



مدل سازی و شناسایی سیستم چرخ عکس‌العملی با استفاده از داده‌های تجربی

وحید بهلوری¹، سمانه کویری¹، مرضیه تقی‌نژاد²، محمد ندافی‌پور میبدی²، سهیل سیدزamani^{3*}

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکاترونیک، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران

2- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران

3- مربی، مهندسی هوافضا، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 1997994313، s.seyedzamani@isrc.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 شهریور 1396

پذیرش: 07 آبان 1396

ارائه در سایت: 06 آذر 1396

کلید واژگان:

چرخ عکس‌العملی

شناسایی سیستم

ماهواره

مدل دینامیکی

کنترل وضعیت

چکیده

در این مقاله مدل دینامیکی خطی یک چرخ عکس‌العملی نمونه با استفاده از داده‌های تجربی شناسایی شده است. بدین منظور اطلاعات ورودی-خروجی چرخ عکس‌العملی در بستر سخت‌افزار در حلقه که شامل چرخ عکس‌العملی، درگاه ارتباطی باس کن، برد پردازشی و نرم‌افزار لب‌ویو بوده، به صورت برخط با نرخ یک مگابیت بر ثانیه ارسال و دریافت شده است. مدل‌سازی با فرض جعبه سیاه بودن مجموعه چرخ عکس‌العملی و مدار کنترلی داخل آن، با در نظر گرفتن ملاحظات آزمون تجربی انجام شده است. در این راستا ابتدا رفتار چرخ عکس‌العملی با اعمال ورودی‌های سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای بررسی شده، سپس سیگنال‌های ورودی سیگنال دودویی تصادفی ساختگی و چیرپ برای شناسایی مدل چرخ توسط بستر سخت‌افزاری تولید و به چرخ اعمال شده است. داده‌های اعمالی فرمان و بازخورد ذخیره و بعد از بازیابی جهت شناسایی مدل چرخ استفاده شده است. با توجه به رفتار موتور الکتریکی، مدل‌های دینامیکی خطی خود رگرسیو و خود رگرسیو میانگین تحرک با ورودی خارجی برای شناسایی مدل چرخ در نظر گرفته شده و شناسایی برای چند مرتبه مختلف از مدل برای پاسخ سرعت زاویه‌ای انجام شده است. همچنین مرتبه تأخیر مناسب برای سیستم حلقه بسته چرخ و کنترل‌کننده آن بررسی و استخراج شده است. در نهایت خروجی مدل پیشنهادی به ازای یک سیگنال آزمون جدید با خروجی واقعی چرخ مقایسه و مدل پیشنهاد شده به وسیله داده‌های ارزیابی صحت‌سنجی شده است. نتایج مدل ارائه شده عملکرد مناسب مدل پیشنهادی برای بیان رفتار چرخ عکس‌العملی را نشان می‌دهد.

Modeling and System Identification of a reaction wheel with experimental data

Vahid Bohlouri, Samane Kaviri, Marziye Taghinezhad, Mohammad Naddafi Pour Meibody, Soheil

Seyedzamani*

Satellite Research Institute, Iranian Space Research Center, Tehran, Iran

* P.O.B. 1997994313 Tehran, Iran, s.seyedzamani@isrc.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 17 September 2017

Accepted 29 October 2017

Available Online 27 November 2017

Keywords:

Reaction wheel

System identification

Dynamic model

Satellite

Attitude control

ABSTRACT

In this paper, a linear dynamic model for a reaction wheel is identified using experimental analysis. To do this, online input-output data of reaction wheel is sent and received by CAN protocol working with the frequency of one mega bit per second. The experimental hardware consists of reaction wheel, processing board, CAN protocol, and LabVIEW monitoring. Modeling assumes the reaction wheel and its inner control circuit as a black box and takes into account the practical considerations. Initially, behavior of the reaction wheel is examined using test signals for velocity and acceleration as inputs. After that, the test signals are replaced by Chirp and PRBS signals and the output results are saved. According to the results obtained in the tests, ARMAX and ARX linear dynamic models are assigned to the motor and different orders of these models are compared with each other to reach the appropriate order of the models. Furthermore, a delay is also incorporated in the model and its proper order is determined by the simulations. Finally, to validate the proposed model, the outputs of the model and plant are compared followed by exerting a new test signal. The results indicate a good agreement between the proposed model and the practical behavior.

1- مقدمه

مغناطیسی مزیت‌های دارد که سبب کاربرد گسترده این المان‌ها در کنترل وضعیت شده است. تراسترها معمولاً گشتاورهای زیاد، سریع و گسسته تولید نموده و در کنترل دقیق وضعیت از آن‌ها استفاده نمی‌شود [2]. گشتاوردهنده‌های مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی زمین و ارتفاع ماهواره بوده و همچنین مقدار گشتاور خیلی کمی تولید می‌کنند. در این میان چرخ عکس‌العملی توانایی تولید مومنوم پیوسته داشته و سطح مناسبی

عملگرهای مختلفی از جمله چرخ‌های عکس‌العملی، تراسترها و گشتاوردهنده‌های مغناطیسی برای کنترل وضعیت و پایدارسازی ماهواره‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این بین چرخ‌های عکس‌العملی با تولید مومنوم زاویه‌ای سبب پایدارسازی و مانور وضعیت دقیق‌تر ماهواره‌ها می‌شوند [1]. چرخ‌های عکس‌العملی نسبت به عملگرهایی مثل تراستر و گشتاوردهنده

Please cite this article using:

V. Bohlouri, S. Kaviri, M. Taghinezhad, M. Naddafi Pour Meibody, S. Seyedzamani, Modeling and System Identification of a reaction wheel with experimental data, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 11, pp. 437-446, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

عکس العملی ساخته شده نیاز به استخراج مدل ریاضی آن بوده است؛ بنابراین در این مقاله استفاده از داده های حاصل از آزمایش های عملی روی چرخ عکس العملی برای تعیین یک مدل ریاضی کارآمد مورد توجه است.

در این مقاله ابتدا در مورد چرخ عکس العملی موجود و مشخصه های عملکردی آن بحث شده است، سپس بستر سخت افزار در حلقه معرفی شده و اجزای آن از جمله چرخ عکس العملی مورد آزمون تشریح شده است. در ادامه شناسایی سیستم، شرایط و نحوه انجام آزمایش و ملاحظات عملی، طراحی سیگنال ورودی، انتخاب داده ها جهت شناسایی مدل و مدل های دینامیکی بررسی شده است. سپس با استفاده از داده های تجربی چند مدل دینامیکی در نظر گرفته شده و شناسایی سیستم برای این مدل ها انجام شده، در قسمت نهایی مدل های استخراج شده با یکدیگر مقایسه شده و همچنین جهت صحت سنجی نتایج، اعمال هم زمان سیگنال به مدل استخراج شده و سخت افزار چرخ عکس العملی انجام شده و نتایج با یکدیگر مقایسه شده است.

2- چرخ عکس العملی و مدل های موجود

چرخ عکس العملی شامل یک روتور چرخان است که به کمک یک موتور الکتریکی حرکت دورانی پیدا می کند. در شرایطی که ماهواره در نقطه تعادل خود قرار داشته باشد، موتور خاموش بوده و یا تغییر سرعت ندارد. در صورتی که نیاز باشد ماهواره در جهت خاصی دوران داشته باشد، یا وضعیت تغییر نماید، موتور الکتریکی با تغییر سرعت، گشتاور لازم را به ماهواره اعمال می نماید. بخش دوار چرخ با حرکت دورانی می تواند اندازه حرکت ماهواره را تغییر دهد، اثر گشتاورهای اغتشاشی را حذف کرده و در صورت لزوم وضعیت ماهواره را به مقدار دلخواه نزدیک نماید. چرخ های عکس العملی عموماً از چهار قسمت موتور الکتریکی بدون زغال¹، برد الکترونیکی کنترلی، چرخ طیار و محفظه تشکیل شده است. موتورهای الکتریکی بدون زغال قابلیت تولید دورهای بالا دارند که این دور در چرخ های عکس العملی به حدود 8000 دور بر دقیقه می رسد. محور موتور الکتریکی به یک چرخ طیار متصل بوده که با چرخش موتور مومنتوم زاویه ای ایجاد می نماید و با تغییرات سرعت باعث تولید شتاب زاویه ای و نهایتاً گشتاور می شود. موتورهای الکتریکی به دلیل خاصیت اشباع هسته و رفتار غیرخطی مغناطیس شوندگی هسته اساساً غیرخطی بوده و دارای معادلات غیرخطی هستند [14]. اگر چه که در بیشتر منابع معمولاً معادلات به صورت ساده شده در نظر گرفته شده است. از طرفی برد الکترونیکی کنترلی دارای قسمت های مختلفی شبیه پردازنده، مدارهای حفاظتی، مدارهای محدودکننده، مدارهای قدرت، حسگرها و فیلترهاست که برخی از آنها شبیه محدودکننده رفتار غیرخطی دارند [15]. نمونه ای از یک بلوک دیاگرام چرخ عکس العملی در شکل 1 ارائه شده است.

همان طور که از شکل 1 ملاحظه می شود بخش های مختلفی به غیر از یک موتور الکتریکی در ساختار یک چرخ عکس العملی وجود دارد که صرف نظر کردن از این قسمت ها، دقت مدل استخراج شده در مقایسه با رفتار واقعی چرخ را کاهش می دهد. در مرجع [12] برای مدل سازی چرخ عکس العملی از یک مدل موتور جریان مستقیم استفاده شده است. تابع تبدیل بین سرعت زاویه ای چرخ عکس العملی و ولتاژ ورودی از معادلات مرجع [16] استفاده شده است. این تابع تبدیل در فضای لاپلاس رابطه به صورت رابطه (1) دارد.

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{k_t}{k_t k_e + (Ls + R)(Js + b)} \quad (1)$$

¹ Brushless

از گشتاور را تولید می کند. این عملگر در مود نشانه روی دقیق ماهواره ها کارایی ویژه ای دارد، اگر چه که اشباع شدن نیز از مشکلات چرخ های عکس العملی است [4,3].

کنترل وضعیت در مدهای نشانه روی مخصوصاً برای ماهواره های سنجشی و تصویربرداری از اهمیت به سزایی برخوردار است. در نظر گرفتن مدل صحیح و واقعی از عملگرها، پاسخ های الگوریتم کنترل وضعیت را واقعی تر نموده و جهت رسیدن به کنترل وضعیت دقیق، ضروری به نظر می رسد [5,1]. در این راستا پژوهش ها و تحقیقاتی در منابع صورت گرفته که به طور کلی دو رویکرد اصلی را می توان در مدل سازی چرخ های عکس العملی در نظر گرفت. رویکرد اول روش تحلیلی و محاسبه تابع تبدیل از روابط و معادلات ریاضی است. رویکرد دوم نگاه جعبه سیاه به چرخ عکس العملی و محاسبه تابع تبدیل آن از طریق شناسایی سیستم است [6,7]. هر دو رویکرد ویژگی هایی دارند. در رویکرد اول روابط ریاضی البته با تقریب مدل مناسبی از چرخ ارائه می نماید، اما عموماً چرخ های عکس العملی به همراه سخت افزار الکترونیکی کنترلی در یک مجموعه بوده و روابط ریاضی فقط برای موتور نوشته شده و از سخت افزار الکترونیکی صرف نظر می شود، علاوه بر این در روابط ریاضی از ترم های غیرخطی و همچنین محدودیت های الکترونیکی و کنترلی داخل چرخ عموماً صرف نظر می شود؛ بنابراین تخمین مدل از طریق شناسایی سیستم چرخ و برد الکترونیکی مزیت دارد.

در مراجع [9,8] بررسی و شناسایی یک مدل برای چرخ عکس العملی انجام شده است. البته این شناسایی بدون داده های تجربی و از روی یک مدل ریاضی پیش فرض استخراج شده و سعی در شناسایی و پیشنهاد مدل بهینه جدید برای تشخیص عیب بوده است. در مرجع [9] از آموزش شبکه عصبی برای تشخیص عیب چرخ استفاده شده است. در مرجع [10] اغتشاشات یک چرخ عکس العملی مدل سازی شده و مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [11] مدل سازی یک چرخ عکس العملی از روی مدل یک موتور جریان مستقیم انجام شده و پارامترهای مدل موتور با روش حداقل مربعات بازگشتی تخمین زده شده است. در مراجع یادشده عموماً داده های تجربی در دسترس نبوده است و مدل های در نظر گرفته شده مبتنی بر روابط ریاضی حاکم بر موتورهای جریان مستقیم بوده است که هر یک در حد امکان ترم های غیرخطی را نیز در مدل چرخ عکس العملی در نظر گرفته اند.

شناسایی سیستم یک چرخ عکس العملی با استفاده از یک مدل غیرخطی در مرجع [12] بررسی شده که در این مرجع از نتایج تجربی برای شناسایی سیستم چرخ استفاده شده است. در مرجع [13] اغتشاشات یک چرخ عکس العملی نمونه مدل سازی شده، این مطالعه به منظور بررسی تأثیر اغتشاشات چرخ بر سازه ماهواره بررسی شده است.

اطمینان از حفظ وضعیت ماهواره و توانایی در کنترل وضعیت آن با توجه به پرهزینه بودن پروژه های طراحی و ساخت ماهواره یکی از مهم ترین دغدغه های موجود است. به عبارت دیگر با توجه به هزینه بالای ساخت ماهواره روشی اهمیت ویژه ای دارد که بتواند منجر به دقت بالاتر در کنترل وضعیت و افزایش قابلیت اطمینان کنترل وضعیت شود. در نظر گرفتن مدل دقیق چرخ عکس العملی به منظور پیاده سازی و آزمون الگوریتم های کنترل وضعیت سخت افزار در حلقه از اهمیت ویژه ای برخوردار است. بلوک دیاگرام کنترلی چرخ عکس العملی پیچیدگی های دارد که عموماً در تحقیقات انجام شده، مسأله ساده شده و از دینامیک های غیرخطی چرخ صرف نظر شده است، همچنین عمدتاً از داده های تجربی در استخراج اطلاعات ورودی-خروجی استفاده نشده است. علاوه بر این برای مدل سازی یک نمونه چرخ

و دریافت داده، پروتکل ارتباطی و نمایشگر داده می‌شود. دور نامی چرخ عکس‌عملی مورد آزمون دارای سرعت 6000 دور بر دقیقه و گشتاور نامی 0.015 نیوتن‌متر است. بلوک دیاگرام داخلی یک چرخ عکس‌عملی در شکل 3 نمایش داده شده است.

ویژگی‌های چرخ عکس‌عملی نمونه در جدول 1 بیان شده است. حداکثر سرعت این چرخ 7800 دور بر دقیقه و حداکثر شتاب 314 دور بر ثانیه است. این چرخ دارای مومنتوم زاویه‌ای 0.34 نیوتن متر ثانیه بوده و ممان اینرسی آن 42×10^{-5} کیلوگرم مترمربع است. ارسال فرمان و دریافت داده در این چرخ توسط دو درگاه ارتباطی سریال¹ و باس کن² قابل انجام است؛ بنابراین مشکل واحد آنالوگ به دیجیتال برای داده‌برداری برخط وجود ندارد. توجه به این نکته مجموعه چرخ و کنترل‌کننده داخلی آن به صورت یک مجموعه بسته ساخته شده است.

اندازه‌گیری داده فیدبک از دور چرخ در هر لحظه توسط سه حسگر اثر هال انجام شده و داده‌ها از طریق پردازنده داخلی روی درگاه ارتباطی باس کن ارسال می‌شود. برای برقراری ارتباط با مجموعه چرخ عکس‌عملی از برد الکترونیکی دارای پردازنده سری آرم³ با فرکانس کاری 8 مگاهرتز استفاده شده است. در این مطالعه پروتکل ارتباطی استفاده شده برای اعمال فرمان و دریافت داده، پروتکل باس کن با فرکانس کاری 1 مگاهرتز انتخاب شده است. مدت زمان لازم از لحظه ارسال داده از برد پردازنده تا دریافت بازخورد از چرخ، در این درگاه ارتباطی حدود 20 میلی‌ثانیه اندازه‌گیری شده است. در شکل 4 تصویری از چرخ عکس‌عملی و برد پردازشی ساخته شده ارائه شده است. اطلاعات ورودی و خروجی از طریق درگاه سریال برد الکترونیکی به رایانه منتقل شده و مقادیر ورودی و خروجی اندازه‌گیری شده به کمک نرم‌افزار لیبویو⁴ ذخیره و نمایش داده می‌شود.

در شکل 5 تصویری از ارتباط برد پردازشی، چرخ عکس‌عملی و محیط نرم‌افزاری طراحی شده مشاهده می‌شود. داده‌ها به جعبه ابزار شناسایی

جدول 1 مشخصات چرخ عکس‌عملی نمونه [17]

Table 1 Reaction wheel specifications [17]

پارامتر	مقدار
مومنتوم زاویه‌ای	0.34 (Nm.s)
دور نامی	6000 (rpm)
حداکثر دور	7800 (rpm)
گشتاور نامی	0.015 (Nm)
ممان اینرسی	4.2×10^{-4} (kg.m ²)

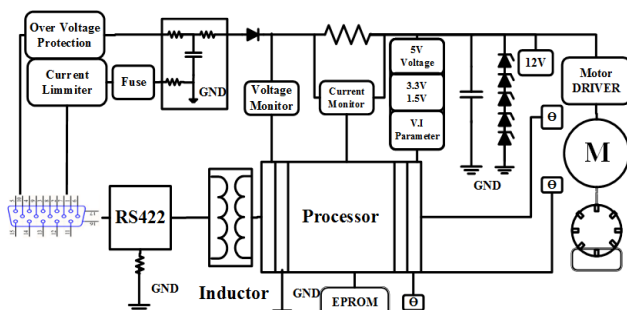


Fig. 3 Internal block diagram of RW90 reaction wheel [17]

شکل 3 بلوک دیاگرام داخلی چرخ عکس‌عملی RW90 [17]

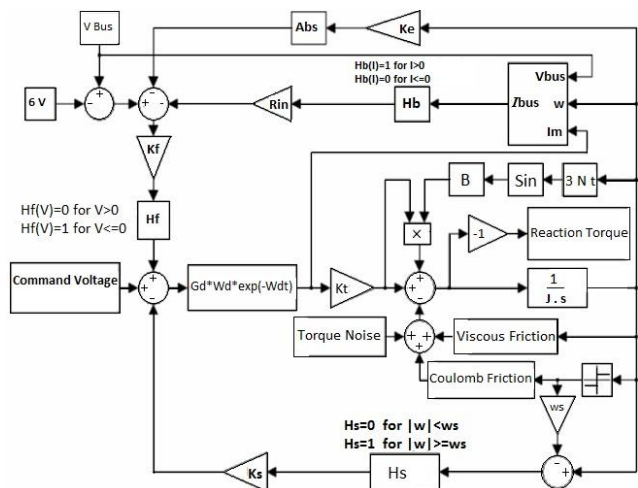


Fig. 1 Internal block diagram of a reaction wheel [11]

شکل 1 بلوک دیاگرام داخلی یک چرخ عکس‌عملی [11]

در مرجع یادشده با توجه به پارامترهای انتخابی برای چرخ عکس‌عملی مدلی در نظر گرفته شده و تابع تبدیل چرخ مشخص شده است. برای شناسایی مدل پارامترهای رابطه (1) با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی تعیین شده است. در این مرجع اگرچه داده‌های تجربی در دسترس نبوده است، اما نیاز به یک مدل دقیق از چرخ عکس‌عملی مطرح شده است و با استفاده از شبیه‌سازی و برای یک مدل مفروض تخمین مدل دقیق صورت گرفته است.

3- ساخت بستر آزمون و آزمایش‌های تجربی

شناسایی مدل ریاضی مناسب از هر سیستمی نیازمند طراحی بستری برای استخراج داده‌های مناسب است. در این راستا یک بستر سخت‌افزاری برای اعمال فرمان و اکتساب داده از چرخ عکس‌عملی طراحی شده و تعریف آزمون‌های مختلف با توجه به ویژگی‌های مسأله تعریف شده است. داده‌برداری برخط، نویز کم داده‌ها و تعداد مناسب داده با توزیع یکنواخت از ویژگی‌های بستر سخت‌افزاری اکتساب داده است. در شکل 2 شماتیک بستر سخت‌افزاری پیاده‌سازی شده در این مطالعه نمایش داده شده است. در بخش بعد جزئیات بستر آزمون تشریح شده است.

3-1- بستر آزمون

بستر آزمون شامل یک چرخ عکس‌عملی نمونه، یک برد پردازنده برای ارسال

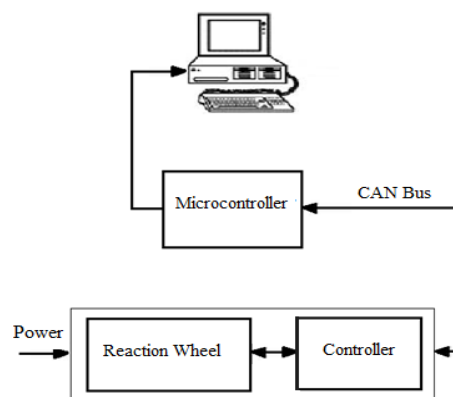


Fig. 2 Experimental testbed block diagram

شکل 2 شمای بستر آزمون تجربی

¹ RS232
² CAN
³ ARM
⁴ LabVIEW

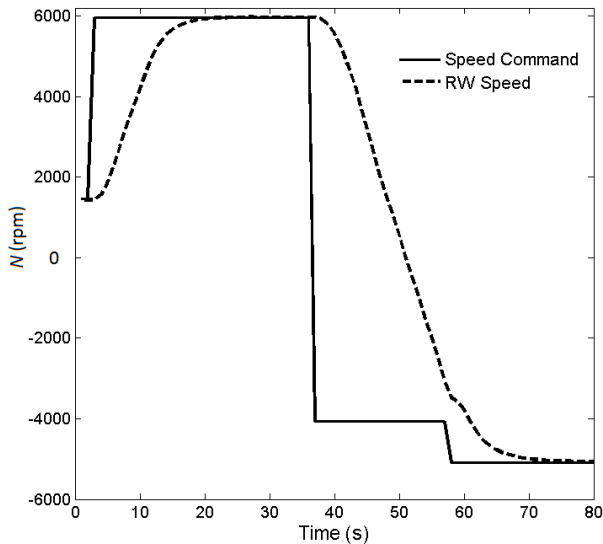


Fig. 6 The comparison of speed command and reaction wheel speed

شکل 6 مقایسه فرمان سرعت و سرعت چرخ عکس‌العملی

رسیده و خطای حالت ماندگار به صفر نزدیک شده است. با معکوس شدن فرمان دور نیز بعد از گذشت حدود 40 ثانیه دور چرخ معکوس شده است. در این شکل 7 عملکرد چرخ عکس‌العملی در مد شتاب بررسی شده است. در این شکل دستور شتاب به چرخ اعمال شده و نمودار تغییرات سرعت چرخ در جهت مثبت و منفی به دست آمده که در این شکل مشاهده می‌شود. در این شکل محور عمودی برای خط مماس شتاب (α) و برای خط چین، سرعت با مقیاس $N/10$ (سرعت چرخ) مشخص شده است. البته قابل بیان است که بازخورد دریافتی از چرخ، پارامتر سرعت بوده و بازخوردی از پارامتر شتاب وجود ندارد، البته با محاسبه تغییرات سرعت یا همان مشتق‌گیری از سرعت نمودار شتاب استخراج می‌شود که در شکل 8 نمودار استخراجی برای شتاب مشاهده می‌شود. مطابق شکل چرخ به خوبی توانسته فرمان شتاب را دنبال نماید.

4- شناسایی و مدل‌سازی

شناسایی سیستم کاربردهای مهم و مختلفی در صنعت داشته و نقشی

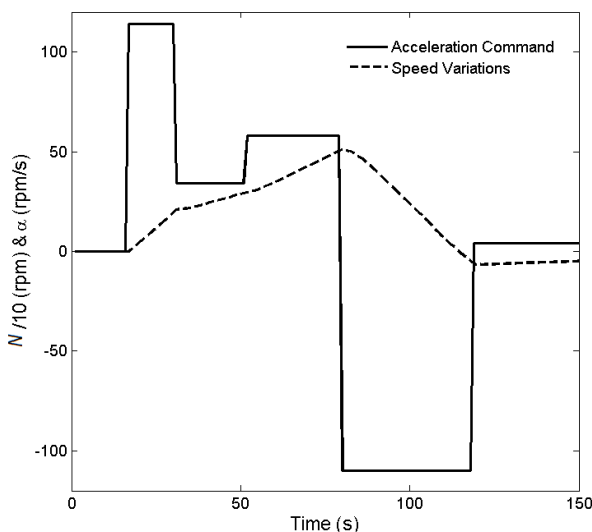


Fig. 7 The comparison between acceleration command and Reaction wheel speed variations

شکل 7 مقایسه فرمان شتاب و تغییرات سرعت چرخ عکس‌العملی

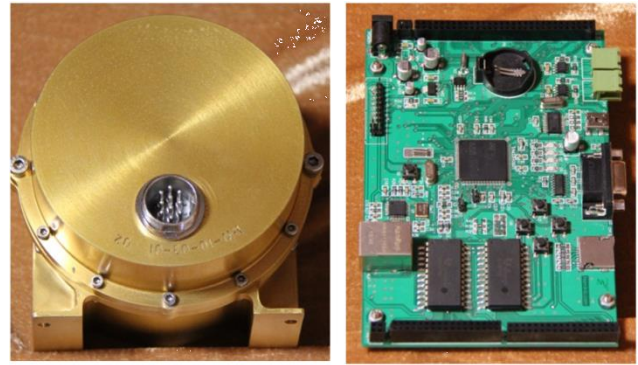


Fig. 4 Reaction wheel and electronic board

شکل 4 چرخ عکس‌العملی و برد الکترونیکی

سیستم نرم‌افزار متلب انتقال داده می‌شود تا به کمک آن مدل دینامیکی مناسبی برای چرخ عکس‌العملی تعیین شود. چرخ عکس‌العملی مورد آزمایش دارای دو مد اصلی سرعت و شتاب است که در مد سرعت، مومنوم زاویه‌ای و در مد شتاب گشتاور ایجاد می‌کند. با اعمال دستور سرعت، دور خروجی چرخ دور فرمان را ردیابی می‌نماید. کاربرد چرخ عکس‌العملی بیشتر در مد شتاب و ایجاد گشتاور مطرح است، در مد شتاب، چرخ با تغییرات سرعت گشتاوری به ماهواره اعمال می‌نماید. رابطه مومنوم زاویه‌ای و گشتاور تولیدی توسط چرخ عکس‌العملی مطابق روابط $(3,2)$ است که در آن T گشتاور تولیدی چرخ برحسب نیوتن‌متر، I ممان اینرسی چرخ، α شتاب زاویه‌ای، ω سرعت زاویه‌ای و H مومنوم زاویه‌ای است.

$$T = I\alpha \text{ (N}\cdot\text{m)} \quad (2)$$

$$H = I\omega \text{ (r}\cdot\text{m}\cdot\text{v)} \quad (3)$$

ابتدا به منظور آشنایی با نحوه عملکرد چرخ عکس‌العملی یک سیگنال آزمون تولید شده و به موتور اعمال می‌شود که طبق داده تجربی دریافت شده، این سیگنال مطابق شکل 6 است. در این شکل خط چین نشان‌دهنده سرعت چرخ و خط مماس نشان‌دهنده فرمان اعمالی به آن است.

همچنان که در شکل 6 مشاهده می‌شود چرخ دارای زمان خیز حدود 20 ثانیه بوده و بعد از پنج ثابت زمانی مقدار دور چرخ به مقدار فرمان

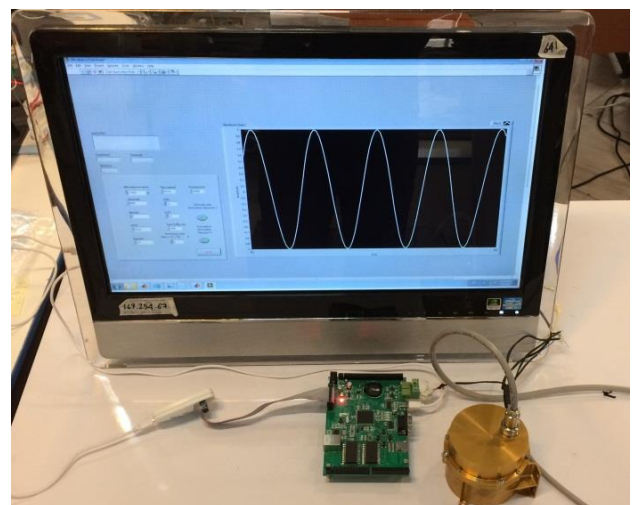


Fig. 5 Hardware in loop consist of reaction wheel, electronic board and LabVIEW software

شکل 5 بستر تست سخت‌افزار در حلقه شامل چرخ عکس‌العملی، برد الکترونیکی و نمایشگر در محیط لَب‌ویو

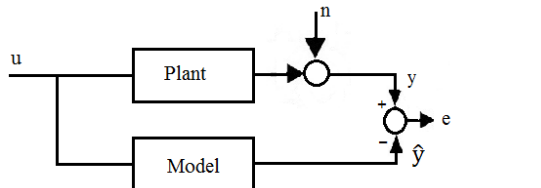


Fig. 10 System Identification block diagram

شکل 10 دیاگرام شناسایی سیستم

توجه هستند و شناسایی غیرمستقیم مدل انجام می پذیرد، زیرا داده های در دسترس مربوط به سیستم حلقه بسته بوده و در نهایت تخمینی از تابع تبدیل حلقه بسته را خواهیم داشت (شامل موتور، چرخ طیار و قسمت های مکانیکی، کنترل کننده، مدارهای الکترونیکی و پردازشی داخل چرخ) که تابع تبدیل آن در حالت کلی در حالت گسسته زمان به صورت رابطه (5) است.

$$T = \frac{C_T(q^{-1})}{R_T(q^{-1})} = \frac{c_{T1}q^{-1} + \dots + c_{Tm}q^{-m}}{1 + r_{T1}q^{-1} + \dots + r_{Tn}q^{-n}} \quad (5)$$

4-1- سیستم دینامیکی خطی

تابع تبدیل ساده ترین مدل ریاضی برای سیستم های دینامیکی خطی است. تابع تبدیل بیشترین کاربرد را در مهندسی کنترل دارد. همان طور که اشاره شد در این مقاله مدل سازی با رویکرد مدل زمان گسسته انجام شده است. مدل های دینامیکی خطی متداول شامل مدل های مدل های خودرگرسیو¹، خودرگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی²، خطای خروجی³ و باکس جنکین⁴ است که مدل های خودرگرسیو و خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی بیشترین کاربرد را دارند. در مدل خطای خروجی معیار خطای خروجی به عنوان تابع هزینه استفاده می شود که به دلیل آن که خطای مشاهده شده مستقیم در خروجی نشان داده می شود، مدل به نوع ساختار بسیار حساس است که این امر چندان مطلوب نیست. دلیل این مشکل در این است که این مدل برای سیستم های حلقه باز طراحی شده است. بدین جهت نمی توان سیستم های ناپایدار را توسط این مدل شناسایی نمود؛ بنابراین در این مقاله با توجه به این که سیستم مد نظر حلقه بسته است، مدل خطای خروجی برای آن مناسب نیست.

مدل باکس جنکین پیچیده ترین مدل دینامیکی خطی و مشابه مدل خطای خروجی است با این تفاوت که در آن برای دینامیک مدل نویز، درجه آزادی در نظر گرفته شده است؛ بنابراین می توان نویز خروجی در این مدل را به صورت رنگی در نظر گرفت. این مدل نسبت به تمام مدل های دیگر کامل تر بوده و انعطاف پذیری بیشتری دارد، زیرا توابع تبدیل مربوط به ورودی-خروجی و نویز-خروجی را به صورت جداگانه تخمین می زند. اشکال این مدل پیچیدگی آن (به دلیل کامل بودن آن) است. از دیدگاه پیچیدگی تا جایی که امکان دارد کمتر از این مدل استفاده می شود، زیرا تخمین قابل قبولی ارائه می دهد، اما به بهای این که دینامیک هایی را به اشتباه برای سیستم در نظر می گیرد [6]. در ادامه تمرکز روی مدل های خودرگرسیو و خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی خواهد بود.

4-1-1- مدل خودرگرسیو

مدل خطی خودرگرسیو در تخمین سیستم های دینامیکی بسیار استفاده

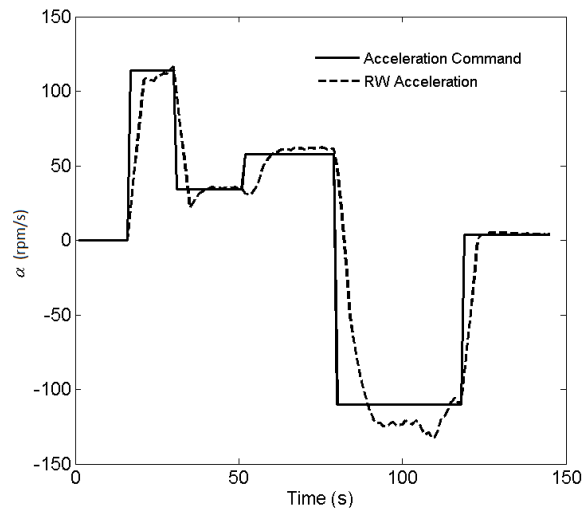


Fig. 8 The comparison between acceleration command and Reaction wheel acceleration

شکل 8 مقایسه بین فرمان شتاب و شتاب چرخ عکس العملی

اساسی در تحلیل و کنترل سیستم های صنعتی دارد [18]. به منظور تحلیل و کنترل یک سیستم دینامیکی باید یک مدل ریاضی از آن سیستم در دسترس باشد. در این مطالعه شناسایی سیستم چرخ عکس العملی به معنای یافتن مدلی از خانواده مدل هاست که با توجه به مشاهدات ورودی-خروجی کمترین هزینه را ایجاد کند و معادل سیستم مورد نظر باشد [6].

در فرایند شناسایی سیستم ابتدا باید داده های مناسب ورودی و خروجی دستگاه گردآوری شوند، پس از آن انتخاب ساختار مدل مناسب با توجه به کاربرد مدل و شناخت از سیستم مورد نظر صورت می پذیرد تا مدلی مناسب برای دستگاه مورد نظر حاصل شود [19]. در شکل 9 فرایند شناسایی سیستم به صورت کلی نمایش داده شده است.

در این مقاله حداقل مجموع مربعات خطا به عنوان معیار مناسب بودن مدل در نظر گرفته شده است. هدف از این معیار، کمینه نمودن مجموع مربعات خطای بین خروجی مدل و خروجی اندازه گیری شده از دستگاه برای همه نمونه هاست که رابطه ریاضی این معیار در رابطه (4) مشخص شده است.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e(j)^2 \quad (4)$$

قابل بیان است که خطا در فرایند شناسایی مدل چرخ مطابق شکل 10 استخراج می شود.

در این مطالعه مدل های خطی دینامیکی برای چرخ عکس العملی مورد

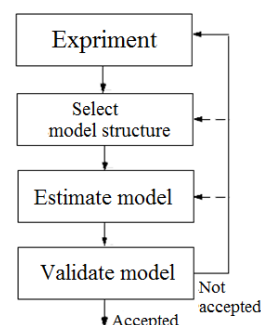


Fig. 9 System identification procedure

شکل 9 فرایند شناسایی سیستم

¹ Autoregressive with exogenous input (ARX)

² Autoregressive moving average with exogenous input (ARMAX)

³ Output Error (OE)

⁴ Box Jenkins (BJ)

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} \quad (11)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{b}_1 u(k-1) + \hat{b}_2 u(k-2) + \hat{c}_1 e(k-1) - \hat{a}_1 y(k-1) + \hat{a}_2 y(k-2) \quad (12)$$

در این مدل دیگر نمی‌توان از روش حداقل مربعات استفاده نمود و خطای پیش‌بینی از رابطه (13) تعیین می‌شود.

$$e(k) = \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(k) - \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(k) \quad (13)$$

4-2- ورودی

اعمال یک ورودی مناسب و پایا تأثیر به سزایی در شناسایی صحیح یک مدل ریاضی از سیستم مورد نظر دارد. چرخ‌های عکس‌العملی که مشابه موتورهای جریان مستقیم هستند، عموماً سیستم‌هایی با ثابت زمانی بالاست؛ بنابراین تغییرات زیاد ورودی را نمی‌توانند ردیابی نمایند. سیگنال‌هایی شبیه ضربه اگرچه به لحاظ فرکانسی غنی هستند، اما برای شناسایی مدل چرخ مناسب نیستند. علاوه بر این وارد کردن ورودی ضربه به سیستم، شبیه وارد کردن شوک است که منجر به آسیب به دستگاه می‌شود. ورودی سیگنال تصادفی با فرکانس خیلی بالا در عمل مناسب چرخ نیست، چون چرخ قادر به ردیابی آن نبوده و تغییرات سریع سیگنال ممکن است به محرک‌های سیستم دینامیکی آسیب برساند. به علاوه در شرایط کلی مدل سیستم اصلی شاید آن‌قدر پارامتر نامعلوم نداشته باشد که برای تخمین آن‌ها نیاز به چنین سیگنال غنی (تحریک پایا²) وجود داشته باشد. در این تحقیق از سیگنال سیگنال دودویی تصادفی ساختگی و سیگنال چیرپ³ که نسبتاً پایا بوده و اغلب فرکانس‌های سیستم را سیگنال دودویی تصادفی ساختگی⁴ تحریک می‌کنند برای شناسایی مدل چرخ استفاده شده است. عموماً سیگنال دودویی تصادفی ساختگی بین دو سطح با پهنای پالس تصادفی تغییر می‌کند که البته سطح سیگنال هم می‌تواند تصادفی باشد.

در این مطالعه سطح سیگنال و پهنای پالس سیگنال هر دو به طور تصادفی تولید می‌شود. البته با توجه به شناختی که از چرخ عکس‌العملی وجود دارد مقدار حداقل زمان پهنای پالس سیگنال به 5 ثانیه و مقدار حداکثر اندازه دامنه به مقدار 6000 دور بر دقیقه محدود شده است. همچنین در تمام داده‌برداری‌ها سیستم از حالت آرام شروع به کار کرده و شرایط اولیه صفر بوده است. در شکل 14 سیگنال دودویی تصادفی ساختگی اعمال شده به چرخ عکس‌العملی با سطح و پهنای پالس متغیر و تصادفی مشاهده می‌شود، همچنین در این شکل تغییرات سرعت موتور نیز به صورت خط‌چین نمایش داده شده است.

سیگنال تحریک چیرپ یک سیگنال سینوسی است که بین دو فرکانس مشخص تغییر می‌کند [12]. در کاربردهای عملی معمولاً سیگنال تصادفی خالص و یا سیگنال مشابه با پله به دلیل تغییرات ناگهانی قابلیت اعمال به موتور را ندارد، اما استفاده از سیگنال چیرپ می‌تواند سبب تحریک بازه فرکانس کاری دستگاه به صورت پیوسته و بدون اعمال ضربه به آن شود؛ در بسیاری از موارد در کاربردهای صنعتی مورد توجه است. به منظور بررسی عملکرد چرخ و همچنین تحریک مودهای دینامیکی بیشتر چرخ عکس‌العملی از سیگنال چیرپ استفاده شده است.

پاسخ چرخ به این سیگنال در شکل 15 مشاهده می‌شود. همچنان که از این شکل نیز مشخص است. در فرکانس‌های پایین ردیابی دستور سرعت

می‌شود چون مشابه بسیاری از سیستم‌های واقعی است. علاوه بر این چون خطای پیش‌بینی آن دارای یک رابطه‌ی خطی با پارامترهاست می‌توان پارامترهای آن را از روش حداقل مربعات¹ تخمین زد. از آنجایی که خطای پیش‌بینی خودرگرسیو حتی در مواجهه با سیستم ناپایدار، پایدار است، از این مدل برای تخمین سیستم‌های ناپایدار استفاده می‌شود. در شکل 11 بلوک دیاگرام این مدل آورده شده است [6].

معادلات مدل خود رگرسیو به صورت روابط (6-8) است.

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + v(k) \quad (6)$$

$$\hat{y}(k|k-1) = B(q^{-1})u(k) + (1 - A(q^{-1}))y(k) \quad (7)$$

$$\hat{y}(k|k-1) = b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m) - a_1 y(k-1) + \dots + a_m y(k-m) \quad (8)$$

در این مدل کمینه‌سازی خطای پیش‌بینی مورد نظر است. در شکل 12 نحوه محاسبه آن نمایش داده شده است. در بهترین حالت خطای پیش‌بینی معادل یک نویز سفید خواهد بود یعنی هیچ اطلاعاتی در خطا باقی نمانده است.

4-1-2- مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی

ساختار در نظر گرفته شده برای این مدل به صورت بلوک دیاگرام در شکل 13 نمایش داده شده است.

معادله خروجی در مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی به صورت (19) است.

$$\hat{y}(k|k-1) = \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(k) + (1 - \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})}) y(k) \quad (9)$$

معادلات مدل ARMAX برای $n_a = n_b = 2, n_c = 1$ به صورت روابط (10-12) است.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} \quad (10)$$

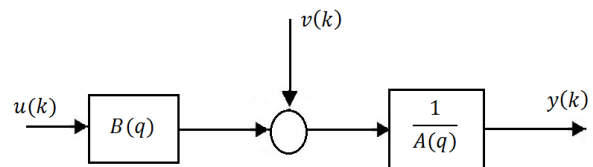


Fig. 11 ARX block diagram

شکل 11 بلوک دیاگرام مدل خودرگرسیو

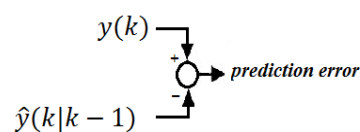


Fig. 12 Prediction error block diagram

شکل 12 بلوک دیاگرام خطای تخمین

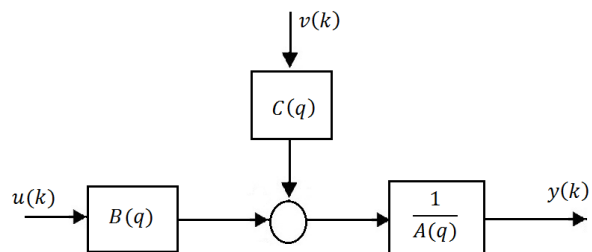


Fig. 13 ARMAX block diagram

شکل 13 بلوک دیاگرام مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی

² Persistently exciting (PE)

³ Chirp

⁴ Pseudo random binary signal (PRBS)

¹ Least square

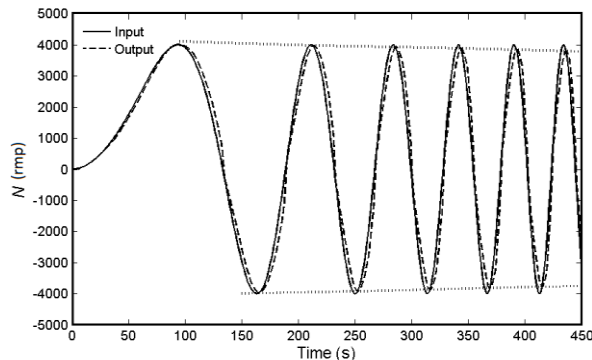


Fig. 15 Chirp signal as command and output speed of reaction wheel
شکل 15 سیگنال Chirp اعمالی و خروجی سرعت چرخ عکس‌العملی

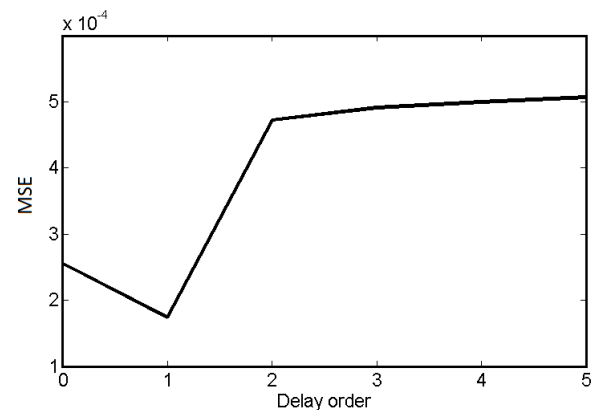


Fig. 16 Error per delay order

شکل 16 درصد خطا برحسب مرتبه تأخیر

واحد تأخیر، کمینه حداقل مربعات خطا حاصل شده است.

4-5- شناسایی مدل سرعت چرخ عکس‌العملی

به منظور شناسایی مدل دینامیکی چرخ، مرتبه مدل به ازای یک خانواده مشخص از مدل‌های دینامیکی خطی بررسی شده تا مرتبه مناسب استخراج شود. داده‌های تجربی به دست آمده به دو دسته کلی داده‌های آموزش و داده‌های ارزیابی با نسبت 70% و 30% به صورت نرمالیزه شده بین 0 و ± 1 در دو جهت ساعتگرد و پاد ساعتگرد تقسیم شده است.

شناسایی مدل چرخ با داده‌های تجربی برای خانواده مدل خود رگرسیو انجام شده و مقدار خطا و درصد برازندگی² با مرتبه‌های مختلف استخراج شده و نتایج آن در جدول 2 ارائه شده است. همان‌طور که از این جدول مشخص است، مدل خود رگرسیو³ 221 از جهت مناسب بودن خطا و سادگی مدل نسبت به سایر مدل‌ها ارجحیت داشته اگر چه مدل خود رگرسیو⁴ 331 مقدار برازش بیشتری دارد، مدل خود رگرسیو 221 به عنوان مدل دینامیکی خطی برای چرخ عکس‌العملی مورد نظر انتخاب شده است. خطا در تخمین مدل شناسایی شده ناشی از عوامل مختلفی مانند دینامیک‌های مدل نشده، اصطکاک، کالیبراسیون حسگرها و خطای اندازه‌گیری است.

به منظور تخمین مرتبه چند جمله‌ای $A(q)$ در مدل خود رگرسیو شناسایی به ازای چند مرتبه مختلف انجام شده که در آن $n_b = 2$ و تأخیر $n_k = 1$ در نظر گرفته شده است. مطابق این تحلیل که نمودار آن در شکل 17 مشاهده می‌شود، به ازای $n_a = 2$ کمینه مربعات خطا اتفاق افتاده است.

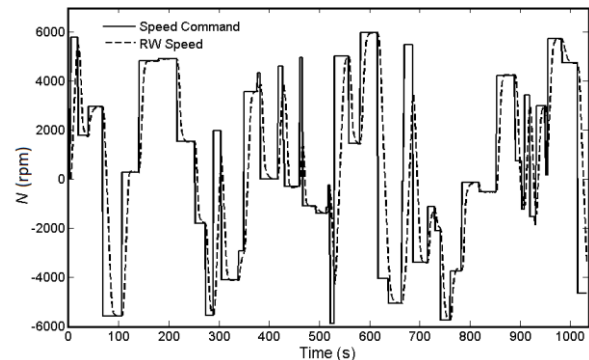


Fig. 14 PRBS signal as command and reaction wheel speed variation
شکل 14 سیگنال دودویی تصادفی ساختگی تولیدی به عنوان فرمان و تغییرات سرعت چرخ

به خوبی توسط چرخ انجام شده است، اما با افزایش فرکانس توانایی ردیابی سیگنال فرمان کاهش پیدا کرده و چرخ نمی‌تواند به مقدار حداکثر سیگنال فرمان برسد که در شکل نیز مشخص شده است. از داده‌های تجربی این آزمایش نیز برای شناسایی مدل دینامیکی چرخ استفاده شده است. با توجه به پایایی سیگنال دودویی تصادفی ساختگی و نزدیک بودن شکل فرمان چرخ به این سیگنال برای شناسایی مدل دینامیکی چرخ از داده‌های اکتساب شده از این سیگنال استفاده شده است.

4-3- زمان نمونه‌برداری

معمولاً زمان نمونه‌برداری متناسب با دینامیک سیستم مورد نظر انتخاب می‌شود. طبق قضیه نایکوئیست-شنون، فرکانس نمونه‌برداری حداقل باید از دو برابر بیشترین فرکانس موجود در دینامیک سیستم بیشتر باشد [21]. برای بررسی دینامیک چرخ عکس‌العملی و استخراج زمان نمونه‌برداری، سیگنال‌های چیرپ و سیگنال دودویی تصادفی ساختگی به چرخ عکس‌العملی اعمال شدند. سیگنال چیرپ از فرکانس 0.0001 هرتز تا 2 هرتز به چرخ عکس‌العملی اعمال شده است. در این خصوص شکل‌های 14 و 15 مشاهده می‌شود با بررسی دقیق‌تر این شکل‌ها، زمان خیز سرعت، حدود 20 ثانیه مشاهده شده و تغییرات سرعت چرخ به کندی اتفاق افتاده است؛ بنابراین چرخ یک دینامیک لخت داشته که زمان نمونه‌برداری 500 میلی‌ثانیه انتخاب شده است. البته از نظر بستر تست سخت‌افزاری، محدودیتی در زمان نمونه‌برداری وجود نداشته و تا فرکانس حدود 1 کیلوهرتز قابلیت نمونه‌برداری وجود دارد، اما با توجه به نوع سیستم و لختی نسبتاً زیاد آن فرکانس نمونه‌برداری 2 هرتز انتخاب شده که به نظر مناسب است.

4-4- تأخیر

به منظور شناسایی سیستم تحت مطالعه، تأخیر سیستم نخستین پارامتری است که باید مشخص شود. به عبارت دیگر بهتر است ابتدا تأخیر خالص سیستم مشخص شود و سپس به سیستم مدل‌های مختلف اعمال شده و این مدل‌ها بررسی شوند در غیر این صورت شناسایی سیستم با خطای بیشتر مواجه خواهد بود [20]. در این راستا مدل خود رگرسیو¹ 22 در نظر گرفته شده و با استفاده از نرم‌افزار متلب برای مرتبه‌های مختلف تأخیر شناسایی انجام شده و مقدار میانگین مربعات خطا در این مرتبه‌ها مطابق شکل 16 حاصل شده است. همان‌طور که نتایج شکل 16 نشان می‌دهد به ازای یک

² Fitness

³ ARX221

⁴ ARX331

¹ ARX22

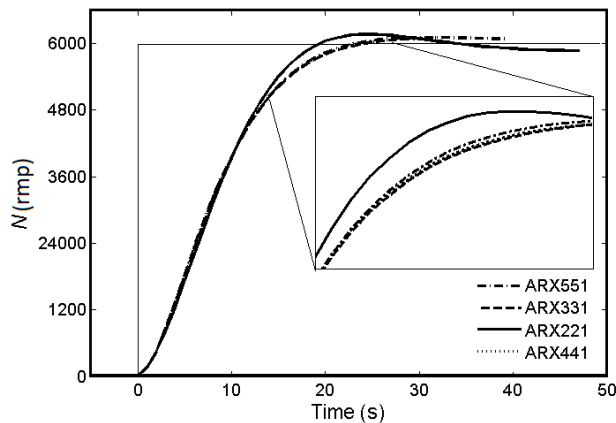


Fig. 18 Step response of ARM models

شکل 18 پاسخ پله برای چند مدل مختلف خود رگرسیو

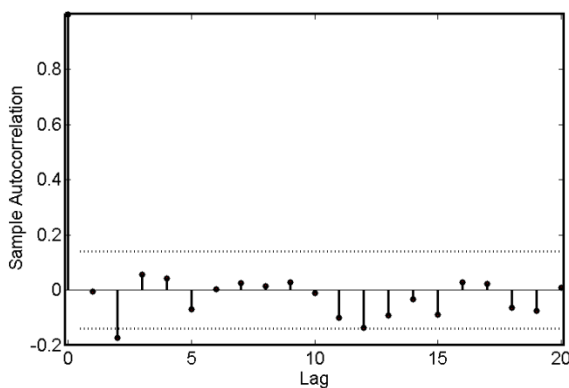


Fig. 19 Autocorrelation of error in ARX221

شکل 19 خود همبستگی خطا در مدل خود رگرسیو 221

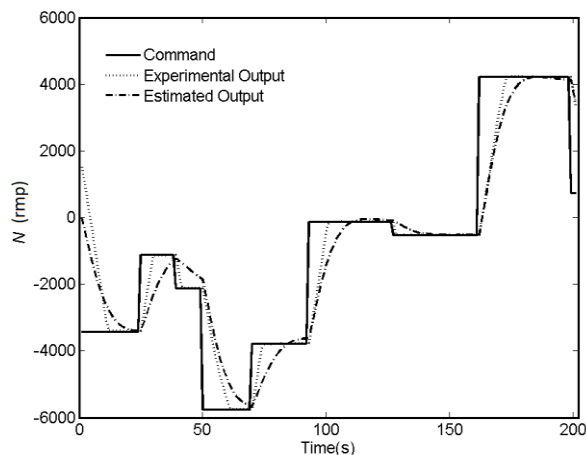


Fig. 20 Comparison of speed in estimated model and experimental data

شکل 20 مقایسه سرعت در خروجی مدل و داده تجربی

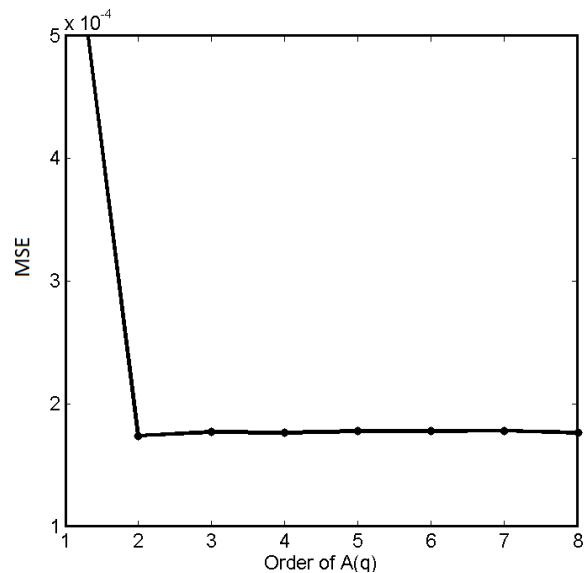
مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی است که نسبت به مدل خود رگرسیو کامل‌تر است. با توجه به مشخص شدن مرتبه تأخیر و مرتبه چندجمله‌ای $A(q)$ در مراحل قبل از مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی 221¹ استفاده شده و نتیجه ضرایب مدل دینامیکی خطی آن در جدول 3 ارائه شده است. نمودارهای خود همبستگی خطا و مقایسه بین خروجی مدل و خروجی واقعی در شکل‌های 21 و 22 ارائه شده است. با

¹ ARMAX2211

جدول 2 مشخصه مدل‌های خود رگرسیو برای شناسایی چرخ

Table 2 Specification of ARX model for reaction wheel

مدل	خطا	درصد برازندگی	مدل
خود رگرسیو 221	$A(q) = 1 - 1.758 q^{-1} + 0.7852 q^{-2}$ $B(q) = 0.0275 q^{-1} - 0.0012 q^{-2}$	1.738×10^{-4}	76.52
خود رگرسیو 331	$A(q) = 1 - 2.11 q^{-1} + 1.445 q^{-2}$ $B(q) = 0.027 q^{-1} - 0.0056 q^{-2} - 0.0019 q^{-3}$	1.773×10^{-4}	78.12
خود رگرسیو 441	$A(q) = 1 - 2.11 q^{-1} + 1.478 q^{-2}$ $B(q) = 0.027 q^{-1} - 0.0057 q^{-2} - 0.0017 q^{-3} + 0.0002 q^{-4}$	1.772×10^{-4}	78.08
خود رگرسیو 551	$A(q) = 1 - 2.118 q^{-1} + 1.474 q^{-2}$ $B(q) = 0.027 q^{-1} - 0.0057 q^{-2} - 0.0017 q^{-3} + 0.0044 q^{-4} - 0.059 q^{-5}$	1.813×10^{-4}	77.89


 Fig. 17 Error per $A(q)$ order

 شکل 17 درصد خطا بر حسب مرتبه $A(q)$

یکی از معیارهای مهم مخصوصاً برای عملکرد یک چرخ عکس‌العملی پاسخ پله و خطای حالت ماندگار آن است. با استفاده از داده‌های تجربی به دست آمده مدل خود رگرسیو مرتبه 2 تا 5 تخمین زده شده و نمودار پاسخ پله آن در شکل 18 ترسیم شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است مدل‌های یاد شده تا اندازه خوبی عملکرد چرخ را مدل نموده‌اند، اما با توجه به ارجحیت سادگی مدل در کاربردهای صنعتی مرتبه دوم (خود رگرسیو 221) پیشنهاد می‌شود. انتخاب مرتبه مدل در شکل 17 نیز بررسی شد که مؤید تحلیل پاسخ پله است.

در این مرحله صحت‌سنجی مدل برگزیده (خود رگرسیو 221) با استفاده از داده‌های ارزیابی انجام می‌شود. بدین منظور مقدار خطا از نقطه نظر آماری باید خواصی مشابه نویز داشته باشد که در شکل 19 خود همبستگی سیگنال خطا نمایش داده شده که مؤید مناسب بودن مدل است. در شکل 20 داده‌های ارزیابی به چرخ و به مدل اعمال شده و خروجی سرعت مدل و چرخ با یکدیگر مقایسه شده است.

مدل دیگری که می‌توان برای شناسایی چرخ عکس‌العملی در نظر گرفت،

جدول 3 مشخصه مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی 2211 برای

شناسایی چرخ

Table 3 Specification of ARMAX2211 model for reaction wheel

مدل	خطا	درصد برازندگی	مدل
			خود رگرسیو
$A(q) = 1 - 1.69 q^{-1} + 0.7214 q^{-2}$			میانگین
$B(q) = 0.09156 q^{-1} - 0.06043 q^{-2}$	1.753×10^{-4}	78.03	متحرک با
$C(q) = 1 + 0.1573 q^{-1}$			ورودی خارجی 2211

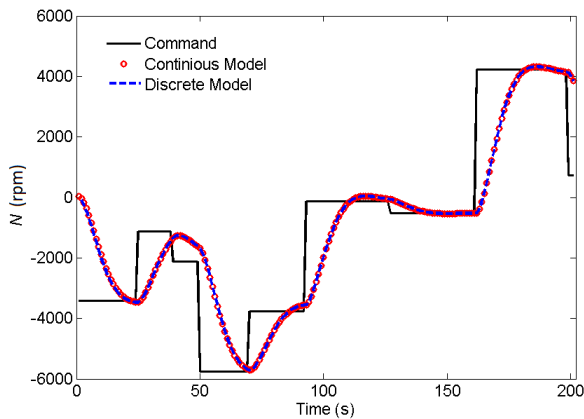


Fig. 23 Comparison of speed response in estimated discrete and continuous ARX2211 model

شکل 23 مقایسه پاسخ سرعت در دو مدل پیوسته و گسسته خود رگرسیو 221

$$\frac{-0.0081S^2 + 0.001355S + 0.02969}{S^2 + 0.2425S + 0.03071} \quad (14)$$

4-7- بررسی تابع تبدیل پیشنهادی به ورودی شتاب

به منظور بررسی مدل خود رگرسیو 221 پیشنهاد شده، در ردیابی سیگنال شتاب، نمودار شتاب (تغییرات سرعت) به مدل چرخ اعمال شده و پاسخ مدل به تغییرات سرعت، استخراج و در شکل 24 ترسیم شده است. نمودار این شکل نشان دهنده ردیابی مناسب سیگنال شتاب توسط مدل است.

5- محدودیت های عملی استفاده از مدل شناسایی شده

از آن جا که مدل شناسایی شده پیشنهادی یک مدل خطی از یک سیستم

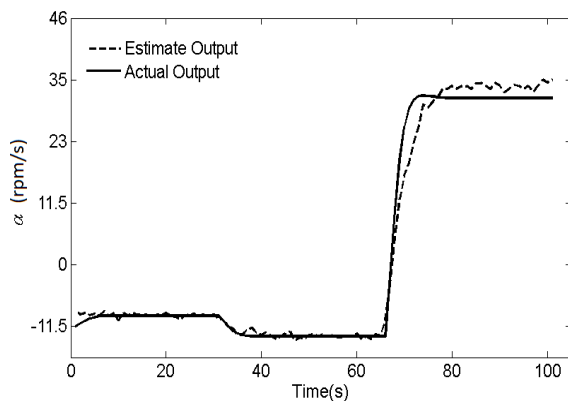


Fig. 24 Comparison of acceleration response in estimated ARX221 model and actual acceleration

شکل 24 مقایسه شتاب واقعی چرخ و شتاب حاصل از مدل تخمینی خود رگرسیو

221

مقایسه شکل های 19 و 20 مشخص می شود که دو مدل خود رگرسیو و خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی انتخاب شده، دارای نتایج تقریباً یکسانی بوده؛ بنابراین براساس اصل سادگی مدل خود رگرسیو به عنوان مدل خطی دینامیکی برای چرخ عکس العملی پیشنهاد می شود. از نکات برجسته مدل، تطبیق خروجی مدل و دستگاه مورد آزمایش با وجود دینامیک های مدل نشده و خطاهای ناشی از اندازه گیری است.

4-6- بررسی تابع تبدیل پیوسته

تابع تبدیل شناسایی شده برای چرخ به صورت گسسته، در جدول 2 ارائه شد، اما تابع تبدیل مدل پیوسته خود رگرسیو 221 در رابطه (14) ارائه شده است. به منظور مقایسه بین تابع تبدیل پیوسته و گسسته، هر دو مدل به ازای یک ورودی جدید سرعت در شکل 23 با یکدیگر مقایسه شده است. در حالت کلی مطلوبست که اثر نمونه برداری قابل صرف نظر باشد به عبارت دیگر پاسخ سیستم گسسته و پیوسته یکسان باشد که در این شکل نیز این نزدیکی مشاهده شده و تقریباً تفاوت محسوسی بین این دو پاسخ به صورت رابطه (14) مشاهده نمی شود.

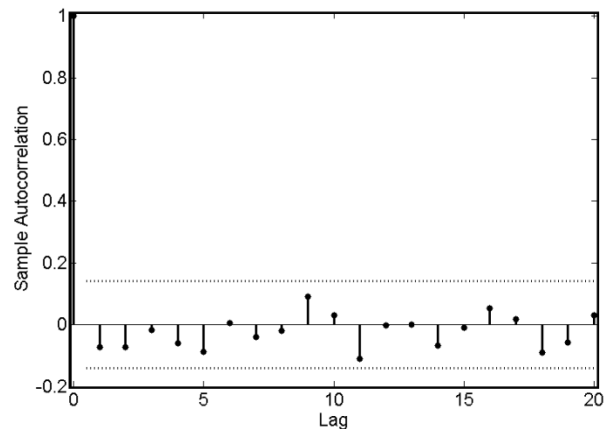


Fig. 21 Autocorrelation of error in ARMAX2211

شکل 21 خود همبستگی خطا در مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی 2211

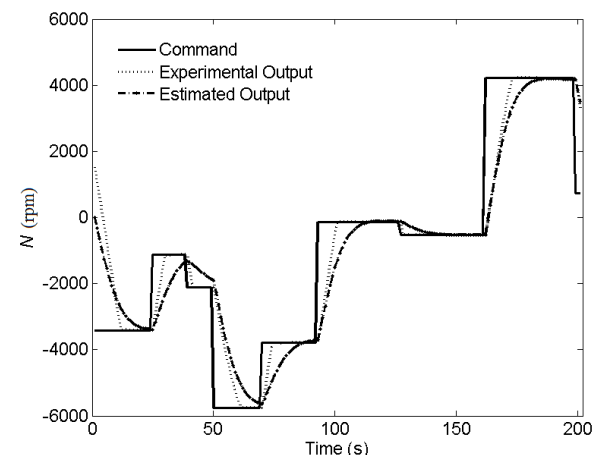


Fig. 22 Comparison of speed in estimated ARMAX2211 model and experimental data

شکل 22 مقایسه سرعت در خروجی مدل خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی 2211 و داده تجربی

7- مراجع

- [1] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control, A Practical Engineering Approach*, First Edition, pp. 260-273, Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [2] L. Wilfried, K. Wittmann, W. Hallmann, *Handbook of Space Technology*, Vol. 22, pp. 332-361, New York: John Wiley & Sons, 2009.
- [3] A. E. Bryson, *Control of Spacecraft and Aircraft*, pp. 28-45, United Kingdom: Princeton University Press, 1994.
- [4] R. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, pp. 206-210, Boston: Kluwer Academic Publisher, 1978.
- [5] Y. Yavin, P. Kemp, Modelling and control of the motion of a rolling disk: effect of motor dynamics on the dynamical model, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 188, No. 1, pp. 613-624, 2000.
- [6] O. Nelles, *Nonlinear System Identification*, First Edition, New York: Springer-Verlag, pp. 1-77, 2002.
- [7] S. Silva, *Applied System Identification for a Four Wheel Reaction Wheel Platform*, Master Thesis, California Polytechnic State University, 2008.
- [8] S. K. Sohrabzade, M. Mahiabadi, M. Asadi, Determine of reaction wheel optimal model system for satellite attitude control in order to fault detection, *The 8th Iranian Aerospace Society Conference*, Tehran, Iran, February 18-20, 2009. (in Persian فارسی)
- [9] Z. Li, L. Ma, K. Khorasani, Fault detection in reaction wheel of a satellite using observer-based dynamic neural networks, in *International Symposium on Neural Networks*, pp. 584-590, 2005.
- [10] B. Bialke, High fidelity mathematical modeling of reaction wheel performance, *21st Annual American Astronautical Society Guidance and Control Conference*, San Diego: Univelt, May.1998.
- [11] H. Khaksari, A. Khoshnood, J. Roshanian, Active Noise Cancellation in Reaction Wheel by simultaneous using of dynamical system identification and online wavelet, *Modares Mechanical Engineering* Vol. 15, No. 3, pp. 146-152, 2015. (In Persian فارسی)
- [12] D. Luo, A. Leonessa, Nonlinear system identification of a reaction wheel pendulum using subspace method, *American Control Conference, Proceedings of the IEEE*, Vol. 6, pp. 4590-4595, 4-6 June, Denver, 2003.
- [13] A. Aghalari, M. Iranzad, Disturbance modeling of a prototype reaction wheel and implementation on experimental prototype, *Space Science and Technology*, Vol. 6, No. 1, 2013. (in Persian فارسی)
- [14] T. Kara, I. Eker, Experimental nonlinear identification of a three-mass system rotating in two directions, *Measurement and Control*, Vol. 36, No. 1, pp. 309-315, 2003.
- [15] S. Cong, G. Li, X. Feng, Parameters identification of nonlinear DC motor model using compound evolution algorithms, *Proceedings of the World Congress on Engineering*, 2010.
- [16] S. Skilled, *Reaction Wheel Assembly Product Overview*, Accessed 16 November 2017, <http://www.skilledsystems.com/products.php>.
- [17] S. Stoltz, C. Raschke, K. Courtois, RW 90, a smart reaction wheel progress from BIRD to TET-1, *Proceedings of the Eighth IAA Symposium on Small Satellites for Earth Observation*, IAA-B8-1204, Berlin, April 2011.
- [18] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Second Edition, ed: Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [19] T. Soderstrom, P. Stoica, *System Identification*, First Edition, pp.40-178, London, England, Prentice-Hall, Inc., 1988.
- [20] T. C. Hsia, *System Identification: Least-Squares Methods*, 1977.
- [21] A. J. Jerri, The Shannon sampling theorem—Its various extensions and applications: A tutorial review, *Proceedings of the IEEE*, 65(11), pp. 1565-1596, 1977.

غیرخطی است، محدودیت‌هایی داشته و با مدل واقعی تفاوت‌هایی دارد. البته تفاوت‌ها بیشتر در محدوده‌های فرمان‌های اعمالی که ناشی از محدودیت‌های عملی چرخ است. حداکثر سرعت چرخ عکس‌العملی در دو جهت راستگرد و چپگرد، 7800 دور بر دقیقه بوده و حداکثر شتاب چرخ در دو جهت به مقدار 314 دور بر ثانیه محدود می‌شود؛ بنابراین در صورت استفاده از این مدل در سیستم کنترل، باید یک تابع اشباع برای محدود نمودن فرمان سرعت و یک تابع اشباع برای محدود کردن دستور شتاب استفاده شود. در صورت محدود نمودن جریان الکتریکی چرخ به مقدار کمتر از 700 میلی آمپر نتایج به‌دست‌آمده برای شتاب با مدل استخراج شده تفاوت خواهد داشت.

از آن‌جا که چرخ‌های عکس‌العملی ماهیتاً سیستم‌های لختی بوده و تغییرات ناگهانی در آن‌ها اتفاق نمی‌افتد و همچنین به دلیل کم بودن فرکانس کاری الگوریتم‌های کنترل وضعیت ماهواره که حداکثر در حد چند هرتز است، استفاده از این مدل در فرکانس‌های کاری الگوریتم‌های کنترل وضعیت ماهواره تقریباً تأثیر زیادی بر مدل استفاده شده ندارد.

6- نتیجه‌گیری

در این مطالعه نتایج شناسایی یک مدل دینامیکی خطی برای یک چرخ عکس‌العملی نمونه با استفاده از داده‌های تجربی ارائه شده است. جهت اکتساب داده‌های شناسایی یک بستر آزمون سخت‌افزاری شامل چرخ عکس‌العملی، برد پردازشی، نمایشگر و درگاه ارتباطی باس کن طراحی و پیاده‌سازی شده و داده‌های تجربی به صورت برخط با سرعت یک مگا بیت بر ثانیه استخراج شده است. نوآوری این پژوهش در استخراج یک مدل ریاضی با دید کاربردی با استفاده از نتایج آزمون‌های سخت‌افزاری است. مدل خود رگرسیو و خود رگرسیو میانگین متحرک با ورودی خارجی برازش شده برای چرخ ضمن ساده بودن از دقت کافی برخوردار هستند. نتایج حاصل از مقایسه بین خروجی مدل پیشنهادی و خروجی واقعی چرخ نشان‌دهنده مناسب بودن مدل پیشنهاد شده است. در مقایسه بین مدل‌های دینامیکی خطی مطالعه شده، مدل خود رگرسیو پیشنهادی، خروجی چرخ را برای داده‌های ارزیابی به خوبی ردیابی کند. از دیگر ویژگی‌های این مدل پیشنهادی می‌توان به قابلیت استفاده در کاربردهای طراحی کنترل‌کننده برای کنترل وضعیت ماهواره و بررسی خرابی در چرخ عکس‌العملی و تأثیر آن بر وضعیت ماهواره اشاره کرد. در ادامه پیشنهاد می‌شود با توجه به وجود پدیده اشباع در عملکرد چرخ عکس‌العملی شناسایی مدل غیرخطی برای آن صورت گیرد.