مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 123-134

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال به جریان متقاطع آب: تحلیل دوفازی اولری-اولری

ادریس ترشیزی[1]، ایمان زحمتکش[2*]

1- دانش آموختهٔ کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، مشهد
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، مشهد
* مشهد، صندوق پستی 9187144123، zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 13 شهریور 1396
پذیرش: 06 آبان 1396
ارائه در سایت: 10 آذر 1396

کلید واژگان:
تزریق نانوسیال
رویکرد اولری-اولری
جت‌های دوگانه
جت مورب
جریان متقاطع

چکیده

این مقاله به بررسی تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال در کانالی با جریان متقاطع آب می‌پردازد. در این راستا، اثر پارامترهای مختلف هندسی و فیزیکی شامل سرعت، فاصله و زاویهٔ جت‌ها و همچنین، کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای تجزیه و تحلیل مسألهٔ حاضر، مدل دوفازی اولری-اولری به خدمت گرفته می‌شود. این رویکرد با حل مجموعه معادلات مجزا برای سیال پایه و نانوذرات، امکان پیش‌بینی رفتار هر یک از فازها را به‌طور جداگانه در میدان جریان فراهم می‌کند. صحت شبیه‌سازی‌های حاضر با مقایسهٔ نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی موجود به اثبات می‌رسد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که جایگزینی جت یگانه با جت‌های دوگانه، تبادل حرارت از سطح هدف را افزایش داده و توزیع آن را در طول صفحه یکنواخت‌تر می‌کند. علاوه بر این، مشخص می‌شود که افزایش در سرعت و فاصلهٔ جت‌ها بهبود انتقال حرارت را در پی دارد. با این وجود، تأثیر کسرحجمی نانوذرات موجود در نانوسیال تزریقی بر نرخ انتقال حرارت از سطح هدف به شدت به میزان نفوذ نانوذرات در جریان متقاطع آب وابسته است. کنکاش در نتایج حاکی از آن است که زاویهٔ تزریق جت‌های دوگانه نقش پر رنگی در میزان نفوذ نانوذرات و چگونگی توزیع آن‌ها در میدان جریان داشته و با تنظیم آن‌ها می‌توان تبادل حرارت از سطح هدف را بهبود بخشید.

Injection of twin oblique nanofluid jets into a water cross-flow: An Eulerian-Eulerian two-phase analysis

Edris Torshizi, Iman Zahmatkesh*

Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran
* P.O.B. 9187144123, Mashhad, Iran, zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 04 September 2017
Accepted 28 October 2017
Available Online 01 December 2017

Keywords:
Nanofluid injection
Eulerian-Eulerian approach
Twin jets
Oblique jet
Cross-flow

ABSTRACT

This paper deals with the injection of twin oblique nanofluid jets into a channel with water cross-flow. In this regard, the effects of different geometric and physical parameters including the velocity, distance, and angles of the jets as well as the nanoparticles volume fraction therein are studied. The Eulerian-Eulerian two-phase model is employed to analyze the present problem. By solving separate equation sets for water and the nanoparticles, this approach provides the possibility of behavior prediction for each of the phases inside the flow field, separately. The accuracy of the current simulations is confirmed by comparing the obtained results with available experimental data. The results show that replacement of a single jet with twin jets increases the heat exchange from the target surface and makes its distribution more uniform along the surface. In addition, it is found that rise in the velocity and distance of the jets leads to heat transfer improvement. However, the effect of the nanoparticles volume fraction in the injected nanofluid on the heat transfer rate of the target surface is strongly dependent to the nanoparticles penetration into the water cross-flow. Closer scrutiny of the results reveals that the injection angles of the twin jets play an important role in the nanoparticles penetration as well as their distribution pattern inside the flow field and thereby, by adjusting these angles, the heat exchange from the target surface can be improved.

1- مقدمه

افزایش تبادل حرارت در صنایع و تجهیزات مختلف همراه با کاهش هزینه‌های مرتبط با آن همواره مورد توجه طراحان و مهندسان بوده است. با پیشرفت روزافزون تکنولوژی به‌ویژه در صنعت الکترونیک و گرایش به ساختن قطعاتی با وزن کم و ابعاد بسیار کوچک، مشکلاتی در زمینهٔ خنک‌کاری این اجزا به وجود آمد. این در حالیست که افزایش چشمگیر تولید گرما در دستگاه‌های میکروالکترونیک مدرن و قطعات آن‌ها از یک سو، و کاهش عمر مفید و تضعیف عملکرد این تجهیزات در اثر تمرکز حرارت در فضایی محدود از سوی دیگر، نیاز به استفاده از سیستم‌های سازگار و نوین خنک‌کننده را در سال‌های اخیر تشدید کرده است [2,1]. در این میان، میکروکانال‌ها و

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

E. Torshizi, I. Zahmatkesh, Injection of twin oblique nanofluid jets into a water cross-flow: An Eulerian-Eulerian two-phase analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 123-134, 2018 (in Persian)

مینی‌کانال‌های حرارتی به دلیل ویژگی‌های ابعادی و قابلیت بالای دفع حرارت توجه بیشتری را به خود جلب کرده‌اند. مطالعات متعددی در زمینهٔ به‌کارگیری این دسته از کانال‌ها در مبدل‌های حرارتی و سیستم‌های دفع حرارت توسط دیکسیت و قوش [3] گردآوری شده است.

در کانال‌های حرارتی، دمای سیال در نزدیکی سطوح گرم همواره از نواحی مرکزی کانال بیشتر است. از این‌رو، چنان‌چه بتوان به روشی سیالی با دمای کمتر را با سیال گرم مجاور سطح هدف مخلوط کرد، نرخ تبادل حرارت افزایش قابل ملاحظه‌ای خواهد یافت. در گذشته پژوهش‌هایی پیرامون این موضوع صورت گرفته و روش‌های مختلفی برای آن نظیر ایجاد تیغه و شیار در سطح هدف، ایجاد تلاطم در جریان، تزریق جت سیال و همچنین مکش یا دمش سیال در نواحی نزدیک به سطح هدف ارائه شده است [5,4]. بدیهی است که توسعهٔ سیستم‌های خنک‌کاری و استفادهٔ همزمان از دو یا چند شیوهٔ مرسوم انتقال حرارت در یک سامانه، علاوه بر بهبود انتقال حرارت و افزایش راندمان، کاهش هزینه و فضای موردنیاز را به دنبال خواهد داشت.

به‌عنوان یک روش مؤثر، قابل اجرا و کارآمد جهت انتقال حرارت و جرم می‌توان به برخورد جت سیال اشاره کرد. در این فرآیند، اندازه حرکت قابل توجهی به سیال خروجی از نازل داده می‌شود که برخورد آن به سطح هدف، مقاومت در مقابل انتقال جرم، حرارت و اندازه حرکت را کاهش می‌دهد. علاوه بر این، تزریق جت به داخل محیط موجب تشکیل گردابه‌های کوچک و افزایش تبادل اندازه حرکت بین جت و سیال پیرامون شده که بهبود تبادل حرارت را در پی دارد [5]. روشن است که سرمایش یک سطح با روش برخورد جت بسیار مؤثرتر از جریان موازی با آن سطح است [6]. از این رو، بهره‌گیری از اثرات تزریق جت سیال در یک کانال حرارتی با حضور جریان متقاطع[1] از گذشته تا به امروز مورد توجه پژوهشگران بوده است.

اولین مطالعه در این زمینه به آزمایش بوچز [7] برمی‌گردد. او برخورد جت مدور به یک دیوار در محیطی با جریان متقاطع را مورد توجه قرار داد و مشاهده کرد که تزریق جت با سرعتی معادل 12 برابر سرعت جریان متقاطع، انتقال حرارت را تا 60% بهبود می‌بخشد.

در یک مطالعهٔ عددی، برخورد جت در کانالی با دندانه‌های برجسته و دارای جریان متقاطع توسط جیا و همکاران [8] مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آن‌ها حاکی از نقش تأثیرگذار سرعت تزریق جت و اندازهٔ دندانه‌ها بر ضریب جابه‌جایی بود. نتایج عددی و آزمایشگاهی زینگ و همکاران [9] نیز در پژوهشی مشابه، مؤید همین مطالب بوده است.

در تحقیقی دیگر، وایی‌هایی و همکاران [10] به تحلیل عددی و آزمایشگاهی برخورد جت هوا به دیوار تونل باد در حضور جریان متقاطع هوا پرداختند. نتایج به‌دست آمده نشان داد که افزایش سرعت جریان متقاطع هوا موجب بالا رفتن بیشینهٔ عدد ناسلت در ناحیهٔ برخورد می‌شود.

اخیراً نیز وانگ و همکاران اثر یک بالهٔ مستطیلی [11] و دلتا شکل [12] را بر روی انتقال حرارت جت برخوردی به یک صفحهٔ شار ثابت که در معرض جریان متقاطع قرار گرفته، مورد مطالعهٔ آزمایشگاهی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که وجود باله موجب افزایش تبادل حرارت شده و این افزایش در حضور بالهٔ مستطیلی بیشتر از بالهٔ دلتا شکل است.

مرور مقالات موجود بیانگر این واقعیت است که استفاده از شیوه‌های نوین در تزریق جت سیال به بهبود ویژگی‌های جریان و انتقال حرارت کمک می‌کند. از مؤثرترین شیوه‌های موجود می‌توان به تزریق جت‌های دوگانه یا چندگانه[2]، جت‌های مورب[3]، جت‌های ضربانی[4] و جت‌های چرخشی[5] اشاره کرد. با وجود کاربرد گستردهٔ هریک از این موارد در مطالعات پیشین، بکارگیری آن‌ها در تزریق جت سیال به داخل کانالی با جریان متقاطع کمتر مورد توجه بوده است.

در یک مطالعهٔ آزمایشگاهی، گوتمارک و همکاران [13] به مقایسهٔ تزریق جت‌های یگانه و دوگانه در جریان متقاطع درون یک تونل باد پرداختند. نتایج این آزمایش نشان داد که استفاده از دو دهانه برای تزریق جت موجب افزایش نفوذ جت سیال در جریان متقاطع شده و لذا تأثیرگذاری آن بر میدان جریان بیشتر از جت یگانه است.

در مطالعه‌ای دیگر، نیمبالکار و همکاران [14] تزریق جت‌های دوگانهٔ آب داغ در لوله‌ای با جریان متقاطع آب سرد را مورد بررسی عددی و آزمایشگاهی قرار داده و مشاهده کردند که بیشینهٔ دمای متوسط آب در تزریق جت‌های دوگانه نسبت به جت یگانه بیشتر است. آن‌ها علت این امر را اثر پوششی جت اول و در نتیجه نفوذ بیشتر جت دوم در جریان متقاطع دانسته و عنوان کردند که این اثر با فاصلهٔ بین دو جت رابطهٔ عکس دارد.

اخیراً زانگ و نیو [15] با انجام یک مطالعهٔ آزمایشگاهی، مقایسه‌ای از تزریق جت‌های یگانه و دوگانه در جریان متقاطع ارائه کردند. نتایج به‌دست آمده حاکی از آن بود که جهش و نفوذ سیال در جت‌های دوگانه بیشتر از جت یگانه بوده و افزایش فاصلهٔ بین دو جت و سرعت تزریق جت‌ها این امر را تشدید می‌کند. رادهوآن و همکارن [16] نیز نتایج مشابهی را گزارش کردند.

برخی پژوهشگران به بررسی اثر زاویهٔ تزریق جت نسبت به جریان متقاطع پرداختند. به عنوان نمونه، تجزیه و تحلیل عددی وگنر و همکاران [17] ثابت کرد که تزریق جت در زاویه‌ای مخالف با جریان متقاطع، شرایط مساعدتری را برای اختلاط دو جریان ایجاد می‌کند.

همچنین، ال‌گابری و کامینسکی [18] به شبیه‌سازی سه بعدی برخورد جت متلاطم زاویه‌دار در حضور جریان متقاطع پرداختند. آن‌ها با بررسی سه زاویهٔ °30، °45 و °90 برای تزریق جت دریافتند که بیشترین مقدار عدد ناسلت میانگین در زاویهٔ °90 رخ می‌دهد.

تامب [19] نیز در بخشی از پژوهش آزمایشگاهی خود اثر زاویه را در تزریق جت‌های مایع به داخل جریان متقاطع غیریکنواخت بررسی کرد. او با در نظر گرفتن سه زاویهٔ °30، °45 و °60 برای تزریق جت، بیشترین میزان اختلاط دو جریان را در زاویهٔ °45 مشاهده کرد.

در اکثر مطالعات انجام شده در این زمینه، سیالات متداول حرارتی به عنوان سیال خنک‌کننده مورد استفاده بوده است. بدیهی است که افزایش هدایت حرارتی سیال عامل در هر سیستم خنک‌کاری موجب بهبود انتقال حرارت می‌شود. یکی از روش‌های جدید در نیل به این هدف، استفاده از نانوسیالات[6] است که از پخش نانوذرات فلزی و یا اکسید فلزی با ضریب هدایت حرارتی بالا در سیال پایه به‌دست می‌آیند. بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی در نانوسیالات سبب شد تا محققان بسیاری به تحلیل استفاده از آن‌ها در طیف وسیعی از مسائل مهندسی بپردازند.

با تزریق جت نانوسیال در کانالی با جریان متقاطع می‌توان علاوه بر استفادهٔ بهینه از قابلیت‌های فیزیکی جت‌ها، از ظرفیت حرارتی نانوسیال نیز بهره جست. با وجودی که اخیراً باریک و همکاران [20] به تحلیل عددی

[1] Cross-flow

[2] Multiple or twin
[3] Oblique
[4] Pulsating
[5] Rotating
[6] Nanofluids

جریان نانوسیال در مسألهٔ تزریق جت در جریان متقاطع پرداخته‌اند، ویژگی‌های جریان و انتقال حرارت در کانالی با جریان متقاطع از یک مایع خالص که تحت تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال قرار گرفته، تاکنون مورد توجه نبوده است.

در مطالعات تئوری، برای شبیه‌سازی جریان نانوسیالات از مدل تک‌فازی یا مدل‌های دوفازی استفاده می‌شود. در مدل تک‌فازی فرض بر این است که سیال پایه و نانوذرات همواره دارای سرعت و دمای یکسانی در میدان جریان می‌باشند. از این‌رو، نانوسیال را می‌توان به صورت یک سیال همگن در نظر گرفت و همه معادلات حاکمی را که برای جریان سیال خالص به‌کار می‌رود، برای نانوسیالات هم به خدمت گرفت با این تفاوت که در معادلات مذکور باید از خواص مؤثر استفاده کرد. این رویکرد به‌دلیل سادگی و حجم کم محاسبات در بسیاری از مطالعات نانوسیالات مورد استفاده بوده است. با این وجود، پژوهش‌های متعددی وجود دارند که دقت مدل تک‌فازی را برای تحلیل جریان نانوسیالات به چالش می‌کشند [21].

برای تجزیه و تحلیل جریان‌های چندفازی می‌توان از دیدگاه اولری-لاگرانژی و یا دیدگاه اولری استفاده کرد. در دیدگاه اولری-لاگرانژی، سیال پایه به عنوان فازی پیوسته مطالعه شده و مشخصات آن با حل معادلات ناویر-استوکس تعیین می‌شود (دیدگاه اولری)؛ درحالی‌که مشخصات فاز ثانویه با ردیابی تعداد زیادی از ذرات در میدان جریان و اعمال قانون دوم نیوتن به هر یک از آن‌ها معلوم می‌شود (دیدگاه لاگرانژی). دیدگاه اولری-لاگرانژی را در مواردی که کسرحجمی فاز ثانویه بسیار کم باشد می‌توان به‌کار برد. البته حتی در این حالت نیز تعداد نانوذرات حاضر در میدان محاسباتی بسیار زیاد خواهد بود که علت آن، کوچک بودن این ذرات می‌باشد. با توجه به محدودیت‌های موجود در نرم‌افزارها و سیستم‌های پردازشی، اعمال دیدگاه اولری-لاگرانژی به جریان نانوسیالات بسیار پر هزینه به نظر می‌رسد [23,22].

دیدگاه اولری شامل مدل حجم سیال[1]، مدل مخلوط و مدل اولری-اولری (دوسیاله) می‌باشد. در این میان، مدل دوسیاله تنها مدلی است که امکان مطالعه و پیش‌بینی رفتار نانوذرات در میدان جریان را به‌عنوان فازی مجزا فراهم می‌آورد. با اعمال مدل اولری-اولری به جریان نانوسیالات، سیال پایه و نانوذرات به‌عنوان دو فاز مجزا در نظر گرفته شده و معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای هر یک از فازها به طور جداگانه حل می‌شوند. ارتباط این معادلات از طریق ضرایب تبادل میان‌فازی صورت گرفته و این ارتباط به نوع فازها بستگی دارد. به عنوان مثال، ضرایب تبادل میان‌فازی برای جریان دانه‌ای[2] (سیال-جامد) متفاوت از جریان غیردانه‌ای (سیال-سیال) می‌باشد. بدین ترتیب، در رویکرد اولری-اولری، سیال پایه و نانوذرات می‌توانند سرعت و دمای متفاوتی را در میدان جریان دارا باشند. رویکرد دوسیاله علاوه بر جریان‌های دوفازی برای مخلوط‌های گازی دوتایی[3] نیز به‌کار می‌رود [24]. به دلیل پیچیدگی روابط و حجم بالای محاسبات، از مدل دوفازی اولری-اولری در مطالعهٔ جریان نانوسیالات کمتر استفاده شده است.

از پژوهش‌های انجام شده با این رویکرد می‌توان به مطالعات ترشیزی و زحمتکش اشاره کرد. آن‌ها جریان نانوسیالات آب/Cu و آب/Al_2O_3 را به ترتیب در ریزمجراها [25] و جت‌های برخوردی [26] با استفاده از مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و اولری-اولری مورد مطالعهٔ عددی قرار داده و مشاهده کردند که مدل اولری-اولری تبادل حرارت بیشتری را نسبت به سایر مدل‌ها پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها در پژوهشی دیگر، مدل اولری-اولری را برای تحلیل جریان متلاطم نانوسیال آب/Al_2O_3 در مسألهٔ برخورد جت به‌کار بردند [27]. نتایج به‌دست آمده نشان داد که مدل اولری-اولری قادر است عدم تعادل محلی بین فازها را در میدان جریان پیش‌بینی کند. اخیراً نیز آن‌ها با بهره‌گیری از مدل اولری-اولری به توصیف جریان و انتقال حرارت آب در یک گام پسرو[4] تحت دمش‌های پایا [28] و ناپایای [29] نانوسیالات پرداختند. موشکافی رفتار نانوذرات در این دو پژوهش اثبات می‌کند که علاوه بر ضریب هدایت حرارتی نانوذرات، میزان نفوذ آن‌ها در جریان آب نیز بر میزان تبادل حرارت از سطوح مختلف کانال تأثیرگذار است. جدول 1 چکیده‌ای از این مطالعات را ارائه می‌کند.

مرور مقالات موجود نشان می‌دهد که رویکرد دوسیاله مورد توجه محققان دیگری نیز بوده است. کلته و همکاران [30] از مدل دوفازی اولری-اولری برای شبیه‌سازی جریان نانوسیال آب/Cu درون ریزمجراها استفاده کردند. بررسی آن‌ها نشان داد که این مدل انتقال حرارت بیشتری را نسبت به مدل تک‌فازی پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها در پژوهشی دیگر به مقایسهٔ نتایج مدل‌های تک‌فازی و اولری-اولری با داده‌های آزمایشگاهی پرداختند [31]. بیشترین انحراف از نتایج آزمایشگاهی برای مدل اولری-اولری 7.42% و برای مدل تک‌فازی 12.61% به‌دست آمد. مشابه این کاوش توسط انوربگ و همکاران [32] در تحلیل جریان نانوسیال زیستی آب/Al_2O_3 در یک لوله مدور صورت گرفت و بیشترین انحراف از داده‌های آزمایشگاهی برای مدل‌های

جدول 1 مروری بر مطالعات پیشین نویسندگان پیرامون بکارگیری رویکرد دوفازی اولری-اولری در تحلیل جریان نانوسیالات

Table 1 An overview of previous studies of the authors about the utilization of the Eulerian-Eulerian two-phase approach for the analysis of nanofluid flows

مرجع	هندسهٔ مسأله	دستاوردها
[25]	ریزمجرا	- مقایسهٔ مدل‌های تک‌فازی و دوفازی در این مسأله - تخمین بیشتر تبادل حرارت در مدل اولری-اولری نسبت به مدل‌های تک‌فازی و مخلوط
[26]	برخورد جت	- مقایسهٔ مدل‌های تک‌فازی و دوفازی در این مسأله - مشاهدهٔ ظهور عدم تعادل هیدرودینامیکی و ایجاد تعادل دمایی میان نانوذرات و سیال پایه - ناچیز بودن سهم نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات در مقابل نیروی پسا
[27]	برخورد جت متلاطم	- توسعهٔ مدل اولری-اولری به جریان‌های متلاطم - مشاهدهٔ عدم حضور تعادل هیدرودینامیکی با وجود برقراری تعادل دمایی میان نانوذرات و سیال پایه
[28]	دمش پایای نانوسیال به جریان آب در یک گام پسرو	- مشاهدهٔ ظهور عدم تعادل هیدرودینامیکی و ایجاد تعادل دمایی میان نانوذرات و سیال پایه - وابستگی تبادل حرارت به میزان نفوذ نانوذرات در آب - ناچیز بودن اثر نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات در مقابل نیروی پسا در این مسأله
[29]	دمش ناپایای نانوسیال به جریان آب در یک گام پسرو	- اعمال مدل اولری-اولری به جریان‌های ناپایا - مشاهدهٔ عدم حضور تعادل هیدرودینامیکی با وجود برقراری تعادل دمایی میان نانوذرات و سیال پایه - وابستگی تبادل حرارت به فرکانس و اندازهٔ دمش و جنس و اندازهٔ نانوذرات دمیده شده - مشاهدهٔ توزیع غیریکنواخت نانوذرات در میدان جریان

[1] Volume of fluid (VOF)
[2] Granular
[3] Binary gas mixtures
[4] Backward-facing step

اولری-اولری و تک‌فازی به ترتیب حدود 7% و 35% گزارش شد.

علاوه بر این، مروجی و اردهالی [33] به مقایسهٔ نتایج مدل‌های تک‌فازی و دوفازی در تحلیل جریان آرام نانوسیال آب/Al_2O_3 در یک مینی‌کانال پرداختند. یافته‌های این مطالعه نشان داد که نتایج پیش‌بینی شده با مدل اولری-اولری به داده‌های آزمایشگاهی بسیار نزدیک‌تر از مدل تک‌فازیست. مطالعات رشیدی و همکاران [34] و اکبری و همکاران [35] نیز مؤید همین مطلب بوده است.

اخیراً بهرویان و همکاران [36] مقایسهٔ جامعی از روش‌های عددی را برای شبیه‌سازی جریان نانوسیال آب/Al_2O_3 در یک لوله ارائه نمودند. نتایج آن‌ها حاکی از این واقعیت بود که مدل اولری-اولری با خطای متوسط 2.79% دقیق‌تر از سایر مدل‌هاست. در پژوهش‌های گوکتپه و همکاران [37] و ربیعی و عطف [38] نیز بر استفاده از رویکرد دوسیاله در شرایطی که برآورد میزان انتقال حرارت و افت فشار نانوسیال اهمیت دارد، تأکید شده است.

مقالهٔ حاضر به استفاده از رویکرد دوفازی اولری-اولری برای تحلیل جریان متقاطع آب داخل کانالی که تحت تزریق جت‌های دوگانه و مورب نانوسیال قرار گرفته، می‌پردازد. هدف، مطالعهٔ اثر تزریق جت‌های نانوسیال و ارزیابی پارامترهای مختلف وابسته به آن بر میزان انتقال حرارت از سطح هدف است. همچنین، با بهره‌گیری از رویکرد دوسیاله، رفتار سیال پایه و نانوذرات به‌طور مجزا در داخل میدان جریان مورد کنکاش قرار می‌گیرد. با توجه به تزریق نانوسیال به جریان آب در مسألهٔ حاضر، غلظت نانوذرات تغییرات چشمگیری را در میدان حل تجربه می‌کند. از این‌رو، نمی‌توان مدل تک‌فازی را که توزیع نانوذرات را یکنواخت فرض می‌کند برای آن به‌کار برد.

2- مدل‌سازی ریاضی

2-1- پیکربندی هندسی

طرح شماتیک مسألهٔ حاضر در "شکل 1" ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هندسهٔ مورد نظر کانالیست دوبعدی که آب خالص از یک سوی آن وارد شده و همزمان تحت تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال آب/Al_2O_3 قرار می‌گیرد. عرض جت‌ها با W، ارتفاع کانال با H و طول سطح هدف با L مشخص شده‌اند که مقادیر عددی آن‌ها ثابت بوده و به ترتیب برابر 4 میلی‌متر، 16 میلی‌متر و 200 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. پارامترهای متغیر در این هندسه شامل فاصلهٔ بین دو جت و زاویهٔ تزریق آن‌ها بوده که به ترتیب با D و α نشان داده شده‌اند. مطابق "شکل 1"، دهانهٔ نزدیک‌تر به ورودی جریان متقاطع آب با عنوان جت اول و دهانهٔ دورتر با عنوان جت دوم نام‌گذاری شده که زاویهٔ آن‌ها به ترتیب α_1 و α_2 می‌باشد.

2-2- معادلات حاکم

براساس رویکرد دوفازی اولری-اولری، معادلات حاکم بر جریان نانوسیال به‌صورت زیر بیان می‌شوند [28]:

معادلات پیوستگی:

$$\nabla\cdot\left(\rho_f\phi_f V_f\right)=0 \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\left(\rho_p\phi_p V_p\right)=0 \tag{2}$$

که با توجه به تعریف کسرهای حجمی می‌توان نوشت:

$$\phi_f+\phi_p=1 \tag{3}$$

معادلات اندازه‌حرکت:

$$\nabla\cdot\left(\rho_f\phi_f V_f V_f\right)=-\phi_f\nabla P+\nabla\cdot\left[\phi_f\mu_f\left(\nabla V_f+\nabla V_f T\right)\right]+F_d+F_{vm} \tag{4}$$

$$\nabla\cdot\left(\rho_p\phi_p V_p V_p\right)=-\phi_p\nabla P+\nabla\cdot\left[\phi_p\mu_p\left(\nabla V_p+\nabla V_p T\right)\right]-F_d-F_{vm}+F_{col} \tag{5}$$

با توجه به اندازه بسیار کوچک ذرات می‌توان از نیروی برا[1]ی وارد بر آن‌ها چشمپوشی کرد. نیروی پسا[2] نیز از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F_d=-\gamma(V_f-V_p) \tag{6}$$

که در آن، ضریب اصطکاک (γ) به صورت زیر محاسبه می‌شود [39]:

$$\gamma=\frac{3}{4}C_d\frac{\phi_f(1-\phi_f)}{d_p}\rho_f\left|V_f-V_p\right|\phi_f^{-2.65} \tag{7}$$

در این رابطه، C_d ضریب پسا بوده که از تابع دو ضابطه‌ای زیر حاصل می‌شود [30]:

$$C_d=\begin{cases}\dfrac{24+3.6\mathrm{Re}_p^{0.687}}{\mathrm{Re}_p} & ,\mathrm{Re}_p<1000\\ 0.44 & ,\mathrm{Re}_p\geq 1000\end{cases} \tag{8}$$

روشن است که برای محاسبه ضریب پسا نیاز به تعیین عدد رینولدز محلی ذرات می‌باشد:

$$\mathrm{Re}_p=\phi_f\rho_f\left|V_f-V_p\right|d_p/\mu_f \tag{9}$$

در معادلات (4) و (5)، F_{vm} و F_{col} به ترتیب نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات[3] بوده که از روابط زیر به‌دست می‌آیند [41,40]:

$$F_{vm}=0.5\phi_p\rho_f\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{Dt}}\left(V_f-V_p\right) \tag{10}$$

$$F_{col}=G\phi_f\nabla\phi_f \tag{11}$$

در رابطهٔ (11)، G ضریب اثر متقابل ذرات بوده که به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$G=1.0\exp[-600(\phi_f-0.376)] \tag{12}$$

معادلات انرژی:

$$\nabla\cdot\left(\rho_f\phi_f C_{p_f}T_f V_f\right)=\nabla\cdot\left(\phi_f k_{eff,f}\nabla T_f\right)-h_v(T_f-T_p) \tag{13}$$

$$\nabla\cdot\left(\rho_p\phi_p C_{p_p}T_p V_p\right)=\nabla\cdot\left(\phi_p k_{eff,p}\nabla T_p\right)+h_v(T_f-T_p) \tag{14}$$

در این روابط، h_v برای ذرات کروی شکل با قطر یکسان برابر است با:

$$h_v=\frac{6\,\phi_p h_p}{d_p} \tag{15}$$

که در آن، h_p ضریب تبادل حرارت سیال-ذره بوده و با استفاده از رابطهٔ تجربی زیر محاسبه می‌شود [42]:

$$\mathrm{Nu}_p=\frac{h_p d_p}{k_f}=2+1.1\mathrm{Re}_p^{0.6}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \tag{16}$$

در معادلات انرژی، ضرایب هدایت حرارتی مؤثر برای سیال پایه و نانوذرات به ترتیب از روابط زیر به‌دست می‌آیند [43]:

$$k_{eff,f}=\frac{k_{b,f}}{\phi_f} \tag{17}$$

$$k_{eff,p}=\frac{k_{b,p}}{\phi_p} \tag{18}$$

به‌طوری‌که،

$$k_{b,f}=\left(1-{\phi_p}^{0.5}\right)k_f \tag{19}$$

$$k_{b,p}={\phi_p}^{0.5}[\omega A+(1-\omega)\Gamma]k_f \tag{20}$$

که در آن،

[1] Lift Force
[2] Drag Force
[3] Particle-Particle Interaction Force

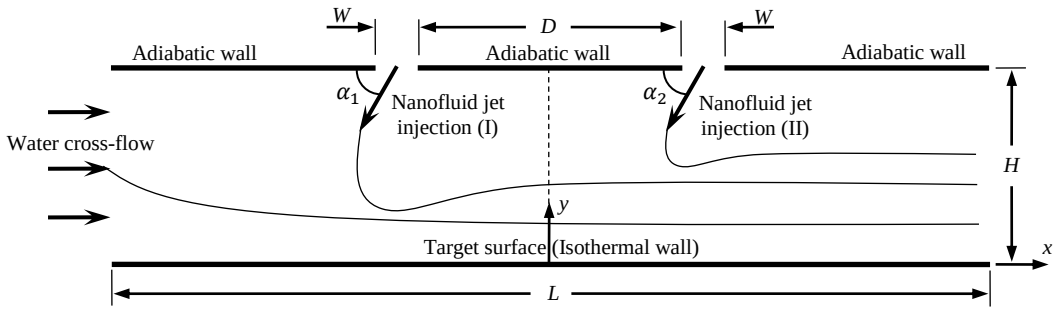


Fig. 1 Schematic diagram of the present problem, injection of twin oblique nanofluid jets into a channel with water cross-flow

شکل 1 طرح شماتیک مسألهٔ حاضر، تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال در کانالی با حضور جریان متقاطع آب

$$A = \frac{k_{\mathrm{p}}}{k_{\mathrm{f}}} \tag{21}$$

$$\omega = 7.26 \times 10^{-3} \tag{22}$$

$$B = 1.25\left[\frac{(1-\phi_{\mathrm{f}})}{\phi_{\mathrm{f}}}\right]^{\frac{10}{9}} \tag{23}$$

$$\Gamma = \left[\frac{B(A-1)\ln\left(\frac{A}{B}\right)}{A\left(1-\frac{B}{A}\right)^2} - \frac{(B-1)}{\left(1-\frac{B}{A}\right)} - \frac{B+1}{2}\right] \times 2\left(1-\frac{B}{A}\right)^{-1} \tag{24}$$

براساس نتایج به‌دست آمده از مطالعات پیشین ترشیزی و زحمتکش [28,26] در بین نیروهای میان‌فازی، اثر نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات ناچیز بوده به‌گونه‌ای که می‌توان از حضور آن‌ها چشم‌پوشی کرد.

2-3- شرایط مرزی

در این مسأله جریان سیال آرام، پایدار و دوبعدی فرض شده است. همچنین، پروفیل‌های یکنواختی برای سرعت و دما در مقاطع ورود آب و جت‌های نانوسیال اعمال می‌شوند. عدد رینولدز برای جریان متقاطع آب در ورودی کانال ثابت بوده و برابر 50 می‌باشد. در محل‌های تزریق نانوسیال نیز فرض بر این است که تعادل محلی بین سیال پایه و نانوذرات برقرار باشد و بر این اساس، شرایط مرزی برای هر دو فاز یکسان در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه سرعت جت‌های نانوسیال و کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها از پارامترهای مورد مطالعه در این پژوهش می‌باشند، در اینجا مقادیر مختلفی برای آن‌ها اعمال می‌شود. سرعت جت‌های نانوسیال به ترتیب از صفر تا بیست برابر سرعت ورود آب به کانال بوده و کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها از صفر تا 5% متغیر است. قطر نانوذرات Al_2O_3 همواره برابر 30 نانومتر بوده و دمای آب ورودی و نانوسیال تزریق شده معادل 293 کلوین می‌باشد. جدول 2 مقادیر چگالی، گرمای ویژه، لزجت و ضریب هدایت حرارتی آب و نانوذرات Al_2O_3 را در این دما نشان می‌دهد [44]. همان‌طور که در "شکل 1" نیز مشاهده می‌شود، شرط مرزی دما ثابت به دیوار پایینی کانال (سطح هدف) اعمال شده و دمای آن در سرتاسر طولش برابر 313 کلوین میباشد. همچنین، فرض آدیاباتیک برای دیوارهای بالایی کانال به‌کار می‌رود. شرایط مرزی در این مسأله با انتخاب فشار نسبی صفر و دمای کاملاً توسعه یافته در مقطع خروجی کانال تکمیل می‌شوند.

2-4- روش حل عددی

در این پژوهش از روش حجم‌محدود برای حل عددی معادلات حاکم استفاده می‌شود. همچنین، به‌منظور گسسته‌سازی معادلات اندازه‌حرکت و انرژی، طرح بالادست مرتبهٔ دوم[1] به‌کار می‌رود. با توجه به انتخاب مدل دوفازی اولری-اولری برای شبیه‌سازی عددی مسألهٔ حاضر، الگوریتم پی‌سی‌سیمپل[2] [45] که روندی بسط داده شده از الگوریتم سیمپل[3] برای جریان‌های دوفازی است، به خدمت گرفته می‌شود. در این روش، سرعت هر یک از فازها به طور جداگانه محاسبه شده و سپس تصحیح فشار بر پایهٔ بقای کلی اعمال می‌شود. با توجه به پیچیدگی‌های موجود در مدل دوفازی اولری-اولری، در مقالهٔ حاضر از نرم‌افزار انسیس فلوئنت کمک گرفته شده است. برای اعمال نیروهای میان‌فازی که رکن اصلی ارتباط بین معادلات حاکم بر سیال پایه و نانوذرات محسوب می‌شوند، زیرروال‌هایی به نرم‌افزار اضافه شده است. این زیرروال‌ها با توجه به نوع فاز، اندازهٔ نانوذرات و کسرحجمی آن‌ها کدنویسی می‌شوند. به منظور شفاف‌سازی روند حل، مراحل حل عددی به شرح زیر آمده است:

در اولین گام از هر تکرار، نیروهای میان‌فازی و ضرایب مربوطه به همراه ضریب انتقال حرارت سیال-ذره به‌روزرسانی می‌شوند. سپس، به‌ترتیب معادلات اندازه‌حرکت و تصحیح فشار حل شده و بر اساس آن، مقادیر سرعت و فشار اصلاح می‌شوند. در ادامه، معادلات انرژی برای هر فاز به طور مجزا حل می‌شوند. روند مذکور تا ارضای شرط همگرایی که مقدار آن در کلیهٔ محاسبات برابر 10^{-7} تعیین شده، ادامه می‌یابد.

با توجه به لزوم اختصاص مقداری برای لزجت نانوذرات در مدل دوسیالهٔ حاضر، در این‌جا نیز مشابه مطالعات قبلی صورت گرفته توسط ترشیزی و زحمتکش [29,28]، لزجت نانوذرات با استفاده از روش سعی و خطا محاسبه می‌شود. برای این منظور، عدد ناسلت میانگین در سطح هدف برای تزریق جت آب خالص محاسبه شده و با مقدار آن در حالت تزریق جت‌های نانوسیال با کسرحجمی بسیار کم (ϕ_p=10^{-5}) به ازای مقادیر مختلف از لزجت نانوذرات مقایسه می‌شود. روند تغییر لزجت نانوذرات تا یکسان شدن نتایج در هر دو حالت تزریق جت و تعیین مقدار دقیق آن ادامه می‌یابد. بدین ترتیب، لزجت نانوذرات Al_2O_3 در مسأله حاضر برابر 3.1×10^{-4} به‌دست می‌آید.

محاسبات به ازای مقادیر مختلف از پارامترهای مورد مطالعه تکرار

جدول 2 خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات در دمای 293 کلوین [44]

Table 2 Thermophysical properties of water and the nanoparticles at 293 K [44]

ماده	ρ (kg/m^3)	C_p (J/kg K)	μ(kg/m s)	k (W/m K)
نانوذرات Al_2O_3	3970	765	---	40
آب خالص	997.1	4182	1003×10^{-6}	0.597

[1] Second-order upwind
[2] PCSIMPLE (Phase Coupled SIMPLE)
[3] SIMPLE

می‌شوند که شامل سرعت، زاویه و فاصلهٔ جت‌ها و کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها می‌باشد. پس از همگرا شدن نتایج محاسبات، مقادیر اعداد ناسلت موضعی و میانگین به ترتیب از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\mathrm{Nu_x} = \frac{h_x(2H)}{k_f} \tag{25}$$

$$\mathrm{Nu_{ave}} = \frac{h_{\mathrm{ave}}(2H)}{k_f} \tag{26}$$

که در آن،

$$h_{\mathrm{ave}} = \frac{1}{L}\int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} h_{\mathrm{x}}\, dx \tag{27}$$

2-5- اعتبارسنجی حل عددی

نظر به این‌که تاکنون مطالعهٔ آزمایشگاهی یا عددی قابل استنادی در زمینهٔ تزریق جت دوگانهٔ مورب نانوسیال در کانالی با شرایط توصیف شده در شکل 1 انجام نشده است، اعتبار حل عددی حاضر در جریان‌های دیگری مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این راستا، ابتدا برخورد جت دوگانهٔ نانوسیال‌های آب/Al_2O_3 و آب/TiO_2 به یک سطح گرم مربعی به طول ضلع 120 میلی‌متر و ضخامت 4 میلی‌متر که در معرض یک منبع حرارتی 2.5 کیلوواتی قرار گرفته با استفاده از مدل اولری-اولری شبیه‌سازی می‌شود. در اینجا، قطر دهانهٔ جت‌ها و فاصلهٔ مراکز آن‌ها از هم به ترتیب 2 و 40 میلی‌متر و فاصلهٔ جت‌ها تا سطح هدف برابر 240 میلی‌متر می‌باشد. همچنین، دمای جت‌های نانوسیال 303 کلوین و فشار آن‌ها 0.2452 بار در نظر گرفته شده است. صحت این شبیه‌سازی با مقایسهٔ نتایج به‌دست آمده با نتایج آزمایشگاهی نایاک و همکاران [46] در جدول 3 به اثبات می‌رسد. پیداست که بیشترین خطا در تخمین ضریب انتقال حرارت میانگین در حدود 2% است.

به منظور صحه‌گذاری بیشتر بر بکارگیری رویکرد دوفازی اولری-اولری برای توصیف جریان نانوسیالات، برخورد جت نانوسیال آب/Al_2O_3 به یک صفحهٔ تخت از جنس فولاد زنگ نزن به طول 396 میلی‌متر و ضخامت 6 میلی‌متر مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و نتایج برحسب عدد ناسلت میانگین در "شکل 2" با نتایج عددی و آزمایشگاهی تیاماه و همکاران [47] مقایسه می‌شود. در این مسأله، قطر دهانهٔ جت 5.5 میلی‌متر و فاصلهٔ آن تا صفحهٔ برخورد 16.5 میلی‌متر می‌باشد. همچنین، عدد رینولدز جریان برابر 3000 و دمای جت نانوسیال 294 کلوین در نظر گرفته شده است. دمای صفحه برخورد نیز در سرتاسر طولش ثابت بوده که برابر 373 کلوین می‌باشد. "شکل 2" نشان می‌دهد که نتایج مدل اولری-اولری در گسترهٔ وسیعی از کسرحجمی نانوذرات با نتایج تیاماه و همکاران همخوانی قابل قبولی دارند.

2-6- بررسی استقلال از شبکه

در شبیه‌سازی حاضر از شبکه‌ای با سازمان و غیریکنواخت استفاده شده که در نواحی نزدیک به سطوح کانال، ورودی آب و جت‌های نانوسیال تمرکز بیشتری دارد. با هدف اطمینان از عدم وابستگی نتایج عددی به شبکه‌های مورد استفاده، محاسبات برای سه پیکربندی مختلف از هندسهٔ مسأله در شرایط تزریق عمودی نانوسیال آب/Al_2O_3 با کسرحجمی 3% و نسبت سرعت V_j/V_{cf}=10 انجام شده و نتایج آن برحسب عدد ناسلت میانگین در جدول 4 ارائه شده است. پیداست که در هر سه پیکربندی، افزایش تراکم شبکه تا زمانی که تغییرات عدد ناسلت میانگین به کمتر از 0.3% برسد، ادامه می‌یابد. نهایتاً، در راستای بهینه نمودن دقت و هزینهٔ محاسبات،

جدول 3 مقایسه نتایج حل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی نایاک و همکاران [46] برحسب ضریب انتقال حرارت میانگین

Table 3 Comparing the results of the present numerical solution with the experimental results of Nayak et al. [46] in terms of the averaged heat transfer coefficient

سیال عامل	کسرحجمی نانوذرات	حل عددی حاضر	نایاک و همکاران	درصد خطا
	0.03%	2548.05	2507.43	1.62%
آب/Al_2O_3	0.05%	2913.77	2939.12	-0.86%
	0.07%	3050.25	3003.48	1.56%
	0.03%	1662.88	1641.09	1.33%
آب/TiO_2	0.05%	1746.93	1760.89	-0.79%
	0.07%	1829.49	1790.60	2.17%

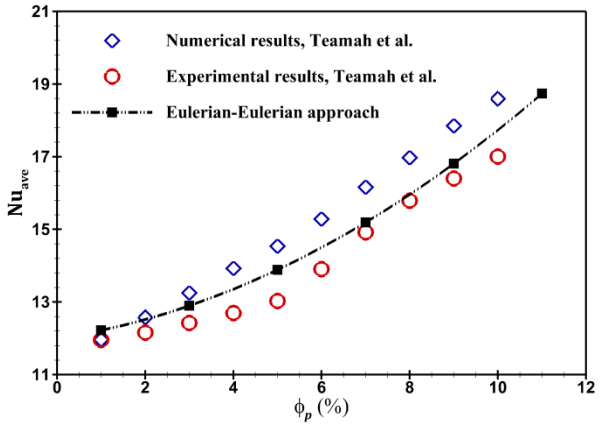


Fig. 2 Comparison of the Eulerian-Eulerian results with the numerical and experimental results of Teamah et al. [47]

شکل 2 مقایسه نتایج مدل اولری-اولری با نتایج عددی و آزمایشگاهی تیاماه و همکاران [47]

استفاده از شبکه‌ای با 19176، 25296 و 29886 گره به ترتیب برای حالت‌های D=0، D=2H و D=4H مناسب به نظر می‌رسد.

3- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال آب/Al_2O_3 در کانالی با حضور جریان متقاطع آب (شکل 1) آورده شده و مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. این نتایج در سه زیر بخش مجزا ارائه می‌شوند که شامل مطالعهٔ اثر فاصلهٔ بین دو جت، اثر سرعت جت‌های نانوسیال و کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها، و نهایتاً اثر زاویهٔ تزریق جت‌های نانوسیال می‌باشد.

3-1- اثر فاصلهٔ بین دو جت

به منظور بررسی تأثیر فاصلهٔ بین جت‌های نانوسیال بر مشخصات جریان و انتقال حرارت در کانال، توزیع سرعت و دما و همچنین تغییرات اعداد ناسلت محلی و میانگین در سطح هدف برای سه هندسهٔ مختلف ارائه می‌شود. این سه هندسه که تنها در فاصلهٔ بین دو جت (D) با یکدیگر متفاوتند، امکان مقایسهٔ جت‌های یگانه و دوگانه را نیز فراهم می‌آورند. کلیهٔ محاسبات در این زیر بخش بر مبنای تزریق عمودی نانوسیال آب/Al_2O_3 با کسرحجمی 3% و نسبت سرعت V_j/V_{cf}=10 انجام شده است.

"شکل 3" توزیع سرعت و "شکل 4" توزیع دمای نانوسیال در میدان جریان را نشان می‌دهند. در این‌جا هر شکل شامل نتایج سه هندسهٔ مورد نظر

جدول 4 بررسی استقلال از شبکه برای سه پیکربندی مختلف از مسأله حاضر

Table 4 Grid independence study for three different configurations of the present problem

پیکربندی هندسی	تعداد گره در شبکه	عدد ناسلت میانگین
جت یگانه (D=0)	5664	16.209
	11825	15.483
	19176	15.171
	29094	15.127
جت‌های دوگانه (D=2H)	7105	17.219
	14744	16.603
	25296	16.232
	34818	16.186
جت‌های دوگانه (D=4H)	8590	18.384
	16189	17.640
	22307	17.179
	29886	16.984
	38170	16.937

بوده که به ترتیب در قسمت‌های الف، ب و پ ارائه شده‌اند. با توجه به استفاده از مدل دوفازی اولری-اولری، برای سرعت و دمای سیال پایه (آب) و نانوذرات Al_2O_3 کانتورهای جداگانه‌ای آورده شده که از وجود معادلات مجزا برای هر یک از فازها نشأت میگیرد. لازم به ذکر است از آن‌جایی که در نگرش اولری-اولری، فاز ثانویه (نانوذرات) نیز به صورت یک محیط پیوسته در نظر گرفته می‌شود، در این پژوهش فرض شده که مقدار بسیار کمی از نانوذرات در جریان آب ورودی نیز حضور دارد. این مقدار در محاسبات مقالهٔ حاضر 6×10^{-6} بوده و به گونه‌ای انتخاب شده که تأثیری بر روی نتایج به همراه نداشته باشد. باید توجه داشت که به منظور نمایش بهتر کانتورها، راستای عمودی 3 برابر رسم شده است.

بررسی "شکل 3" نشان می‌دهد که در هر سه هندسهٔ حاضر، بیشترین سرعت در امتداد نازل‌های ورودی ایجاد می‌شود. به علت بزرگتر بودن دهانهٔ جت در حالت D=0 و افزایش دبی نانوسیال، آب و نانوذرات در این حالت با سرعت بیشتری جریان یافته و میدان جریان متفاوت‌تری نسبت به دو هندسهٔ دیگر نمایان می‌شود. با این وجود، در دو هندسهٔ دیگر به‌علت وجود دو ورودی مجزا برای جت و تقسیم اندازهٔ دهانه و دبی نانوسیال در آن‌ها، توزیع سرعت یکنواخت‌تری به چشم می‌خورد. در هر سه هندسه که نتایج برحسب توزیع سرعت سیال پایه و نانوذرات به طور مجزا آورده شده می‌توان به ظهور عدم تعادل محلی بین این دو فاز پی برد. در حقیقت، با وجودی که فرض برقراری تعادل محلی در جریان ورودی اعمال شده اما پیداست که در داخل میدان جریان این فرض برقرار نمانده و سیال پایه با سرعت بیشتری نسبت به نانوذرات جریان می‌یابد. این رفتار با مطالعات قبلی ترشیزی و زحمتکش در جریان‌های آرام [26] و متلاطم [27] نانوسیال در مسألهٔ برخورد جت و همچنین دمش‌های پایا [28] و ناپایای [29] نانوسیال به داخل جریان آب در گام پسرو همخوانی دارد. مقایسهٔ کانتورهای ارائه شده در "شکل 3" نشان می‌دهد که عدم تعادل ایجاد شده بین سیال پایه و نانوذرات در مسیر تزریق جت‌های نانوسیال و امتداد آن‌ها در راستای حرکت جریان آب نسبت به سایر نواحی محسوس‌تر است.

مشاهدهٔ توزیع دما در کانتورهای "شکل 4" نشان می‌دهد که بیشترین گرادیان‌های دما در نواحی میانی کانال بوده و در نقاط متناظر با دهانهٔ جت‌ها مجاور به صفحهٔ هدف رخ می‌دهد. از مقایسهٔ کانتورها در این شکل مشخص می‌شود که دمای آب و نانوسیال تزریق شده در جت یگانه دیرتر تحت تأثیر سطح هدف قرار می‌گیرد. این در حالیست که دمای سیال درون میدان جریان در جت‌های دوگانه افزایش سریعتری داشته و این افزایش با فاصلهٔ

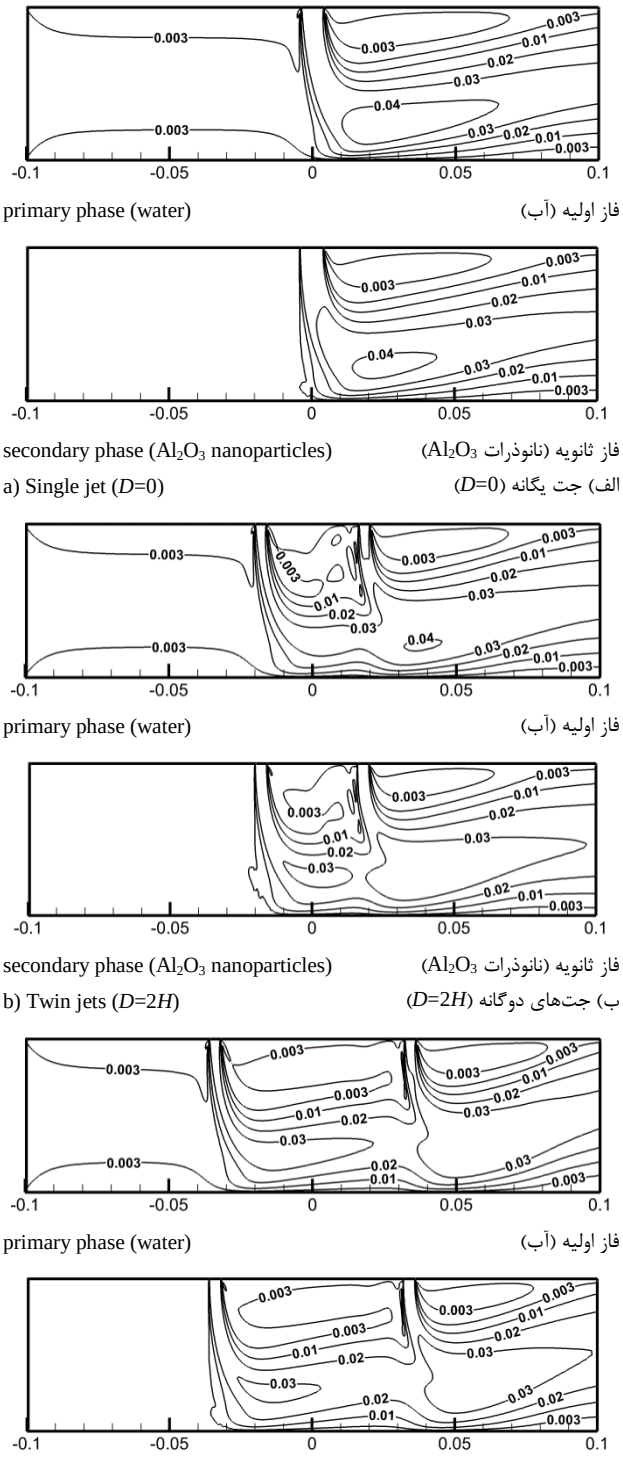
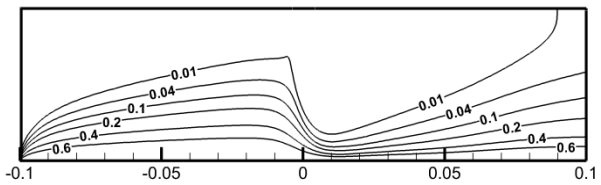


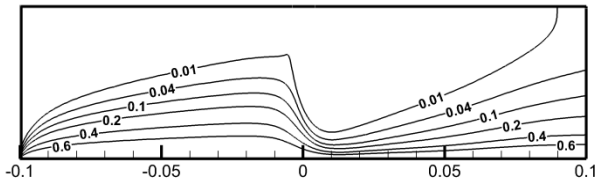
Fig. 3 Velocity distribution of the primary and secondary phases in three different configurations

شکل 3 توزیع سرعت فازهای اولیه و ثانویه در سه پیکربندی مختلف

بین دو جت رابطهٔ مستقیم دارد. از نتایج هر سه هندسه در "شکل 4" پیداست که مدل دوفازی اولری-اولری توزیع دمای یکسانی را برای سیال پایه و نانوذرات پیش‌بینی می‌کند. این امر بیانگر ایجاد تعادل دمایی بین این دو فاز در سرتاسر میدان جریان بوده و با نتایج کلته و همکاران [30] و مطالعات

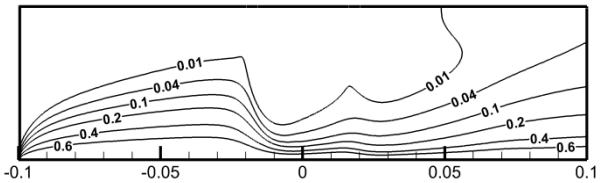


primary phase (water) فاز اولیه (آب)

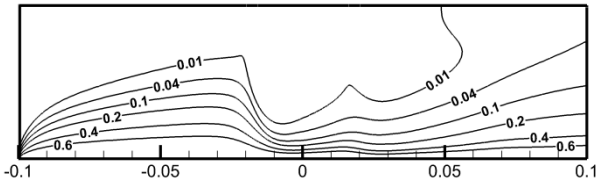


secondary phase (Al_2O_3 nanoparticles) فاز ثانویه (نانوذرات Al_2O_3)

a) Single jet (D=0) **الف)** جت یگانه (D=0)

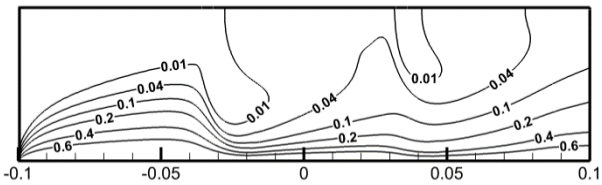


primary phase (water) فاز اولیه (آب)

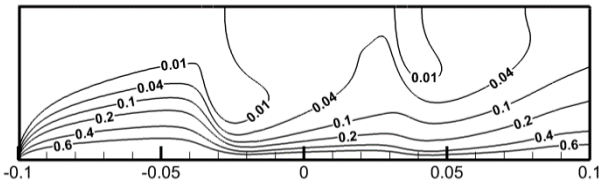


secondary phase (Al_2O_3 nanoparticles) فاز ثانویه (نانوذرات Al_2O_3)

b) Twin jets (D=2H) **ب)** جت‌های دوگانه (D=2H)



primary phase (water) فاز اولیه (آب)



secondary phase (Al_2O_3 nanoparticles) فاز ثانویه (نانوذرات Al_2O_3)

c) Twin jets (D=4H) **پ)** جت‌های دوگانه (D=4H)

Fig. 4 Temperature distribution of the primary and secondary phases in three different configurations

شکل 4 توزیع دمای فازهای اولیه و ثانویه در سه پیکربندی مختلف

پیشین ترشیزی و زحمتکش [26-29] همخوانی دارد.

"شکل 5" تغییرات عدد ناسلت محلی در سطح هدف را برای سه هندسهٔ مورد نظر نشان می‌دهد. محور عمودی در این شکل به صورت لگاریتمی ارائه شده تا امکان نمایش بهتر و مقایسهٔ دقیق‌تر نمودارها میسر باشد. در ابتدای سطح هدف، هر سه منحنی بر یکدیگر منطبق‌اند. این بدان علت است که در این ناحیه، انتقال حرارت تحت تأثیر جریان متقاطع آب می‌باشد. مطابق انتظار، عدد ناسلت محلی در نواحی نزدیک به تزریق جت نانوسیال افزایش می‌یابد که میزان آن در هر سه هندسه تقریباً یکسان است. تفاوت اساسی به روند تغییرات عدد ناسلت محلی پس از تزریق جت نانوسیال مربوط می‌شود. در جت یگانه (D=0)، پس از ورود نانوسیال به میدان جریان، عدد ناسلت محلی افزایش زیادی داشته و سپس به همان میزان کاهش می‌یابد. با این وجود، در جت‌های دوگانه (D=2H و D=4H) به دلیل ورود نانوسیال به جریان آب در دو مقطع فاصله‌دار، روند کاهش عدد ناسلت محلی در سطح هدف تعدیل شده و توزیع یکنواخت‌تری از آن پدید می‌آید که این امر در حالت D=4H مشهودتر است. روشن است که تعداد بیشینه‌های ایجاد شده در منحنی تغییرات عدد ناسلت محلی با تعداد دهانه‌های در نظر گرفته شده برای تزریق جت نانوسیال برابر است. همچنین، شکل 5 نشان می‌دهد که تبدیل جت یگانه به دو جت مجزا موجب افزایش عدد ناسلت محلی در بیش از 60% از سطح هدف می‌شود.

به منظور تکمیل نتایج در این زیر بخش، تغییرات عدد ناسلت میانگین در سطح هدف برحسب کسرحجمی نانوذرات موجود در جت تزریقی در "شکل 6" آورده شده است. مشاهدهٔ این شکل در وهلهٔ اول نشان می‌دهد که بکارگیری جت‌های دوگانهٔ نانوسیال نسبت به جت یگانه همواره بهبود انتقال حرارت از سطح هدف را به دنبال دارد. همچنین، افزایش فاصلهٔ بین دو جت تبادل حرارت را بیشتر می‌کند. به عنوان نمونه، در کسرحجمی 3%، میزان افزایش عدد ناسلت میانگین نسبت به جت یگانه در حالت‌های D=2H و D=4H به ترتیب برابر با 7.00% و 11.96% به‌دست می‌آید. پیداست که در هر سه هندسه با افزودن نانوذرات، عدد ناسلت میانگین به طور تقریباً خطی افزایش می‌یابد. علاوه بر این، مشخص می‌شود که تأثیر مکان جت‌ها بر نتایج انتقال حرارت در کسرهای حجمی بالاتر، پر رنگ‌تر است.

3-2- اثر سرعت و کسرحجمی نانوسیال تزریقی

در این زیر بخش، تأثیر سرعت جت نانوسیال و کسرحجمی نانوذرات در آن بر میزان انتقال حرارت در کانال مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای این منظور، تغییرات اعداد ناسلت محلی و میانگین در سطح هدف به ازای مقادیر مختلف از سرعت بی‌بعد جت (V_j/V_{cf}) و کسرحجمی نانوذرات مورد توجه قرار می‌گیرد. در این‌جا، کلیهٔ محاسبات برمبنای تزریق عمودی نانوسیال

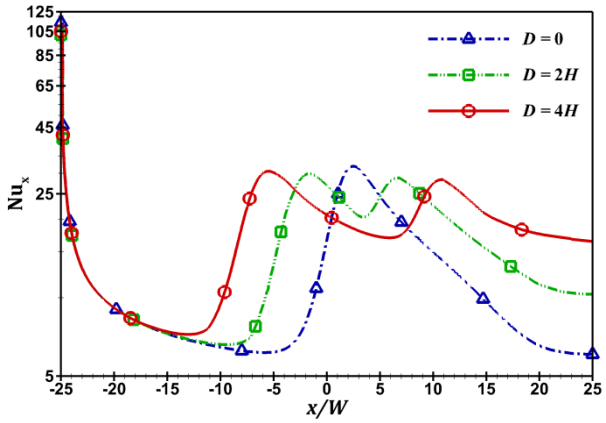


Fig. 5 Variations of the local Nusselt number on the target surface in three different configurations

شکل 5 تغییرات عدد ناسلت محلی در سطح هدف در سه پیکربندی مختلف

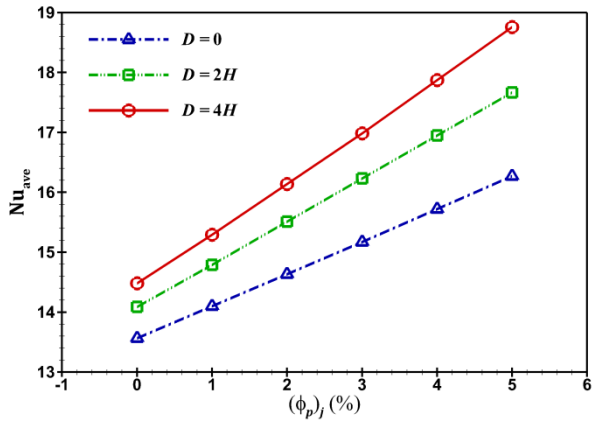


Fig. 6 Variations of the averaged Nusselt number on the target surface in terms of the nanoparticles fraction in three different configurations

شکل 6 تغییرات عدد ناسلت میانگین در سطح هدف برحسب کسرحجمی نانوذرات در سه پیکربندی مختلف

آب/Al_2O_3 در هندسه‌ای با جت‌های دوگانه در حالت D=4H انجام شده است.

"شکل 7" تغییرات عدد ناسلت محلی در سطح هدف را برای مقادیر مختلف از سرعت بی‌بعد جت‌های نانوسیال با کسرحجمی 3% نشان داده و با حالت بدون تزریق جت مقایسه می‌کند. روشن است که میزان تبادل حرارت از سطح هدف در حضور جت‌های نانوسیال افزایش یافته و سرعت جت نقش به‌سزایی در این امر دارد. به دنبال تزریق جت‌های نانوسیال به میدان جریان، غلظت محلی نانوذرات در پیرامون آن‌ها افزایش یافته که موجب تغییر نوسانی عدد ناسلت محلی در بخشی از سطح هدف می‌شود. با افزایش سرعت بی‌بعد جت‌ها، علاوه بر بهبود قابل ملاحظه در تبادل حرارت، دامنهٔ این نوسانات نیز کاهش می‌یابد. علت این امر را می‌توان به غلبهٔ جریان جت بر جریان متقاطع نسبت داد.

"شکل 8" به منظور بررسی اثر سرعت جت‌های نانوسیال و کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها بر مقدار عدد ناسلت میانگین در سطح هدف ارائه شده است. مطابق این شکل، افزودن نانوذرات به آب همواره افزایش تبادل حرارت از سطح هدف را در پی دارد به طوری که در V_j/V_{cf}=10، جایگزینی جت‌های دوگانهٔ آب خالص با جت‌های دوگانهٔ نانوسیالاتی با کسرحجمی‌های 1%، 3% و 5%، عدد ناسلت میانگین را به ترتیب 5.59%، 17.27% و 29.52% افزایش می‌دهد. این مقادیر، با دو برابر شدن سرعت جت (V_j/V_{cf}=20) به ترتیب به 14.41%، 35.34% و 67.26% افزایش می‌یابد. در حقیقت، تأثیر کسرحجمی نانوذرات بر میزان تبادل حرارت از سطح هدف در مقادیر بالاتر از سرعت بی‌بعد جت چشمگیرتر است. این بدان علت است که افزایش سرعت جت موجب نفوذ هرچه بیشتر نانوذرات به نزدیکی سطح هدف می‌شود.

3-3- اثر زاویهٔ تزریق جت‌های دوگانهٔ نانوسیال

به عنوان آخرین بخش از نتایج، تأثیر زاویهٔ جت‌های دوگانهٔ نانوسیال بر مشخصات جریان و انتقال حرارت در کانال مورد کنکاش قرار می‌گیرد. در این راستا، تغییرات کسرحجمی نانوذرات در طول سطح هدف و همچنین، مقدار عدد ناسلت میانگین در آن به ازای مقادیر مختلف از زاویهٔ دو جت (α_1 و α_2) ارائه می‌شود. در این‌جا، کلیهٔ محاسبات بر مبنای تزریق نانوسیال آب/Al_2O_3 با کسرحجمی 3% و نسبت سرعت V_j/V_{cf}=10 در هندسه‌ای با جت دوگانه در حالت D=4H انجام شده است.

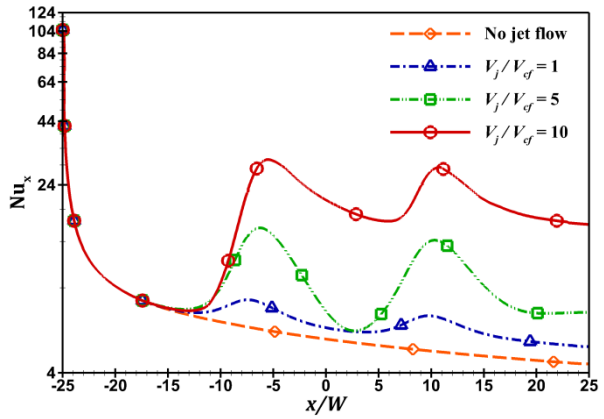


Fig. 7 Variations of the local Nusselt number on the target surface for different values of the nanofluid jets velocity

شکل 7 تغییرات عدد ناسلت محلی در سطح هدف به ازای مقادیر مختلف از سرعت جت‌های نانوسیال

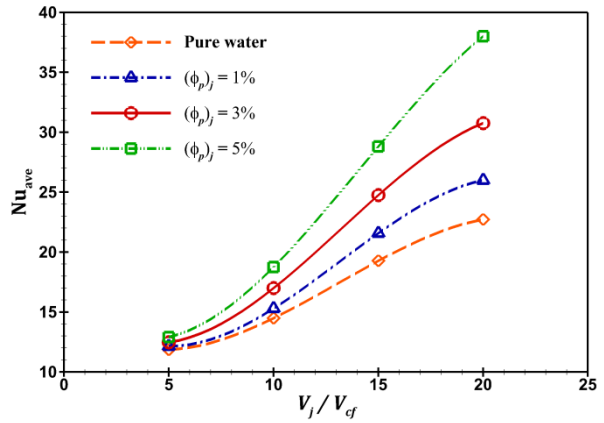


Fig. 8 Variations of the averaged Nusselt number on the target surface in terms of dimensionless velocity of the nanofluid jets for different values of the nanoparticles fraction

شکل 8 تغییرات عدد ناسلت میانگین در سطح هدف برحسب سرعت بی‌بعد جت‌های نانوسیال به ازای مقادیر مختلف از کسرحجمی نانوذرات

با هدف ارزیابی تأثیر زاویهٔ جت‌ها بر میزان نفوذ نانوذرات Al_2O_3 به داخل جریان متقاطع آب، تغییرات کسرحجمی این ذرات بر روی سطح هدف در "شکل 9" رسم شده است. در این شکل، نتایج مربوط به زوایای مختلف از جت اول شامل α_1=45°، α_1=90° و α_1=135° به ترتیب در قسمت‌های الف، ب و پ ارائه شده‌اند که در هر یک از آن‌ها، منحنی‌های متناظر با همین مقادیر برای زاویهٔ جت دوم (α_2) آمده است. در نگاه اول مشخص می‌شود که علی‌رغم حضور جریان متقاطع آب، زاویهٔ هر دو جت تأثیر قابل توجهی بر نفوذ نانوذرات در میدان جریان دارد به گونه‌ای که با تنظیم آن‌ها می‌توان بخش وسیع‌تری از سطح هدف را تحت پوشش نانوذرات قرار داد. دقت در "شکل 9" نشان می‌دهد که با قرارگیری حداقل یکی از جت‌ها در زاویه 135 درجه، نفوذ نانوذرات به نزدیکی سطح هدف به‌طرز چشمگیری کاهش می‌یابد که قابل انتظار است. در بین زوایای بررسی شده، با انتخاب زاویه‌ای حاده برای جت دوم، بیشترین غلظت نانوذرات در مجاورت سطح هدف هنگامی رخ می‌دهد که جت اول در حالت عمودی (α_1=90°) قرار گیرد. علاوه بر این، دامنهٔ تغییرات کسرحجمی نیز در این وضعیت کمتر شده و لذا توزیع نسبتاً یکنواخت‌تری از نانوذرات نسبت به دو زاویهٔ دیگر به‌دست می‌آید. مقایسهٔ

منحنی‌ها در هر شکل مبین آن است که با تغییر زاویهٔ جت دوم از 45 به 90 درجه، غلظت نانوذرات در میانه‌های سطح هدف کاهش یافته و به میزان آن در انتهای سطح افزوده می‌شود. با این وجود، ظاهراً این تغییر تفاوت معناداری در برآیند توزیع ذرات ایجاد نمی‌کند، لیکن تأثیر آن بر میزان انتقال حرارت در کانال بایستی مورد مطالعه قرار گیرد. زیرا حضور نانوذرات در نواحی میانی کانال با گرادیان‌های دمایی شدیدتر، مؤثرتر می‌باشد.

روشن است که میزان انتقال حرارت در کانال به شدت متأثر از نفوذ نانوذرات به نزدیکی سطح هدف می‌باشد [27,26]. از این‌رو و با توجه به "شکل 9" و تأثیر انکارناپذیر زاویهٔ جت‌ها بر توزیع نانوذرات، تغییرات عدد ناسلت میانگین در سطح هدف برحسب زاویهٔ جت‌های اول و دوم به ترتیب در قسمت‌های الف و ب از "شکل 10" آمده است. مطابق انتظار، در بین زوایای در نظر گرفته شده، کمترین مقادیر عدد ناسلت میانگین مربوط به قرارگیری جت‌ها در زاویهٔ 135 درجه می‌باشد. همچنین، مشاهده می‌شود که تغییرات زاویهٔ جت اول در محدودهٔ 45 تا 90 درجه تأثیر چندانی بر نتایج نداشته، لیکن به محض تجاوز از حالت قائم، عدد ناسلت میانگین با شیب قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. همانطور که پیش‌تر نیز اشاره شد، انتخاب زاویهٔ 45 یا 90 درجه برای جت دوم تأثیر چندانی بر میانگین غلظت نانوذرات در نزدیک سطح هدف ندارد. جالب آنجاست که با توجه به "شکل 10 (الف)"، قرارگیری جت دوم در زاویهٔ 45 درجه می‌تواند مقدار عدد ناسلت میانگین را نسبت به حالت تزریق عمودی بیش از 8% افزایش دهد. این امر را می‌توان به افزایش غلظت نانوذرات در میانه‌های سطح هدف، که در آن گرادیان‌های دمایی شدیدتر است، نسبت داد.

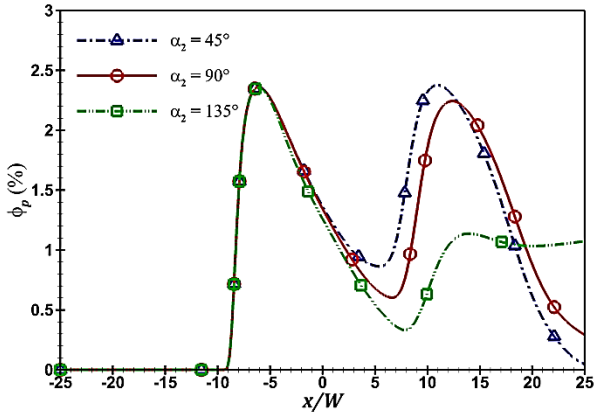
تکرار محاسبات برای زوایای مختلف اثبات می‌کند که منحنی تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب زاویهٔ جت‌های اول و دوم را می‌توان با تقریب بسیار خوبی با استفاده از تابعی چند جمله‌ای به ترتیب از درجهٔ سوم و از درجهٔ چهارم پیش‌بینی کرد. بر پایهٔ توابع حاصل از برازش منحنی‌ها، زاویهٔ بهینه برای جت اول در حدود 78 درجه و برای جت دوم در حدود 57 درجه به‌دست می‌آید. بدیهی است که با قرارگیری جت‌های نانوسیال در این زوایا، میزان تبادل حرارت از سطح هدف به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

4- نتیجه‌گیری

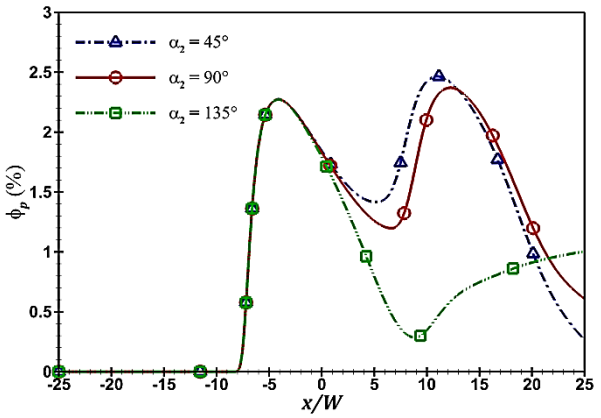
پژوهش حاضر به شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت در مسألهٔ تزریق جت‌های دوگانهٔ مورب نانوسیال آب/Al_2O_3 در کانالی با حضور جریان متقاطع آب پرداخت. محاسبات با استفاده از مدل دوفازی اولری-اولری به ازای مقادیر مختلف از فاصلهٔ بین دو جت، سرعت جت‌های نانوسیال و کسرحجمی نانوذرات در آن‌ها و همچنین، زاویهٔ تزریق جت‌های نانوسیال انجام شده و نتایج به‌دست آمده با یکدیگر مقایسه شدند. بر پایهٔ نتایج به‌دست آمده می‌توان موارد زیر را نتیجه‌گیری کرد:

1) جایگزینی جت یگانه با جت‌های دوگانه، تبادل حرارت از سطح هدف را افزایش داده و توزیع آن را در طول صفحه یکنواخت‌تر می‌کند.
2) بالا بردن سرعت و فاصلهٔ جت‌ها انتقال حرارت را بیشتر می‌کند.
3) نقش نانوذرات تزریقی در بهبود انتقال حرارت به مقدار نفوذ آن‌ها در جریان متقاطع آب وابسته است.
4) زاویهٔ تزریق جت‌های نانوسیال پارامتری تأثیرگذار بر الگوی توزیع نانوذرات و در نتیجه، میزان انتقال حرارت در کانال می‌باشد. زاویهٔ بهینهٔ هر یک از جت‌ها با استفاده از توابع حاصل از برازش منحنی‌ها قابل تعیین است.

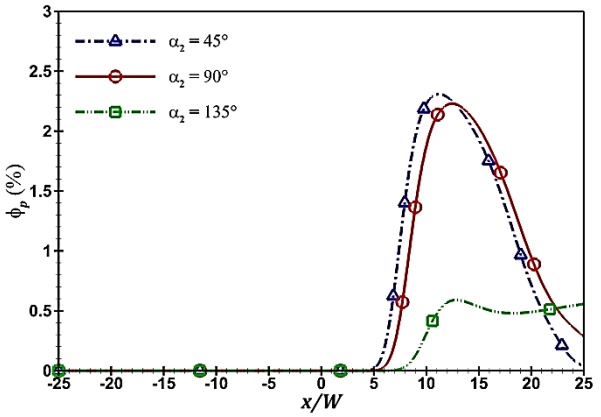
در این پژوهش، تحلیل دقیق رفتار نانوذرات در میدان جریان به عنوان فازی مجزا، زمینهٔ شناخت پارامترهای کلیدی و مؤثر بر خصوصیات جریان و انتقال حرارت را فراهم نمود. این در حالیست که به علت وجود تغییرات چشمگیر در کسرحجمی نانوذرات، اعمال مدل تک‌فازی به مسألهٔ حاضر ناممکن بود. بدین ترتیب، علی‌رغم پیچیدگی‌ها و حجم بالای محاسبات، باید مدل دوفازی اولری-اولری را به عنوان روشی کارآمد و قابل اعتنا در شبیه‌سازی جریان نانوسیالات مدنظر قرار داد.



a) α_1=45° الف) α_1=45°



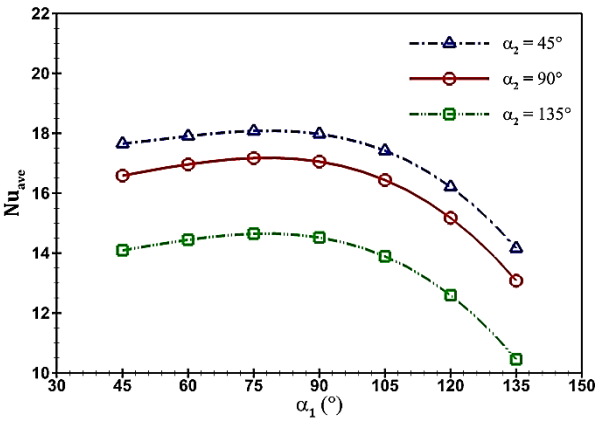
b) α_1=90° ب) α_1=90°



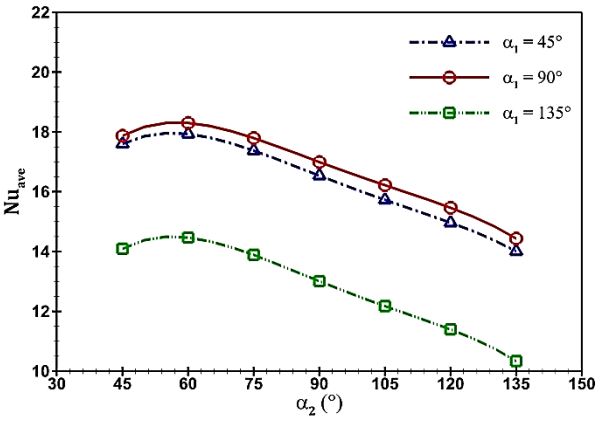
c) α_1=135° پ) α_1=135°

Fig. 9 Distribution pattern of the nanoparticles along the target surface for different values of the second jet angle

شکل 9 الگوی توزیع نانوذرات بر روی سطح هدف به ازای مقادیر مختلف از زاویهٔ جت دوم



a) In terms of the first jet angle — الف) بر حسب زاویهٔ جت اول



b) In terms of the second jet angle — ب) برحسب زاویهٔ جت دوم

Fig. 10 Variations of the averaged Nusselt number on the target surface for different values of the jets angles

شکل 10 تغییرات عدد ناسلت میانگین در سطح هدف به ازای مقادیر مختلف از زاویهٔ جت‌ها

5- فهرست علایم

C_d	ضریب پسا
C_p	گرمای ویژه ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
d	قطر نانوذرات (m)
D	فاصلهٔ بین دو جت (m)
F_{col}	نیروی متقابل ذرات (Pam^{-1})
F_d	نیروی پسا (Pam^{-1})
F_{vm}	نیروی جرم مجازی (Pam^{-1})
G	ضریب اثر متقابل ذرات (Pa)
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ($Wm^{-2}K^{-1}$)
h_p	ضریب تبادل حرارت سیال-ذره ($Wm^{-2}K^{-1}$)
h_v	ضریب انتقال حرارت حجمی ($Wm^{-3}K^{-1}$)
H	ارتفاع کانال (m)
k	ضریب هدایت حرارتی ($Wm^{-1}K^{-1}$)
L	طول سطح هدف (m)
Nu	عدد ناسلت
P	فشار (Pa)
Pr	عدد پرانتل
Re	عدد رینولدز
T	دما (K)
V	سرعت (ms^{-1})
W	عرض جت (m)
x, y	مختصات مکانی

علایم یونانی

α	زاویهٔ تزریق جت (°)
γ	ضریب اصطکاک ($kgm^{-3}s^{-1}$)
μ	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
ϕ	کسرحجمی

زیرنویس‌ها

1	جت اول
2	جت دوم
ave	مقدار میانگین
cf	جریان متقاطع
eff	مؤثر
f	سیال پایه
j	جت
p	نانوذرات
x	وابسته به مکان (محلی)

6- مراجع

[1] M. Salimi Gachuiee, S. M. Peyghambarzadeh, S. H. Hashemabadi, A. Chabi, Experimental investigation of convective heat transfer of Al_2O_3/water nanofluid through the micro heat exchanger, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 270-280, 2015. (in Persian فارسی)

[2] V. Sajith, D. Haridas, C. B. Sobhan, G. R. C. Reddy, Convective heat transfer studies in macro and mini channels using digital interferometry, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 3, pp. 239-249, 2011.

[3] T. Dixit, I. Ghosh, Review of micro- and mini-channel heat sinks and heat exchangers for single phase fluids, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 41, No. 1, pp. 1298-1311, 2015.

[4] A. Joodaki, A. Ashrafizadeh, A new geometrical modeling approach in the analysis and optimization of convection heat transfer in wavy channels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 147-156, 2014. (in Persian فارسی)

[5] A. K. Barik, A. Mukherjee, P. Patro, Heat transfer enhancement from a small rectangular channel with different surface protrusions by a turbulent cross flow jet, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 98, No. 12, pp. 32-41, 2015.

[6] N. H. Saeid, Jet impingement interaction with cross flow in horizontal porous layer under thermal non-equilibrium conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 21-22, pp. 4265-4274, 2007.

[7] J. P. Bouchez, R. J. Goldstein, Impingement cooling from a circular jet in a cross flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, No. 6, pp. 719-730, 1975.

[8] R. Jia, M. Rokni, B. Sunden, Impingement cooling in a rib-roughened channel with cross-flow, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 11, No. 7, pp. 642-662, 2001.

[9] Y. Xing, S. Spring, B. Weigand, Experimental and numerical investigation of impingement heat transfer on a flat and micro-rib roughened plate with different crossflow schemes, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 7, pp. 1293-1307, 2011.

[10] M. Wae-hayee, P. Tekasakul, S. Eiamsa-ard, C. Nuntadusit, Effect of cross-flow velocity on flow and heat transfer characteristics of impinging jet with low jet-to-plate distance, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 6, pp. 2909-2917, 2014.

[11] C. Wang, L. Luo, L. Wang, B. Sunden, Effects of vortex generators on the jet impingement heat transfer at different cross-flow Reynolds numbers, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 96, No. 5, pp. 278-286, 2016.

[12] C. Wang, L. Wang, B. Sunden, A novel control of jet impingement heat transfer in cross-flow by a vortex generator pair, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 88, No. 9, pp. 82-90, 2015.

[13] E. J. Gutmark, I. M. Ibrahim, S. Murugappan, Dynamics of single and twin circular jets in cross flow, *Experiments in Fluids*, Vol. 50, No. 3, pp. 653-663, 2011.

microchannel, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 1, pp. 107-116, 2011.

[31] M. Kalteh, A. Abbassi, M. Saffar-Avval, A. Frijns, A. Darbuber, J. Harting, Experimental and numerical investigation of nanofluid forced convection inside a wide microchannel heat sink, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 36, No. 5, pp. 260-268, 2012.

[32] O. Anwar Beg, M. M. Rashidi, M. Akbari, A. Hosseini, Comparative numerical study of single-phase and two-phase models for bio-nanofluid transport phenomena, *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, Vol. 14, No. 1, pp. 1-31, 2014.

[33] M. K. Moraveji, R. M. Ardehali, CFD modeling (comparing single and two-phase approaches) on thermal performance of Al_2O_3/water nanofluid in mini-channel heat sink, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, No. 5, pp. 157-164, 2013.

[34] M. M. Rashidi, A. Hosseini, I. Pop, S. Kumar, N. Freidoonimehr, Comparative numerical study of single and two-phase models of nanofluid heat transfer in wavy channel, *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, Vol. 35, No. 7, pp. 831-848, 2014.

[35] M. Akbari, N. Galanis, A. Behzadmehr, Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 8, pp. 1343-1354, 2011.

[36] I. Behroyan, Sh. M. Vanaki, P. Ganesan, R. Saidur, A comprehensive comparison of various CFD models for convective heat transfer of Al_2O_3 nanofluid inside a heated tube, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, No. 1, pp. 27-37, 2016.

[37] S. Goktepe, K. Atalık, H. Erturk, Comparison of single and two-phase models for nanofluid convection at the entrance of a uniformly heated tube, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 80, No. 6, pp. 83-92, 2014.

[38] A. Rabiee, A. Atf, Numerical investigation of water/Al_2O_3 nanofluid forced convective boiling flow in a vertical channel, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 403-411, 2015. (in Persian فارسی)

[39] M. Syamlal, D. Gidaspow, Heat hydrodynamics of fluidization: prediction of wall to bed heat transfer coefficients, *AIChE Journal*, Vol. 31, No. 1, pp. 127-135, 1985.

[40] D. A. Drew, R. T. Lahey, *Analytical Modeling of Multiphase Flow*, M. C. Roco (Ed.), *Particulate Two-Phase Flow*, pp. 509-566, Boston: Butterworth–Heinemann, 1993.

[41] J. X. Bouillard, R. W. Lyczkowski, D. Gidaspow, Porosity distributions in a fluidized bed with an immersed obstacle, *AIChE Journal*, Vol. 35, No. 6, pp. 908-922, 1989.

[42] N. Wakao, S. Kaguei, *Heat and Mass Transfer in Packed Beds*, pp. 264-295, New York: Gordon and Breach, 1982.

[43] J. A. M. Kuipers, W. Prins, W. P. M. Van Swaaij, Numerical calculation of wall-to-bed heat-transfer coefficients in gas-fluidized beds, *AIChE Journal*, Vol. 38, No. 7, pp. 1079-1091, 1992.

[44] I. Zahmatkesh, Entropy generation of nanofluids during natural convection in rectangular porous enclosures, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 4, No. 3, pp. 171-184, 2014. (in Persian فارسی)

[45] S. A. Vasquez, V. A. Ivanov, A phase coupled method for solving multiphase problems on unstructured meshes, *Proceedings of ASME 2000 Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Boston, Massachusetts, 2000.

[46] S. K. Nayak, P. C. Mishra, S. K. S. Parashar, Enhancement of heat transfer by water/Al_2O_3 and water/TiO_2 nanofluids jet impingement in cooling hot steel surface, *Journal of Experimental Nanoscience*, Vol. 11, No. 16, pp. 1253-1273, 2016.

[47] M. A. Teamah, M. M. K. Dawood, A. Shehata, Numerical and experimental investigation of flow structure and behavior of nanofluids flow impingement on horizontal flat plate, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 74, No. 6, pp. 235-246, 2016.

[14] V. S. Naik-Nimbalkar, A. D. Suryawanshi, A. W. Patwardhan, I. Banerjee, G. Padmakumar, G. Vaidyanathan, Twin jets in cross- flow, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, No. 12, pp. 2616-2626, 2011.

[15] B. Zang, T. H. New, Near-field dynamics of parallel twin jets in cross-flow, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 3, pp. 035103, 2017.

[16] A. Radhouane, N. M. Said, H. Mhiri, Ph. Bournot, G. Palec, Twin inclined jets in crossflow: experimental investigation of different flow regimes and jet elevations, *Environmental Fluid Mechanics*, Vol. 16, No. 1, pp. 45-67, 2016.

[17] B. Wegner, Y. Huai, A. Sadiki, Comparative study of turbulent mixing in jet in cross-flow configurations using LES, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, No. 5, pp. 767-775, 2004.

[18] L. A. El-Gabry, D. Kaminski, Numerical investigation of jet impingement with cross flow – Comparison of Yang-Shih and standard k–ϵ turbulence models, *Numerical Heat Transfer (Part A: Applications)*, Vol. 47, No. 5, pp. 441-469, 2005.

[19] S. B. Tambe, *Liquid Jets Injected into Non-Uniform Crossflow*, PhD Thesis, University of Cincinnati, Hamilton, 2010.

[20] A. K. Barik, S. Rout, A. Mukherjee, Numerical investigation of heat transfer enhancement from a protruded surface by cross-flow jet using Al_2O_3–water nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 101, No. 10, pp. 550-561, 2016.

[21] S. Zeinali Heris, S. G. Etemad, M. N. Esfahany, Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 4, pp. 529-535, 2006.

[22] F. Bazdidi Tehrani, M. Sedaghatnejad, N. Ekrami, I. Vasefi, Single phase and two phase analysis of mixed convection of nanofluid flow in vertical rectangular duct under an asymmetric thermal boundary condition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 47-58, 2015. (in Persian فارسی)

[23] F. Bazdidi Tehrani, N. Ekrami-Jolandan, M. Sedaghatnejad, S. I. Vasefi, Analysis of mixed convection heat transfer of CuO-water nanofluid in a vertical square duct using two phase Euler-Lagrange approach, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 6, No. 2, pp. 227-244, 2016. (in Persian فارسی)

[24] I. Zahmatkesh, H. Emdad, M. M. Alishahi, Two-fluid analysis of a gas mixing problem, *Scientia Iranica (Transactions B)*, Vol. 20, No. 1, pp. 162-171, 2013.

[25] E. Torshizi, I. Zahmatkesh, Evaluation of Eulerian-Eulerian and two-phase mixture models for the analysis of nanofluid flow in a microchannel, *Proceedings of The 22nd Annual International Conference on Mechanical Engineering*, Ahvaz, Iran, 2014. (in Persian فارسی)

[26] E. Torshizi, I. Zahmatkesh, Comparison between single-phase, two-phase mixture and Eulerian-Eulerian models for the simulation of jet impingement of nanofluids, *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, Vol. 27, No. 2, pp. 55-70, 2016. (in Persian فارسی)

[27] E. Torshizi, I. Zahmatkesh, Utilization of Eulerian-Eulerian two-phase model for the simulation of turbulent nanofluid flow in jet impingement, *Proceedings of The 23rd Annual International Conference on Mechanical Engineering*, Tehran, Iran, 2015. (in Persian فارسی)

[28] E. Torshizi, I. Zahmatkesh, Eulerian-Eulerian description of water flow in a backward-facing step with nanofluid blowing, *Amirkabir Journal of Science & Research*, Vol. 48, No. 1, pp. 93-104, 2016. (in Persian فارسی)

[29] I. Zahmatkesh, E. Torshizi, Scrutiny of unsteady flow and heat transfer in a backward-facing step under pulsating nanofluid blowing using the Eulerian-Eulerian approach, *Journal of Mechanics*, 2017. (in Press)

[30] M. Kalteh, A. Abbassi, M. Saffar-Avval, J. Harting, Eulerian-Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid laminar forced convection in a