای مباحث عملکردی و نواحی ایمن پروازی نیز در فرآیند حل گنجانده شود.

2- مدل دینامیکی هواپیما

2-1- معادلات حرکت

معادلات دینامیکی پرواز هواپیما در صفحه قائم و با فرض مدل زمین تخت به‌عنوان مرجع اینرسی، اتمسفر استاندارد و ثابت ماندن جرم وسیله پرنده در طول مانور به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{x} = V\cos\gamma \tag{1}$$

$$\dot{y} = V\sin\gamma \tag{2}$$

$$\dot{V} = \frac{T}{m}\cos\alpha - \frac{D}{m} - g\sin\gamma \tag{3}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{T}{mV}\sin\alpha + \frac{L}{mV} - \frac{g}{V}\cos\gamma \tag{4}$$

پارامترهای x، y، V و γ متغیرهای حالت مسئله و به‌ترتیب نمایش‌دهنده برد افقی، ارتفاع، سرعت و زاویه مسیر پرواز هواپیما می‌باشند. به علاوه، L، D و T به ترتیب نیروهای آیرودینامیکی برآ، پسا و نیروی پیش‌ران موتور هواپیما می‌باشند. نیروهای آیرودینامیکی به صورت رابطه (5) مدل می‌شوند:

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S_{\text{ref}} C_D, \quad C_D = C_{D_0} + K{C_L}^2$$
$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S_{\text{ref}} C_L, \quad C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha \tag{5}$$

در رابطه (5)، S_{ref} سطح مقطع مرجع هواپیما می‌باشد. C_L و C_D ضرایب آیرودینامیکی برآ و پسای هواپیما می‌باشند. C_{L_α} ضریب برآی ناشی از زاویه حمله هواپیما می‌باشد که تابعی از ماخ پروازی است. C_{L_0} و C_{D_0} ضرایب برآ و پسای هواپیما در زاویه حمله صفر هستند که توابعی از ماخ و ارتفاع پروازی می‌باشند. ضریب K، ثابت درگ‌قطبی[5] می‌باشد. با توجه به این‌که چگالی هوا ρ، تابعی از ارتفاع پروازی و نیروی تراست بیشینه موتور $T_{\max}$ تابعی از ارتفاع و ماخ پروازی می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\rho = \rho(h)$$
$$T_{\max} = T_{\max}(h, M) \tag{6}$$

نیروی تراست موتور با استفاده از رابطه (7) قابل مدل‌سازی است.

$$T = T_{\max}(h, M)g(\eta) \tag{7}$$

که در آن η دریچه گاز $0 \le \eta \le 1$ و $g(\eta)$ یک تابع غیرخطی متناسب با توان و حجم موتور است. با توجه به روابط (5) و (7) متغیرهای کنترلی مسئله برنامه‌ریزی مسیر پروازی شامل زاویه حمله α هواپیما و دریچه گاز η می‌باشد. زاویه حمله هواپیما، نیز یک پارامتر آیرودینامیکی است که توسط سطوح کنترلی الویتور[6] قابل تنظیم است.

مطالعات و بررسی‌ها درخصوص مسئله مذبور مؤید این نکته است که افزودن جزئیات بیشتر به معادلات حرکت، تأثیر ملموس و قابل توجهی بر دقت جواب‌های مسئله نمی‌گذارد [16]. بنابراین، مدل معادلات حرکتی ارائه شده برای طراحی مسیر پروازی دوبعدی هواپیما با دقت قابل قبولی کفایت می‌کند.

2-2- قیود دینامیکی

رابطه (1) تا (4) معادلات دینامیک پرواز هواپیما را در صفحه طولی نمایش

[1] Differential-evolution-based optimization algorithm
[2] Levenberg–Marquardt
[3] Steepest Descent
[4] Terrain Contour Matching (TERCOM)
[5] Drag Polar
[6] Elevator

می‌دهد. این معادلات معمولاً با توجه به مشخصات و قابلیت‌های آیرودینامیکی و ترمو-آیرودینامیکی هواپیما محدود و مقید می‌شوند. این قیود معمولاً به صورت بیشینه تراست هواپیما و بیشینه و کمینه زاویه حمله مجاز مدل می‌شوند. بیان ریاضی قیود دینامیکی در رابطه (8) آمده است.

$$0 \le \eta \le 1$$
$$\alpha_{\min} \le \alpha \le \alpha_{\max} \tag{8}$$

در این پژوهش، قیود مسیر که به صورت پروفیل عوارض زمینی با چندجمله‌ای‌ها بیان شده‌اند، به‌صورت قید بر روی متغیرهای حالت، وارد مسئله شده است. لذا تعقیب یا اجتناب عوارض، با تعریف حد پایین و بالای دالان مجاز پروازی، مانند "شکل 2" قابل تعریف می‌باشد. قید مسیر در رابطه (9) بیان شده است که در آن $h_{\max}$ و $h_{\min}$ به ترتیب ارتفاع بیشینه و کمینه مجاز پروازی هواپیما بر فراز زمین می‌باشد. ناحیه مجاز پروازی تعریف شده در "شکل 2" براساس نیازمندی‌های مأموریتی، مدل ریاضی عوارض زمین و نیز محدودیت‌های دینامیک پرواز وسیله پرنده قابل تعریف می‌باشد. در مقاله حاضر، این ناحیه به شکل یک ارتفاع ثابت کمینه و بیشینه و موازی با مدل پروفیل زمین در نظر گرفته شده است.

$$\mathrm{Terrain}(x) + h_{\min} \le y \le \mathrm{Terrain}(x) + h_{\max} \tag{9}$$

همان‌طور که قبلاً ذکر گردید، به‌منظور این‌که مسیر استخراج شده مبتنی بر قابلیت‌های دینامیکی و عملکردی هواپیما و تعقیب‌پذیر توسط وسیله پرنده باشد، دو پارامتر عملکردی هواپیما شامل نرخ صعود/نزول هواپیما و نرخ تغییرات زاویه مسیر پروازی به صورت قیود نامساوی در فرآیند حل مسئله در نظر گرفته می‌شوند:

$$-\mathrm{RoD}_{\max} \le \dot{y} \le \mathrm{RoC}_{\max}$$
$$\dot{\gamma}_{\min} \le \dot{\gamma} \le \dot{\gamma}_{\max} \tag{10}$$

در رابطه (10)، $\dot{h}$ نرخ تغییرات ارتفاع، $\mathrm{RoD}_{\max}$ بیشنه نرخ نزول، $\mathrm{RoC}_{\max}$ بیشینه نرخ صعود و $\dot{\gamma}$ نرخ تغییرات زاویه مسیر هواپیما است.

2-3- شاخص بهینگی (تابع هزینه)

یکی از مباحث مهم در طراحی مسیر بهینه، خصوصا در مسائل مانور TF/TA، انتخاب شاخص بهینگی می‌باشد. در واقع طراحی مناسب تابع هزینه، در کیفیت مسیر بهینه استخراج شده اثرگذار خواهد بود. در پژوهش حاضر، شاخص‌های بهینگی مختلف برای سناریوهای پروازی متعدد مورد مطالعه قرار گرفته است. در مأموریت‌های پروازی، تابع هزینه می‌تواند شامل کمترین زمان پرواز، کمترین تلاش کنترلی، کمترین مسافت پروازی، معیار تعقیب عوارض و یا ترکیبی از پارامترهای یاد شده می‌باشد.

شاخص بهینگی کمترین زمان پروازی به صورت زیر قابل تعریف است:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt \tag{11}$$

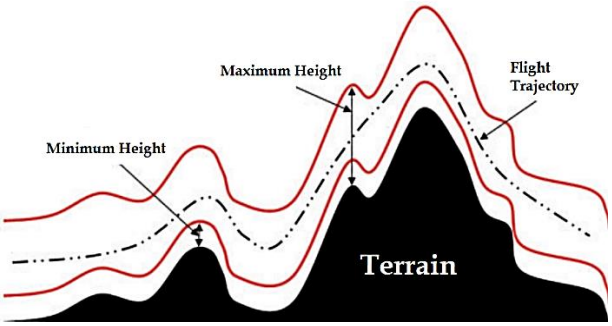

Fig. 2 Aircraft allowable flight corridor

شکل 2 دالان پروازی مجاز هواپیما

شاخص بهینگی کمترین مسافت پروازی نیز به صورت ذیل قابل تعریف است:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\right) dt \tag{12}$$

یک شاخص بهینگی که در طراحی مسیر TF/TA مرسوم است، یک تابع ترکیبی، شامل دو معیار متضاد زمان پرواز و میزان تعقیب عوارض (کمینه‌کردن فاصله پروازی از سطح عوارض) می‌باشد.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left[(1-W) + W\left(y - F(x)\right)^2\right] dt \quad 0 \le W \le 1 \tag{13}$$

تابع $F(x)$ در رابطه (13)، تابع ارتفاع عوارض زمینی در برد افقی (x) می‌باشد [1].

تابع هزینه دیگری که قابل تعریف می‌باشد، شاخص تلاش کنترلی می‌باشد که به‌صورت رابطه (14) تعریف می‌شود.

$$\mathrm{J} = \int_{t_0,}^{t_f} \left[W_\alpha \alpha^2(t) + W_\eta \eta^2(t)\right] dt \tag{14}$$

یکی دیگر از شاخص‌های بهینگی که می‌تواند مورد توجه طراحان قرار بگیرد، شاخص کمینه شتاب عمودی وارد بر هواپیما است. این شاخص بهینگی از جهات مختلف دارای اهمیت است. از طرفی در پرنده‌های بدون سرنشین، مسیر کمینه شتاب تضمین‌گر این است که وسیله پرنده قابلیت تحمل شتاب‌های وارد بر سازه را دارا می‌باشد. از طرف دیگر، برای هواپیماهای سرنشین‌دار، مسیر پروازی طراحی شده تضمین‌کننده راحتی مسافران نیز خواهد بود. این شاخص بهینگی به‌صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\mathrm{J} = \int_{t_0,}^{t_f} \ddot{y}^2 dt \tag{15}$$

که در آن $\ddot{y}$ با مشتق‌گیری از رابطه (2) به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\ddot{y} = \dot{V}\sin\gamma + V\dot{\gamma}\cos\gamma \tag{16}$$

با جایگذاری روابط (3) و (4) در رابطه (16)، رابطه (15) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\mathrm{J} = \int_{t_0,}^{t_f} \left[\left(\frac{T}{m}\cos\alpha - \frac{D}{m} - g\sin\gamma\right)\sin\gamma + V\left(\frac{T}{mV}\sin\alpha + \frac{L}{mV} - \frac{g}{V}\cos\gamma\right)\cos\gamma^2\right] dt \tag{17}$$

3- روش حل مسئله کنترل بهینه

مسئله طراحی مسیر پروازی را می‌توان به‌صورت یک مسئله کنترل بهینه بیان کرد. هدف از حل مسئله کنترل بهینه، استخراج تاریخچه زمانی بردار متغیرهای حالت $x(t) \in \mathbb{R}^n$ و بردار متغیرهای کنترلی $u(t) \in \mathbb{R}^m$ بر روی بازه $t \in [t_0, t_f]$ می‌باشد به‌گونه‌ای که تابع هزینه به‌شکل بولزا[1] به‌صورت رابطه (18) کمینه گردد:

$$\mathrm{J} = \varphi\left(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f\right) + \int_{t_0,}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \tag{18}$$

و به‌طور هم‌زمان، قیود دینامیکی، شرایط مرزی و قیود مسیر که در روابط (19) تا (21) توصیف شده‌است، برآورده شوند.

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \tag{19}$$
$$\phi\left(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f\right) = 0 \tag{20}$$
$$C(x(t), u(t), t) \le 0 \tag{21}$$

روش‌های حل مسئله کنترل بهینه به‌طور کلی به دو دسته غیرمستقیم و مستقیم تقسیم‌بندی می‌شوند [17]. در روش‌های غیرمستقیم، با استخراج

[1] Bolza

شرایط مرتبه اول بهینگی، مسئله کنترل بهینه به یک مسئله مقدار مرزی تبدیل می‌شود. مزیت اصلی روش‌های مستقیم، دقت بالای حل و اطمینان از ارضا شدن شرایط بهینگی مرتبه اول می‌باشد. با این وجود، روش‌های غیرمستقیم دارای معایب متعددی از جمله دشواری استخراج معادلات، شعاع همگرایی کوچک و وابستگی زیاد به حدس اولیه و استفاده از پارامترهای شبه‌حالت که از نظر فیزیکی ملموس نیستند، می‌باشند [18].

برای جبران مشکلات موجود در روش‌های غیرمستقیم، روش‌های مستقیم توسعه داده شده‌اند که در آن‌ها با تخمین متغیرهای حالت و کنترلی، مسئله کنترل بهینه، به یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌شود [19]. روش شبه‌طیفی[1]، یکی از روش‌های مستقیم حل مسئله کنترل بهینه می‌باشد. اغلب در روش‌های شبه‌طیفی برای تخمین متغیرهای کنترل و حالت، از توابع پایه متعامد لاگرانژ استفاده می‌شود [20]. به این منظور از نقاط مشخصی که اصطلاحاً گره محاسباتی نامیده می‌شود، استفاده می‌شود. در این مقاله، از نقاط لژاندر-گاوس-رادو که ریشه‌های حاصل جمع چندجمله‌ای‌های مرتبه n و $n-1$ لژاندر می‌باشد، استفاده شده است. چند جمله‌ای‌های مرتبه n لژاندر به‌صورت رابطه (22) تعریف می‌شود.

$$P_n = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{d\tau^n}[(\tau^2-1)^n] \tag{22}$$

این نقاط در بازه $[-1,1]$ تعریف می‌شوند، لذا لازم است که بازه زمانی مسئله کنترل بهینه با یک تغییر متغیر از $[t_0, t_f]$ به $[-1,1]$ تبدیل شود. این کار با استفاده از رابطه (23) انجام می‌شود.

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \tag{23}$$

با تعیین نقاط لژاندر-گاوس-رادو، بایستی نحوه محاسبات عددی هر یک از بخش‌های مسئله معین شود. ابتدا بایستی تابع هزینه محاسبه شود. این کار با استفاده از محاسبه مجموع وزن‌دهی شده مقادیر تابع هزینه در گره‌ها انجام می‌شود. تابع هزینه نیز با استفاده از قاعده انتگرال‌گیری گاوس و اعمال تغییر متغیر رابطه (23) به صورت رابطه (24) ارائه می‌شود.

$$J \approx \varphi\big(x(\tau_0), \tau_0, x(\tau_f), \tau_f\big) + \frac{t_f - t_0}{2}\sum_{k=1}^{N} w_k g(\tau_k) \tag{24}$$

که در آن پارامترهای وزن‌دهی w_k از رابطه زیر محاسبه می‌شوند.

$$w_k = \frac{1}{(1-\tau_i)\big[\dot{P}_{n-1}(\tau_i)\big]^2}, \quad 2 \le i \le N$$
$$w_1 = \frac{2}{N^2} \tag{25}$$

در رابطه (25)، N تعداد گره‌ها می‌باشد. یکی دیگر از مباحث محاسبات عددی در روش شبه‌طیفی، نحوه میان‌یابی است که همان‌طور که بیان شد اغلب در این روش، میان‌یابی با استفاده از چندجمله‌ای‌های لاگرانژ انجام می‌شود. به این منظور، با در نظر گرفتن N گره محاسباتی به‌عنوان نقاط پایه، یک چندجمله‌ای درجه $N-1$ بر نقاط برآزش می‌شود. چندجمله‌ای لاگرانژ برای تخمین تابع $x(\tau)$ به‌صورت رابطه (26) بیان می‌شود.

$$x(\tau) \approx \mathrm{X}(\tau) = \sum_{k=1}^{N} x(\tau_k) L_k(\tau),$$
$$L_k(\tau) = \prod_{j \ne i}^{N+1} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}, \quad (i = 1, \dots, N+1) \tag{26}$$

با تخمین بردار متغیرهای حالت توسط چندجمله‌ای‌های لاگرانژ در رابطه (26) و مشتق گیری از آن نسبت به τ رابطه (27) حاصل می‌شود.

$$\dot{x}(\tau) \approx \dot{\mathrm{X}}(\tau) = \sum_{k=1}^{N} x(\tau_k)\dot{L}_k(\tau), \tag{27}$$

با ترکیب رابطه (27) و (19) و اعمال تغییر متغیر بیان شده در رابطه (23)، قیود دیفرانسیلی مسئله به‌صورت رابطه (28) بیان می‌شود.

$$\sum_{k=1}^{N} x(\tau_k)\dot{L}_k(\tau) = \frac{t_f - t_0}{2} f(x(\tau), u(\tau), \tau)$$
$$(k = 1, \dots, N) \tag{28}$$

با حاصل شدن رابطه (28)، مسئله کنترل بهینه اولیه به مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌شود که با استفاده از نرم‌افزارهای بهینه‌سازی در این حوزه قابل حل می‌باشد. هدف مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی ایجاد شده، کمینه‌سازی تابع هزینه رابطه (24) و در عین حال ارضا شدن قیود دینامیکی رابطه (28)، شرایط مرزی رابطه (20) و قید مسیر رابطه (21) می‌باشد. در واقع پارامترهای مجهول در این مسئله مقادیر متغیرهای حالت و کنترلی در گره‌های تعیین شده است. در این مقاله، برای حل مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی از نرم‌افزار اسناپت[2] [21] استفاده شده است. این نرم‌افزار از الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دوم برای حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی استفاده می‌کند. در این الگوریتم، توابع تحت بهینه‌سازی بایستی هموار باشند ولی شرط محدب بودن توابع لازم نیست.

4- مطالعات موردی

در این قسمت، نتایج حاصل از الگوریتم ارائه شده جهت برنامه‌ریزی مسیر بهینه پروازی در دو سناریوی مختلف برای دو پروفیل متفاوت از عوارض زمین مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مشخصات عملکردی و قیود در نظر گرفته شده برای هواپیمای مورد مطالعه در جدول 1 آورده شده‌است. شرایط و قیود اولیه و انتهایی بر روی متغیرهای حالت به صورت زیر تعریف شده است:

$$X_0 = [x = 0\ \mathrm{m} \quad y = 1150\ \mathrm{m} \quad V = 50\ \mathrm{m/s} \quad \gamma = 0]$$
$$X_f = [x = 9000\ \mathrm{m} \quad y = 1750\ \mathrm{m} \quad V = \mathrm{free} \quad \gamma = 0] \tag{29}$$

در اولین سناریو، طراحی مسیر با هدف کمینه کردن زمان پروازی عملیات انجام شده است. در این حالت، با فرض پرواز در منطقه‌ای شامل عوارض با شیب ملایم پستی و بلندی‌ها و هموار بودن پروفیل عوارض مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه ارتفاع نوار مجاز پروازی پایین برابر

جدول 1 مشخصات فنی و قیود فیزیکی هواپیما

Table 1 Aircraft technical data and physical constraints

ردیف	عنوان	مقدار
1	جرم هواپیما	$m_0 = 2000\ \mathrm{kg}$
2	سطح مقطع مرجع	$S = 16.25\ \mathrm{m}^2$
3	ضریب منظری بال	$AR = 7.77$
4	تراست موتور در سطح دریا	$T = 4.8\ \mathrm{KN}$
5	سرعت واماندگی	$V_{\mathrm{stall}} = 32\ \mathrm{m/s}$
6	بیشینه سرعت هواپیما	$V_{\max} = 115\ \mathrm{m/s}$
7	کمینه زاویه حمله	$\alpha_{\min} = -7^\circ$
8	بیشینه زاویه حمله	$\alpha_{\max} = +18^\circ$
9	بیشینه نرخ صعود	$RoC_{\max} = 8.6\ \mathrm{m/s}$
10	بیشینه نرخ نزول	$RoD_{\max} = 8.6\ \mathrm{m/s}$
11	کمینه زاویه مسیر پرواز	$\gamma_{\min} = -80^\circ$
12	بیشینه زاویه مسیر پرواز	$\gamma_{\max} = +80^\circ$
13	کمینه نرخ تغییرات زاویه مسیر	$\dot{\gamma}_{\min} = -5\ ^\circ/\mathrm{s}$
14	بیشینه نرخ تغییرات زاویه مسیر	$\dot{\gamma}_{\max} = +5\ ^\circ/\mathrm{s}$

[1] Pseudo-spectral

[2] SNOPT

100 متر و ارتفاع نوار بالایی برابر با 300 متر در نظر گرفته شده است.

با توجه به فرضیات ذکر شده نتایج موید این نکته است که در این حالت مسیر پروازی سعی در تبعیت از شکل پروفیل عوارض زمینی را دارد به‌طوریکه هواپیما خط سیر خود را را بر روی نوار پایینی دالان مجاز پروازی حفظ می کند. بررسی نتایج برای تعداد گره‌های محاسباتی مختلف در فرآیند حل نشان می‌دهد که با افزایش تعداد گره‌های محاسباتی تا حدود 80 گره، مقدار تابع هزینه کاهش به سمت مقدار کمینه را نشان می‌دهد و به ازا مقادیر بزرگتر از آن تغییرات تابع هزینه ناچیز است.

"شکل 3" مسیر پروازی کمترین زمان را به همراه نمودار تغییرات سرعت و زاویه مسیر پرواز وسیله پرنده نسبت به برد حرکتی نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این سناریو، هواپیما از حالت پرواز مستقیم‌الخط مانور خود را آغاز کرده و در نهایت با پیمودن مسیر بهینه در نقطه مقصد به زاویه مسیر صفر می‌رسد.

"شکل 3" مسیر کمینه زمان استخراج شده را به همراه تغییرات سرعت و زاویه وسیله پرنده برحسب برد افقی، نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مسیر پروازی با رعایت قیود مشخص شده، بین مرز پایینی و بالایی دالان مجاز پروازی قرار گرفته است و با توجه به هموار بودن پروفیل زمین و نیز قابلیت‌های دینامیکی هواپیمای موردنظر، مسیر پروازی با هدف کمینه‌سازی تلاش کنترلی تقریباً بر روی مرز پایینی محدوده ارتفاع مجاز پروازی قرار گرفته است.

"شکل 4"، نحوه تغییرات متغیرهای کنترلی زاویه حمله و دریچه گاز را نسبت به برد هواپیما نمایش می‌دهد. ساختار بنگ-بنگ کنترل دریچه گاز در سناروی کمترین زمان نشان می‌دهد که سرعت پروازی در طول مانور تعقیب، ثابت نخواهد بود. نحوه تغییرات زاویه حمله هواپیما به عنوان متغیر کنترلی دوم، نشان می‌دهد که زاویه حمله هواپیما بین حد مجاز تعیین شده تغییر کرده است.

همان‌طور که قبلاً توضیح آن گذشت، عدم در نظر گرفتن برخی از ویژگی‌های عملکردی هواپیما، منجر به استخراج متغیرهای کنترلی غیرقابل قبول می‌شود. بررسی‌های صورت پذیرفته در این تحقیق نشان می‌دهد، در نظر گرفتن دو پارامتر عملکردی هواپیما، شامل بیشینه نرخ صعود و نزول هواپیما و نیز بیشینه و کمینه نرخ تغییرات زاویه مسیر هواپیما، در طراحی

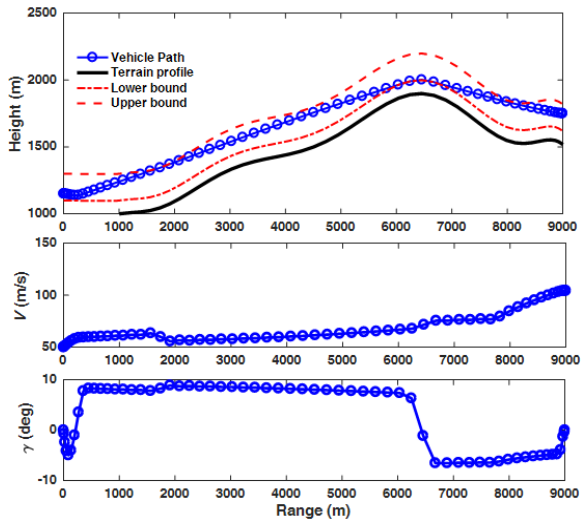

Fig. 3 Aircraft time optimal trajectory, speed and flight path angle in terms of range

شکل 3 مسیر پروازی کمترین زمان، تغییرات سرعت و زاویه مسیر برحسب برد

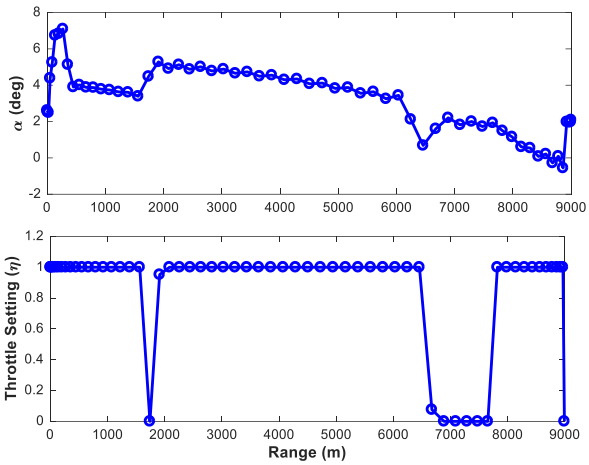

Fig. 4 Aircraft time optimal control variables of AoA and throttle setting in terms of range

شکل 4 تغییرات متغیرهای کنترل زاویه حمله و دریچه‌گاز برحسب برد

مانورهای تعقیب عوارض زمینی، به واقعی‌تر شدن نتایج کمک می‌کند. به این منظور، سناریوی کمترین زمان برای دو حالتِ بدون قید و همراه با قید عملکردی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

"شکل 5"، نتیجه اعمال قیود عملکردی مطرح شده را در استخراج مسیر پروازی نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اعمال محدودیت بر پارامترهای عملکردی شامل نرخ تغییرات ارتفاع و زاویه مسیر، سبب تغییر در مسیر تعقیب و فاصله گرفتن آن از نوار پایینی می‌شود. "شکل‌های 6 و 7"، نرخ تغییرات ارتفاع و زاویه مسیر پروازی را برای دو حالت برنامه‌ریزی مسیر با قیود عملکردی ذکر شده و حالت بدون قید را نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت نامقید نرخ صعود مسیر طراحی شده از بیشینه نرخ صعود هواپیما (8.6 متر بر ثانیه) فراتر می‌باشد و مسیر طراحی شده از نقطه نظر ارضا نمودن قیود عملکردی، معتبر نخواهد بود. همچنین در برخی از سناریوها نرخ تغییرات زاویه مسیر نیز در حالت نامقید، از مقدار مجاز مربوط به وسیله پرنده فراتر می‌رود. "شکل 8"، تغییرات متغیرهای کنترلی مسئله شامل زاویه حمله و دریچه گاز را برحسب برد پروازی برای دو حالت

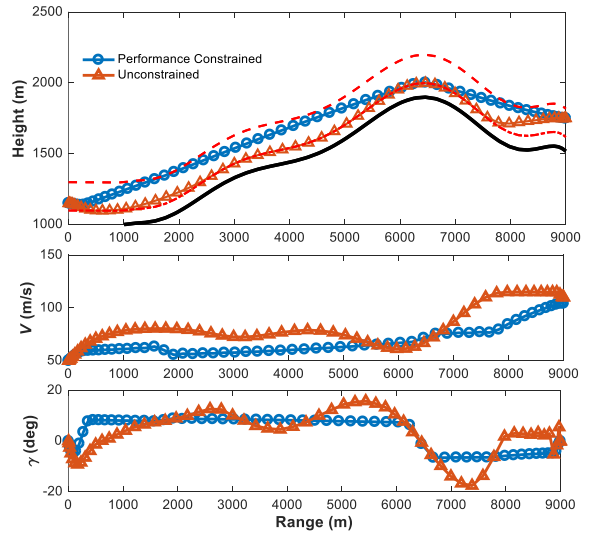

Fig. 5 Performance constraints effect on aircraft optimal trajectory in TF Maneuver

شکل 5 اثر اعمال قیود عملکردی بر مسیر پرواز در مانور تعقیب عوارض

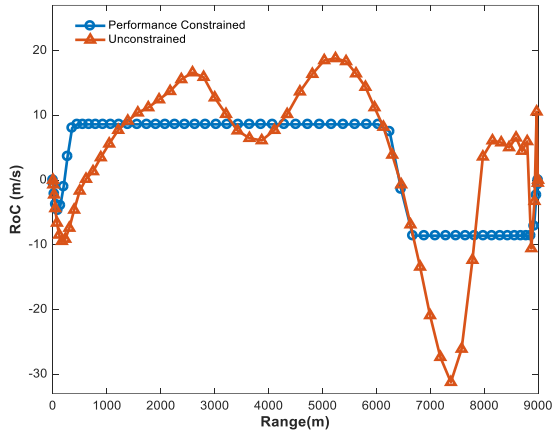

Fig. 6 Comparison of aircraft RoC/RoD in constrained and unconstrained trajectory planning

شکل 6 مقایسه نرخ صعود/نزول هواپیما برای دو حالت برنامه‌ریزی مسیر مقید و نامقید

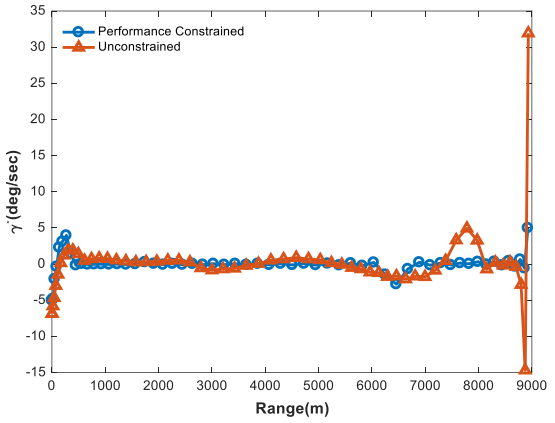

Fig. 7 Comparison of aircraft rate of change of flight path angle in constrained and unconstrained cases

شکل 7 مقایسه نرخ تغییرات زاویه مسیر هواپیما برای دو حالت مقید و نامقید

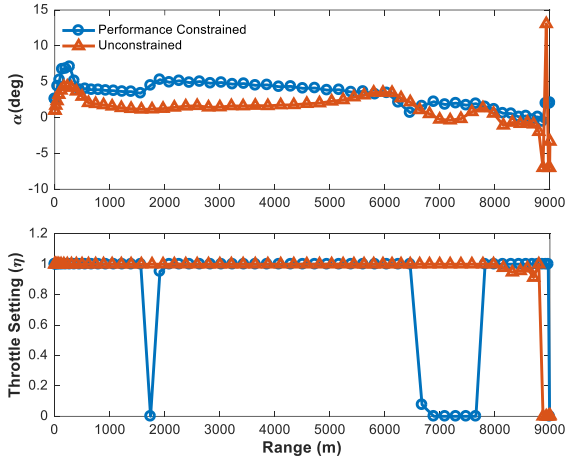

Fig. 8 Comparison of aircraft throttle setting history in constrained and unconstrained cases

شکل 8 مقایسه تاریخچه زمانی دریچه گاز هواپیما برای دو حالت مقید و نامقید

مقایسه می‌کند.

در مطالعه موردی دوم، همانند سناریوی قبل، هواپیما از حالت تریم در نقطه شروع با مانع عوارض زمین روبه‌رو می‌شود. در این مورد، نتایج حاصل از بهینه‌سازی مسیر، برای سه شاخص بهینگیِ کمترین زمان پرواز، کمینه تلاش کنترلی و کمینه شتاب عمودی وارد بر وسیله پرنده، بررسی شده‌است. زمان پرواز برای سه حالت یاد شده، به ترتیب عبارت از 138، 149 و 150 ثانیه می‌باشد. "شکل 9"، مسیرهای پروازی و متغیرهای حالت وسیله پرنده را برای سه حالت یاد شده نمایش می‌دهد.

"شکل 10"، نحوه تغییر فرمان‌های کنترلی دریچه گاز و زاویه حمله برحسب برد افقی را نمایش می‌دهد. برای حالتی که کمینه‌سازی تلاش کنترلی موردنظر است، نمودار دریچه گاز از حالت بنگ‌بنگ خارج می‌شود و طی یک پروفیلی از مقدار 1 در ابتدای مسیر به حدود 0.2 در انتهای مسیر می‌رسد. نکته دیگر اینکه، بالاترین مقادیر زاویه حمله برای مسیر کمترین شتاب عمودی است، که نشان می‌دهد در این حالت بیشترین تلاش کنترلی توسط الویتور انجام می‌شود.

در برخی از مواقع ممکن است وسیله پرنده با توجه به قابلیت‌های دینامیکی خود، توانایی دنبال کردن پروفیل عوارض زمین را به‌دلیل شیب زیاد و یا تغییرات ناگهانی انهنای پروفیل، نداشته باشد. برای حل این مشکل،

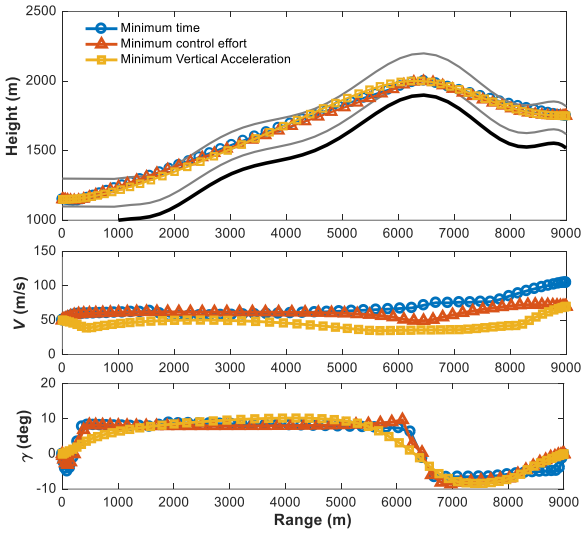

Fig. 9 Minimum time, minimum control effort and minimum vertical acceleration flight trajectories

شکل 9 مسیرهای پروازی کمینه‌زمان، کمینه تلاش کنترلی و کمینه شتاب عمودی

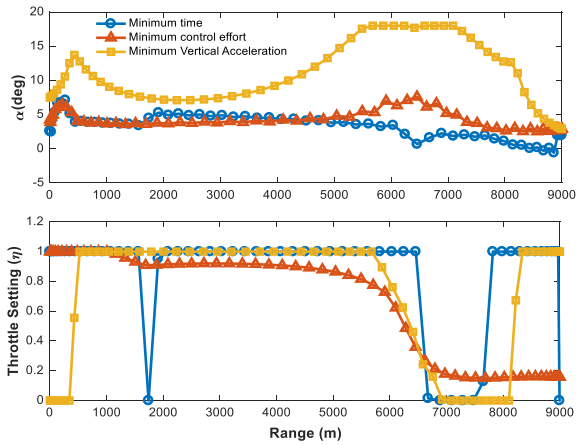

Fig. 10 Comparison of control variables for minimum time, minimum control effort and minimum vertical acceleration trajectories

شکل 10 مقایسه متغیرهای کنترلی برای مسیرهای کمترین زمان، کمینه تلاش کنترلی و کمینه شتاب عمودی

راه‌حل‌های متفاوتی می‌تواند مورد توجه قرار گیرد. یک راه‌کار، افزایش ارتفاع دالان پروازی است به‌گونه‌ای که بتوان به الگوریتم اجازه داد تا مسیر جایگزین را متناسب با دینامیک پرنده انتخاب کند.

در مطالعه موردی سوم، تأثیر تغییر پهنای نوار مجاز پروازی بر روی مسیر بهینه هواپیما، برای پرواز کمینه شتاب عمودی مطابق رابطه (15)، برای یک پرفیل عوارض جدید، مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط و قیود ابتدایی و انتهایی در این سناریو، مطابق رابطه ذیل می‌باشد:

$$X_0 = [x = 0\ \text{m} \quad y = 1450\ \text{m} \quad V = 50\ \text{m/s} \quad \gamma = 0]$$
$$X_f = [x = 8000\ \text{m} \quad y = 2170\ \text{m} \quad V = \text{free} \quad \gamma = 0] \qquad (30)$$

ارتفاع نوار پایینی دالان مجاز پروازی در سناریوی بیان شده 30 متر انتخاب شده است. "شکل 11"، تفاوت مسیرهای بهینه تعقیب عوارض را برای سناریوی پروازی یاد شده، نمایش می‌دهد. در حالت اول، ارتفاع نوار بالایی دالان مجاز پروازی 150 متر و در حالت دوم 400 متر در نظر گرفته شده است. زمان پرواز مسیرهای مرجع استخراج شده برای حالت اول 167 ثانیه و برای حالت دوم 169.5 ثانیه می‌باشد. نمودار "شکل 12"، نحوه تغییرات متغیرهای کنترلی و "شکل 13" نرخ صعود/ نزول وسیله پرنده را برحسب برد وسیله پرنده را نمایش می‌دهد. مقایسه نمودارها نشان می‌دهد

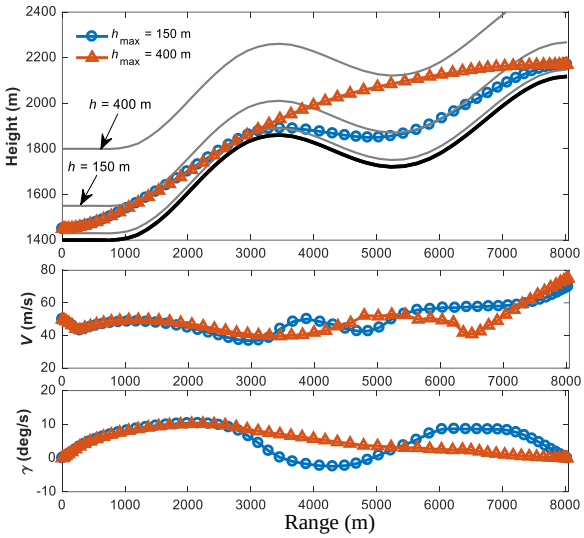

Fig. 11 Allowable flight band change effect on optimal trajectory

شکل 11 تأثیر تغییر پهنای نوار مجاز پروازی بر مسیر بهینه

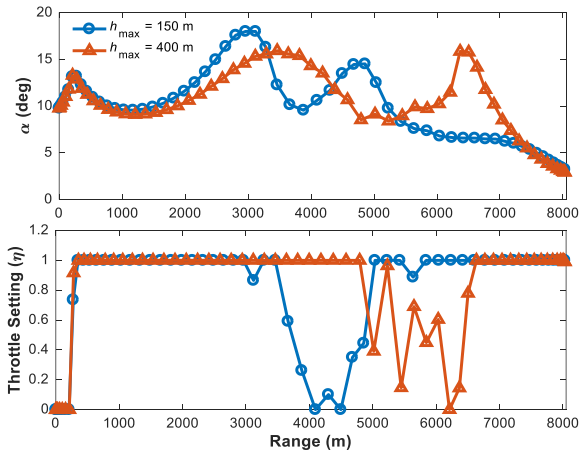

Fig. 12 Allowable flight band change effect on optimal control variables

شکل 12 تأثیر تغییر پهنای نوار مجاز پروازی بر متغیرهای کنترلی

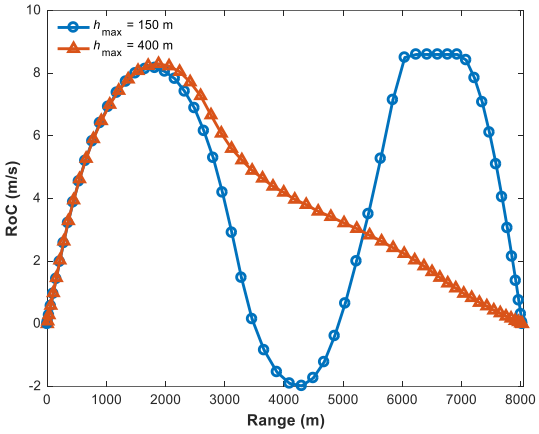

Fig. 13 Allowable flight band change effect on aircraft RoC/ RoD

شکل 13 تأثیر افزایش پهنای دالان مجاز پروازی بر نرخ صعود/ نزول هواپیما

که مسیر دوم با وجود این‌که دقیقا از پروفیل زمین تبعیت نمی‌کند، دارای مقادیر زاویه حمله و نرخ صعود هموارتر و با فاصله مناسب از محدوده اشباع هواپیما می‌باشد.

راه‌کار دیگر برای حل مشکل عدم هم‌خوانی قابلیت دینامیکی وسیله پرنده با شکل پروفیل عوارض زمینی، این است که شروع مانور در فاصله دورتری نسبت به پستی و بلندی شروع شود تا هواپیما فرصت کافی برای اجرای مانور لازم برای عبور از مانع را داشته باشد.

مطالعه موردی چهارم، تأثیر فاصله افقی هواپیما تا مانع در لحظه شروع مانور را بررسی می‌کند. در این راستا، مسیر بهینه با هدف کمینه کردن شتاب عمودی برای دو حالت $x_{\text{start}} = 0$ و $x_{\text{start}} = 1000$ استخراج شده‌است. "شکل 14"، مسیرهای استخراج شده و نحوه تغییر متغیرهای حالت را برحسب برد افقی نشان می‌دهد. "شکل 15 تا 17"، به ترتیب نحوه تغییر متغیرهای کنترلی، نرخ صعود/ نزول و نرخ تغییرات زاویه مسیر هواپیما را برای دو مسیر استخراج شده نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، زاویه حمله برای حالتی که شروع مانور نزدیک به مانع رخ می‌دهد، در بازه قابل توجهی در حالت بیشینه و اشباع قرار دارد. همچنین نرخ صعود و نزول هواپیما در برخی از نقاط مسیر از محدوده مجاز عبور کرده است. در یک نتیجه‌گیری کلی می‌توان گفت، در حالتی که وسیله پرنده مانور خود را در فاصله مناسبی از مانع شروع می‌کند، مسیر استخراج شده، هموار و متناسب با

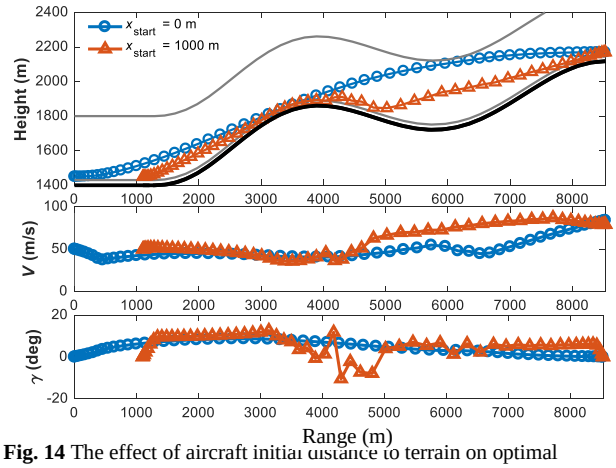

Fig. 14 The effect of aircraft initial distance to terrain on optimal trajectory

شکل 14 تأثیر فاصله افقی اولیه هواپیما تا مانع بر روی مسیر بهینه

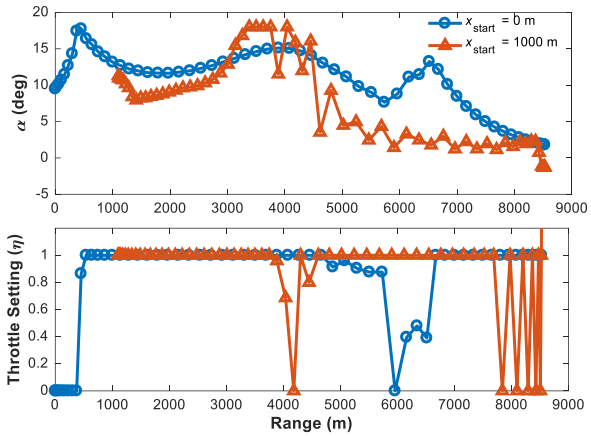

Fig. 15 The effect of aircraft initial distance to terrain on optimal control

شکل 15 تأثیر فاصله افقی اولیه هواپیما تا مانع بر روی کنترل بهینه

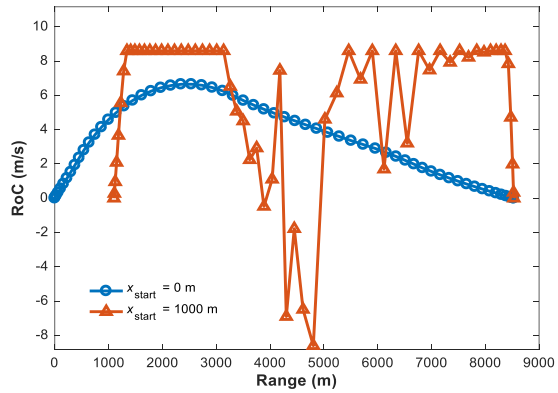

Fig. 16 The effect of aircraft initial distance to terrain on RoC/ RoD

شکل 16 تأثیر فاصله افقی اولیه هواپیما تا مانع بر صعود/ نزول

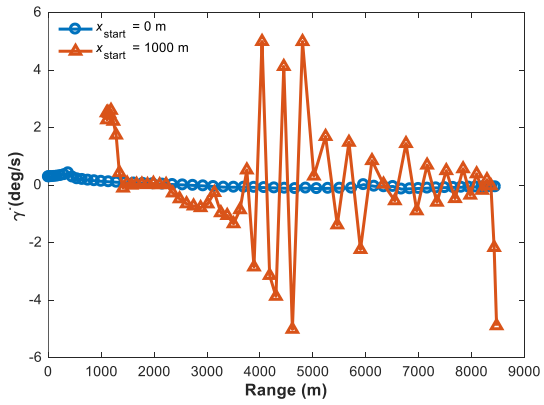

Fig. 17 The effect of aircraft initial distance to terrain on rate of change of flight path

شکل 17 تأثیر فاصله افقی اولیه هواپیما تا مانع بر نرخ تغییرات زاویه مسیر

دینامیک وسیله پرنده خواهد بود.

5- نتیجه‌گیری

طراحی سامانه کنترل پرواز هواپیما به‌خصوص برای اجرای مانورهای خاص، یک فرآیند زمان‌بر و حساس است که نیاز به در نظر گرفتن ابعاد مختلف سخت‌افزاری و نرم‌افزاری و شبیه‌سازی‌ها و آزمون‌های متعدد دارد. این حساسیت، زمانی که مانورهای هواپیما در نزدیکی سطح زمین انجام می‌شود مانند پرواز تعقیب عوارض زمین، حساسیت بیشتری پیدا می‌کند. مسئله اصلی در انجام مأموریت‌های TF/TA میزان فاصله مجاز پروازی از سطح عوارض برای عبور از فراز مناطق کوهستانی با ارتفاع نسبتاً بلند و شیب عوارض مختلف است.

با توجه به جمیع موارد یاد شده و همچنین حساسیت و درجه ریسک پرواز در ارتفاع پایین، می‌توان چنین نتیجه گرفت که چنانچه بتوان راه‌کاری را ارائه نمود که خصوصیات عملکردی و محدودیت های دینامیکی سیستم را به نحوی در فرآیند طراحی مسیر وارد کند، علاوه بر بالا بردن قابلیت اعتماد مسیرهای پروازی و کاهش احتمال خطا و سوانح پروازی، به ساده‌سازی سیستم هدایت وکنترل فعال TF/TA کمک شود.

در تحقیق حاضر با توجه به مسائل و مشکلات ذکر شده پیرامون مسیرهای هندسی منتج از سینماتیک حرکت جسم، در فرآیند محاسباتی مسیر بهینه جهت اجرای مانور تعقیب پستی و بلندی‌های زمین، از معادلات دینامیکی جرم نقطه‌ای در صفحه قائم و در مدل زمین تخت استفاده شده است که نسبت به معادلات سینماتیکی از درجه اعتبار بالاتری برخوردار بوده و به طبیعت مدل پرواز واقعی نزدیک‌تر است.

امکان‌پذیری فیزیکی مسیر پروازی طراحی شده با توجه به قابلیت‌های دینامیکی و عملکردی هواپیما با اعمال دو قید بیشینه نرخ صعود/ نزول هواپیما و بیشینه و کمینه نرخ افزایش زاویه مسیر در فرآیند استخراج مسیر بهینه منجر به نتایج واقعی‌تر شده است.

برای حل مسئله برنامه‌ریزی مسیر بهینه، روش حل مستقیم شبه‌طیفی لژاندر-گاوس-رادو برای استخراج مسیر بهینه مورد استفاده قرار گرفته است. پرواز تعقیب یا اجتناب عوارض زمین، با تعریف دالان (نوار) مجاز پروازی برای هواپیما و داخل کردن آن در جریان حل مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی به صورت قید مسیر انجام گرفته است. با تنظیم حد بالا و پایین نوار مجاز پروازی می‌توان مسیر پروازی را از تعقیب محض به حالت عبور از عوارض زمینی تغییر داد. این روش، در شرایطی وسیله پرنده، از لحاظ دینامیکی، توانایی تعقیب محض پروفیل زمین را نداشته باشد، منجر به تولید مسیرهای هموارتر و استخراج فرامین کنترلی ایمن می‌شود. همچنین فاصله پرنده در لحظه شروع مانور تعقیب عوارض زمین، می‌تواند به عنوان یک پارامتر مهم در طراحی مسیرهای ایمن و قابل اطمینان مورد توجه قرار گیرد. نتایج برنامه‌ریزی مسیر بهینه برای سناریوهای مختلف، با توابع هزینه متعدد شامل زمان پرواز، تلاش کنترلی و شتاب عمودی پرواز، استخراج گردید.

6- مراجع

[1] S. M. Malaek, A. Kosari, Dynamic based cost functions for TF/TA flights, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 48, No. 1, pp. 44–63, 2012.

[2] P. K. A. Menon, V. H. L. Cheng, E. Kim, Optimal trajectory synthesis for terrain-following flight, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 14, No. 4, pp. 807–813, 1991.

[3] S. M. Malaek, A. Kosari, Novel minimum time trajectory planning in terrain following flights, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 43, No. 1, pp. 2–12, 2007.

[4] P. L. Denton, R.V. Froeberg, A new Technique for terrain following/terrain avoidance guidance command generation, *AGARD Paper*, Vol. AGARD-CP-3, 1985.

[5] L. Qing, G. Wei, L. Yuping, S. Chunlin, Aircraft route optimization using genetic algorithms, *Second International Conference On Genetic Algorithms In Engineering Systems: Innovations And Applications*, Glasgow, IEEE, 1997.

[6] P. K. Menon, *Optimal Helicopter Trajectory Planning for Terrain Following Flight*, NASA Report, Atlanta, N90-23370, 1990.

[7] I. Khademi, B. Maleki, A. N. Mood, Optimal three dimensional Terrain Following/Terrain Avoidance for aircraft using direct transcription method, *Control & Automation (MED), 2011 19th Mediterranean Conference on*, 2011, Corfu, Greece, IEEE, pp. 254–258.

[8] R. Kamyar, E. Taheri, Aircraft optimal terrain/threat-based trajectory planning and control, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, No. 2, pp. 466–483, 2014.

[9] P. Lu, B. L. Pierson, Optimal aircraft terrain-following analysis and trajectory generation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 3, pp. 555–560, 1995.

[10] P. Lu, B. L. Pierson, Aircraft terrain following based on a nonlinear continuous predictive control approach, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 4, pp. 817–823, 1995.

[11] A. Kosari, H. Maghsoudi, A. Lavaei, Optimal online trajectory generation for a flying robot for terrain following purposes using neural network, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 0, No. 3, pp. 1–18, 2015.

[12] S. J. Asseo, Terrain following/terrain avoidance path optimization using the method of steepest descent, *Aerospace and Electronics Conference*, Dayton OHIO, IEEE, pp. 1128–1136, 1988.

[13] R. Zardashti, A. Nikkhah, Considering navigation error in the constraint optimal trajectory design over terrains for unmanned aerial vehicles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 145–155, 2014. (in Persian فارسی)

[14] H. K. Jafari, 3D Path Planning system design and development for unmanned aerial vehicle, *Tabriz Journal of Electrical Engineering*, Vol. 46, No. 3, pp. 83–94, 2016. (in Persian فارسی)

[15] A. Lavaei Yanesi, M. Amiri Atashgah, Three-Dimensional Constrained Optimal Motion Planning for a Six-Degree_of_Freedom Quadrotor Helicopter for Urban Traffic Purposes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 13–24, 2015 (in Persian فارسی).

[16] M. Rahim, S. M. Malaek, Aircraft terrain following flights based on fuzzy logic, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 83, No. 2, pp. 94–104, 2011.

[17] Z. J. Zhou, N. N. Yan, A survey of numerical methods for convection–diffusion optimal control problems, *Journal of Numerical Mathematics*, Vol. 22, No. 1, pp. 497–528, 2014.

[18] A. A. Naeeni, J. Roshanian, Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 143–152, 2015. (in Persian فارسی)

[19] G. T. Huntington, *Advancement and Analysis of a Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control Problems*, PhD Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 2007.

[20] F. Fahroo, I. M. Ross, I. Introduction, "Pseudospectral Methods for In fi nite-Horizon Optimal Control Problems, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 4, pp. 927–936, 2008.

[21] P. E. Gill, W. Murray, M. A. Saunders, SNOPT : An SQP Algorithm for Large-Scale Constrained Optimization, *SIAM review*, Vol. 47, No. 1, pp. 99–131, 2005.