مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1396، دوره 17، شماره 10، ص‌ص 385-396

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مطالعه عددی انتقال حرارت و تولید آنتروپی جابجایی رایلی- بنارد نانوسیال در محفظه موجی تحت تأثیر میدان مغناطیسی

علیرضا شهریاری[1]، حمیدرضا عاشوری‌نژاد[2*]

1- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه زابل، زابل

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا

* بوئین زهرا، صندوق پستی 3451745346، h.r.ashorynejad@bzte.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 02 مرداد 1396

پذیرش: 02 مهر 1396

ارائه در سایت: 05 آبان 1396

کلید واژگان:

تولید آنتروپی

نانوسیال

میدان مغناطیسی

دیواره موجی

روش شبکه بولتزمن

چکیده

در مقاله حاضر، انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابجایی رایلی- بنارد نانوسیال‌ها تحت تأثیر میدان مغناطیسی در محفظه بسته به روش شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار گرفته است. دیواره‌های سمت چپ و راست محفظه هر دو صاف و نسبت به عبور حرارت و جرم عایق شده‌اند. دیواره پایین محفظه گرم و دارای هندسه موجی و دیواره صاف بالایی در دمای سرد قرار دارد. به علت تغییرات ناچیز چگالی، از تقریب بوزینسک استفاده شده است که باعث تأثیرپذیری میدان هیدرودینامیکی از میدان حرارتی می‌گردد. برای توابع توزیع چگالی و انرژی از آرایش شبکه D2Q9 استفاده شده است. مطالعه برای اعداد رایلی 10^3, 10^4 و 10^5، اعداد هارتمن 0, 30, 60 و 90 و کسر حجمی‌های 0 تا 0.04 از نانوذرات مس، اکسید مس و اکسید آلومینیم در سیال پایه آب انجام شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش عدد رایلی و افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت و تولید آنتروپی افزایش ولی با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت و تولید آنتروپی کاهش می‌یابند. بااین‌حال با توجه به عدد رایلی، افزایش عدد هارتمن می‌تواند سبب تقویت یا تضعیف اثر نانوذرات بر روی انتقال حرارت و تولید آنتروپی شود. علاوه بر این نشان داده شده است بیشترین مقدار انتقال حرارت و تولید آنتروپی متعلق به نانوسیال شامل نانوذرات مس و کمترین مقدار تابع عدد رایلی هست. درنهایت این مطالعه می‌تواند یک دید کلی برای افزایش انتقال حرارت با در نظر گرفتن اتلافات انرژی در محفظه‌هایی شامل جابجایی رایلی- بنارد نانوسیال‌ها در معرض میدان مغناطیسی را فراهم آورد.

Numerical study of heat transfer and entropy generation of Rayleigh–B́enard convection nanofluid in wavy cavity with magnetic field

Alireza Shahriari[1], Hamidreza Ashorynejad[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran
2- Department of Industrial, Mechanical and Aerospace Engineering, Buein Zahra Technical University, Buein Zahra, Iran
* P.O.B. 3451745346, Buein Zahra, Iran, h.r.ashorynejad@bzte.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 July 2017
Accepted 24 September 2017
Available Online 27 October 2017

Keywords:
Entropy Generation
Nanofluid
Magnetic Field
Wavy-Wall
Lattice Boltzmann Method

ABSTRACT

In the present paper, heat transfer and entropy generation in Rayleigh-Benard convection of nanofluids subjected to a magnetic field within an enclosed cavity is studied by adopting the lattice Boltzmann Model. The left and the right walls are smooth and insulated against heat and mass. The bottom wavy wall is heated, while the top flat wall is maintained at the cold temperature. The variation of density is slight thus; hydrodynamics and thermal fields equations are coupled using the Boussinesq approximation. The density and energy distribution are both solved by D2Q9 model. The study have been carried out for Rayleigh number 10^3, 10^4 and 10^5, Hartmann number 0, 30, 60 and 90 and volume fractions of 0 up to 0.04 for Cu, CuO and Al_2O_3 nanoparticles in base pure water fluid. Results show that the Nusselt number and entropy generation increase with the increment of Rayleigh number and nanoparticles volume fraction, but those decrease by the increment of the Hartmann number. The enhancement of magnetic field augments or plummets the effect produced by the presence of nanoparticles on heat transfer and entropy generation at different Rayleigh numbers. In addition, it is shown the greatest effect of nanoparticles on heat transfer and entropy generation is observed by addition of Cu nanoparticles and the least is function of Ra number. This study can, provide useful insight for enhancing the convection heat transfer performance by considering of energy losses within enclosed cavities with Rayleigh–Bénard convection nanofluid under influence of magnetic field.

1- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی آزاد در بسیاری از سیستم‌های مهندسی و صنعتی همچون مبدل‌های حرارتی، سرمایش و گرمایش ساختمان‌ها، فنّاوری‌های خورشیدی، کوره‌ها و سیستم‌های بیومکانیکی به علت سادگی و هزینه کم به

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Shahriari, H. Ashorynejad, Numerical study of heat transfer and entropy generation of Rayleigh–B́enard convection nanofluid in wavy cavity with magnetic field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 385-396, 2017 (in Persian)

کار می‌رود.

جابجایی رایلی-بنارد نوعی از جریان است که تنها به‌واسطه اختلاف چگالی ناشی از گرادیان دما به وجود می‌آید. این نوع جریان در بین دو صفحه موازی از یک محفظه بسته که صفحه پایینی دارای دمای بالاتری است، رخ می‌دهد. لایه‌های سیال گرم شده در پایین به علت کاهش چگالی به سمت بالا حرکت می‌کنند و پس از برخورد به صفحه بالا درصورتی‌که نیروی جاذبه بر نیروی ویسکوز سیال غلبه کند، جریان جابجایی شروع می‌شود. جابجایی رایلی-بنارد یک مسئله کلاسیک است که در بسیاری از کاربردهای عملی همچون جوشش هسته‌ای، سیستم‌های الکترومکانیک، کاربردهای خورشیدی، انجماد آلیاژها و فرآیندهای ذوب مفید هست [1-5].

مطالعات انجام شده بر پایه قانون اول ترمودینامیک تنها به بررسی میزان انتقال حرارت می‌پردازد درحالی‌که تجزیه‌وتحلیل قانون دوم ترمودینامیک میزان بازگشت‌ناپذیری در طی یک فرآیند را که تولید آنتروپی نامیده می‌شود و معیاری برای عملکرد سیستم مهندسی است، بررسی می‌کند. تولید آنتروپی باعث کاهش قابلیت کارایی دستگاه‌ها و درنتیجه کاهش بازده ترمودینامیکی آن‌ها می‌شود، بنابراین تحلیل آنتروپی به‌منظور افزایش راندمان سیستم ضروری است [7,6]. آنادالاکشمی و بساک [8] به تحلیل آنتروپی در یک لوزی با زوایای مختلف نسبت به سطح افق پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که در رایلی بالا، برای همه زوایای انحراف، بیشترین بازگشت‌ناپذیری در مجاورت دیواره‌های هم‌دما رخ می‌دهد. آن‌ها همچنین نشان دادند که بهترین زاویه ازلحاظ کاهش آنتروپی زاویه 30 درجه نسبت به افق است. بسوال و بساک [9] به بررسی مشخصات جریان و حرارت روی تولید آنتروپی در جابجایی رایلی-بنارد در محفظه متخلخل با دیواره‌های محدب و مقعر پرداختند. آن‌ها نشان دادند که محفظه‌هایی که دیواره منحنی آن‌ها دارای تقعر بیشتر بود نسبت به نمونه‌های دیگر دارای عدد ناسلت بزرگ‌تر و تولید آنتروپی کمتری است.

پایین بودن ذاتی هدایت حرارتی سیال‌های پایه همچون آب، انواع روغن‌ها و اتیلن گلیکول، اصلی‌ترین علت پایین بودن کارایی دستگاه‌هایی است که از این سیال‌ها استفاده می‌کنند. استفاده از ذرات جامد فلزی با هدایت حرارتی بالا یکی از راه‌حل‌هایی است که محققین برای حل این مشکل پیشنهاد نموده‌اند. با پیشرفت فنّاوری و امکان ساخت ذراتی در مقیاس نانو، چوی و همکارانش [10] نخستین کسانی بودند که ایده افزودن نانوذرات (معمولاً ذراتی با ابعاد کمتر از 100 نانومتر) به سیال پایه را پیشنهاد نمودند و آن را نانوسیال نامیدند. کیم و همکارانش [11] به‌طور تحلیلی به بررسی ناپایداری انتقال حرارت جابجایی آزاد رایلی-بنارد برای نانوسیال‌ها پرداختند. آن‌ها برای لزجت و هدایت حرارتی نانوسیال از مدل‌های مختلفی استفاده نمودند و نشان دادند که با حضور نانوذرات، ضریب انتقال حرارت نانوسیال افزایش می‌یابد. اسلامیان و همکاران [12] به بررسی عددی جابجایی رایلی-بنارد در محفظه دو بعدی شامل نانوسیال آب-اکسید آلومینیم پرداختند و نشان دادند که با حضور نانوذرات و افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. آن‌ها همچنین دریافتند که در اعداد رایلی کم نانوسیال به‌طور همگن رفتار می‌کند ولی در اعداد رایلی بالا یک رفتار ناهمگن دارد.

مسئله انتقال حرارت جابجایی آزاد درون محفظه شامل سیال هادی جریان الکتریسیته تحت تأثیر میدان مغناطیسی (مگنتوهیدرودینامیک) نیز با توجه به کاربردهای فراوان در صنایع مهندسی مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [13]. ازجمله این کاربردها می‌توان به استخراج انرژی زمین‌گرمایی، رشد بلوره‌ها در سیال، خنک کاری راکتورهای هسته‌ای، صنایع پلیمر و صنایع متالورژی اشاره نمود. محمودی و همکاران [14] تولید آنتروپی و جابجایی طبیعی مگنتوهیدرودینامیک نانوسیال آب-مس را در محفظه ذوزنقه‌ای مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای گرمایش از کف محفظه استفاده کردند و مشاهده کردند که حضور نانوذرات بازگشت‌ناپذیری را کاهش اما افزایش عدد هارتمن عموماً تولید آنتروپی را افزایش می‌دهد. میلانی و ماموریان [15] به بررسی تأثیر و بهینه‌سازی زاویه چرخش محفظه مربعی شامل نانوسیال آب- آلومینا روی جابجایی آزاد و تولید آنتروپی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که در حالت زاویه 90 (جریان رایلی-بنارد) در عدد رایلی بالا به ازای همه اعداد هارتمن (به‌جز هارتمن 30)، عدد ناسلت و تولید آنتروپی کمترین مقدار خود را دارد.

شبیه‌سازی جریان مگنتوهیدرودینامیک نانوسیال‌ها در مطالعات انجام شده با روش‌های مختلفی همچون تفاضل محدود، المان محدود و روش شبکه بولتزمن صورت گرفته است.

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن به‌علت مزایایی که نسبت به روش‌های مرسوم دینامیک سیالات محاسباتی دارد مورد توجه ویژه محققین قرارگرفته است. ازجمله این مزایا می‌توان به صریح بودن معادلات حاکم، سادگی اعمال شرایط مرزی گوناگون و قابلیت پردازش موازی مستقل از نوع مسئله اشاره نمود [16-18]. سادگی اعمال شرایط مرزی باعث شده است که روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک روش توانمند در حل مسائل با مرزهای پیچیده مانند جریان در محیط‌های متخلخل، جریان‌های چند فازی و جریان‌های چندجزیی مورد استفاده قرار گیرد [20,19]. در شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های پیچیده با مرزهایی مواجه هستیم است که روی شبکه قرار ندارند و باید تابع توزیع بر روی این مرزها را به دست آوریم. روش انطباق مرزی، روشی است که توسط فیلیپووا و هانل [21] برای مدل نمودن این نوع مرزهای در شبکه بولتزمن به‌کار گرفته شد و بعداً این روش توسط می و همکارانش بهبود یافت [22]. جو و همکاران [23] نیز با در نظر گرفتن دو بخش تعادلی و غیرتعادلی برای توابع توزیع مربوط به گره‌های واقع بر روی دیواره جامد، یک روش جایگزین برای مرز منحنی ارائه نمودند.

عاشوری‌نژاد و همکاران [24] به بررسی اثر میدان مغناطیسی بر روی جابجایی آزاد نانوسیال در فضای بین دو استوانه هم‌مرکز پرداختند. آن‌ها از روش شبکه بولتزمن برای مرز منحنی استفاده کردند و نشان دادند که عدد ناسلت میانگین، یک تابع افزایشی از کسر حجمی و عدد رایلی و یک تابع کاهشی از عدد هارتمن است. شیخ‌الاسلامی و گرجی [25] جابجایی آزاد محفظه‌ای را بررسی کردند که از فروسیال پر شده بود و دارای گرمایش از کف بود. محفظه آن‌ها در معرض میدان مغناطیسی قرار داشت و از مدل شبکه بولتزمن استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که عدد ناسلت تابعی مستقیم از عدد رایلی و طول منبع حرارتی است درحالی‌که با اندازه نانوذرات و کسر حجمی کبالت نسبت عکس دارد. شیخ‌الاسلامی و همکارانش [26] در یک مطالعه دیگر به بررسی انتقال حرارت و تولید آنتروپی با استفاده از روش شبکه بولتزمن در محفظه مربعی پرداختند. آن‌ها مشاهده کردند که عدد ناسلت و تولید آنتروپی بی‌بعد با حضور نانوذرات افزایش می‌یابد و این افزایش در اعداد رایلی کوچک‌تر بیشتر است.

همان‌طور که در مقالات بالا و نیز دیگر مقالات مشاهده می‌شود جابجایی رایلی-بنارد نانوسیال‌ها، تولید آنتروپی در جابجایی رایلی-بنارد و رایلی-بنارد در معرض میدان مغناطیسی به‌طور مجزا توسط بسیاری از محققین انجام شده، اما اثر این عوامل به‌طور هم‌زمان تاکنون بررسی نشده است؛ بنابراین در این تحقیق تولید آنتروپی در جابجایی رایلی-بنارد نانوسیال‌ها در معرض

میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار گرفته است. علاوه بر این از محفظه با دیواره موجی استفاده شده و روش شبکه بولتزمن به‌کار گرفته شده است.

2- بیان مسئله و مدل ریاضی

2-1- بیان مسئله

"شکل 1" محفظه دوبعدی به ارتفاع H حاوی نانوسیال آب-مس را نشان می‌دهد که دیواره موجی پایین گرم و دیواره صاف بالایی در دمای سرد قرار دارد. دیواره‌های چپ و راست صاف و عایق در نظر گرفته شده‌اند. نیروی حجمی گرانشی بر کل محفظه و در راستای منفی محور y اعمال شده است و یک میدان مغناطیسی یکنواخت هم‌راستای با نیروی گرانشی جریان جابجایی را در راستای محور x تحت تأثیر قرار می‌دهد. در مطالعه حاضر رینولدز مغناطیسی بسیار کوچک‌تر از یک است؛ بنابراین پخش مغناطیسی غالب‌تر از جابجایی مغناطیسی خواهد بود و در نتیجه جریان نانوسیال میدان مغناطیسی را تغییر نخواهد داد و می‌توان در کل حوزه حل، میدان مغناطیسی را ثابت فرض کرد.

برای شبیه‌سازی پروفیل بدون بعد مربوط به دیواره پایین محفظه از رابطه (1) استفاده شده است.

$$y^* = 0.1\big(1 - \cos(2\pi x^*)\big) \tag{1}$$

که در رابطه (1) x^* و y^* محورهای مختصات بدون بعد هستند.

2-2- روش شبکه بولتزمن

در روش شبکه بولتزمن معادله حاکم، معادله بولتزمن است که با گسسته‌سازی مکان و زمان، تابع توزیع چگالی به‌صورت رابطه (2) به دست می‌آید [27].

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\vartheta}\left[f_i(\vec{x}, t) - f_i^{\mathrm{eq}}(\vec{x}, t)\right] \tag{2}$$

در معادله (2)، f_i تابع توزیع چگالی و f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی نامیده می‌شوند و $\vec{c}_i$ بستگی به مدل انتخاب‌شده دارد. مدل مورداستفاده برای گسسته‌سازی معادله بولتزمن بر روی یک شبکه عموماً به‌صورت DnQm نمایش داده می‌شود که n بیانگر بعد و m بیانگر تعداد راستاهای مجاز برای حرکت ذرات است. مدل D2Q9 مرسوم‌ترین روش دوبعدی است و در مطالعه حاضر استفاده شده است. در این مدل هشت راستای مجاز برای حرکت داریم که $\vec{c}_i$ ها به‌صورت رابطه (3) بیان می‌شوند که $c = \Delta x/\Delta t$ سرعت ذرات مجازی روی شبکه است [27].

$$c_0 = 0 \quad , \quad c_{1-4} = 1 \quad , \quad c_{5-9} = \sqrt{2} \tag{3}$$

تابع توزیع تعادلی نیز به‌صورت رابطه (4) تعریف شده است [26].

$$f_i^{\mathrm{eq}} = \omega_i\rho\left[1 + 3\frac{\vec{c}_i\cdot\vec{u}}{C^2} + \frac{9}{2}\frac{(\vec{c}_i\cdot\vec{u})^2}{C^4} - \frac{3}{2}\frac{\vec{u}^2}{C^2}\right] \tag{4}$$

که ρ و $\vec{u}$ خواص ماکروسکوپی هستند و ω_i ها ضرایب وزنی تابع توزیع تعادلی در راستای i هستند و به‌صورت رابطه (5) بیان می‌شوند:

$$\omega_0 = \frac{4}{9} \quad , \quad \omega_{1-4} = \frac{1}{9} \quad , \quad \omega_{5-9} = \frac{1}{36} \tag{5}$$

برای بازیابی معادله ناویر- استوکس از معادله بولتزمن، زمان آرامش (τ_ϑ) با لزجت سینماتیکی (ϑ) به‌صورت رابطه (6) مرتبط خواهد شد [27].

$$\vartheta = C_s^{\,2}\Delta t(\tau_\vartheta - 0.5) \tag{6}$$

در رابطه (6) C_s سرعت صوت است که روی شبکه برابر با $c/\sqrt{3}$ در نظر گرفته می‌شود. برای آن‌که مقدار لزجت سینماتیکی از نظر فیزیکی بامعنی باشد، باید محدودیت $\tau_\vartheta > 0.5$ برای رابطه (6) لحاظ شود. جزئیات به دست آوردن این ارتباط به‌طور کامل در مرجع [28] آورده شده است.

خواص ماکروسکوپی همانند چگالی و سرعت سیال به ترتیب از روابط (7) و (8) محاسبه شده است [27].

$$\rho = \sum_{i=0}^{8} f_i \tag{7}$$

$$\rho\vec{u} = \sum_{i=0}^{8} \vec{c}_i f_i \tag{8}$$

سرانجام حل معادله شبکه بولتزمن در دو مرحله برخورد و پخش انجام می‌شود. رابطه (9) مرحله برخورد و رابطه (10) پخش را نشان می‌دهند.

$$\tilde{f}_i(\vec{x}, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\vartheta}\left[f_i(\vec{x}, t) - f_i^{\mathrm{eq}}(\vec{x}, t)\right] \tag{9}$$

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\vec{x}, t + \Delta t) \tag{10}$$

در رابطه‌های (9) و (10)، $\tilde{f}$ نشانگر تابع توزیع بعد از برخورد است. نیروی خارجی موجود در مسئله انتقال حرارت جابجایی رایلی-بنارد، نیروی شناوری است که در معادله جریان ظاهر می‌شود. برای اعمال نیروی خارجی F معادله شبکه بولتزمن به‌صورت رابطه (11) تبدیل خواهد شد [27].

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\vartheta}\left[f_i(\vec{x}, t) - f_i^{\mathrm{eq}}(\vec{x}, t)\right] + \Delta t F_i(\vec{x}, t)\cdot\frac{\vec{c}_i}{C_s^{\,2}} \tag{11}$$

برای محاسبه نیروی شناوری از تقریب بوزینسک که تغییرات چگالی با دما را به‌صورت خطی در نظر می‌گیرد، استفاده شده است. نیروی F در معادله (11) با استفاده از تقریب مذکور و تأثیر میدان مغناطیسی به‌صورت رابطه (12) تعریف شده است [24].

$$F = F_x + F_y$$
$$F_x = w_i\rho\left[\frac{\mathrm{Ha}^2\,\mu}{H^2}(-u)\right]$$
$$F_y = w_i\rho\left[g_y\beta(T(\vec{x}, t) - T_\infty) + \frac{\mathrm{Ha}^2\,\mu}{H^2}\right] \tag{12}$$

در رابطه (12)، g_y شتاب گرانشی در راستای y است و T_∞ برابر حداقل دما در نظر گرفته می‌شود $(T_\infty = 0)$. هم‌چنین پارامتر Ha در رابطه (12)، عدد هارتمن است که به‌صورت نسبت نیروی لورنتس به نیروهای ویسکوز بیان شده و به‌صورت رابطه (13) تعریف می‌شود.

$$\mathrm{Ha} = HB_0\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \tag{13}$$

با صرف‌نظر از اتلاف ویسکوز معادله انرژی بولتزمن با رابطه (14) بیان می‌شود.

$$g_i(\vec{x} + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = g_i(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_T}\left[g_i(\vec{x}, t) - g_i^{\mathrm{eq}}(\vec{x}, t)\right] \tag{14}$$

در رابطه (14) g_i تابع توزیع انرژی در راستای سرعت گسسته شده i با نشان داده شده است و تابع توزیع انرژی تعادلی و دمای ماکروسکوپی به

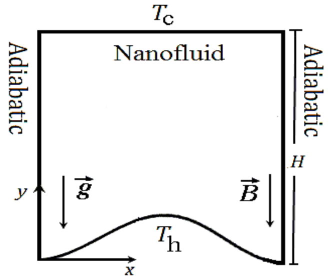

Fig. 1 Schematic for the physical configuration and coordinate system

شکل 1 طرح‌واره‌ای از شکل فیزیکی و دستگاه مختصات

ترتیب توسط روابط (15) و (16) بیان شده‌اند [27].

$$g_i^{\mathrm{eq}} = \omega_i T \left[1 + 3\frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{C^2} + \frac{9}{2}\frac{(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{C^4} - \frac{3}{2}\frac{\vec{u}^2}{C^2}\right] \tag{15}$$

$$T = \sum_{i=0}^{8} g_i \tag{16}$$

درنهایت برای بازیابی صحیح معادله انرژی از معادله حرارتی شبکه بولتزمن باید ضریب نفوذ حرارتی به‌صورت رابطه (17) بیان شود [27].

$$\alpha = C_s^2 \Delta t(\tau_T - 0.5) \tag{17}$$

و برای داشتن یک α مثبت باید شرط $\tau_T > 0.5$ در رابطه (17) لحاظ شود.

2-3- اعمال شرایط مرزی

در رابطه (18) پارامترهای بی‌بعد در مسئله نشان داده شده است.

$$\mathrm{x}^* = \frac{x}{H}\quad,\quad \mathrm{y}^* = \frac{y}{H}\quad,\mathrm{U} = \frac{uH}{\alpha_f}\quad,\mathrm{V} = \frac{vH}{\alpha_f}$$
$$\alpha^* = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}\quad,\quad \mu = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\quad,\quad \mathrm{k} = \frac{k_{nf}}{k_f}\quad,\theta = \frac{T - T_C}{\Delta T}$$
$$\mathrm{Pr} = \frac{\vartheta}{\alpha}\quad,\quad \mathrm{Ra} = \frac{g_y \beta H^3 \Delta T}{\vartheta \alpha} \tag{18}$$

با استفاده از معادلات بی‌بعد شده، شرایط مرزی مسئله به‌صورت رابطه (19) بیان شده است.

دیواره پایین	$\mathrm{U} = \mathrm{V} = 0$	$,\theta = 1$
دیواره بالا	$\mathrm{U} = \mathrm{V} = 0$	$,\theta = 0$
دیواره‌های راست و چپ	$\mathrm{U} = \mathrm{V} = 0$	$,\frac{\partial\theta}{\partial y^*} = 0$

(19)

برای اعمال شرایط مرزی سرعت روی دیواره‌های بالا، چپ و راست از شرط مرزی انعکاسی استفاده شده است، مثلاً برای دیواره سمت راست داریم:

$$f_{6,n} = f_{8,n}\quad,\quad f_{7,n} = f_{5,n}\quad,\quad f_{3,n} = f_{1,n} \tag{20}$$

برای اعمال شرایط مرزی دما روی دیواره‌های عایق سمت راست و چپ از شرط مرزی انعکاسی استفاده شده است، مثلاً برای دیواره چپ داریم:

$$g_{5,n} = g_{7,n}\quad,\quad g_{1,n} = g_{3,n}\quad,\quad g_{8,n} = g_{6,n} \tag{21}$$

برای دیواره بالا دما معلوم و برابر صفر است بنابراین داریم:

$$g_{7,n} = -g_{5,n}\quad,\quad g_{4,n} = -g_{2,n}\quad,\quad g_{8,n} = -g_{6,n} \tag{22}$$

برای محاسبه سرعت و دما بر روی مرزهای منحنی به‌ترتیب از روش‌های ارائه‌شده توسط می و همکاران [22] و جو و همکاران [23] استفاده شده است. در "شکل 2" نمایی از مرز منحنی و شبکه گره‌ها آورده شده است. گره‌های ناحیه جامد با زیرنویس b، محل تقاطع مرز با شبکه با زیرنویس w و اولین و دومین گره در راستاهای شبکه درون ناحیه محاسباتی نیز به ترتیب با زیرنویس‌های f و ff نام‌گذاری شده‌اند. هم‌چنین پارامتر Δ برای محاسبه توابع توزیع چگالی و انرژی پس از برخورد، با رابطه (23) تعریف شده است [22].

$$\Delta = \frac{|\vec{x}_f - \vec{x}_w|}{|\vec{x}_f - \vec{x}_b|} \tag{23}$$

برای اعمال مرحله پخش روی گره‌های سیال در مجاورت مرز منحنی نیاز به محاسبه $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(\vec{x}_b, t)$ و $\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\vec{x}_b, t)$ داریم که $\vec{e}_{\bar{\alpha}} = -\vec{e}_\alpha$. محاسبه توابع مذکور به کمک اطلاعات مرز منحنی و گره‌های مرز جامد انجام می‌شود. برای اعمال مرحله پخش روی گره‌های سیال در مجاورت مرز منحنی نیاز به محاسبه $\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(\vec{x}_b, t)$ و $\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\vec{x}_b, t)$ داریم که $\vec{e}_{\bar{\alpha}} = -\vec{e}_\alpha$. محاسبه توابع مذکور به کمک اطلاعات مرز منحنی و گره‌های مرز جامد انجام می‌شود.

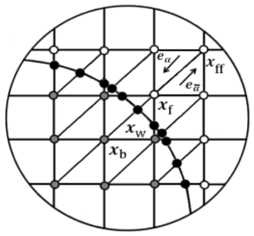

Fig. 2 Curved wall boundary and lattice nodes [19]

شکل 2 مرز دیواره منحنی و شبکه گره‌ها [19]

$$\tilde{f}_{\bar{\alpha}}(\vec{x}_b, t) = (1-\chi)\tilde{f}_\alpha(\vec{x}_f, t) + \chi f_\alpha^*(\vec{x}_b, t) - 2\omega_\alpha \rho(\vec{x}_f, t)\frac{3}{C^2}\vec{e}_\alpha \cdot \vec{u}_w \tag{24}$$

$$f_\alpha^*(\vec{x}_b, t) = f_\alpha^{\mathrm{eq}}(\vec{x}_f, t) + \omega_\alpha \rho(\vec{x}_f, t)\frac{3}{C^2}\vec{e}_\alpha \cdot (\vec{u}_{bf} - \vec{u}_f) \tag{25}$$

می و همکارانش [22] برای محاسبه فاکتور وزنی χ و سرعت مجازی $\vec{u}_{bf}$ روابط (26) و (27) را پیشنهاد نمودند.

$$\vec{u}_{bf} = \vec{u}_{ff} = \vec{u}(\vec{x}_{ff}, t)\,,\qquad \chi = \frac{(2\Delta - 1)}{\tau - 2}\,,\ \ 0 < \Delta \le \frac{1}{2} \tag{26}$$

$$\vec{u}_{bf} = \vec{u}_f + \frac{3}{2\Delta}(\vec{u}_w - \vec{u}_f)\,,\chi = \frac{(2\Delta - 1)}{\tau - 0.5},\ \ \frac{1}{2} \le \Delta \le 1 \tag{27}$$

برای تابع توزیع انرژی نیز از روابط مرجع [23] استفاده شده است.

$$\tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\vec{x}_b, t+\Delta t) = g_{\bar{\alpha}}^{\mathrm{eq}}(\vec{x}_b, t) + (1 - \frac{1}{\tau_T})g_{\bar{\alpha}}^{\mathrm{neq}}(\vec{x}_b, t) \tag{28}$$

$$g_{\bar{\alpha}}^{\mathrm{eq}}(\vec{x}_b, t) = \omega_{\bar{\alpha}} T_b^*(1 + \frac{3}{C^2}\vec{e}_{\bar{\alpha}} \cdot \vec{u}_b^*) \tag{29}$$

$$g_{\bar{\alpha}}^{\mathrm{neq}}(\vec{x}_b, t) = \Delta g_{\bar{\alpha}}^{\mathrm{neq}}(\vec{x}_f, t) + (1-\Delta)g_{\bar{\alpha}}^{\mathrm{neq}}(\vec{x}_{ff}, t) \tag{30}$$

$$\vec{u}_b^* = \vec{u}_{b1}\qquad,\quad \Delta > 0.75 \tag{31}$$

$$\vec{u}_b^* = \vec{u}_{b1} + (1-\Delta)\vec{u}_{b2}\qquad,\quad \Delta \le 0.75 \tag{32}$$

$$T_b^* = T_{b1}\qquad,\quad \Delta > 0.75 \tag{33}$$

$$T_b^* = T_{b1} + (1-\Delta)T_{b2}\qquad,\quad \Delta \le 0.75 \tag{34}$$

$$\vec{u}_{b1} = \frac{1}{\Delta}[\vec{u}_w + (\Delta - 1)\vec{u}_f)] \tag{35}$$

$$\vec{u}_{b2} = \frac{1}{\Delta + 1}[2\vec{u}_w + (\Delta - 1)\vec{u}_{ff})] \tag{36}$$

$$T_{b1} = \frac{1}{\Delta}[T_w + (\Delta - 1)T_f)] \tag{37}$$

$$T_{b2} = \frac{1}{\Delta + 1}[2T_w + (\Delta - 1)T_{ff})] \tag{38}$$

به‌منظور داشتن معیاری برای تعیین مقدار انتقال حرارت اعداد ناسلت محلی، ناسلت میانگین و نسبت ناسلت بر روی دیواره پایین به ترتیب با روابط (39)، (40) و (41) محاسبه شده است.

$$\mathrm{Nu_l} = -\frac{k_{nf}}{k_f}(\frac{\partial\theta}{\partial n^*}) \tag{39}$$

$$\mathrm{Nu_m} = \frac{1}{L}\int_0^L \mathrm{Nu_l}\, d\eta \tag{40}$$

$$\mathrm{Nu}^* = \frac{\mathrm{Nu_m}(\varphi)}{\mathrm{Nu_m}(\varphi = 0)} \tag{41}$$

در رابطه (39) تا (41)، n راستای عمود بر دیواره موجی، L بیانگر طول دیواره موجی و η متغیر انتگرال‌گیری در راستای دیواره موجی هستند.

معادله (42) فرم محلی نرخ تولید آنتروپی حجمی را بیان می‌کند [29]:

$$S_{gen} = \left[\frac{k_{nf}}{T_m^2}\left(\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right)\right] + \frac{\mu_{nf}}{T_m}\left[2\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] + \left[\frac{\sigma_{nf}B_0^2}{T_m}\, v^2\right] \tag{42}$$

در معادله (42) کروشه اول بیانگر تولید آنتروپی انتقال حرارت (Slht)،

عبارت میانی تولید آنتروپی اصطکاکی (Slff) و کروشه آخر تولید آنتروپی به علت حضور میدان مغناطیسی (Slmf) است. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد کننده، شکل بی‌بعد معادله (42) به‌صورت معادله (43) بیان می‌شود.

$$\mathrm{S'}_{\mathrm{gen}} = S_{\mathrm{gen}}\ \frac{T_{\mathrm{m}} H^2}{k_{\mathrm{f}}(T_{\mathrm{h}} - T_{\mathrm{c}})^2} \tag{43}$$

تولید آنتروپی کل بر واحد حجم و فرم نرمال شده آن برحسب کسر حجمی نانوذرات به ترتیب به‌صورت روابط (44) و (45) بیان شده است:

$$\mathrm{S} = \frac{1}{V}\int \mathrm{S'}_{\mathrm{gen}} dV \tag{44}$$

$$S^* = \frac{\mathrm{S}(\varphi)}{\mathrm{S}(\varphi = 0)} \tag{45}$$

4-2- معادلات حاکم برای نانوسیال‌ها

در این مطالعه نانوسیال نیوتنی، غیرقابل تراکم و تک‌فاز فرض شده است. خواص فیزیکی آن نیز به‌جز چگالی، ثابت در نظر گرفته شده. همچنین به علت استفاده از مدل تک‌فازی فرض شده است که نانوذرات جامد مشابه همان ذرات سیال پایه هستند و تعادل دمایی و سرعت برابر بین نانوذرات جامد و ذرات سیال پایه برقرار خواهد بود. جریان دوبعدی، آرام و پایاست.

خواص ترموفیزیکی نانوذرات و سیال پایه در جدول 1 آورده شده است. رابطه (46) چگالی مؤثر نانوسیال، رابطه (47) ظرفیت گرمایی و رابطه (48) انبساط حرارتی مؤثر نانوسیال را براساس مرجع [30] تعریف نموده است.

$$\rho_{\mathrm{nf}} = (\ 1 - \varphi)\rho_{\mathrm{f}} + \varphi\rho_{\mathrm{p}} \tag{46}$$

$$(\rho c_p)_{\mathrm{nf}} = (\rho c_p)_{\mathrm{f}}(\ 1 - \varphi) + (\rho c_p)_{\mathrm{p}}\varphi \tag{47}$$

$$(\rho\beta)_{\mathrm{nf}} = (\rho\beta)_{\mathrm{f}}(\ 1 - \varphi) + (\rho\beta)_{\mathrm{p}}\varphi \tag{48}$$

مدل برینکمن [31] برای لزجت نانوسیال و مدل هملتن و کروزر [32] برای هدایت حرارتی استفاده شده که با روابط (49) و (50) قابل محاسبه‌اند.

$$\mu_{\mathrm{nf}} = \frac{\mu_{\mathrm{f}}}{(1 - \varphi)^{2.5}} \tag{49}$$

$$k_{\mathrm{nf}} = k_{\mathrm{f}}\left(\frac{k_{\mathrm{p}} + (\mathrm{n}-1)k_{\mathrm{f}} - (k_{\mathrm{f}} - k_{\mathrm{p}})(\mathrm{n}-1)\varphi}{k_{\mathrm{p}} + (\mathrm{n}-1)k_{\mathrm{f}} + (k_{\mathrm{f}} - k_{\mathrm{p}})\varphi}\right) \tag{50}$$

3- ارزیابی استقلال شبکه و اعتبارسنجی نتایج

برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج به شبکه انتخاب شده، عدد ناسلت میانگین روی دیواره موجی محفظه برای پنج شبکه مختلف محاسبه و در جدول 2 آورده شده است. نتایج نشان می‌دهند که برای بهینه نمودن محاسبات از نظر دقت و هزینه، می‌توان شبکه 121×121 را انتخاب نمود. معیار همگرایی برای پایان محاسبات نیز با رابطه (51) بیان شده است.

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{i=\mathrm{N}}\sum_{j=1}^{j=\mathrm{M}}|T^{\mathrm{n}+1} - T^{\mathrm{n}}|}{\sum_{i=1}^{i=\mathrm{N}}\sum_{j=1}^{j=\mathrm{M}}|T^{\mathrm{n}}|} < 10^{-7} \tag{51}$$

در رابطه (55)، n و n+1 مراحل زمانی قدیم و جدید، ε خطای مجاز و N و M به ترتیب تعداد گره‌ها در راستای x و y را نشان می‌دهند.

به‌منظور اعتبارسنجی نتایج، عدد ناسلت میانگین در یک محفظه مربعی

جدول 1 خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات

Table 1 Thermophysical properties of water and nanoparticles

خواص	آب	نانوذرات مس	نانوذرات اکسید مس	نانوذرات اکسید آلومینیم
$\rho(\mathrm{kg/m^3})$	997.1	8954	6500	3970
$C_P(\mathrm{J/kgK})$	4179	383	540	765
$k(\mathrm{W/mK})$	0.613	400	18	40
$\beta \times 10^5(1/\mathrm{K})$	21	1.67	0.85	0.85
$\mu \times 10^4(\mathrm{Pas})$	8.54	-	-	-

برای اعداد هارتمن متفاوت بررسی و نتایج حاصل با نتایج مطالعه‌های مشابه قبلی [35-33] در جدول 3 آورده شده است. همچنین به‌منظور اطمینان یافتن از صحت نتایج، تولید آنتروپی در محفظه مربعی محاسبه و با نتایج ایلز و همکاران [36] مقایسه و در "شکل 3" نشان داده شده است. اعتبارسنجی انجام شده تطبیق خوب نتایج با نتایج عددی پیشین را نشان می‌دهد.

4- نتایج

4-1- اثر اعداد رایلی و هارتمن روی جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی

در این بخش به بررسی اثر اعداد رایلی و هارتمن روی خطوط جریان، خطوط هم‌دما و تولید آنتروپی نانوسیال آب- مس پرداخته شده است.

"شکل 4" خطوط جریان را برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف در دو کسر حجمی ٪0 و ٪4 نشان می‌دهد. خطوط جریان در رایلی $\mathrm{Ra}=10^3$ و $\mathrm{Ra}=10^3$ در غیاب میدان مغناطیسی دارای دو سلول گردشی متقارن نسبت

جدول 2 عدد ناسلت میانگین برای شبکه‌های مختلف روی دیواره موجی

Table 2 The mean Nusselt number for different mesh size on wavy-wall surface (Ha=30, φ=0.04)

اندازه شبکه	$\mathrm{Ra}=10^4$	$\mathrm{Ra}=10^5$
21 × 21	1.1595	1.928
41 × 41	1.1461	2.0313
81 × 81	1.1217	2.1138
121 × 121	1.1167	2.1567
161 × 161	1.1080	2.1965

جدول 3 مقایسه عدد ناسلت میانگین روی دیواره گرم محفظه مربعی ($\mathrm{Ra} = 10^5$)

Table 3 Comparison of the mean Nusselt numbers on hot wall in the square cavity ($\mathrm{Ra} = 10^5$)

هارتمن	عدد ناسلت میانگین			
	مطالعه حاضر	مرجع [33]	مرجع [34]	مرجع [35]
0	4.6865	4.738	4.794	4.722
15	4.1006	4.143	------	------
30	3.1203	3.150	3.224	3.143
45	2.3461	2.369	------	------
60	1.8311	1.851	1.900	1.865
90	1.3145	------	1.356	------

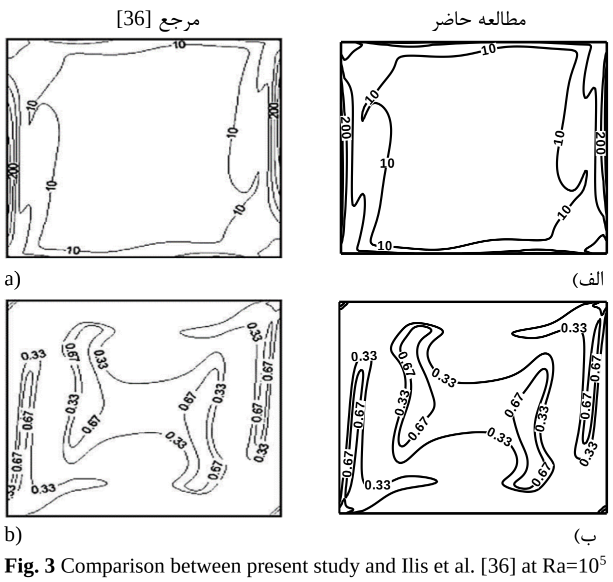

Fig. 3 Comparison between present study and Ilis et al. [36] at $\mathrm{Ra}=10^5$ (a) total entropy generation (b) Bejan number

شکل 3 مقایسه مطالعه حاضر و ایلز و همکاران [36] در $\mathrm{Ra}=10^5$ (الف) تولید آنتروپی کل (ب) عدد بژان

به خط عمودی مرکزی بوده که در خلاف جهت همدیگر هستند و سلول سمت راست ساعت‌گرد می‌چرخد. این امر به‌دلیل انبساط سیال و اثرات گرانشی روی می‌دهد. با توجه به انحنای دیواره پایین، سیال در مرکز محفظه زودتر گرم شده و به طرف بالا حرکت می‌کند و با برخورد به دیواره سرد بالا و هدایت به طرف دیواره‌های عمودی عایق، به سمت پایین حرکت می‌کند. بعلاوه کشیده شدن سلول‌ها موازی محور عمودی باعث ایجاد گرادیان دمایی در راستای عموی می‌شود. با اعمال میدان مغناطیس در Ha=30 مرکز گردابه‌ها تحت تاثیر نیروی لورنتز به سمت دیواره پایین متمایل می‌شوند و از قدرت گردابه‌ها به شدت کاسته می‌شود تا جایی‌که با اعمال میدان مغناطیسی قوی تر در اعداد رایلی پایین تقریبا قدرت گردابه ها به سمت صفر میل می‌کند و حل عددی نمی‌تواند تصویر درستی از این گردابه‌های بسیار ضعیف شده ارائه دهد. بنابراین در این قسمت تنها به نمایش خطوط جریان تا عدد هارتمن 30 پرداخته شده است.

"شکل 5" خطوط هم‌دما را برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف در دو کسر حجمی %0 و %4 نشان می‌دهد. در $Ra=10^3$ چون نزدیک به رایلی بحرانی جریان رایلی-بنارد قرار داریم، بنابراین خطوط هم‌دما تقریباً موازی دیواره‌های افقی بوده و به‌طور لایه روی هم قرار گرفته‌اند که بیانگر رژیم هدایتی است. به همین دلیل اعمال میدان مغناطیسی که ازنظر فیزیکی باعث کاهش اثرات جابجایی در سیال می‌شود، تأثیری روی خطوط هم‌دما نگذاشته است. با افزایش عدد رایلی خطوط هم‌دما دچار اعوجاج و آشفتگی شده و انحنای قابل ملاحظه‌ای در آن‌ها به وجود می‌آید درحالی‌که با افزایش عدد هارتمن از انحنای خطوط هم‌دما به‌شدت کاسته شده و موازی دیواره‌های افقی می‌شوند که بیانگر حساسیت بالای خطوط هم‌دما به میدان مغناطیسی و غالب شدن جریان هدایتی نسبت به جابجایی در محفظه است. تأثیر عدد هارتمن به‌گونه‌ای است که "شکل 5" برای $Ha\geq60$ نشان‌دهنده یک جریان هدایتی است. هم‌چنین در این حالت مشاهده می‌شود که در هر دو راستا گرادیان دمایی داریم، پس در هر دو راستا شار حرارتی خواهیم داشت.

"شکل 6" کانتورهای تولید آنتروپی کل را برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف در دو کسر حجمی %0 و %4 نشان می‌دهد. در جدول 4 نیز ماکزیمم مقدار بازگشت‌ناپذیری به علت انتقال حرارت ($Slht_{max}$)، بازگشت‌ناپذیری به علت جریان سیال ($Slff_{max}$) و مینیمم مقدار عدد بژان (Be_{min}) که بیانگر نسبت تولید آنتروپی حرارتی به آنتروپی کل است، داده

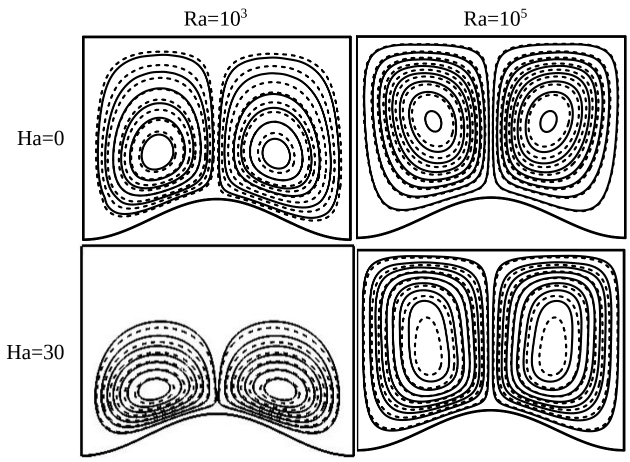

Fig. 4 Comparison of streamlines contours for pure water (solid line) and nanofluid with φ=0.04 (dashed line)

شکل 4 مقایسه خطوط جریان برای سیال پایه (خط‌های توپر) و نانوسیال با φ=0.04 (خط‌چین‌ها)

شده است. هم‌چنین برای بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر میدان جریان، مؤلفه افقی سرعت در رایلی‌ها و هارتمن‌های مختلف در "شکل 8" نشان داده شده است.

جدول 4 نشان می‌دهد که در رایلی پایین به علت حاکمیت رژیم هدایتی سهم عمده تولید آنتروپی به‌واسطه انتقال حرارت روی می‌دهد ($0.89\leq Be\leq1$) و میدان مغناطیسی علی‌رغم تأثیر کاهشی بر روی سرعت ("شکل 7") روی خطوط هم‌دما ("شکل 5") و در نتیجه روی تولید آنتروپی بی‌اثر بوده است. به‌بیان‌دیگر چون بخش عمده تولید آنتروپی را Slht ایجاد می‌کند و از طرفی خطوط هم‌دما برای همه حالت‌ها با هم موازی هستند بنابراین گرادیان‌های دما ثابت می‌مانند و همان‌طور که انتظار داریم "شکل 6" کانتورهای تولید آنتروپی را نشان می‌دهد که مشابه و موازی با هم هستند. هم‌چنین در وسط دیواره موجی به‌علت گرادیان بالای خطوط هم‌دما در این ناحیه، تولید آنتروپی بیشتر مشاهده می‌شود.

در جدول 4 مشاهده می‌شود که برای رایلی بالا به‌علت حضور میدان جریان قوی، بازگشت‌ناپذیری به‌واسطه اصطکاک سیال غالب بوده و تا هارتمن 60 نیز این شرایط برقرار است. "شکل 6" نشان می‌دهد که بیشترین تولید آنتروپی در غیاب میدان مغناطیسی در دو ناحیه اتفاق می‌افتد: یکی در نیمه بالای دیواره‌های عایق که عمدتاً ناشی از گرادیان‌های بالای سرعت در این قسمت است. ناحیه دوم در مجاورت خط میانی عمودی محفظه رخ می‌دهد که علاوه بر گرادیان سرعت، گرادیان‌های دما نیز در این ناحیه سهیم هستند. همان‌طور که از "شکل 5" مشاهده می‌شود، خطوط هم‌دما نسبت به خط

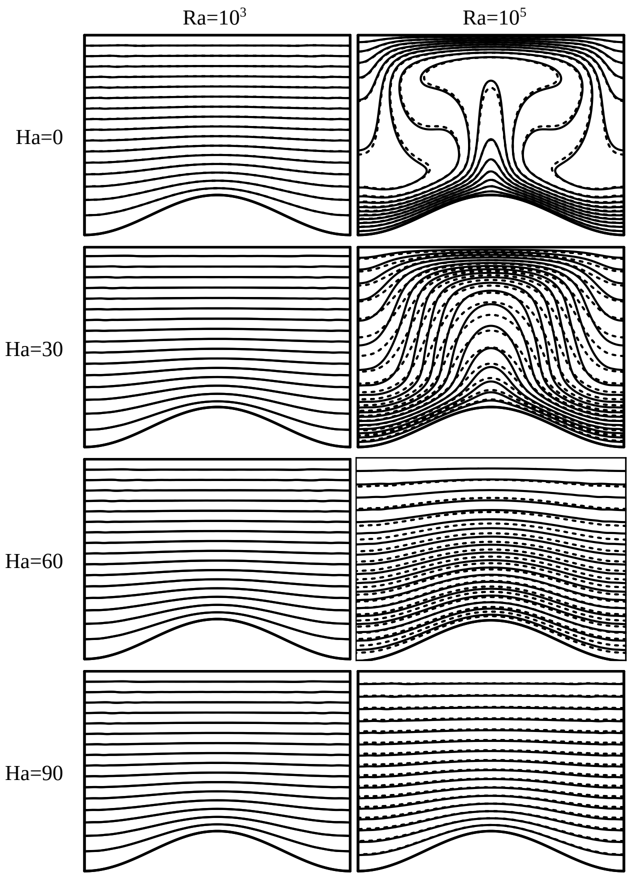

Fig. 5 Comparison of isotherms contours for pure water (solid line) and nanofluid with φ=0.04 (dashed line)

شکل 5 مقایسه خطوط همدما برای سیال پایه (خط‌های توپر) و نانوسیال با φ=0.04 (خط‌چین‌ها)

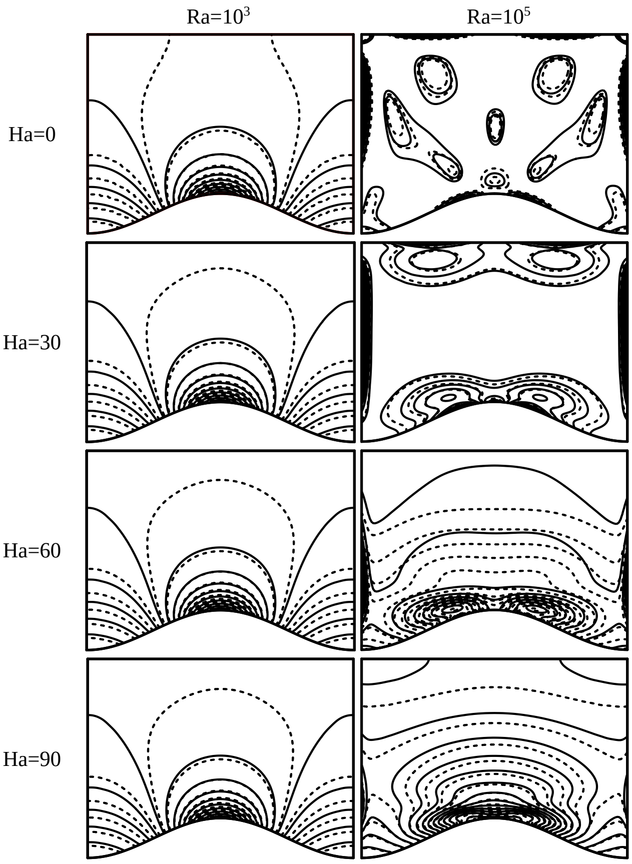

Fig. 6 Comparison of isentropic contours for pure water (solid line) and nanofluid with φ=0.04 (dashed line)

شکل 6 مقایسه خطوط انتروپی ثابت برای سیال پایه (خط‌های توپر) و نانوسیال با φ=0.04 (خط‌چین‌ها)

جدول 4 مقایسه بازگشت‌ناپذیری‌های در اعداد رایلی و هارتمن مختلف (φ=0.04)

Table 4 Comparison of irreversibility's at different Rayleigh and Hartmann numbers (φ=0.04).

$Slht_{max}$	$Slff_{max}$	Be_{min}	رایلی	هارتمن
3.25	0.0017	0.89	10^3	0
41.47	1352	4×10^{-5}	10^6	
3.30	0.00034	0.89	10^3	30
9.83	113	0.002	10^6	
3.31	0.00023	0.89	10^3	60
4.02	1.96	0.38	10^6	
3.31	0.00025	0.89	10^3	90
3.38	0.66	0.67	10^6	

میانی عمودی محفظه متقارن هستند بنابراین روی این خط گرادیان افقی نداریم، اما در مجاورت این خط گرادیان‌های افقی و عمودی بالایی مشاهده می‌شود. برای عدد هارتمن Ha=30 تولید آنتروپی روی دیواره‌های عایق توسعه می‌یابد که بخشی از این تولید آنتروپی ناشی از ایجاد گرادیان‌های دمایی روی نواحی مذکور است. با افزایش بیشتر قدرت میدان مغناطیسی تولید آنتروپی در کل محفظه پخش می‌شود.

"شکل 8" ماکزیمم مقدار تابع جریان، عدد ناسلت میانگین روی دیواره موجی و تولید آنتروپی کل را برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف در کسر حجمی 4% نشان می‌دهد. "شکل 8" نشان می‌دهد که در رایلی 10^3 جابجایی در سیال تازه شروع شده، بنابراین سرعت‌ها از مرتبه پایینی هستند

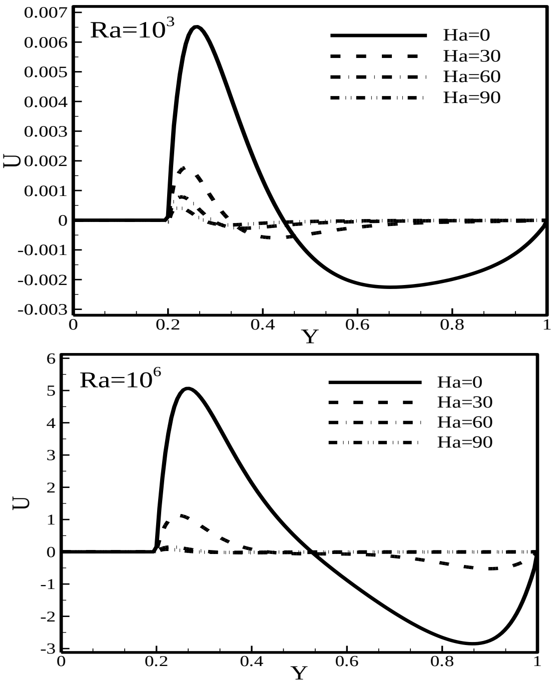

Fig. 7 Variations of horizontal velocity in cavity mid-section (φ=0.04)

شکل 7 تغییرات مؤلفه افقی سرعت در میانه محفظه (φ=0.04)

("شکل 8") و همان‌طور که انتظار داشتیم حداکثر مقدار تابع جریان هم به صفر نزدیک است. با افزایش عدد هارتمن اگرچه سرعت‌ها و خطوط جریان تغییر می‌کنند اما در مرتبه سرعت اثر چندانی ندارد و تأثیری روی تابع جریان نخواهد گذاشت. با افزایش عدد رایلی گرادیان دما افزایش یافته و چرخش بیشتر را منجر می‌شود که سبب تقویت میدان سرعت می‌شود؛ اما باید دقت داشت که در این حالت اگرچه خطوط جریان مشابه رایلی پایین دارای دو سلول چرخشی هستند ولی مقدار بالای تابع جریان بیانگر قدرت سلول‌های چرخشی است، بااین‌حال برای Ha≥60 مقدار تابع جریان مشابه رایلی‌ها کم به صفر میل می‌کند و جریان تقریباً ساکن می‌شود.

در "شکل 8" مشاهده می‌شود که عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد. علت این امر افزایش نیروهای شناوری با افزایش عدد رایلی است که منجر به کاهش لایه مرزی روی دیواره و در نتیجه افزایش اثرات جابجایی می‌شود؛ اما از سوی دیگر ناسلت میانگین با افزایش عدد هارتمن در یک رایلی ثابت به‌جز رایلی $Ra=10^3$، کاهش می‌یابد. این کاهش به علت نیروی لورنتز القاشده توسط میدان مغناطیسی عمودی اعمال شده بر جریان است که با توجه به معادله (12) به‌صورت یک نیروی بازدارنده در خلاف راستای محور x عمل می‌کند. البته باید دقت داشت که مقدار کاهش عدد ناسلت میانگین تابعی از عدد رایلی است. به‌عنوان مثال وقتی عدد هارتمن از 0 تا 90 افزایش می‌یابد، عدد ناسلت میانگین در $Ra=10^4$ حدود 31% و در رایلی $Ra=10^5$ حدود 71% کاهش می‌یابد.

"شکل 8" برای تغییرات آنتروپی نیز نشان می‌دهد که در رایلی پایین که Slht غالب است تغییرات آنتروپی کل مشابه تغییرات عدد ناسلت میانگین و در رایلی بالا که Slff غالب است، تغییرات آنتروپی کل مشابه تغییرات تابع جریان است. برای تفسیر این پدیده باید دقت داشت که تولید آنتروپی در مسئله حاضر می‌تواند ناشی از سه عامل انتقال حرارت، اصطکاک سیال و میدان مغناطیسی هست. در رایلی‌های پایین یا هارتمن‌های بالا به علت عدم گرادیان دما Slht پایین است، از طرفی به علت پایین بودن سرعت سیال

Slff و Slmf نیز مقادیر ناچیزی هستند که در نتیجه آنتروپی کل مقداری کمتر از 4 شده است؛ اما در رایلی بالا و هارتمن‌های پایین، اختلاط بیشتر سیال سرد و گرم رخ داده و شرایط عکس حالت قبل خواهد بود که منجر به تولید قابل ملاحظه آنتروپی و در نتیجه افت شدید اگزرژی در سیستم خواهد شد؛ به‌عبارت دیگر بخش عمده‌ای از انرژی که باید به‌صورت مفید استفاده شود، صرف غلبه بر بازگشت‌ناپذیری‌ها می‌شود.

4-2- اثر کسر حجمی نانوذرات روی جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی

در "شکل‌های 6-4" تأثیر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر روی خطوط جریان، خطوط هم‌دما و تولید آنتروپی نشان شده است. خط‌چین‌ها نانوسیال و خطوط توپر سیال پایه را نشان می‌دهند. "شکل 9" نشان می‌دهد که در غیاب میدان مغناطیسی با افزودن نانوذرات سرعت جریان زیاد می‌شود که این افزایش سرعت می‌تواند باعث افزایش گردش شود (جدول 5). در توجیه این تغییرات می‌توان گفت که اگرچه با حضور نانوذرات ویسکوزیته سیال افزایش می‌یابد و منجر به کاهش گردش سیال می‌شود، اما هدایت حرارتی بالای این نانوذرات به‌عنوان یک اثر غالب منجر به تقویت گرادیان‌های دما می‌شود. افزایش گرادیان دما نیز باعث ایجاد نیروی شناوری قوی‌تر و درنهایت سرعت بالاتر سیال می‌شود.

در "شکل 9" مشاهده می‌شود که برخلاف حالت قبل (Ha=0) در حضور میدان مغناطیسی سرعت سیال و درنتیجه گردش سیال کاهش می‌یابد (جدول 5). برای تفسیر این پدیده می‌توان گفت که در حضور میدان مغناطیسی نانوذرات مس باعث افزایش هدایت الکتریکی سیال و درنتیجه افزایش نیروی مهارکننده لورنتس در جریان سیال می‌شوند.

در ادامه برای بررسی دقیق‌تر اثر نانوذرات بر عدد ناسلت میانگین و تولید آنتروپی از متغیرهای بدون بعد Nu^* و S^* استفاده شده است، چون استفاده از این متغیرها علاوه بر این‌که روند افزایش یا کاهشی بودن Nu و S را بیان می‌کند، به‌طور هم‌زمان می‌تواند میزان کاهش یا افزایش را نیز بررسی کند.

با مشاهده "شکل 10" نتایج مختلفی از اثر حضور نانوذرات بر روی عدد ناسلت بی‌بعد Nu^* در رایلی‌ها و هارتمن‌های مختلف به دست می‌آید. اول اینکه با افزایش φ در تمام حالت‌های مورد بررسی، عدد ناسلت به‌طور یکنواخت و خطی افزایش می‌یابد اما مقدار این افزایش تابعی از عدد رایلی است؛ مثلاً در عدد هارتمن Ha=60 وقتی کسر حجمی از 0 تا 0.04 افزایش می‌یابد، عدد ناسلت بی‌بعد 12% در$Ra=10^3$ و 8% در $Ra=10^5$ افزایش می‌یابد. علت این روند را می‌توان این‌گونه توجیه نمود که در عدد رایلی کم

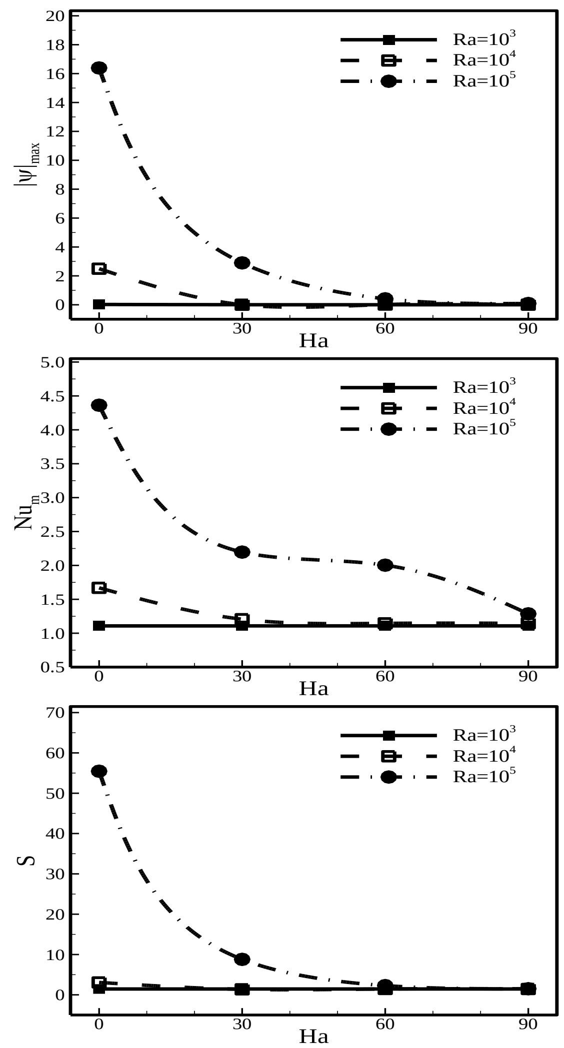

Fig. 8 Variations of absolute stream function, mean Nusselt number and total entropy generation at different Rayleigh and Hartmann numbers (φ=0.04)

شکل 8 تغییرات ماکزیمم مقدار تابع جریان، عدد ناسلت میانگین و تولید آنتروپی کل برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف (φ=0.04)

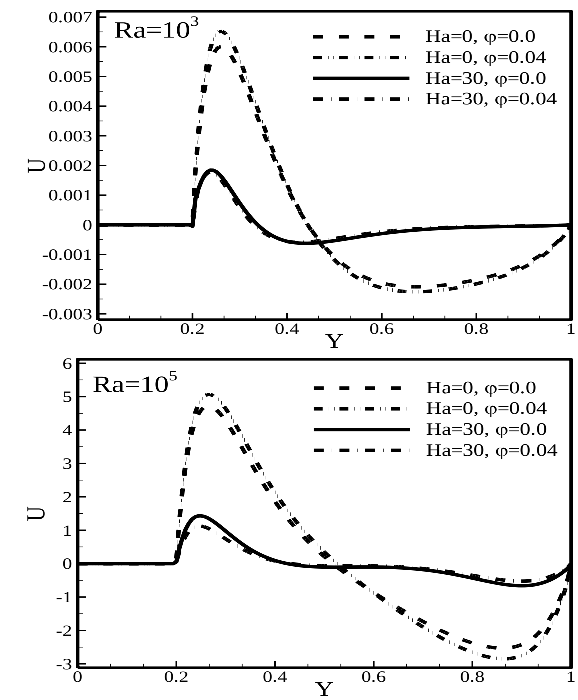

Fig. 9 Variations of horizontal velocity in cavity mid-section at different volume fractions

شکل 9 تغییرات مؤلفه افقی سرعت در میانه محفظه در کسر حجمی‌های مختلف

جدول 5 مقایسه ماکزیمم مقدار تابع جریان برای کسر حجمی‌های مختلف

Table 5 Comparison of the absolute stream function at different volume fractions

هارتمن	$Ra=10^3$		$Ra=10^4$		$Ra=10^5$	
	φ=0	φ=0.04	φ=0	φ=0.04	φ=0	φ=0.04
0	0.01976	0.02127	2.3372	2.4971	14.786	16.391
30	0.00448	0.00406	0.0045	0.0043	3.5775	2.8999
60	0.00219	0.00212	0.0173	0.0150	0.3761	0.2898
90	0.00223	0.00216	0.0098	0.0085	0.1101	0.0886

رژیم انتقال گرمای هدایتی غالب است که با افزایش کسر حجمی نانوذرات هدایت حرارتی نانوسیال و درنتیجه اثرات هدایتی جریان گرما تقویت شده است. دوم این‌که در رایلی‌های مختلف افزایش قدرت میدان مغناطیسی باعث تقابل میدان‌های گرانشی و مغناطیسی خواهد شد و اثرات مختلفی بر حضور نانوذرات می‌گذارد. در $Ra=10^3$ افزایش عدد هارتمن باعث افزایش اثر نانوذرات می‌شود درحالی‌که در $Ra=10^4$ افزایش عدد هارتمن تا Ha=30 اثر نانوذرات را افزایش و افزایش بیشتر هارتمن، تأثیر منفی بر حضور نانوذرات دارد. در $Ra=10^5$ افزایش عدد هارتمن تا Ha=30 اثر نانوذرات را افزایش و افزایش بیشتر هارتمن، تأثیر مثبت یا منفی بر حضور نانوذرات دارد.

با مشاهده "شکل 11" نیز نتایج مختلفی از اثر حضور نانوذرات بر روی تولید آنتروپی بی‌بعد S^* در رایلی‌ها و هارتمن‌های مختلف به دست می‌آید.

اول این‌که برای تمام حالات شیب نمودارها مثبت هستند و این یعنی این‌که با افزودن نانوذرات بازگشت‌ناپذیری‌ها افزایش می‌یابند. دوم این‌که در رایلی پایین محدوده و نحوه تغییرات تولید آنتروپی مشابه تغییرات عدد ناسلت میانگین است. این پدیده به این علت روی می‌دهد که در محدوده رایلی مورد اشاره که انتقال حرارت هدایتی داریم عمده تولید آنتروپی به‌واسطه انتقال حرارت اتفاق می‌افتد. سوم این‌که در رایلی $Ra=10^6$ رفتار متفاوتی برای تولید آنتروپی در هارتمن‌های مختلف مشاهده می‌شود. با افزایش عدد هارتمن از 0 تا 30 یک افت ناگهانی در مقدار S^* مشاهده می‌شود که این افت را می‌توان ناشی از افت ناگهانی سرعت ("شکل 7") و در نتیجه کاهش چشمگیر بازگشت‌ناپذیری‌های اصطکاکی برشمرد (جدول 4).

به بیان دیگر در رایلی بالا عمده بازگشت‌ناپذیری‌ها به‌علت گرادیان‌های بالای سرعت و افت‌های اصطکاکی رخ می‌دهد و افزایش هارتمن از 0 تا 30 باعث کاهش سریع سرعت و کاهش این افت‌ها می‌شود پس S^* به‌سرعت کاهش می‌یابد. به‌علاوه در Ha=30 گرادیان‌های دما ("شکل 5") و در نتیجه آنتروپی حرارتی هم کاهش قابل ملاحظه‌ای دارد (جدول 4) که به‌طور مستقیم بر S^* اثر می‌گذارد. هم‌چنین مشاهده می‌شود که با افزایش بیشتر هارتمن روند کاهشی S^* ادامه دارد ولی شیب تغییرات خیلی کمتر است.

3-4- اثر نوع نانوذرات روی انتقال حرارت و تولید آنتروپی

در این بخش به بررسی تأثیر سه نوع نانوذره مختلف مس، اکسید مس و اکسید آلومینیم بر روی انتقال گرما و تولید آنتروپی پرداخته شده است.

"شکل‌های 12 و 13" نشان می‌دهند که رفتار عمومی نانوذرات موردبررسی بر روی انتقال حرارت و تولید آنتروپی مشابه هم هست. به‌عبارت‌دیگر برای هر سه نوع ترکیب، با افزایش کسر حجمی نانوذرات انتقال حرارت و تولید آنتروپی افزایش می‌یابد.

"شکل 12" نشان می‌دهد که در رایلی کم مستقل از مقدار عدد

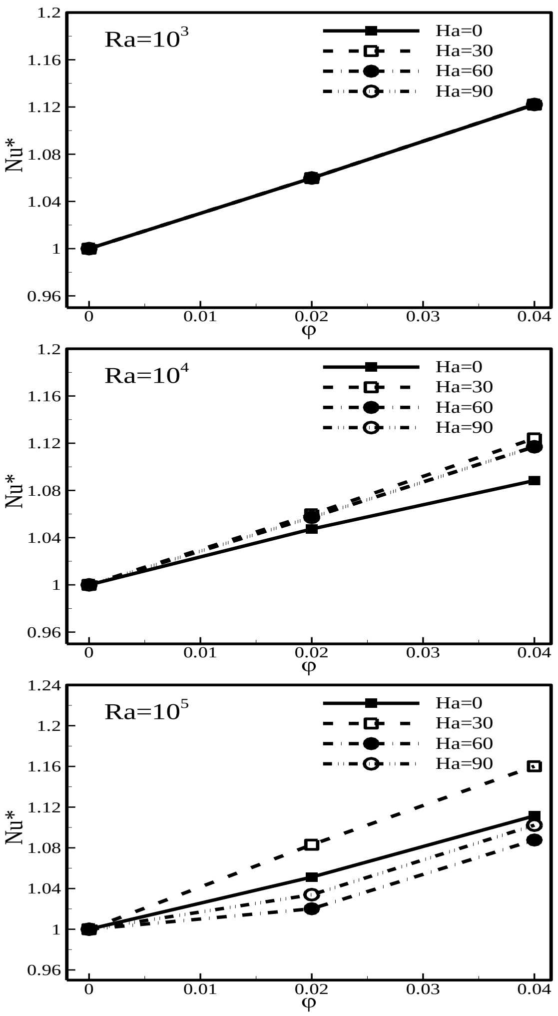

Fig. 10 Variations of the dimensionless mean Nusselt number at different Rayleigh and Hartmann numbers

شکل 10 تغییرات عدد ناسلت بی‌بعد برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف

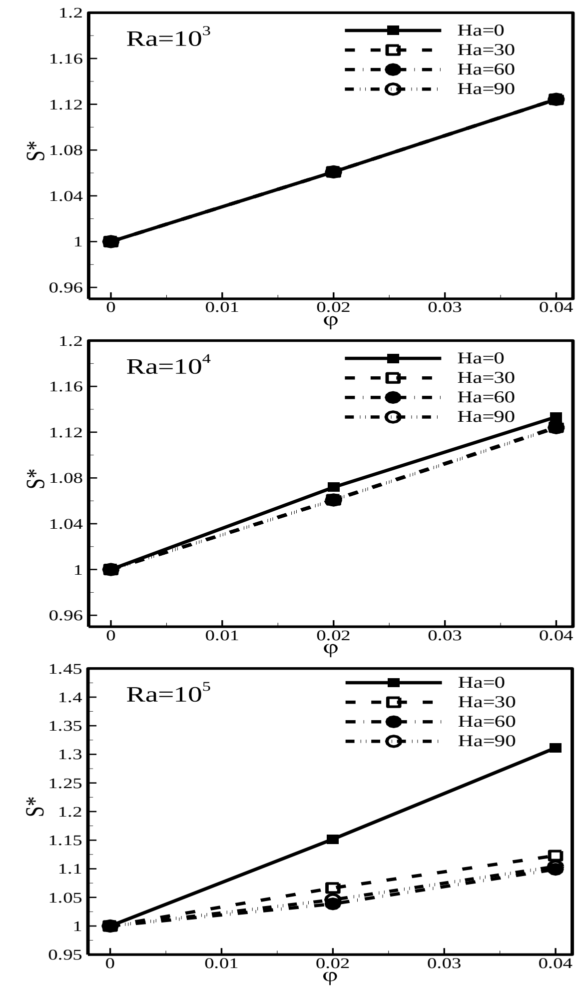

Fig. 11 Variations of the dimensionless entropy generation at different Rayleigh and Hartmann numbers

شکل 11 تغییرات تولید آنتروپی بی‌بعد برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف

هارتمن، بیشترین مقدار انتقال حرارت به ترتیب مربوط به مس، اکسید آلومینیم و اکسید مس هست. علت این تغییرات را می‌توان این‌گونه توضیح داد که در شرایط رایلی کم انتقال حرارت هدایتی رژیم غالب گرمایی خواهد بود و در این شرایط ذرات با هدایت حرارتی بالاتر انتقال حرارت بالاتری نتیجه خواهند داد. ولی در عدد رایلی بالا انتقال حرارت جابجایی بیشتر از هدایتی خواهد بود و در این شرایط هم هدایت حرارتی بالاتر می‌تواند گرادیان دمایی بالاتر و درنهایت سرعت بالاتری را به وجود آورد و هم چگالی بالاتر نانوسیال می‌تواند باعث ایجاد نیروی شناوری بالاتر شود. برای اثبات این ادعا می‌توانیم حداکثر مؤلفه افقی سرعت را با هم مقایسه کنیم؛ مثلاً در کسر حجمی 4% و اعداد هارتمن Ha=0 و Ha=90 به ترتیب داریم:

$$|U|_{max}^{Cu} = 5.0635 > |U|_{max}^{CuO} = 4.8640 > |U|_{max}^{Al2O3} = 4.6803$$
$$|U|_{max}^{Cu} = 0.0762 > |U|_{max}^{CuO} = 0.0744 > |U|_{max}^{Al2O3} = 0.0727$$

بنابراین بیشترین Nu^* مربوط به مس، اکسید مس و اکسید آلومینیم است.

برای تولید آنتروپی که در "شکل 13" نشان داده شده است نیز می‌توان از استدلال اخیر استفاده نمود. در رایلی پایین یا هارتمن بالا انتقال حرارت به‌طور عمده هدایتی خواهد بود پس تولید آنتروپی به‌واسطه گرادیان‌های دما غالب است؛ بنابراین همان‌طور که انتظار می‌رود در این حالت‌ها رفتار S* مشابه Nu* است؛ اما برای Ha=0 و $Ra=10^5$ بازگشت‌ناپذیری‌ها به علت گرادیان‌های سرعت بیشترین سهم تولید آنتروپی را دارند؛ بنابراین نانوسیالی که در این شرایط سرعت بالاتری داشته باشد انرژی بیشتری هم اتلاف می‌کند. به همین دلیل بیشترین آنتروپی به ترتیب متعلق به نانوسیال‌های حاوی نانوذرات مس، اکسید مس و اکسید آلومینیم خواهد بود.

5- نتیجه‌گیری

در این مطالعه انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابجایی رایلی-بنارد نانوسیال در محفظه دوبعدی با دیواره موجی تحت تأثیر میدان مغناطیسی به کمک روش شبکه بولتزمن با اعمال روش مرز منحنی مورد بررسی قرار گرفته است. اثر عدد رایلی، عدد هارتمن، کسر حجمی نانوذرات و نوع نانوذرات بر روی جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از جنبه‌های این تحقیق می‌تواند بررسی کلکتورهای خورشیدی در حضور میدان مغنایسی و نانوسیال باشد، همچنین از منظر دیگر مدل‌سازی این پدیده کمک به درک بهتر یک نوع سیستم کمکی تهویه مطبوع ساختمان‌ها می کند. در این سیستم با تعبیه مخازن آب با هندسه مختلف بر روی سقف ساختمان‌ها به ذخیره‌سازی انرژی در زمستان جهت گرمایش ساختمان و در تابستان جهت سرمایش آن کمک می شود. نتایج به‌دست‌آمده موارد زیر را نشان می‌دهند.

1- شبیه‌سازی انجام شده و اعتبارسنجی نتایج نشان می‌دهند که روش شبکه بولتزمن یک روش مناسب برای حل مسائل مختلف از جمله مسئله جابجایی رایلی-بنارد در معرض میدان مغناطیسی است.

2- میزان انتقال حرارت و تولید آنتروپی، با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات افزایش ولی با افزایش عدد هارتمن (به‌استثنای $Ra=10^3$) میزان انتقال حرارت و تولید آنتروپی کاهش می‌یابند.

3- بیشترین کاهش عدد ناسلت و تولید آنتروپی با تغییر عدد هارتمن به ترتیب برابر با 71% و 97% بوده که برای $Ra=10^5$ رخ می‌دهند.

4- بیشترین تأثیر حضور نانوذرات روی انتقال حرارت در هارتمن 30 و برای $Ra=10^5$ و کسر حجمی برابر 4% اتفاق می‌افتد که عدد ناسلت در

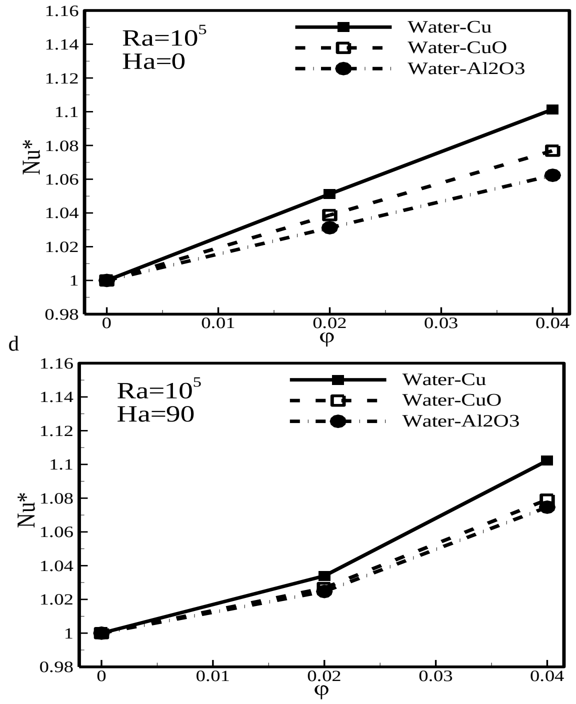

Fig. 12 Variations of the dimensionless mean Nusselt number for different type of nanofluids

شکل 12 تغییرات عدد ناسلت بی‌بعد برای نانوسیال‌های مختلف

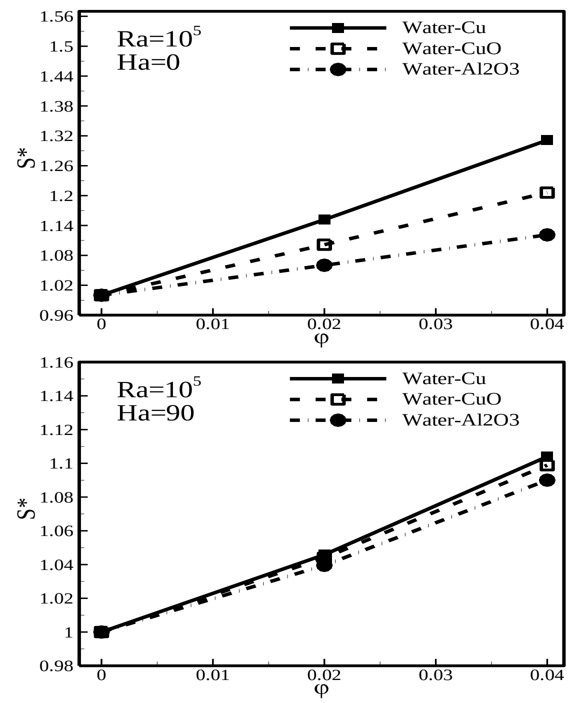

Fig. 13 Variations of the dimensionless entropy generation for different type of nanofluids

شکل 13 تغییرات تولید آنتروپی بی‌بعد برای نانوسیال‌های مختلف

این شرایط 16% افزایش می‌یابد.

5- بیشترین تأثیر حضور نانوذرات روی تولید آنتروپی در غیاب میدان مغناطیسی و برای $Ra=10^5$ و کسر حجمی 4% اتفاق می‌افتد که تولید آنتروپی در این شرایط 31% افزایش می‌یابد.

6- برای نانوذرات مختلف بیشترین انتقال گرما و تولید آنتروپی برای

نانوذرات مس به دست می‌آید که مستقل از اعداد رایلی و هارتمن است.

7- برای نانوذرات مختلف کمترین انتقال گرما و تولید آنتروپی مستقل از عدد هارتمن است که در رایلی کم برای نانوذرات اکسید مس و در رایلی بالا برای نانوذرات اکسید آلومینیم به دست می‌آید.

8- تعداد سلول‌های در حال گردش در رایلی پایین تابعی از عدد هارتمن است اما برای رایلی بالا دو سلول گردشی و مستقل از هارتمن داریم.

6- فهرست علائم

C_i	سرعت ذرات مجازی روی شبکه
C_P	گرمای ویژه ($\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}}$)
F	نیروی خارجی
f_i	تابع توزیع چگالی
g_i	تابع توزیع انرژی
g	شتاب جاذبه ($\mathrm{ms^{-2}}$)
H	ارتفاع محفظه (m)
Ha	عدد هارتمن
k	هدایت حرارتی ($\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$)
$\mathrm{Nu_l}$	عدد ناسلت محلی روی دیواره گرم
$\mathrm{Nu_m}$	عدد ناسلت میانگین
$\mathrm{Nu^*}$	عدد ناسلت بی‌بعد
Pr	عدد پرانتل
$\mathrm{S^*}$	تولید آنتروپی بی‌بعد
Slht	تولید آنتروپی حرارتی
Slff	تولید آنتروپی اصطکاکی
Slmf	تولید آنتروپی مغناطیسی
T	دما (K)
U	مؤلفه بدون بعد سرعت در راستای $\mathrm{x^*}$
u	مؤلفه سرعت در راستای x ($\mathrm{ms^{-1}}$)
V	مؤلفه بدون بعد سرعت در راستای $\mathrm{y^*}$
v	مؤلفه سرعت در راستای y ($\mathrm{ms^{-1}}$)
x, y	مختصات دکارتی (m)

علائم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی ($\mathrm{m^2s^{-1}}$)
β	ضریب انبساط حرارتی ($\mathrm{K^{-1}}$)
φ	کسر حجمی نانوذرات
γ	زاویه میدان مغناطیسی با راستای افق
μ	لزجت دینامیکی ($\mathrm{kgm^{-1}s^{-1}}$)
ϑ	لزجت استاتیکی ($\mathrm{m^2s^{-1}}$)
ρ	چگالی ($\mathrm{kgm^{-3}}$)
Θ	دمای بدون بعد
τ	زمان آرامش
ω_i	ضرایب وزنی تابع توزیع تعادلی

زیرنویس‌ها

f	سیال پایه
nf	نانوسیال
p	نانوذرات جامد

بالانویس‌ها

eq	حالت تعادلی
*	کمیت بی‌بعد

7- مراجع

[1] E. H. Ridouane, M. Hasnaoui, A. Campo, Effects of surface radiation on natural convection in a Rayleigh-Bénard square enclosure: steady and unsteady conditions, *Heat Mass Transfer*, Vol. 42, No. 1, pp. 214–225, 2006.

[2] S. Kumar, S. Roy, The effect of Marangoni-Rayleigh-Bénard convection on the process parameters in blown-powder laser cladding process – a numerical investigation, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 50, No. 1, pp. 689–704, 2006.

[3] G. A. Amaya-Ventura, S. Rodriguez-Romo, LBM for cyclic voltammetry of electrochemically mediated enzyme reactions and Rayleigh-Bénard convection in electrochemical reactors, *Heat Mass Transfer*, Vol. 48, No. 1, pp. 373–390, 2012.

[4] D. Vikas, S. Basu, P. Dutta, In-situ measurements of concentration and temperature during transient solidification of aqueous solution of ammonium chloride using laser interferometry, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 55, No. 1, pp. 2022–2034, 2012.

[5] D. N. Guzman, T. Fraczek, C. Reetz, C. Sun, D. Lohse, G. Ahlers, Vapour-bubble nucleation and dynamics in turbulent Rayleigh-Be´nard convection, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 795, No. 1, pp. 60–95, 2016.

[6] A. Aghaei, H. Khorasanizadeh, G. A. Sheikhzadeh, Effects of magnetic field on mixed convection heat transfer and entropy generation of Cu-water nanofluid in a trapezoidal enclosure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 183-194, 2014. (in Persian فارسی)

[7] H. Aminfar, M. Nasiri, M. Khezerloo, Numerical investigation of entropy generation of nano-fluid in vertical sinusoidal channel with magnetic field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 87-94, 2015. (in Persian فارسی)

[8] R. Anandalakshmi, T. Basak, Natural convection in rhombic enclosures with isothermally heated side or bottom wall, Entropy generation analysis, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 54, No. 1, pp. 27–44, 2015.

[9] P. Biswal, T. Basak, Role of thermal and flow characteristics on entropy generation during natural convection in porous enclosures with curved walls subjected to Rayleigh-Bénard heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 109, No. 1, pp. 1261–1280, 2017.

[10] S. U. S. Choi, J. A. Eastman, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *ASME FED*, Vol. 231, No. 1, pp. 99–105, 1995.

[11] J. Kim, Y. T. Kang, C. K. Choi, Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids, *Physics of Fluids*, Vol. 16, No. 7, pp. 2395-2401, 2004.

[12] M. Eslamian, M. Ahmed, M. F. El-Dosoky, M. Z. Saghir, Effect of thermophoresis on natural convection in a Rayleigh–Benard cell filled with a nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 81, No. 1, pp. 142–156, 2015.

[13] M. K. Koopaee, I. Jelodari, Numerical study of effective techniques to increase mixed convection heat transfer rate within the enclosure subjected to magnetic field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 69-77, 2014. (in Persian فارسی)

[14] A. H. Mahmoudi, I. Pop, M. Shahi, F. Talebi, MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu–water nanofluid, *Computers & Fluids*, Vol. 72, No. 1, pp. 46-62, 2013.

[15] K. M. Shirvan, M. Mamourian, Numerical investigation of effect and optimization of square cavity inclination angle and magnetic field on heat transfer and entropy generation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 93-104, 2015. (in Persian فارسی)

[16] G. Barrios, R. Rechtman, J. Rojas, R. Tovar, The lattice Boltzmann equation for natural convection in a two-dimensional cavity with a partially heated wall, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 522, No. 1, pp. 91-100, 2005.

[17] E. Fattahi, M. Farhadi, K. Sedighi, Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in eccentric annulus, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 12, pp. 2353-2362, 2010.

[18] D. Gao, Z. Chen, Lattice Boltzmann simulation of natural convection dominated melting in a rectangular cavity filled with porous media, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 4, pp. 493-501, 2011.

[19] A. Shahriari, Numerical simulation of free convection heat transfer of nanofluid in a wavy-wall cavity with sinusoidal temperature distribution using lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 143-154, 2016. (in Persian فارسی)

[20] A. Shahriari, Effect of magnetic field on natural convection heat transfer of nanofluid in wavy cavity with non-uniform temperature distribution, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 29-40, 2017. (in Persian فارسی)

[21] O. Filippova, D. Hänel, Boundary-Fitting and local grid refinement for Lattice-Bgk models, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 9, No. 8, pp. 1271-1279, 1998.

[22] R. Mei, L. S. Luo, W. Shyy, An accurate curved boundary treatment in the

Lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, No. 2, pp. 307–330, 1999.

[23] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An extrapolation method for boundary conditionsin Lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 6, pp. 2007-2010, 2002.

[24] H. R. Ashorynejad, A. A. Mohamad, M. Sheikholeslami, Magnetic field effects on natural convection flow of a nanofluid in a horizontal cylindrical annulus using Lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 64, No. 1, pp. 240-250, 2013.

[25] Mohsen Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, Free convection of ferrofluid in a cavity heated frombelowin the presence of an externalmagnetic field, *Powder Technology*, Vol. 256, No. 1, pp. 490-498, 2014.

[26] M. Sheikholeslami, H. R. Ashorynejad, P. Rana, Lattice Boltzmann simulation of nanofluid heat transfer enhancement and entropy generation, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 214, No. 1, pp. 86-95, 2016.

[27] P. H. Kao, R. J. Yang, Simulating oscillatory flows in Rayleigh–Bénard convection using the lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 17–18, pp. 3315–3328, 2007.

[28] S. Chen, G. D. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flow *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, No. 1, pp. 329-364, 1998.

[29] I. Mejri, A. Mahmoudi, M. A. Abbassi, A. Omri, Magnetic field effect on entropy generation in a nanofluid-filled enclosure with sinusoidal heating on both side walls, *Powder Technology*, Vol. 266, No. 1, pp. 340-353, 2014.

[30] Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 19, pp. 3701–3707, 2000.

[31] H. C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solution, *Chemistry Physics*, Vol. 20, No. 1, pp. 571–581, 1952.

[32] R. L. Hamilton, O. K. Crosser, Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component Systems, *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 1, No. 3, pp. 187–191, 1962.

[33] B. Ghasemi, S. M. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 9, pp. 1748-1756, 2011.

[34] G. R. Kefayati, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in nanofluid-filled 2D long enclosures at presence of magnetic field, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 27, No. 1, pp. 865-883, 2013.

[35] A. J. Ahrar, M. H. Djavareshkian, Lattice Boltzmann simulation of a Cu-water nanofluid filled cavity in order to investigate the influence of volume fraction and magnetic field specifications on flow and heat transfer, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 215, No. 1, pp. 328-338, 2016.

[36] G. G. Ilis, M. Mobedi, B. Sunden, Effect of aspect ratio on entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 1, pp. 696-703, 2008.