



مطالعه عددی جابه‌جایی آزاد سیال غیرنیوتنی مدل پاورلا در یک محفظه مربعی با چشمه حرارتی مرکزی

اکرم جهانبخشی¹، افشین احمدی ندوشن^{2*}

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

*صندوق پستی 115، پست الکترونیکی ahmadi@eng.sku.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 اردیبهشت 1396

پذیرش: 14 آبان 1396

ارائه در سایت: 06 آذر 1396

کلید واژگان:

جابه‌جایی آزاد

سیال غیرنیوتنی

شیب‌سازی عددی

چکیده

در این مقاله انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه مربعی پر شده با سیال غیرنیوتنی مدل پاورلا برای حالت دائم و آرام با چشمه حرارتی مرکزی به صورت عددی بررسی شده است. دیواره بالایی محفظه عایق است. دیواره‌های قائم نیز در دمای ثابت T_C قرار دارند. دیواره پایینی محفظه در چهار قسمت مساوی دارای دماهای T_C و T_H هستند. معادلات حاکم برای سیال غیرنیوتنی مدل پاورلا به روش تفاضل محدود بر مبنای حجم کنترل جبری شده و با استفاده از الگوریتم سیمپل به صورت هم‌زمان حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در اعداد رایلی کوچک عدد ناسلت تحت تأثیر تغییرات شاخص پاورلا قرار نمی‌گیرد، اما در رایلی $Ra=10^6$ تغییرات عملکرد حرارتی با تغییر شاخص پاورلا چشمگیرتر است. در تمام شاخص‌ها با کوچک‌تر شدن عدد رایلی مرکز چرخش خطوط جریان نسبت به خط موازی محور y در مرکز محفظه تقارن بیشتری دارد، همچنین با قدرت گرفتن جابه‌جایی طبیعی در محفظه، ناسلت متوسط برای سیال غیرنیوتنی با افزایش شاخص پاورلا افزایش یافته و بهبود عملکرد حرارتی با افزایش رایلی در سیال غلیظ پاورلا ($n>1$) چشمگیرتر است. نتایج نشان می‌دهد که عدد رایلی برای شروع جابه‌جایی طبیعی در محفظه با افزایش شاخص پاورلا کاهش می‌یابد.

Numerical study of non-Newtonian fluid convection by power law model in a square enclosure with central heating source

Akram Jahanbakhshi, Afshin Ahmadi Nadooshan*

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran.

*Shahrood, Iran, *P.O.B. 115 Shahrood, ahmadi@eng.sku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 03 May 2017

Accepted 05 November 2017

Available Online 27 November 2017

Keywords:

Natural Convection

Non-Newtonian fluid

Numerical Simulation

ABSTRACT

In this paper, natural convection heat transfer is numerically investigated in a square enclosure filled with power law non-Newtonian fluid model and central heat source for steady and quiet state. The top wall of the enclosure is thermally insulated and the vertical walls are at constant temperature of T_C . The down wall of the enclosure also has four equal parts at constant temperature of T_C and T_H . The governing equations for the power-law fluid flow are solved with the numerical finite difference method based on the control volume formulation and SIMPLE algorithm. The results show that for small Rayleigh numbers the Nusselt number will not be affected by changes of the power law index but in $Ra=10^6$, thermal performance changes are more significant with the change in power law index. With a smaller the Rayleigh number in all indexes, the center of flow lines rotation, regarding to the axis parallel to axis Y , in the middle of the enclosure, will be more symmetrical. Also with stronger natural convection in the square enclosure, the average of Nusselt number for non-Newtonian fluid increase with increased power law index and improved thermal performance by increasing the Rayleigh number is impressive for the density power law fluid ($n>1$). Results also show that the Rayleigh number for the start of natural convection in the square enclosure is reduced by increasing the power law index.

1- مقدمه

از این‌رو در سیالات غیرنیوتونی ضریبی ثابت مانند لزجت برای توصیف وضعیت تنش برشی معنا نخواهد داشت. بسیاری از سیال‌های صنعتی رفتار غیرنیوتنی دارند. به عنوان مثال محلول‌ها و پلیمرهای مذاب، مایعات اتمی و موادی که دارای خواص توأم لزج و الاستیک هستند دارای خواص غیرنیوتنی بوده که به طور فزاینده در یک طیف گسترده در فرآیندهای صنعتی به کار گرفته می‌شوند و درک شاخص‌های انتقالی آن‌ها مهم است. انتقال حرارت

در سیالات نیوتونی رابطه بین تغییرات تنش برشی و نرخ تنش اعمال شده به صورت خطی است و ضریب ثابت تبدیل‌کننده این تناسب خطی به معادله همان لزجت یا گرانشی است. در سیالات غیرنیوتونی رابطه میان تغییرات تنش برشی و نرخ تنش اعمال شده خطی نبوده و در این طیف از سیالات مدت زمان اعمال تنش نقش مهمی در تنش برشی حاصل شده ایجاد می‌کند.

Please cite this article using:

A. Jahanbakhshi, A. Ahmadi Nadooshan, Numerical study of non-Newtonian fluid convection by power law model in a square enclosure with central heating source, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 11, pp. 343-352, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

جابه‌جایی طبیعی کاربردهای مهندسی متعددی دارد. از جمله کاربردهای صنعتی جابه‌جایی آزاد می‌توان به استفاده در راکتورهای هسته‌ای و سرمایش قطعات الکترونیکی اشاره کرد، همچنین جابه‌جایی آزاد در محفظه‌ها نیز همواره مورد توجه محققین بوده است. این توجه به دلیل کاربردهای فراوان آن در زمینه‌های مختلف چون کلکتورهای خورشیدی، عایق‌های حرارتی، راکتورهای هسته‌ای، سیستم‌های بهبود گرما، طراحی حرارتی ساختمان‌ها، تهویه هوا در محیط‌های بسته، خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی، رشد کریستال‌ها، هوانوردی، کاربردهای شیمیایی، و ساخت نیمه‌هادی‌هاست. نظری و رضانی [1] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی را با استفاده از روش عددی بولتزمن در یک محفظه مربعی بررسی کردند. سیال مطالعه شده درون حفره هوا بود که در تماس با یک مانع گرم دما ثابت قرار داشت. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد گراشهف نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. وارل و همکاران [2] به بررسی اثر تغییر زاویه شیب بر جابه‌جایی طبیعی و هدایت در یک محفظه تقسیم شده حاوی سیالات مختلف پرداختند. یک طرف محفظه هوا و طرف دیگر آب بود. محفظه از طریق یکی از دیوارهای عمودی گرم و از طریق دیوار عمودی دیگر سرد می‌شد. ازو و چرچیل [3] به مطالعه جابه‌جایی طبیعی سیالات غیرنیوتنی در یک محفظه مستطیلی افقی پرداختند. محفظه مورد نظر از طریق ضلع پایینی گرم و از طریق ضلع بالایی خنک می‌شد آن‌ها مدل‌های تابع نمایی والیس را برای سیال غیرنیوتنی به کار بردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که عدد رایلی بحرانی برای شروع جابه‌جایی طبیعی با افزایش شاخص تابع نمایی افزایش می‌یابد. لام‌سادی و همکاران [4] همرفت طبیعی و گذرای سیال غیرنیوتنی را با مدل تابع نمایی در یک محفظه به صورت عددی بررسی کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که در صورت بزرگ بودن عدد پرانتل و نسبت منظری در محفظه، مشخصه‌های جریان و انتقال حرارت به این پارامترها وابسته نخواهند بود. امین الساداتی و قاسمی [5] به مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مربعی با یک منبع گرمایی روی ضلع پایینی محفظه پرداختند. آن‌ها دریافتند که افزودن نانوذرات به سیال پایه (آب) در اعداد رایلی پایین موجب افزایش چشمگیر انتقال حرارت می‌گردد. طول و موقعیت منبع حرارتی اثر قابل توجهی بر دمای ماکزیمم منبع حرارتی دارد. در مطالعه دیگری لام سادی و همکاران [6] جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی را در یک محفظه مستطیلی مایل به صورت عددی بررسی کردند. در این محفظه دیواره‌های کناری دارای شرط مرزی شار حرارتی ثابت گرم و سرد بوده و دو دیوار دیگر عایق بودند. آن‌ها دریافتند که به ازای یک عدد رایلی مشخص، چرخش محفظه بین زوایای $180 \leq \theta \leq 0$ - اثر چشم‌گیری روی نرخ انتقال حرارت دارد و اثر چرخش محفظه با کاهش شاخص تابع نمایی بیشتر می‌گردد. الوای و واسه‌آر [7] جابه‌جایی طبیعی یک سیال غیرنیوتنی رقیق را در یک محفظه عمودی با استفاده از مدل کارنو-یاسودا¹ به صورت عددی بررسی کردند. بوک و همکاران [8] به بررسی جریان سیالات تک‌فازی غیرنیوتنی با استفاده از قانون توانی پرداختند. جریان سیال غیرنیوتنی دو بعدی و سه بعدی عبوری از محیط متخلخل تصادفی در مقیاس حفره با استفاده از روش شبکه بولتزمن توسط سالیوان و همکاران [9] بررسی شد. کیم و همکاران [10] جابه‌جایی طبیعی گذرای سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی را در یک محفظه مربعی عمودی بررسی کردند. نتایج آن‌ها با توجه به شرایط مرزی حاکم و دیواره‌های عمودی با دمای ثابت متفاوت نشان داد که در یک عدد رایلی مشخص قدرت جابه‌جایی و نرخ انتقال حرارت برای سیال

غیرنیوتنی نسبت به سیال نیوتنی تغییر می‌کند. ریبسی [11] اثر وجود یک جفت مانع بر انتقال حرارت طبیعی سیال غیرنیوتنی در یک محفظه مربعی را بررسی کرد و نشان داد که کاهش شاخص نمایی سبب کاهش لزجت ظاهری سیال شده و جابه‌جایی طبیعی در داخل محفظه را تقویت می‌کند. شیخ‌زاده و همکاران [12] به مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه مربعی حاوی نانوسیال با منبع حرارتی مرکزی در نسبت‌های منظری مختلف پرداختند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی و نسبت منظری افزایش می‌یابد. بارس و کری [13] برای بررسی عددی یک مسأله سه بعدی آزمایشگاهی از مدل سیالات نیوتنی تعمیم یافته استفاده کردند. این مدل مقدار ویسکوزیته را در نرخ‌های پایین و بالای نرخ برش در یک محدوده حفظ می‌کرد. در نهایت آن‌ها تطابق بالایی بین نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مشاهده کردند. جهانشاهی و همکاران [14] به صورت تجربی و عددی به روش حجم محدود به مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانو سیال آب-اکسید سلیسیم پرداختند. در این محفظه مربعی دیوارهای قائم سرد و گرم و دیواره‌های افقی عایق در نظر گرفته شدند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت متوسط در تمام اعداد رایلی با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد. وولا و همکاران [15] به صورت عددی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی دو بعدی سیالاتی با تنش تسلیم را که از مدل بینگهام پیروی می‌کنند، در محفظه مستطیلی با دیوارهای جانبی عمودی و وجود اختلاف دما مورد مطالعه قرار داده و روابطی تجربی را برای عدد ناسلت ارائه نمودند. کچرانه و همکاران [16] شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در هندسه‌های متنوع و پیچیده را بررسی کردند. سیال نیوتنی استفاده شده در آزمایش‌ها ترکیبی از ماده قندی و آب بود و سیال غیرنیوتنی استفاده شده نیز محلول رقیق پلی اکریلامید² ترکیب شده در آب و یک ماده قندی بود. اوها و همکاران [17] جابه‌جایی آزاد سیالات شبه‌پلاستیک در یک محفظه مربعی شکل با گرمایش از کف و سرمایش از بالا را بررسی کردند. نتایج مطالعه آن‌ها بیانگر اهمیت رقیق شدن تنش برشی روی میزان انتقال حرارت بود. هو و همکاران [18] یک تحلیل عددی برای انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه مربعی ارائه دادند. آن‌ها نشان دادند که روابط موجود برای محاسبه ضریب رسانش حرارتی و لزجت دینامیک در برخی موارد کارایی لازم را ندارند. از این روابط یاد شده گاهی بهبود و گاهی نیز تضعیف انتقال حرارت را نشان می‌دهند. بیرری و همکاران [19] نیز یک مطالعه مروری در مورد انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌هایی با هندسه متوازی الاضلاع در کاربردهای مهندسی ارائه کردند. آن‌ها اشاره داشتند که این محفظه‌ها در زمینه‌های متفاوتی از جمله هوانوردی و انرژی خورشیدی کاربرد دارند. قاسمی [20] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی تناوبی را در یک محفظه مربع شکل بررسی کرد. در این مطالعه دیواره سمت چپ دارای یک گرمکن بوده که شار حرارتی تناوبی را به محفظه وارد می‌کند و دیواره سمت راست در دمای پایین قرار دارد. سایر دیواره‌ها نیز عایق حرارت می‌باشند. نیدادی و همکاران [21] جابه‌جایی آزاد را در محفظه مستطیلی با دیواره جانبی گرم در نه موقعیت مختلف منبع حرارتی را مورد بررسی قرار دادند. ناحیه گرم در بالا، وسط و پایین محفظه قرار داشته و موقعیت ناحیه سرد نیز از پایین تا بالای محفظه تغییر می‌کند تا بیشترین مقدار انتقال حرارت مشخص گردد. او دریافت که نرخ انتقال حرارت زمانی بیشتر است که ناحیه حرارتی در جهت پایین به بالای محفظه قرار می‌گیرد و هنگامی که ناحیه سرد ثابت است و موقعیت ناحیه گرم تغییر می‌کند، تغییر

² Polyacrylamide¹ Carreau-Yasuda

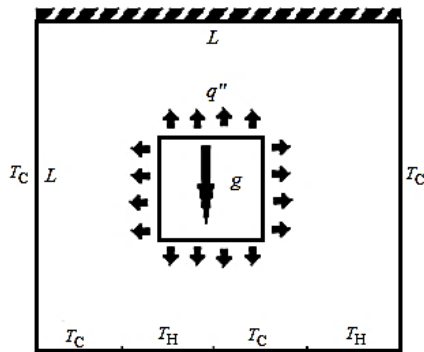


Fig. 1 Schema studied of the square enclosure

شکل 1 طرح‌واره محفظه مورد مطالعه

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

مدل پاورلا کاربرد وسیعی در توصیف سیالات غیرنیوتنی لزج خالص دارد. در این مدل ارتباط بین تنش برشی و نرخ برش به شکل رابطه (5) خواهد بود.

$$\tau_{yx} = k \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \frac{du}{dy} \quad (5)$$

متغیرهای n و k ثابت‌های تجربی هستند. k به عنوان شاخص پایداری (سازگاری) و n به عنوان شاخص سیال پاورلا شناخته می‌شوند. حالت $n=1$ و $k=\mu$ بیانگر رفتار سیال نیوتنی است. $n < 1$ رفتار سیال شبه‌پلاستیک را بیان می‌کند و $n > 1$ نیز توصیف‌کننده رفتار سیال دایلاتانت است. سیال شبه‌پلاستیک با کاهش شاخص سیال پاورلا غلیظ‌تر و سیال دایلاتانت با افزایش این شاخص رقیق‌تر خواهد شد. این سیالات را سیالات نیوتنی تعمیم یافته نیز می‌نامند. مدل‌های متعددی به عنوان قانون پایه برای این مواد ارائه شده و مدل پاورلا از پرکاربردترین و ساده‌ترین مدل‌هاست که در آن تنش برشی تابعی از توان n نرخ برش است. پیش‌بینی ویسکوزیته صفر در نرخ برش بی‌نهایت برای سیالات شبه‌پلاستیک یکی از ویژگی‌های این مدل است. برای ترم تنش برشی در سیال غیرنیوتنی مطابق مدل پاورلا روابط (6) برقرار است [27].

$$\tau_{ij} = k \dot{\gamma}^{n-1} \dot{\gamma}_{ij} - P S_{ij} \quad (6)$$

در رابطه (6) عبارت $k \dot{\gamma}^{n-1}$ به عنوان ویسکوزیته ظاهری شناخته می‌شود. عبارت $\dot{\gamma}_{ij}$ نرخ برش و $\dot{\gamma}$ نرخ برش کلی است که به صورت روابط (8,7) تعریف می‌شود.

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (7)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum \sum \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji}} \quad (8)$$

در حالت دو بعدی رابطه (9) داریم.

$$\dot{\gamma} = \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

عدد ناسلت موضعی روی دیوار به عنوان معیاری از نرخ انتقال حرارت به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$Nu = \frac{hL}{K} \quad (10)$$

h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و برابر با رابطه (11) است.

$$h = \frac{q''}{T_H - T_C} = \frac{-K \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L}}{T_H - T_C} \quad (11)$$

مشهودی در نرخ انتقال حرارت مشاهده نمی‌شود. علاوه بر این اگر ناحیه سرد در بالای محفظه واقع شود، نرخ انتقال حرارت افزایش چشمگیری خواهد داشت. یوسل و اژدم [22] مطالعاتی را بر جابه‌جایی آزاد در محفظه‌های مربعی شکل جزیندی شده انجام دادند. بدین منظور محفظه‌ای با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های جانبی در دو دمای مختلف با چند پله بر دیواره پایینی را مطالعه کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که تغییر عدد رایلی و افزایش ارتفاع و تعداد پله‌ها منجر به تغییرات قابل ملاحظه‌ای در عدد ناسلت متوسط می‌شود. کفایتی و همکاران [23] جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی را در حضور میدان مغناطیسی مطالعه نمودند. در این تحقیق دیواره‌های افقی محفظه مربعی عایق و دیواره‌های عمودی در دمای ثابت و دمای سینوسی در نظر گرفته شدند. از نتایج کار آن‌ها می‌توان به افزایش انتقال حرارت با افزایش عدد رایلی و کاهش شاخص تابع نمایی اشاره کرد، همچنین شاه و لندن [24] اطلاعات لازم را در مورد حرکت و انتقال حرارت سیالات نیوتنی در کنای گردآوری نموده‌اند. جلالی و همکاران [25] جریان‌های ثانویه داخل یک کانال را با استفاده از مدل PTT مورد بررسی قرار دادند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که با افزایش خواص الاستیک، شدت جریان‌های عرضی افزایش می‌یابد. کفایتی و همکاران [26] به مطالعه عددی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک و تولید آنتروپی در یک محفظه مربعی برای جریان آرام نانوسیال غیرنیوتنی آب-مس پرداختند. آن‌ها در این مطالعه از روش شبکه بولتزمن استفاده و مشاهده کردند که افزایش هارتمن سبب کاهش تولید آنتروپی می‌شود. افزایش نانوذرات موجب افزایش میزان انتقال حرارت خواهد شد، اما با افزایش شاخص پاورلا انتقال حرارت کاهش می‌یابد. هدف از پژوهش حاضر شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی با در نظر گرفتن شاخص‌های مختلف مدل پاورلا است. هندسه مطالعه شده مطابق شکل 1 است.

2- هندسه حل

در این مطالعه جریان طبیعی برای سیال غیرنیوتنی پاورلا در حالت دائم و آرام با وجود چشمه حرارتی میانی، به روش عددی شبیه‌سازی شده است. دیواره بالایی محفظه عایق و دیواره‌های قائم در دمای ثابت T_C قرار دارند. طول دیواره پایینی محفظه نیز به چهار قسمت مساوی تقسیم شده و مطابق شکل 1 دارای دماهای T_H و T_C هستند. نسبت منظری نیز در تمام تحلیل‌ها ثابت و برابر 1 است. نتایج برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در این هندسه مقایسه شده است.

3- آنالیز عددی و معادلات حاکم

برای ساده‌سازی ترم شناوری در معادلات حاکم از تقریب بوزینسک استفاده شده است. سایر خواص نیز ثابت فرض می‌شوند. برای مدل کردن جریان مورد نظر روابط (27-1) در نظر گرفته شده است.

پیوستگی براساس رابطه (1)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

مومنتم x براساس رابطه (2)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (2)$$

مومنتم y براساس رابطه (3)

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + g\beta(T - T_C) \quad (3)$$

معادله انرژی براساس رابطه (4)

شرط مرزی حرارتی برای بخش‌هایی با دمای T_H در دیواره پایینی به صورت رابطه (26) است.

$$\theta = \frac{(T_H - T_C)K}{q''L} \quad (26)$$

شرط مرزی حرارتی برای سطوح چشمه حرارتی به صورت رابطه (27) است.

$$\frac{\partial \theta}{\partial (X, Y)} = \frac{-q''L}{K(T_H - T_C)} \quad (27)$$

4- استقلال حل از شبکه

برای حل عددی مسأله از شبکه‌بندی یکنواخت مستطیلی استفاده شده است، همچنین تلاش شد به منظور دست‌یابی به نتایج نهایی مستقل از تعداد گره‌ها از شبکه‌بندی ریزتر نزدیک دیواره‌ها استفاده شود. مسأله برای تعداد تقسیمات 80×80 ، 90×90 و 100×100 در شرایط عدد رایی $Ra=10^5$ ، عدد پرانتل 10^2 و مقدار شاخص پاورلا برابر $n=0.75$ حل شده است. تعداد شبکه‌ها به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه‌بندی تا زمانی تغییر می‌یابد که پروفیل‌های مؤلفه عمودی سرعت بر هم منطبق گردند. شکل 2 تغییرات سرعت را برای شبکه‌بندی‌های مختلف نشان می‌دهد. مشاهده شد که در حالت 80×80 سلول محاسباتی، افزایش بیشتر تعداد گره‌ها تغییر محسوسی را در نتایج نشان نمی‌دهد و پروفیل‌های سرعت به تدریج بر هم منطبق می‌شوند. در نهایت تعداد المان‌های 80×80 جهت ادامه حل مسأله با توجه به زمان لازم برای انجام محاسبات انتخاب گردید.

5- روش حل و اعتبارسنجی

مدل پاورلا در توصیف سیالات غیرنیوتنی لزج به طور گسترده کاربرد دارد و طیف وسیعی از سیالات را دربرمی‌گیرد که شامل سیالات نیوتنی نیز می‌شود و تطابق زیادی بر رفتار سیال در نرخ برش بالا دارد. بر این اساس در این تحقیق بررسی مسائل محدود به سیالات لزج خالص مستقل از زمان بدون تنش تسلیم اولیه منطبق بر مدل پاورلا انجام شده است. به منظور ارتباط دادن متغیرهای وابسته به گره‌های شبکه محاسباتی از روش عددی حجم محدود برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی به روابط جبری استفاده شده است. شاخص سیال پاورلا (n) برای شبیه‌سازی سیال شبه‌پلاستیک برابر 0.7 و برای شبیه‌سازی سیال دایلاتانت برابر 1.4 در نظر گرفته شده است. اثر تغییرات شاخص پاورلا و عدد رایی بر مشخصات جریان از قبیل توزیع عدد

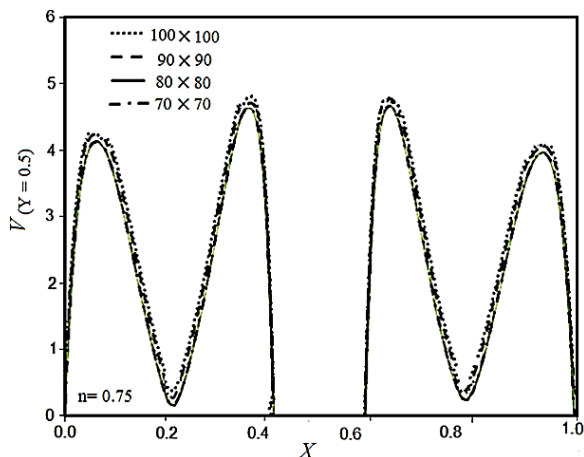


Fig. 2 The Grid study

شکل 2 بررسی استقلال شبکه

در معادلات مومنوم ترم‌های غیرخطی مربوط به تنش برشی سیال غیرنیوتنی قرار داده شده‌اند، سپس برای ساده‌تر شدن حل معادلات به‌دست‌آمده، بی‌بعدسازی طبق معادله (12) صورت گرفته است. الگوریتم سیمپل نیز برای ارتباط سرعت و فشار استفاده شده است. روابط جبری به‌دست‌آمده به روش ماتریس سه قطری حل شده‌اند.

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{L} \quad (U, V) = \frac{(u, v)}{\frac{K}{L}} \quad (12)$$

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad P = \frac{p}{\rho \frac{K^2}{L}}$$

عدد ناسلت متوسط روی دیواره به صورت رابطه (13) محاسبه می‌گردد.

$$Nu_X = \int_0^1 \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=1} dx \quad (13)$$

ویسکوزیته سینماتیکی برای سیال غیرنیوتنی به صورت رابطه (14) تعریف می‌شود [28].

$$\vartheta \equiv \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{2(1-n)(2-n)} \quad (14)$$

تعریف اعداد رایی و پرانتل به منظور بررسی سیستماتیک مسأله بوده و مطابق روابط (15, 16) محاسبه می‌شوند.

$$Pr \equiv \frac{\left(\frac{k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{2(1-n)(2-n)}}{K} \quad (15)$$

$$Ra \equiv \frac{K g \beta \Delta T L^3}{K \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{2(1-n)(2-n)}} \quad (16)$$

در مراحل حل مسأله عدد رایی برابر $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ و پرانتل برابر $Pr=10^2$ در نظر گرفته شده است.

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معادلات بی‌بعد حاکم بر مسأله عبارت از رابطه (17-20) است.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (17)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + 2Pr \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_a^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + Pr \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_a^* \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right] \quad (18)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + Pr \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_a^* \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) + 2Pr \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_a^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + RaPr\theta \quad (19)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (20)$$

μ_a^* لزجت ظاهری بی‌بعد بوده که در معادلات مومنوم بی‌بعد ظاهر می‌شود و برای محاسبه آن روابط (21, 22) خواهیم داشت.

$$\mu_a^* = k \dot{\gamma}^{*n-1} \quad (21)$$

$$\dot{\gamma}^* = \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

شرایط مرزی جریان برای دیواره‌ها و سطوح چشمه حرارتی عبارت از رابطه (23) است.

$$U = 0, \quad V = 0 \quad (23)$$

شرط مرزی حرارتی برای دیواره بالایی به صورت رابطه (24) است.

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (24)$$

شرط مرزی حرارتی برای دیواره‌های سرد به صورت رابطه (25) است.

$$\theta = 0 \quad (25)$$

شاخص‌ها با کوچک‌تر شدن عدد رابلی مرکز چرخش خطوط جریان نسبت به خط موازی محور y در مرکز محفظه تقارن بیشتری داشته و با افزایش عدد رابلی این تقارن کمتر می‌شود. هر چه حالت تقارن بیشتر باشد بیان‌کننده اثر غالب انتقال حرارت هدایت است و هر چقدر سهم انتقال حرارت جابه‌جایی بیشتر گردد چرخش جریان قوت می‌گیرد و تغییر الگوی جریان محسوس‌تر خواهد بود تا جایی که تقارن نیز کمتر شده و یا در نهایت از بین می‌رود. در یک مقدار ثابت از شاخص پاورلا با افزایش عدد رابلی نیروی شناوری افزایش یافته و در نتیجه گردابه‌های مرکزی بزرگ‌تر می‌شوند و تعداد آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. با افزایش عدد رابلی فضای اشغال شده توسط گردابه‌ها در نیمه سمت راست محفظه کاهش می‌یابد که برای $n > 1$ مشخص‌تر است. همچنین سرعت جریان در گوشه‌های محفظه و کنار دیواره‌ها بیشتر شده و خطوط جریان متراکم‌تر می‌گردند. با کاهش عدد رابلی نیز گردابه‌ها در نیمه بالایی محفظه متراکم‌تر شده‌اند.

در یک رابلی ثابت با تغییر شاخص سیال پاورلا و رفتن از حالت شبه‌پلاستیک به دایلاتانت حضور گردابه‌ها در گوشه‌های محفظه قوی‌تر خواهد شد. و تعداد گردابه‌های شکل گرفته افزایش می‌یابد. با افزایش شاخص پاورلا در یک رابلی ثابت تقارن خطوط جریان از بین می‌رود که بیانگر افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی در محفظه است. زیرا با توجه به رابطه‌ای که برای ویسکوزیته ظاهری در سیال پاورلا داریم برای حالت شبه‌پلاستیک ($n < 1$) به دلیل این که $\dot{\gamma}$ به توان عددی منفی می‌رسد ویسکوزیته ظاهری بزرگ‌تر خواهد شد و به دلیل افزایش لزجت ظاهری جابه‌جایی طبیعی تضعیف می‌شود. حال هر چه از سیال شبه‌پلاستیک به سمت سیال دایلاتانت ($n > 1$) برویم ویسکوزیته ظاهری و محدوده تغییرات آن نیز کاهش می‌یابد، زیرا با توجه به نتایج و رابطه (8) $\dot{\gamma}$ عددی مثبت و کوچک‌تر از یک است که در این حالت به توان عددی مثبت می‌رسد. به عبارتی در یک نرخ برش ثابت با کاهش شاخص پاورلا ویسکوزیته ظاهری افزایش یافته و در نتیجه قدرت نیروهای شناوری درون محفظه کاهش می‌یابد و خطوط جریان متراکم‌تر و

ناسلت، تغییرات مؤلفه‌های سرعت و خطوط جریان بررسی شده است. مقادیر رابلی و پراتنل در محدوده‌ای انتخاب شده‌اند که در کاربردهای عملی رایج است [29]. مسأله برای حالت پایدار با فرمول‌بندی ضمنی و به کارگیری الگوریتم سیمپل حل شده است. دمای مرجع نیز معادل T_c و برای تقریب چگالی از تقریب بوزینسک استفاده شده است.

معیار همگرایی کوچک کردن مقادیر باقی‌مانده بوده و برای معادله پیوستگی و معادلات مومنوم کوچک‌تر از 10^{-5} و برای معادله انرژی نیز کوچک‌تر از 10^{-7} در نظر گرفته شده است. نتایج با مراجع [30-33] برای اطمینان از صحت روش حل مسأله مقایسه شدند که نتایج آن در جدول 1 و شکل 3 ارائه شده است. مشاهده می‌شود که شبیه‌سازی عددی حاضر از دقت قابل قبولی برخوردار است.

بیشترین مطالعات انجام شده در حوزه انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی سیالات غیرنیوتنی مربوط به حفره‌های مربعی یا مستطیلی است. از جمله این مطالعات مرجع [33] است که نتایج آن نیز با نتایج مطالعه حاضر مقایسه شده است.

6- نتایج و بحث

در بسیاری از مطالعات انجام شده با موضوع جابه‌جایی طبیعی شرایط مرزی حاکم بر محفظه متقارن در نظر گرفته شده است. با بررسی نتایج حاصل شده در پژوهش حاضر مشاهده شد که وجود عدم تقارن در شرایط دمایی حاکم بر مسأله منجر به نامتقارن شدن خطوط جریان و خطوط هم‌دما می‌گردد. در ادامه اثر تغییر عدد رابلی و نیز شاخص n بر رفتار سیال درون محفظه بررسی شده است.

به طور کلی نتایج بیانگر این مطلب است که میدان جریان و انتقال حرارت متأثر از تغییرات عدد رابلی و شاخص پاورلاست. در شکل 4 خطوط جریان در اعداد رابلی مختلف و سه مقدار شاخص پاورلا برابر $n=0.75, 1, 1.4$ نشان داده شده است. در شکل‌های 5-7 نیز کانتورهای خطوط هم‌دما ارائه شده است. با توجه به خطوط جریان به نظر می‌رسد در تمامی حالت‌ها دو ناحیه مجزا از گردابه‌ها در نیمه راست و چپ محفظه ایجاد می‌شود. در تمام

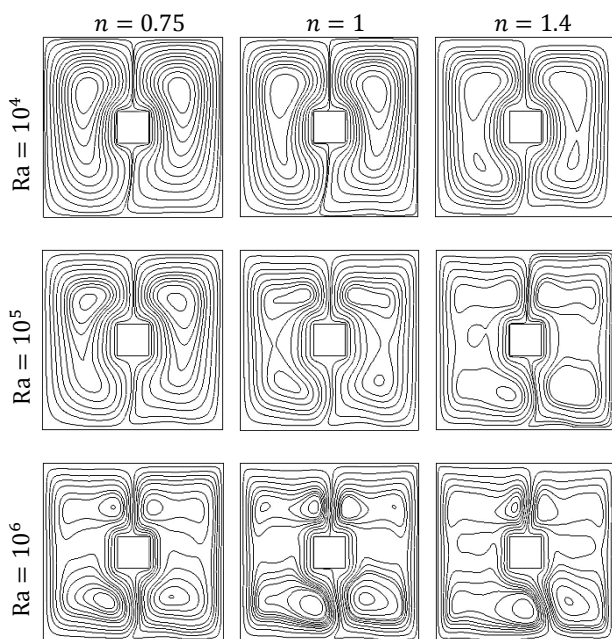


Fig. 4 fluid streamline at different Rayleigh numbers and power law index

شکل 4 خطوط جریان در اعداد رابلی و شاخص‌های مختلف پاورلا

جدول 1 مقایسه نتایج عددی کار حاضر با نتایج مراجع [30-32]

Table 1 Comparison of results with [32-30] of references

$V \max_{y=0}(\text{m/s})$	$U \max_{x=0}(\text{m/s})$	$Nu_{x=0}$	
218.2175	64.1713	8.921	نتایج کار حاضر
216.0085	64.8978	8.7957	مرجع [30]
220.461	64.8367	8.8251	مرجع [31]
217.0564	63.9531	8.8134	مرجع [32]

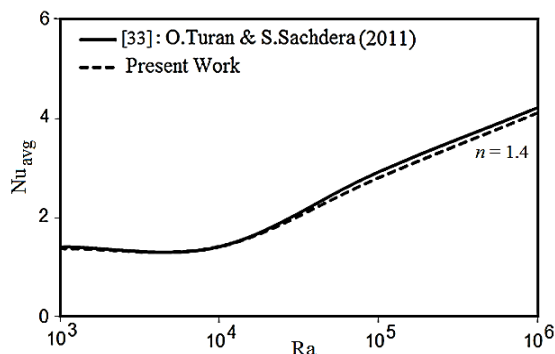


Fig. 3 Comparison of results with [33] of reference

شکل 3 مقایسه نتایج عددی کار حاضر با نتایج مرجع [33]

شاخص پاورلا چشمگیرتر است و همچنین تضعیف جابه‌جایی آزاد ناشی از کاهش n در اعداد رایلی بزرگ‌تر قابل ملاحظه است.

به طور کلی در نزدیکی دیواره‌ها دما با شیب بیشتری تغییر می‌کند که به علت شدت بیشتر جریان و سریع‌تر شدن انتقال حرارت است. مشخص است که با افزایش شاخص پاورلا و افزایش عدد رایلی، خطوط جریان به سمت تشکیل چندین جریان موازی چرخشی پیش می‌روند. آشفتگی بیشتر خطوط هم‌دما در این حالت نشان‌دهنده تأثیر غالب انتقال حرارت جابه‌جایی است که در نیمه پایینی محفظه به خوبی مشاهده می‌شود. واضح است که در نزدیک چشمه حرارتی گرادیان دما افزایش یافته و در نتیجه انتقال حرارت جابه‌جایی نیز افزایش می‌یابد و خطوط جریان در این قسمت نیز متراکم‌تر هستند.

در شکل 8 مقایسه‌ای بین مؤلفه افقی سرعت و در شکل 9 نیز مقایسه‌ای بین مؤلفه عمودی سرعت، بر محورهای گذرنده از مرکز حفره برای سیال شبه‌پلاستیک، دایلاتانت و نیوتنی انجام شده است. با توجه به نمودارهای تغییرات سرعت می‌توان گفت در یک رایلی ثابت هر چقدر شاخص پاورلا بزرگ‌تر گردد گردابه‌های چرخشی ایجاد شده فضای بیشتری از محفظه را در

شکلی متقارن به خود می‌گیرند. تغییرات سرعت نیز در این حالت کمتر است. اما در مقابل در یک نرخ برش ثابت با افزایش شاخص سیال پاورلا ویسکوزیته ظاهری کاهش خواهد یافت و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی شدت می‌یابد. به همین جهت مشاهده می‌شود در یک رایلی ثابت با کاهش شاخص پاورلا حضور گردابه‌ها در گوشه‌های حفره ضعیف‌تر است. در تمامی حالت‌ها گردابه سمت راست ساعتگرد و گردابه سمت چپ پادساعتگرد است. با افزایش n و در نتیجه کاهش ویسکوزیته ظاهری سیال، سرعت در اطراف دیواره‌ها شدت یافته، اما در قسمت‌های میانی محفظه اندکی کاهش می‌یابد، زیرا گردابه‌ها در بخشی از مرکز محفظه و دو سمت چشمه گرمایی حذف می‌شوند. همچنین از شکل‌های 5-7 نتیجه می‌شود که در یک رایلی ثابت انحنا خطوط هم‌دما با افزایش n در محفظه بیشتر شده و در کنار دیواره‌ها متراکم‌تر هستند.

هرچه میزان انحنا خطوط هم‌دما کمتر باشد و به موازات دیواره‌های سرد و گرم شکل بگیرند نشان‌دهنده غالب بودن مکانیزم انتقال حرارت هدایت است. با تقویت جابه‌جایی طبیعی تراکم خطوط در کنار دیواره‌ها افزایش یافته و نرخ انتقال حرارت نیز بیشتر می‌گردد. با توجه به خطوط هم‌دما تقویت جابه‌جایی آزاد ناشی از افزایش عدد رایلی در مقادیر کوچک‌تر

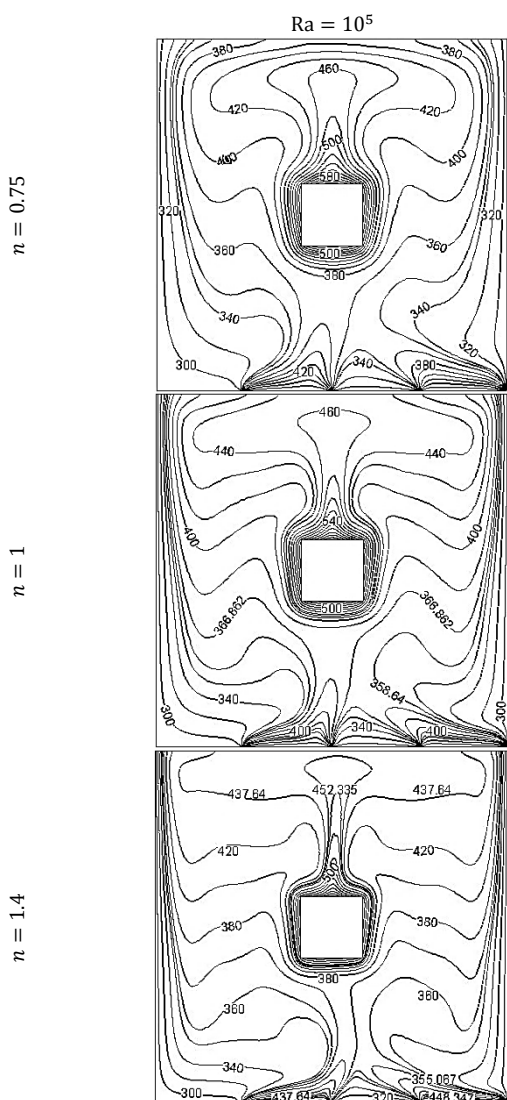


Fig. 6 Contours of fluid temperature at $Ra = 10^5$ and different power law index

شکل 6 کانتورهای دما در رایلی $Ra = 10^5$ و شاخص‌های مختلف پاورلا

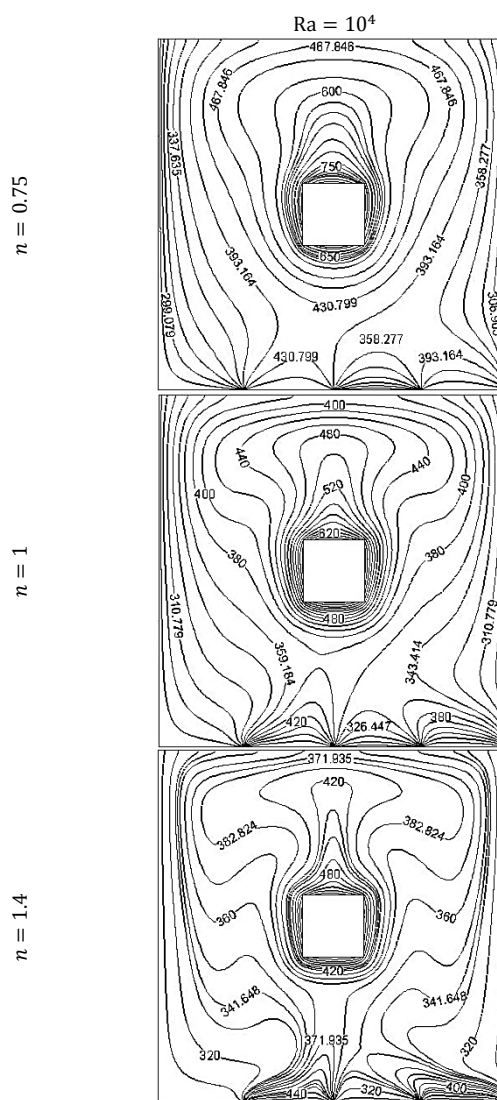


Fig. 5 Contours of fluid temperature at $Ra = 10^4$ and different power law index

شکل 5 کانتورهای دما در رایلی $Ra = 10^4$ و شاخص‌های مختلف پاورلا

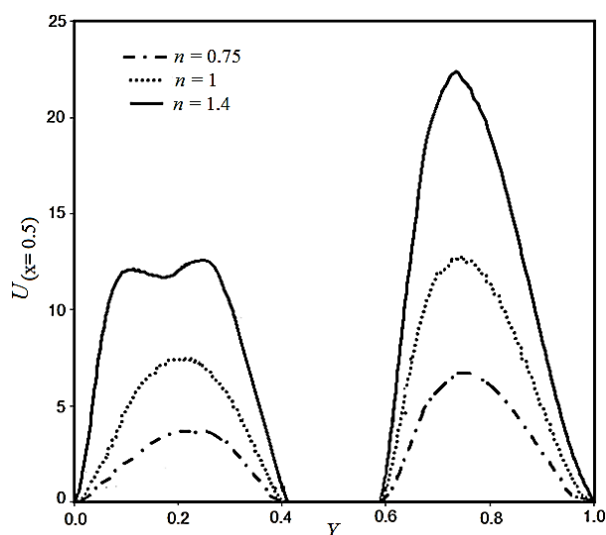


Fig. 8 The horizontal component of the speed charts in middle section for $x = 0.5$ and $Ra = 10^5$

شکل 8 نمودار مؤلفه افقی سرعت بی‌بعد در مقطع میانی $x=0.5$ و $Ra = 10^5$

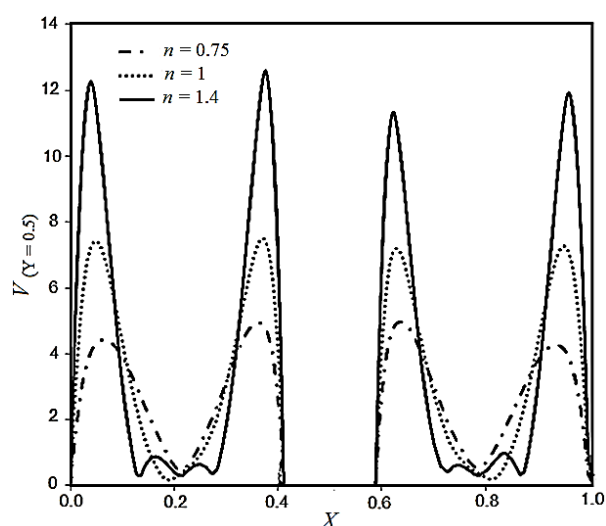


Fig. 9 The vertical component of the speed charts in middle section for $y = 0.5$ and $Ra = 10^5$

شکل 9 نمودار مؤلفه عمودی سرعت بی‌بعد در مقطع میانی $y = 0.5$ و $Ra = 10^5$

محفظه مقدار قابل توجهی دارد. در شکل 12 مشخص است که در شاخص $n=1.4$ لجت ظاهری سیال پایین بوده و بنابراین جابه‌جایی طبیعی اهمیت می‌یابد؛ بنابراین با افزایش عدد رایلی سرعت سیال در کنار دیوارهای سرد و گرم بیشتر شده و همان‌طور که مشاهده می‌شود گردادیان دما در این نواحی افزایش می‌یابد. به طور کلی می‌توان گفت که با افزایش عدد رایلی دمای بی‌بعد کاهش یافته است و کمترین دمای بی‌بعد برای بیشترین عدد رایلی و بزرگ‌ترین شاخص پاورلا به دست می‌آید.

در ادامه به منظور بررسی انتقال حرارت از عدد بی‌بعد ناسلت استفاده می‌شود که به صورت نسبت انتقال حرارت جابه‌جایی به انتقال گرمای هدایت و در واقع همان گردادیان دمای بی‌بعد در سطح است. در شکل‌های 13-16 تغییرات عدد ناسلت موضعی در امتداد دیواره پایینی برای مقادیر مختلف شاخص پاورلا و عدد رایلی بررسی شده است. در تمامی نمودارها ناپیوستگی در محل اتصال بخش‌های گرم و سرد روی ضلع پایینی محفظه دیده می‌شود. باتوجه به شکل 13 برای شاخص $n=0.75$ به دلیل افزایش ویسکوزیته

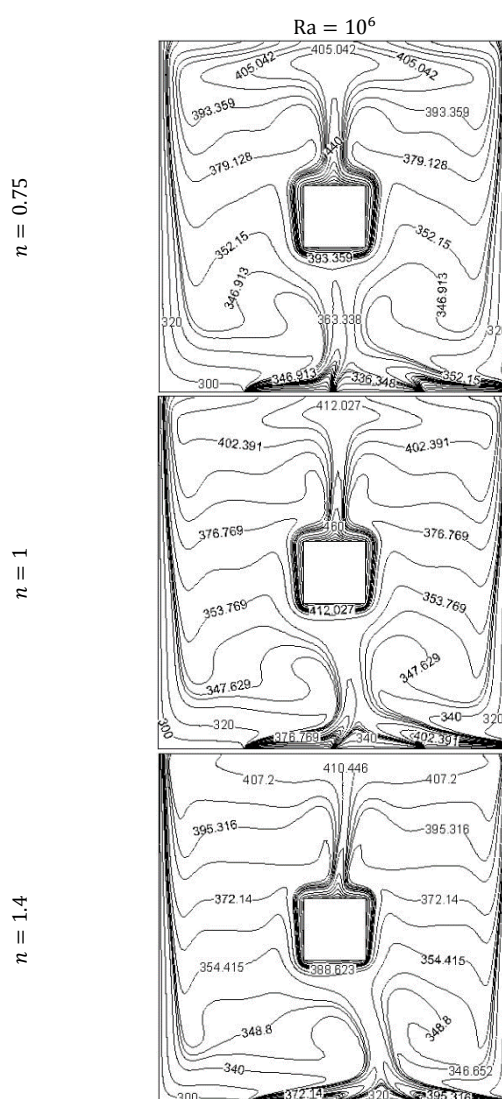


Fig. 7 Contours of fluid temperature at $Ra = 10^6$ and different power law index

شکل 7 کانتورهای دما در رایلی $Ra = 10^6$ و شاخص‌های مختلف پاورلا

دو سمت چشمه میانی اشغال می‌کنند و توزیع سرعت غیریکنواخت می‌شود. از این جهت مطابق انتظار است که مؤلفه‌های سرعت مقادیر بزرگ‌تری داشته باشند. و با کاهش n نیز مقادیر ماکزیمم سرعت‌های عمودی و افقی کاهش می‌یابند. گردابه‌های مرکزی محفظه با کاهش سرعت به یکدیگر نزدیک‌تر شده و گردابه‌های میانی از بین می‌روند. با کاهش شاخص پاورلا سرعت به گونه‌ای کاهش می‌یابد که گردابه‌های مرکزی تبدیل به یک گردابه در نزدیکی دیواره‌های افقی محفظه خواهد شد، همچنین با کاهش n نقاط ماکزیمم و مینیمم سرعت از دیواره‌های سرد و گرم فاصله می‌گیرند. با توجه به شکل‌های 10-12 مشخص است که نیمه چپ و نیمه سمت راست محفظه می‌توانند رفتار متفاوتی از لحاظ تغییرات دمایی با توجه به تغییرات عدد رایلی و شاخص n داشته باشند. با تغییر شاخص پاورلا در یک رایلی ثابت تغییرات درجه حرارت بی‌بعد نسبت به خط $y=0.5$ دارای رفتار متقارنی است، ولی نسبت به خط $x=0.5$ تغییرات غیرمتقارنی دارد.

همان‌گونه که در کانتورهای مربوط به خطوط جریان مشخص است با افزایش رایلی و شاخص n گردابه‌های چرخشی از نواحی مرکزی به سمت گوشه‌های محفظه کشیده شده و به همین دلیل مؤلفه افقی سرعت در

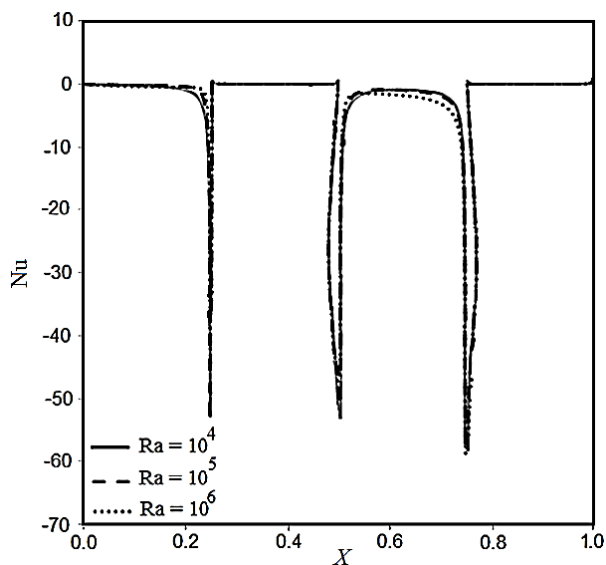


Fig. 13 Local Nusselt number changes on the lower side for the index $n = 0.75$

شکل 13 تغییرات عدد ناسلت موضعی روی ضلع پایینی برای شاخص $n = 0.75$

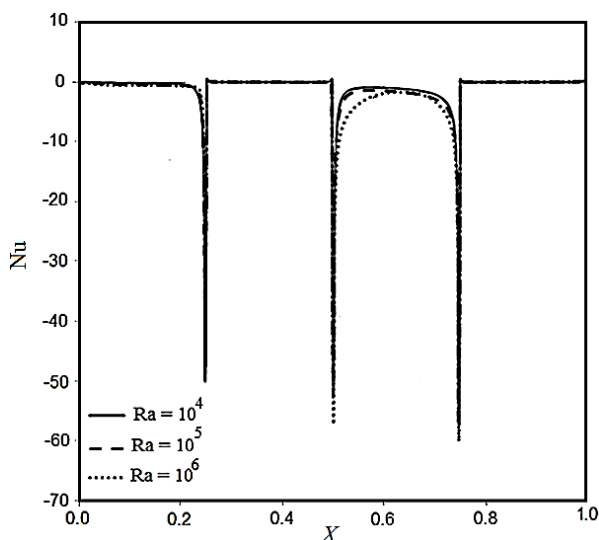


Fig. 14 Local Nusselt number changes on the lower side for the index $n = 1.4$

شکل 14 تغییرات عدد ناسلت موضعی روی ضلع پایینی برای شاخص $n = 1.4$

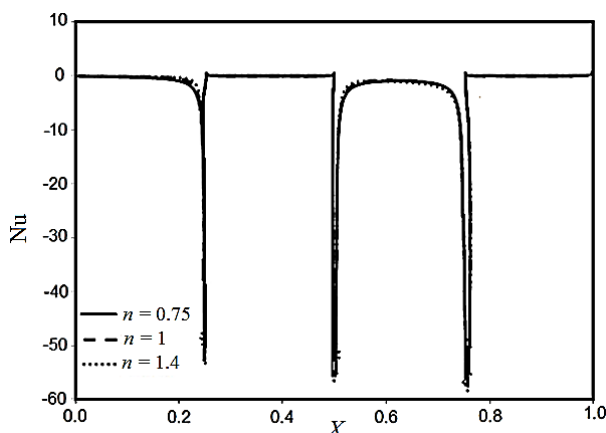


Fig. 15 Local Nusselt number changes on the lower side for the $Ra = 10^4$

شکل 15 تغییرات عدد ناسلت موضعی روی ضلع پایینی برای $Ra = 10^4$

ظاهری سیال غیرنیوتنی تغییر عدد رایی تأثیر چندانی بر ناسلت موضعی نخواهد داشت، اما با افزایش شاخص پاورلا (مطابق شکل 14) تغییرات مشخص‌تر است.

همان‌طور که انتظار می‌رود افزایش عدد رایی و شاخص پاورلا سبب تقویت نیروی شناوری و انتقال حرارت جابه‌جایی شده است. با توجه به شکل‌های 15 و 16 در عدد رایی $Ra = 10^4$ افزایش شاخص پاورلا تأثیر چندانی بر تغییر عدد ناسلت موضعی روی ضلع پایینی نخواهد داشت و عدد ناسلت تحت تأثیر تغییرات n قرار نمی‌گیرد، زیرا در رایی‌های کوچک اساساً جابه‌جایی طبیعی ضعیف و هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت است، اما در رایی‌های بزرگ‌تر تغییرات عملکرد حرارتی با تغییر شاخص پاورلا مشخص‌تر است که در نیمه سمت راست محفظه به دلیل شرایط مرزی موجود تأثیر

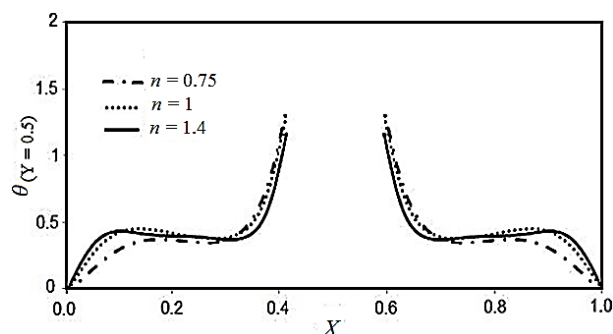


Fig. 10 Dimensionless temperature changes in middle section for $y = 0.5$ and $Ra = 10^5$

شکل 10 تغییرات دمای بی‌بعد در مقطع میانی محفظه $y = 0.5$ و $Ra = 10^5$

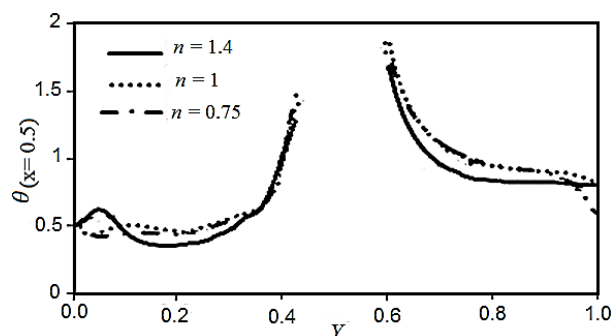


Fig. 11 Dimensionless temperature changes in middle section for $x = 0.5$ and $Ra = 10^5$

شکل 11 تغییرات دمای بی‌بعد در مقطع میانی محفظه $x = 0.5$ و $Ra = 10^5$

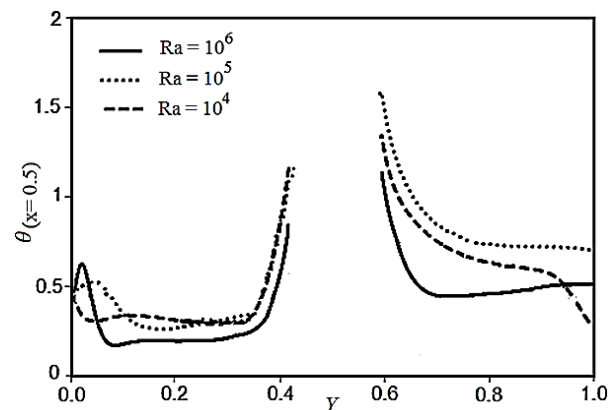


Fig. 12 Dimensionless temperature changes for $n = 1.4$ in various Rayleigh numbers

شکل 12 تغییرات دمای بی‌بعد برای شاخص $n = 1.4$ در رایی‌های مختلف

7- جمع‌بندی

پدیده انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی از گذشته مورد توجه محققین بوده است. بیشترین حجم مطالعات در این زمینه مربوط به محفظه‌هایی به شکل مربع و یا مستطیل است. در این مقاله نیز همرفت طبیعی آرام در یک محفظه مربعی دو بعدی و پر شده با سیال مدل پاورلا مورد بررسی قرار گرفت. در هندسه حاضر چشمه حرارتی در مرکز محفظه و بخش‌های گرم و سرد روی ضلع پایینی در نظر گرفته شدند. سایر دیوارها نیز در دمای سرد هستند. مشاهده شد که با افزایش عدد رایلی و افزایش مقدار شاخص پاورلا، نیروی شناوری و مقدار نفوذ گرمایی افزایش می‌یابد به طوری که خطوط جریان به سمت تشکیل گردابه‌هایی موازی با دیوارهای حفره پیش می‌روند و تمام فضای محفظه از جمله گوشه‌ها را دربرمی‌گیرند، همچنین تقویت جابه‌جایی طبیعی بر اثر افزایش عدد رایلی برای $n > 1$ چشمگیرتر است. این نتیجه نیز حاصل شد که در رایلی‌های کوچک (10^4) به دلیل این که جابه‌جایی طبیعی ضعیف و هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت است عدد ناسلت چندان تحت تأثیر تغییرات شاخص پاورلا قرار نمی‌گیرد، اما در رایلی‌های بزرگ‌تر (10^6) تغییرات عملکرد حرارتی با تغییر شاخص پاورلا مشخص‌تر است. رقیق شدن یا غلیظ شدن تنش برشی روی میزان انتقال حرارت تأثیر گذار است و عدد رایلی برای شروع جابه‌جایی طبیعی در محفظه با افزایش شاخص پاورلا کاهش می‌یابد.

8- فهرست علائم

g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$)
K	ضریب انتقال حرارت هدایتی ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
k	شاخص سازگاری
n	شاخص پاورلا
Nu	عدد ناسلت
P	فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
Pr	عدد پرانتل
Ra	عدد رایلی
T	دما (K)
V, U	مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت بی بعد
v, u	مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت (ms^{-1})
x, y	مختصات کارتزین (m)
X, Y	مختصات بی بعد

علائم یونانی

ρ	چگالی (kgm^{-3})
τ_{ij}	تانسور تنش (Nm^{-2})
θ	دمای بی بعد
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
μ_a^*	لزجت ظاهری بی بعد
S_{ij}	تانسور برش
$\dot{\gamma}_{ij}$	نرخ برش (s^{-1})

زیرنویس‌ها

c	سرد
h	گرم

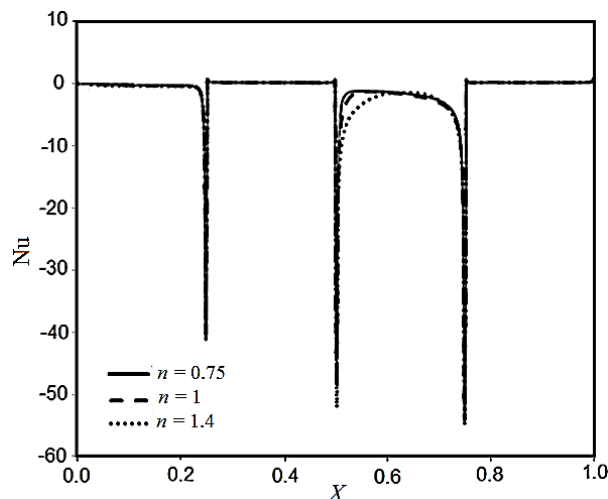


Fig. 16 Local Nusselt number changes on the lower side for the $\text{Ra} = 10^6$

شکل 16 تغییرات عدد ناسلت موضعی روی ضلع پایینی برای $\text{Ra} = 10^6$

چشمگیرتری دارد. در شکل 17 عدد ناسلت متوسط در رایلی‌ها و شاخص‌های مختلف سیال پاورلا برای این مطالعه ارائه شده است. ناسلت متوسط معیار مناسبی برای نمایش نرخ انتقال حرارت است. مشاهده می‌شود که برای $n=0.75$ افزایش ناسلت متوسط در تغییر عدد رایلی از 10^4 تا 10^5 کمتر از افزایش آن در تغییر عدد رایلی از 10^5 تا 10^6 است. همان‌طور که اشاره شد در رایلی‌های 10^4 و 10^5 ، انتقال حرارت جابه‌جایی ضعیف و هدایت مکانیزم اصلی انتقال حرارت است. با افزایش یافتن عدد رایلی ($\text{Ra}=10^6$) به دلیل قدرت گرفتن انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی، ناسلت متوسط با سرعت قابل توجهی افزایش می‌یابد.

با توجه به شکل 17 مشخص است که هرچقدر لزجت سیال کمتر باشد افزایش عدد رایلی سبب تقویت بیشتر جابه‌جایی طبیعی می‌گردد از اینرو با قدرت گرفتن جابه‌جایی طبیعی در محفظه ناسلت متوسط برای سیال با شاخص n بزرگ‌تر بیشتر است و بهبود عملکرد حرارتی با افزایش رایلی در سیال غلیظ پاورلا چشمگیرتر است. همچنین می‌توان گفت که عدد رایلی برای شروع جابه‌جایی طبیعی در محفظه با افزایش شاخص پاورلا کاهش می‌یابد.

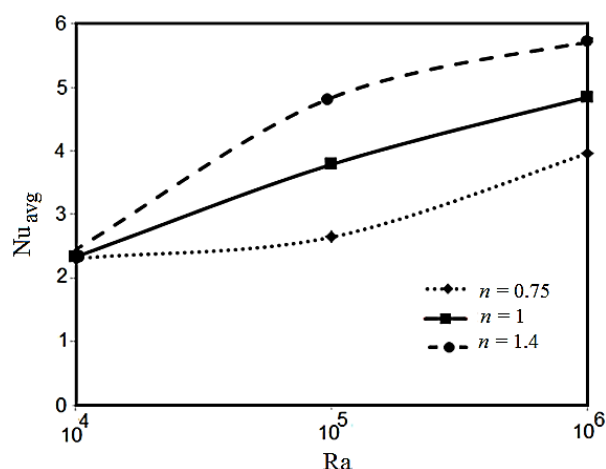


Fig. 17 Variation of average Nusselt number with Ra for different power law index

شکل 17 تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب عدد رایلی برای شاخص‌های مختلف پاورلا

9- مراجع

- heat transfer of pseudo-plastic fluids in a square cavity, *Numerical Heat Transfer A*, Vol. 41, pp. 357–372, 2002.
- [18] C. J. Ho, M. W. Chen, Z. W. Li, Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: Effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 17, pp. 4506–4516, 2008.
- [19] A. Bairi, E. Zarco-Pernia, J. M. Garcia de Maria, A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of parallelogrammic cavity, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 63, No. 1, pp. 304–322, 2014.
- [20] B. Ghasemi, S. M. Aminossadati, Periodic natural convection in a nanofluid-filled enclosure with oscillating heat flux, *Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 1, pp. 1–9, January 2010.
- [21] N. Nithyadevi, P. Kandaswamy, J. Lee, Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 23–24, pp. 4688–4697, 2007.
- [22] N. Yucel, A. H. Ozdem, Natural convection in partially divided square enclosures, *Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 1–2, pp. 167–175, December 2003.
- [23] G. H. R. Kefayati, Simulation of magnetic field effect on natural convection of non-Newtonian power-law fluids in sinusoidal heated cavity using FDLBM, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 139–153, 2014.
- [24] R. K. Shah, A. L. London, Laminar flow forced convection in ducts, *Supplement 1 to Advances in Heat Transfer*, Academic Press Books, English, New York, ISBN. 0120200511, 978012020051, xiv, 477 p.: ill, 24 cm, PUBLICATION DATE 1978.
- [25] A. Jalali, M. H. Kayhani, M. Norouzi, Three-Dimensional simulation of entrance region effect for viscoelastic flows in a rectangular duct, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 2, pp. 27–37, 2011. (In Persian فارسی)
- [26] G. R. Kefayati, Simulation of heat transfer and entropy generation of MHD natural convection of non-Newtonian nanofluid in an enclosure, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 92, pp. 1066–1089, 2016.
- [27] P. J. Fryer, D. L. Pyle, C. D. Rielly, Chemical engineering for the food industry. London, UK: Blackie Academic & Professional, [Covers process design, hazard and risk analysis, heat and mass transfer and food rheology, explaining important applications in the food industry], DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-3864-6>, eBook Packages: Springer Book Archive, Print ISBN: 978-1-4613-6724-6, Series Print ISSN: 1571-0297, 1997.
- [28] J. F. T. Pittman, J. F. Richardson, C. P. Sherrard, An experimental study of heat transfer by laminar natural convection between an electrically-heated vertical plate and both Newtonian and non-Newtonian fluids, *Heat Mass Transfer*, Vol. 42, No. 4, pp. 657–671, 1999.
- [29] F. F. T. Pittman, J. F. Richardson, C. P. Sherrard, An experimental study of heat transfer by laminar natural convection between an electrically heated vertical plate and both Newtonian and non-Newtonian fluids, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 4, pp. 657–671, 1999.
- [30] Y. i. Dong, Q. Zhai, Natural convection study in an enclosure with different aspect ratios, *Modern Physics C*, Vol. 18, Issue 12, pp. 1903–1923, 2007.
- [31] M. Hortmann, M. Peric, G. Scheuerer, Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions. *Numerical Methods In Fluids*, Vol. 11, No. 2, pp. 189–207, 1990.
- [32] M. Jalalzade, Mh. Sefid, Numerical solution of natural convection Non-Newtonian fluids power law model in a inclined square enclosure, *ISME*, 0987, 2011.
- [33] O. Turan, A. Sachdeva, N. Chakraborty, R. J. Poole, Laminar natural convection of power-law fluids in square enclosure with differentially heated side walls subjected to constant temperatures, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp. 1049–1063, 2011.
- [1] M. Nazari, S. Ramzani, Natural convection in a square cavity with a heated obstacle using lattice boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 2, pp. 119–133, 2011. (In Persian فارسی)
- [2] Y. Varol, H. F. vOztop, A. Koca, Effects of inclination angle on conduction - natural convection in divided enclosures filled with different fluids, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 2, pp. 182–191, February 2010.
- [3] H. Ozoe, S. W. Churchill, Hydrodynamic stability and natural convection In Ostwald-de Waele and Ellis fluids: the development of numerical solution, *AIChE Journal*, Vol. 18, No. 6, pp. 1196–1207, November 1972.
- [4] M. Lamsaadi, M. Naimi, M. Hasnaoui, Natural convection heat transfer in Shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the Side and filled with non-Newtonian power law fluids, *Energy Conversion Management* Vol. 47, No. 15–16, pp. 2535–2551, 2006.
- [5] S. M. Aminossadati, B. Ghasemi, Natural convection cooling of a localised heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure, *Mechanics B-Fluids*, Vol. 28, No. 5, pp. 630–640, 2009.
- [6] M. Lamsaadi, M. Naimi, M. Hasnaoui, M. Mamou, Natural convection in a tilted rectangular slot containing Non-Newtonian Power-Law fluids and subject to a longitudinal thermal gradient, *Journal Numerical Heat Transfer, Part A: Applications An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 50, No. 6, pp. 561–583, 2006.
- [7] Z. Alloui, P. Vasseur, Natural convection of Carreau–Yasuda non Newtonian fluids in vertical cavity heated from the sides, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 84, pp. 912–924, 2015.
- [8] E. S. Boek, J. Chin, P. V. Coveney, Lattice Boltzmann simulation of the flow of non-Newtonian fluids in porous media, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 17, No. 1–2, pp. 99–102, 2003.
- [9] S. P. Sullivan, L. F. Gladden, M. L. Johns, Simulation of power-law fluid flow through porous media using lattice Boltzmann techniques, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 133, No. 2–3, pp. 91–98, 2006.
- [10] G. B. Kim, J. M. Hyun, H. S. Kwak, Transient buoyant convection of a power-law non-Newtonian fluid in an enclosure. *Heat and Mass Transfer*, Vol. 64, No. 19, pp. 3605–3617, 2003.
- [11] A. Raisi, The influence of pair constant temperature baffles on power-law fluids natural convection in square enclosure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 215–224, 2015. (In Persian فارسی)
- [12] G. A. Sheikhzadeh, H. Ehtera, A. Aghaei, Numerical study of natural convection in a nanofluid filled enclosure with central heat source and presenting correlations for Nusselt number, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 62–74, 2013. (In Persian فارسی)
- [13] W. L. Barth, G. F. Carey, On a natural-convection benchmark problem in non-Newtonian fluids, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 50, No. 3, pp. 193–216, 2006.
- [14] M. Jahanshahi, S. F. Hosseinzadeh, M. Alipanah, A. Dehghani, G. R. Vakilinejad, Numerical, Simulation of free convection based on experimental measured conductivity in a square cavity using water/SiO₂ nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 6, pp. 687–694, 2010.
- [15] D. Vola, L. Boscardin, and J. Latché, Laminar unsteady flows of Bingham fluids: A numerical strategy and some benchmark results, *Computational Physics*, Vol. 183, No. 3, pp. 661–634, 2003.
- [16] T. Cochrane, K. Walters, M. F. Webster, On newtonian and non-newtonian flow in complex geometries, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 301, No. 1460, pp. 163–181, 1981.
- [17] M. Ohta, M. Akiyoshi, E. Obata, A numerical study on natural convective