



تابع لیاپانوفی جدید برای پایداری واسط لامسه‌ای در شبیه‌سازی اجسام مجازی

احمد مشایخی¹، سعید بهبهانی^{2*}، فنی فیکوچیلو³، برونو سیسیلیانو⁴

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

3- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه ناپولی فدریکو دوم، ناپل، ایتالیا

4- استاد، مهندسی برق، دانشگاه ناپولی فدریکو دوم، ناپل، ایتالیا

* اصفهان، صندوق پستی 8415683111، behbahani@cc.iut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 مرداد 1396

پذیرش: 02 مهر 1396

ارائه در سایت: 05 آبان 1396

کلید واژگان:

پایداری

تابع لیاپانوف

واسط لامسه‌ای

روش‌های مبتنی بر انرژی

یکی از چالش‌های شبیه‌سازی اجسام مجازی با واسط‌های لامسه‌ای ناپایداری است، بخصوص در شبیه‌سازی اجسام سخت است. در این مقاله معیار پایداری یک واسط لامسه‌ای با استفاده از روش لیاپانوف ارائه شده است. واسط لامسه‌ای به صورت جرم و میرایی مدل شده، که وظیفه دارد تماس با جسم مجازی با فنریت و میرایی مشخص را شبیه‌سازی نماید. معادلات دینامیکی و معادلات فضای حالت با فرض کوچک بودن مقادیر زمان نمونه‌برداری، تاخیر زمانی و ضریب میرایی مجازی استخراج گردیده‌اند. تابع لیاپانوفی متشکل از مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سیستم، به علاوه دو تابع مجهول در نظر گرفته شده است. این دو تابع مجهول، هر کدام تابع یکی از حالت‌های سیستم (مکان یا سرعت) هستند. این دو تابع به شکلی تعیین شده‌اند که از یکسو تابع لیاپانوف مثبت‌معین باشد و از سوی دیگر با منفی قرار دادن مشتق زمانی تابع لیاپانوف، معیار پایداری واسط لامسه‌ای بدست آید. شرط پایداری به‌دست آمده از این روش، معیاری خطی بین پیشینه سفتی قابل شبیه‌سازی، ضریب میرایی جسم مجازی، میرایی واسط لامسه‌ای، زمان نمونه برداری و تاخیر زمانی است، که با روابطی که قبلاً توسط روش‌های خطی بدست آمده تأیید می‌گردد. تحلیل ارائه‌شده در این مقاله از این حیث حائز اهمیت است که می‌توان این روش را تعمیم داده و با اضافه کردن ترم‌هایی به تابع لیاپانوف محدودیت‌های موجود در مساله را برطرف نموده و برخی عوامل غیرخطی را نیز در تحلیل پایداری لحاظ نمود. معیار ارائه شده و نتایج حاصل از آن توسط آزمایشاتی بر روی ربات کوکا صحه‌گذاری شده‌اند.

A novel Lyapunov function for stability of haptic device in simulating virtual objects

Ahmad Mashayekhi¹, Saeed Behbahani^{1*}, Fanny Ficuciello², Bruno Siciliano²

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

2- Department of Electrical Engineering and Information Technology, University of Napoli Federico II, Naples, Italy

* P.O.B. 8415683111, Isfahan, Iran, behbahani@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 19 August 2017
Accepted 24 September 2017
Available Online 27 October 2017

Keywords:
Stability
Lyapunov function
Haptic device
Energy based methods

ABSTRACT

One of the main challenges of simulating virtual objects by haptic devices is instability, especially in simulating stiff objects. In this paper, a stability criterion for a haptic device is derived using Lyapunov approach. The haptic device is modeled as a mass and viscous friction, which has to simulate the touching of a virtual environment (VE) with specified stiffness and damping. Dynamic equations and state-space equations are derived with assumption of small values of sampling time, time delay and virtual damping. A Lyapunov function is proposed, consisting of summation of kinetic and potential energy of the system, plus two unknown terms. Each one of these two unknown terms is a function of one system states (i.e. position and velocity). These two functions are determined so that, from one side the Lyapunov function is positive definite, and from the other side the stability criterion is reached with putting time derivation of the Lyapunov function negative. The stability condition determined by this method is a linear criterion between maximum permissible virtual stiffness, virtual damping of the VE, physical damping of the haptic device, sampling time and time delay, and is consistent with the results of previous researches with linear methods. The importance of the presented analysis in this paper is that this method can be extended by adding new terms to the Lyapunov function, to remove some limitations and to take into account nonlinear effects. Presented criterion and its results are verified by experiments on a KUKA robot.

1- مقدمه

آموزش جراحی [1]، ساخت نمونه‌های مجازی [2]، عمل از راه دور [3]، کمک به معلولین [4] برخی از کاربردهای این گونه ربات‌ها هستند. در این ربات‌ها، عموماً جسم مجازی به‌صورت فنر و میراگر گسسته در نظر گرفته می‌شود.

واسط لامسه‌ای برای ایجاد مجازی حس لمس اجسام استفاده می‌شود. امروزه واسط‌های لامسه‌ای کاربردهای فراوانی در زندگی روزمره انسان‌ها دارند.

Please cite this article using:

A. Mashayekhi, S. Behbahani, F. Ficuciello, B. Siciliano, A novel Lyapunov function for stability of haptic device in simulating virtual objects, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 367-374, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

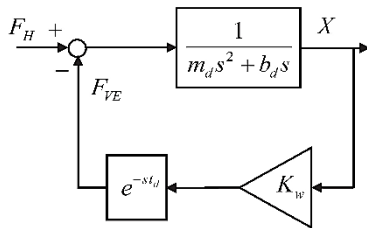


Fig. 1 Block diagram of the haptic device used by Minsky et al.

شکل 1 مدل بلوکی واسط لامسه‌ای استفاده شده توسط مینسکی و همکاران

ژیل² و همکاران به بررسی پایداری واسط لامسه‌ای به صورت تئوری در فضای گسسته پرداختند [7]. مدل ربات مطالعه شده توسط آن‌ها، مطابق "شکل 2"، اما بدون تاخیر زمانی است. در این مدل نگه‌دارنده مرتبه صفر³ دیده شده و از آنجایی که در ربات سنسور تعیین سرعت وجود ندارد، سرعت با مشتق-گیری از مکان محاسبه شده است.

نتیجه این تحلیل رسیدن به معیاری بود که به ازای مقادیر کوچک زمان نمونه‌برداری، تاخیر زمانی و میرایی مجازی صادق است - فرضی که در اکثر کاربردهای عملی واسط‌های لامسه‌ای صادق است. همچنین در این مقاله نشان داده شده که افزایش میرایی-چه به صورت حقیقی و چه به صورت مجازی-باعث افزایش بیشینه سفتی قابل شبیه‌سازی توسط واسط لامسه‌ای می‌شود. البته افزایش میرایی مجازی بایستی محدود باشد، زیرا در غیر این صورت اثر معکوس خواهد داشت [7]. همچنین افزایش زمان نمونه‌برداری و یا تاخیر حلقه کنترلی موجب کم شدن این کمیت می‌شود.

آن‌ها برای مقادیر زیاد ضریب میرایی مجازی، معادلاتی پیچیده و غیرخطی را به صورت عددی حل کرده و مرز پایداری را به دست آوردند. "شکل 3" نمونه‌ای از مرز پایداری را برای مقادیر عددی ذکر شده نشان می‌دهد. از "شکل 3" می‌توان دریافت که افزایش ضریب میرایی مجازی (B_w) ابتدا اثر مثبت بر روی پایداری دارد و ناحیه پایداری را بزرگتر می‌کند، اما با افزایش بیش از حد آن، پایداری تضعیف می‌شود. همچنین افزایش تاخیر زمانی، اثر منفی بر روی پایداری دارد.

در ادامه، بررسی تاثیر میرایی مجازی و تاخیر حلقه کنترلی بر روی پایداری توسط ژیل و همکاران انجام شد [8]. محدوده‌های پایداری توسط چندین روش و به صورت عددی تعیین شدند. اگر چه این محدوده‌ها بسیار غیرخطی هستند، لکن یک رابطه خطی بین بیشینه سفتی قابل شبیه‌سازی، میرایی مجازی و تاخیر زمانی تحت شرایط خاصی به دست آمده است. فرضیات استفاده شده لحاظ کردن مدل خطی برای واسط لامسه‌ای، بالا بودن فرکانس نمونه‌برداری، کم بودن تاخیر زمانی و کم بودن مقادیر میرایی

هرچه مقدار فنریت و ضریب میرایی جسم مجازی بیشتر باشد، شفافیت واسط لامسه‌ای بیشتر می‌شود [5]؛ اما اگر این پارامترها از حد مشخصی فراتر بروند، ارتعاشات شدید در ربات ایجاد شده و سیستم ناپایدار می‌شود، که می‌تواند به ربات و یا حتی به کاربر آسیب برساند.

در بخش بعدی، ابتدا به مروری بر تحلیل‌های پایداری در سیستم‌های لامسه‌ای پرداخته شده است. مدل غیرخطی واسط لامسه‌ای و فرضیات رایج در ساده‌سازی این مدل در بخش سوم ارائه شده است. در بخش چهارم برای تحلیل پایداری واسط لامسه‌ای، تابع لیپانوفی ارائه می‌شود که دربردارنده مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم، به علاوه دو تابع انرژی مجهول است. با فرض منفی بودن مشتق زمانی تابع لیپانوف، این دو تابع تعیین می‌شوند و در نهایت شرط پایداری واسط لامسه‌ای تعیین می‌شود. فصل پنجم حاوی آزمایشاتی است که بر روی ربات کوکا انجام شده است و معیار بدست آمده و نتایج حاصل از آن صحنه‌گذاری می‌شوند. نهایتاً مقاله با جمع‌بندی خاتمه می‌یابد. پارامترهای استفاده شده در این مقاله در جدول 1 ذکر شده‌اند.

2- مروری بر ادبیات

در استفاده از واسط‌های لامسه‌ای پایداری شرطی ضروری است، زیرا اگر ربات ناپایدار شود، می‌تواند به خود و یا به کاربر آن آسیب برساند. مینسکی¹ و همکارانش در سال 1990 اولین کسانی بودند که پایداری واسط لامسه‌ای را بررسی کردند [6]. آن‌ها مدلی پیوسته و یک درجه آزادی از واسط لامسه‌ای را در نظر گرفتند که با یک دیوار مجازی در تماس است (شکل 1). واسط لامسه‌ای دارای جرم m_d و ضریب میرایی b_d می‌باشد که دیواری مجازی و پیوسته با ضریب فنریت K_w را شبیه‌سازی می‌کند. کاربر نیروی F_H را به ربات وارد می‌کند. تفاضل این نیرو با نیروی جسم مجازی (F_{VE}) نیروی خالص وارد بر ربات را تشکیل می‌دهد، که جابجایی x در ربات را ایجاد می‌کند. همچنین سیستم دارای تاخیر زمانی t_d است که لحاظ شده است. آن‌ها با فرض این که تاخیر زمانی برابر یک زمان نمونه‌برداری باشد، پایداری را تحلیل کردند.

جدول 1 پارامترها و نمادهای استفاده شده در مقاله

Table 1 Parameters and symbols used in the paper

نام کمیت	علامت اختصاری
زمان نمونه‌برداری	T
تاخیر زمانی	t_d
جرم موثر واسط لامسه‌ای	m_d
ضریب میرایی واسط لامسه‌ای	b_d
ضریب اصطکاک کولومب واسط لامسه‌ای	c_d
جرم موثر دست کاربر	m_H
ضریب میرایی موثر دست کاربر	b_H
فنریت موثر دست کاربر	k_H
ضریب میرایی جسم مجازی	B_w
فنریت جسم مجازی	K_w
نیروی وارده از طرف دست کاربر	F_H
نیروی وارده از طرف جسم مجازی	F_{VE}
رزولوشن موثر در سنسورها	Δ

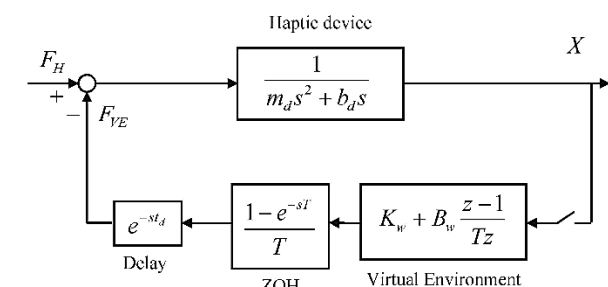


Fig. 2 Block diagram of the haptic device used by Gil et al

شکل 2 دیاگرام بلوکی مدل استفاده شده توسط ژیل و همکاران

² Gil

³ Zero order hold

¹ Minsky

پایداری صحت معادله نافع‌الی خود را تایید کردند. آن‌ها همچنین نشان دادند که در تمامی واسط‌های لامسه‌ای تجاری و مشهور، در شبیه‌سازی‌ها اثر اصطکاک کولمب ربات با اثر پلکانی‌شدن در سنسورها می‌تواند ساده شود و سیستم معادل ربات ساده‌تر و خطی تحلیل شود.

در تحلیل‌های پایداری مدل‌های یک درجه‌آزادی شامل جرم-فنر و میراگر به‌عنوان مدل دست کاربر استفاده می‌شوند [15]. دلیل استفاده از مدل یک درجه‌آزادی در این‌گونه تحلیل‌ها، ساده‌تر شدن مدل ربات و دست کاربر و همچنین بیشتر شدن امکان دست یافتن به حل تحلیلی است؛ ضمن این‌که صحت استفاده از مدل یک درجه‌آزادی توسط آزمایشات متعددی از قبیل [16] تایید شده است.

چندین مدل برای دست کاربر ارائه شده است. برخی از آن‌ها مدل انگشت به تنهایی [17] برخی میچ دست و انگشتان و نیز کل مجموعه دست را در بر دارند [18]. مقدار عددی پارامترهای امپدانس دست کاربر (جرم-فنر و میراگر)، به عوامل متعددی از قبیل نحوه گرفته شدن واسط لامسه‌ای توسط کاربر، سن، جنسیت و همچنین میزان نیروی اعمالی از کاربر به واسط لامسه‌ای بستگی دارد [19]. بر این اساس مقادیر مختلف پارامترهای امپدانس دست کاربر در [15] ارائه شده است. دست انسان تاثیر مثبت بر روی پایداری دارد و موجب پایدارتر شدن سیستم لامسه‌ای می‌شود [7, 19]. تحلیل پایداری واسط لامسه‌ای در حالت حضور دست کاربر در [7, 20] انجام شده است. آن‌ها از یک مدل خطی جرم-فنر-میراگر برای دست کاربر و یک مدل یک درجه - آزادی جرم و میرایی ویسکوز برای واسط لامسه‌ای استفاده کردند. با فرض این‌که جرم موثر و ضریب میرایی دست کاربر با جرم موثر و ضریب میرایی واسط لامسه‌ای جمع زده شود، محدوده‌ی عملکرد پایدار ربات را برای مقادیر زیاد ضریب میرایی مجازی و تاخیر زمانی با به‌کارگیری روش‌های عددی به‌دست آوردند.

با توجه به این‌که دست کاربر موجب پایداری بیشتر سیستم لامسه‌ای می‌شود، در بسیاری از تحلیل‌های پایداری از آن صرف‌نظر می‌کنند (F_H را برابر با صفر فرض می‌کنند) و صرفاً مدل واسط لامسه‌ای به صورت مجزا را تحلیل می‌کنند [7, 8, 15]. نتیجه این عمل، رسیدن به معیاری برای پایداری است که قدری محافظانه‌تر از واقع است.

تابع لیپانوف در بررسی پایداری سیستم‌های رباتیکی و مکاترونیکی کاربردهای فراوانی دارد. اثبات پایداری در ربات‌های دو پای راه رونده [21]، اثبات پایداری در ربات‌های مارسان [22, 23] نمونه‌ای از کاربردهای تابع لیپانوف در این‌گونه سیستم‌ها هستند. از توابع لیپانوف در سیستم‌های لامسه‌ای نیز استفاده شده است؛ به‌عنوان مثال طراحی کنترلر تطبیقی برای واسط لامسه‌ای در [24] و استفاده از تابع لیپانوف برای بررسی پایداری در سیستم‌های لامسه‌ای عمل از راه دور با تاخیر زمانی متغیر در [25, 26] ارائه شده است.

براساس تحلیل‌های پایداری که تاکنون انجام شده‌اند، در حالتی که مقدار تاخیر زمانی و ضریب میرایی مجازی زیاد باشند از روش‌های حل عددی برای رسم مرز پایداری استفاده شده است. برای مقادیر کوچک این پارامترها با استفاده از تحلیل‌های خطی، همانند روش راووت و روش‌های فرکانسی، معیارهایی به‌دست آمده که قابل تعمیم به حالت حضور عوامل غیرخطی نیستند. در این مقاله با تحلیل انرژی (روش مبتنی بر لیپانوف)، که قابل تعمیم برای لحاظ کردن عوامل غیرخطی است، پایداری واسط لامسه‌ای تحلیل شده و معیار پایداری استخراج می‌شود.

3- مدل واسط لامسه‌ای

شماتیک واسط لامسه‌ای و کاربری که در تماس با آن است، در "شکل 4" دیده می‌شود.

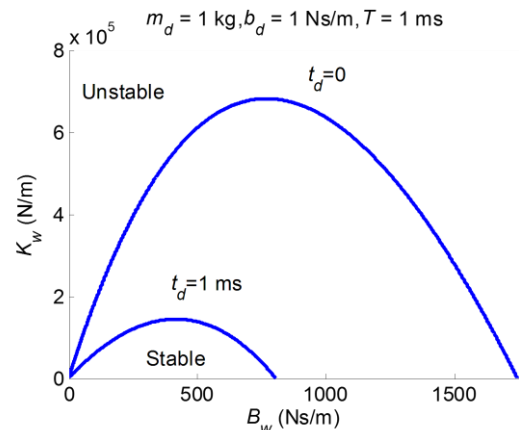


Fig. 3 Results of numerical solution for boundary of stability for large values of B_w for different time delays

شکل 3 نتایج حاصل از حل عددی معادلات برای مرز پایداری برای مقادیر زیاد B_w و مقادیر مختلف تاخیر زمانی

حقیقی و مجازی می‌باشند.

یک راه برای تضمین پایداری واسط لامسه‌ای، نافع‌ال بودن¹ آن است. بر این اساس کالگیت² و همکاران فرمول نافع‌الی خود برای واسط‌های لامسه‌ای را بدست آوردند [9, 10]. این معیار در مقایسه با معیارهای پایداری بسیار محتاطانه‌تر است؛ یعنی مرز پایداری پایین‌تر از واقع تخمین زده می‌شود. برای کم کردن این تفاوت، هانافورد³ و همکاران مشاهده‌گر نافع‌الی-کنترل-کننده نافع‌الی⁴ را معرفی کردند، که مقدار انرژی تولید شده در هر زمان نمونه‌برداری را تعیین کرده و سپس با یک میراگر مجازی با ضریب متغیر آن را تلف می‌کند. بدین ترتیب انرژی تولید شده در سیستم تلف می‌شود تا موجب ناپایداری نشود. در ادامه، این کار تعمیم داده شد و فرض ثابت بودن سرعت در یک زمان نمونه‌برداری برداشته شد [11]. در تحقیقات بعدی در همین زمینه، برای کم کردن ارتعاشات با فرکانس بالای ربات، انرژی تولید شده در یک بازه زمانی (نه در هر زمان نمونه‌برداری) تعیین و سپس توسط میراگر مجازی تلف گردید [12].

بررسی اثرات غیرخطی مانند پلکانی‌شدن در سنسورها و اصطکاک کولمب بر روی نافع‌الی توسط ابوت⁵ و همکاران انجام شده است [13]. نتیجه کار آن‌ها بدست آوردن دو قید برای نافع‌الی در واسط‌های لامسه‌ای برای لحاظ اثرات خطی و غیرخطی است. هر دو این قیود باید برقرار باشند تا نافع‌الی سیستم برقرار باشد؛ لکن آن‌ها تاخیر زمانی را در نظر نگرفتند. کاری مشابه این تحلیل، اما جامع‌تر با در نظر گرفتن تاخیر زمانی توسط دیولیتی⁶ و همکاران انجام شد [14]. آن‌ها از میزان انرژی تولیدشده و تلف شده در هر بازه‌ی زمانی نمونه‌برداری انتگرال‌گیری نمودند. سپس، با توجه به تعریف نافع‌الی (این‌که در هر بازه‌ی زمانی، انرژی تلف شده بایستی بیش از انرژی تولید شده باشد)، معیاری برای نافع‌الی در واسط‌های لامسه‌ای بدست آوردند. این معیار تابعی از پارامترهای دخیل در شبیه‌سازی و بیشینه سرعت ربات است، اما اثر میرایی مجازی را دربر نمی‌گیرد. آن‌ها با توجه به این‌که نافع‌الی شرط کافی برای پایداری است، با آزمایشات و شبیه‌سازی‌هایی بر روی

¹ Passivity

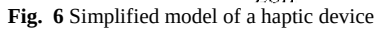
² Colgate

³ Hannaford

⁴ Passivity Observer/Passivity Controller (PO/PC)

⁵ Abbott

⁶ Diolaiti



در "شکل 6" تنها جزیی که در فضای پیوسته نیست، جسم مجازی است، که به سادگی می‌توان معادله (1) را به‌عنوان معادل لاپلاس آن جایگزین کرد.

از دید کنترلی، نگه‌دارنده مرتبه صفر^۳ معادل تاخیری با نصف زمان نمونه‌برداری است. لذا با فرض کوچک بودن زمان نمونه‌برداری، مدل پیوسته واسطه لامسه‌ای مطابق "شکل 7" خواهد شد.

در این بخش با استفاده از روش انرژی، یک تابع لیاپانوف برای تحلیل پایداری سیستم نشان داده شده در "شکل 7" پیشنهاد می‌شود. جمع انرژی جنبشی ذخیره شده در ربات و انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر مجازی به عنوان انرژی کل سیستم در نظر گرفته شده است. انرژی کل سیستم با دو تابع مجهول مثبت نیمه‌معین، یکی تابعی از مکان و دیگری تابعی از سرعت، تشکیل تابع لیاپانوف را می‌دهند. با توجه به منفی بودن مشتق زمانی این تابع لیاپانوف، نهایتاً شرط پایداری در واسطه لامسه‌ای به‌دست می‌آید.

$$m_d \ddot{x} = -b_d \dot{x} - F_{VE}(t) \quad (2)$$

با توجه به این که در واسطه‌های لامسه‌ای نرخ نمونه‌برداری بالاست (عموماً بیشتر از 1 کیلو هرتز) [28]، لذا با فرض کوچک بودن تأخیر زمانی، نیروی جسم مجازی در فضای لایلاس به شکل معادله (4) ساده می‌شود.

با تعریف متغیرهای حالت $x_1 = x$ و $x_2 = \dot{x}$ نیروی جسم مجازی به شکل معادله (5) ساده می‌شود.

Haptic device

$$\frac{1}{m_d s^2 + b_d s}$$

X

F_H

F_{VE}

$K_w + B_v s$

$e^{-sT/2}$

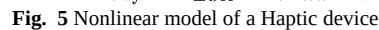
e^{-sI_d}

Delay ZOH Virtual Environment

شکل 7 مدل معادل واسطه لامسه‌ای



شکل 4 شماتیک یک واسط لامسه‌ای یک درجه‌آزادی و کاربر



شکل 5 مدل غیرخطی یک واسطه لامسه‌ای

- ¹ Resolution
- ² Quantization

(12) $g(x_2) = \text{cte.} > 0$
توجه شود که با فرض کوچک بودن ضریب میرایی مجازی (معادله (7))، این توابع مثبت نیمه معین هستند. پس تابع لیپانوف سیستم موردنظر به شکل معادله (13) است.

$$V(x) = \frac{1}{2} m_d \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} K_w x_1^2 + \frac{1}{2} \frac{(T/2 + t_d) K_w B_w}{(2m_d - B_w(T/2 + t_d))} x_1^2 \quad (13)$$

با مشتق‌گیری از معادله (13) و پس از ساده‌سازی، برخی ترم‌ها حذف شده و شرط منفی بودن مشتق زمانی تابع لیپانوف مطابق معادله (14) می‌شود.

$$\dot{V} = \frac{m_d(K_w(T/2 + t_d) - 2B_w - 2b_d)}{2m_d - B_w(T/2 + t_d)} \dot{x}_2^2 < 0 \quad (14)$$

مشاهده می‌شود که شرط منفی بودن $\dot{V}$ منجر به معادله (15) می‌شود.

$$K_w < \frac{B_w + b_d}{(T/2 + t_d)} \quad (15)$$

در واقع سیستم نشان داده شده در "شکل 7"، با تابع لیپانوف (13) و به شرط معادله (15) پایدار است. لازم به ذکر است که این نتیجه مهم حاصل شده با نتایجی که قبلاً با تحلیل‌های خطی به دست آمده انطباق دارد [8].

با توجه به این‌که از دید کنترلی می‌توان اثر نگه‌دارنده مرتبه صفر را به صورت تاخیری مساوی با نصف زمان نمونه‌برداری در نظر گرفت [29]، لذا می‌توان معادله (16) را برای پایداری در واسط‌های لامسه‌ای نوشت.

$$K_w < \frac{\sum \text{damping}}{\sum \text{delay}} \quad (16)$$

یعنی مقدار بیشینه سفتی قابل شبیه‌سازی توسط واسط لامسه‌ای، مساوی جمع میرایی‌های کل سیستم تقسیم بر کل تاخیرهای سیستم می‌باشد.

با استفاده از معادله (15) مرز پایداری برای مقادیر کم ضریب میرایی مجازی و تاخیر زمانی به راحتی قابل ترسیم هستند. "شکل 8" مرز پایداری را برای مقادیر عددی ذکر شده و تاخیر زمانی 0 و 1 میلی ثانیه نشان می‌دهد. مطابق "شکل 8" افزایش تاخیر زمانی موجب کاهش بیشینه سفتی قابل شبیه‌سازی می‌شود.

نتایج آزمایشی نشان دادند که افزایش ضریب میرایی ربات (چه به صورت الکتریکی [31,30] و یا مغناطیسی [32]) و همچنین میرایی مجازی [33, 10] هر دو محدوده پایداری ربات را افزایش می‌دهند؛ نتایجی که معادله (15) را تایید می‌کنند.

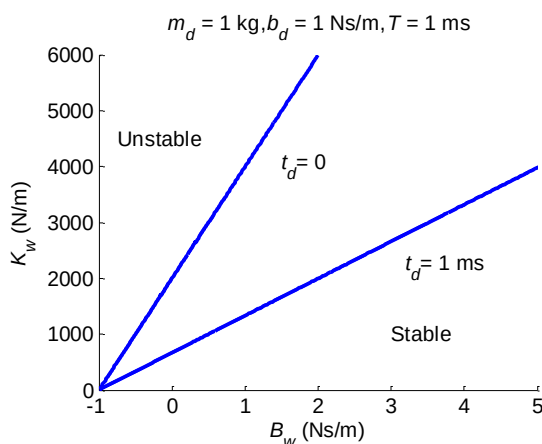


Fig. 8 Stability boundary for small values of B_w and different time delays. Three curves are determined from the linear stability equation (equation (15))

شکل 8 مرز پایداری برای مقادیر کم B_w و مقادیر مختلف تاخیر زمانی. این منحنی‌ها از معادله پایداری خطی (معادله (15)) بدست آمده‌اند

با جایگذاری معادله (5) در معادله (2)، پس از ساده‌سازی، شکل فضای حالت واسط لامسه‌ای مطابق معادله (6) می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-2K_w}{2m_d - B_w(T/2 + t_d)} x_1 + \frac{K_w(T/2 + t_d) - 2B_w - 2b_d}{2m_d - B_w(T/2 + t_d)} x_2 \end{aligned} \quad (6)$$

فرض می‌کنیم که مخرج کسر فوق مثبت باشد، یعنی معادله (7) صادق باشد.

$$B_w < \frac{2m_d}{T/2 + t_d} \quad (7)$$

حال نشان داده می‌شود که در کاربردهای عملی با واسط‌های لامسه‌ای موجود در بازار، معادله (7) به راحتی برقرار است. از معادله (7) می‌توان دریافت که با کاهش m_d و همچنین افزایش T و t_d مقدار بیشینه B_w برای مثبت بودن مخرج کسر در معادله (6) کمتر می‌شود. کمترین مقدار برای جرم موثر واسط لامسه‌ای، مربوط به واسط لامسه‌ای فانتوم آمی¹ است که دارای $m_d = 0.072 \text{ kg}$ می‌باشد [14]. نرخ نمونه‌برداری در اغلب واسط‌های لامسه‌ای بیشتر از 1 کیلوهرتز است [28]. حتی اگر نرخ نمونه‌برداری 500 هرتز و تاخیر زمانی مساوی 30 میلی ثانیه فرض شود، در این صورت مقدار بیشینه B_w برای این که مخرج کسر مثبت باشد از معادله (8) به دست می‌آید.

$$B_w < \frac{2m_d}{T/2 + t_d} = \frac{2 \times 0.072}{\frac{0.002}{2} + 0.030} = 4.65 \text{ Ns/m} \quad (8)$$

در کاربردهای عملی، عموماً مقدار ضریب میرایی مجازی کمتر از مقدار فوق استفاده می‌شود. با توجه به فرض کوچک بودن ضریب میرایی مجازی (B_w) و تاخیر زمانی، لذا معادله (7) همیشه برقرار است.

حال تابع لیپانوفی مطابق معادله (9) انتخاب می‌شود.

$$V(x) = \frac{1}{2} m_d \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} K_w x_1^2 + f(x_1) + g(x_2) \quad (9)$$

که در آن دو عبارت اول به ترتیب انرژی جنبشی واسط لامسه‌ای و انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر مجازی هستند. $f(x_1)$ و $g(x_2)$ توابعی مثبت نیمه معین و به ترتیب صرفاً تابعی از x_1 و x_2 بوده که شرط منفی معین بودن مشتق زمانی تابع لیپانوف را برآورده می‌کنند و منجر به رسیدن به معیار پایداری موردنظر می‌شوند. مشتق زمانی تابع لیپانوف برابر است با:

$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \dot{x}_2 \quad (10)$$

پس از مشتق‌گیری از تابع لیپانوف و ساده‌سازی آن، مشتق زمانی تابع لیپانوف مطابق معادله (11) می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{V} = \{ & -2K_w x_1 \\ & + [(K_w(T/2 + t_d) - 2B_w - 2b_d) g'] \\ & + (2m_d - B_w(T/2 + t_d)) f' \} x_2 \\ & - B_w K_w (T/2 + t_d) x_1 x_2 \\ & + (K_w(T/2 + t_d) - 2B_w - 2b_d) m_d x_2^2 \\ & \div \{ 2m_d - B_w(T/2 + t_d) \} \end{aligned} \quad (11)$$

که در این معادله f' و g' به ترتیب مشتق توابع $f(x_1)$ و $g(x_2)$ نسبت به x_1 و x_2 هستند. حال بایستی توابع $f(x_1)$ و $g(x_2)$ به نحوی تعیین شوند تا از طرفی $\dot{V}$ منفی شده و شرط پایداری نیز بدست آید. این دو تابع مطابق معادله (12) انتخاب می‌شوند.

$$f(x_1) = \frac{1}{2} \frac{(T/2 + t_d) K_w B_w}{(2m_d - B_w(T/2 + t_d))} x_1^2$$

¹ Phantom Omni haptic device

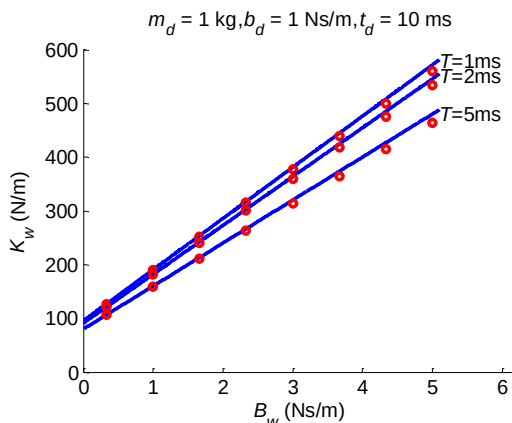


Fig. 10 Stability boundary determined from (15) (solid line) and simulation results (circles) for different values of sampling time

شکل 10 مرز پایداری به دست آمده از معادله (15) (خط توپر) و نتایج شبیه‌سازی‌ها (دایره‌ها) به ازای مقادیر مختلف زمان نمونه‌برداری

می‌دهد. در این شکل تاخیر زمانی 10 میلی‌ثانیه فرض شده و زمان نمونه‌برداری تغییر داده شده است.

با بررسی "شکل‌های 9 و 10" مشاهده می‌شود که افزایش تاخیر زمانی و نرخ نمونه‌برداری، هر دو موجب تضعیف پایداری و کاهش محدوده پایداری می‌شوند.

برای صحنه‌گذاری بر معادله (15) آزمایشاتی بر روی ربات کوکای سبک‌وزن² در آزمایشگاه پریمما³ واقع در دانشگاه ناپولی فدریکو دوم⁴، انجام شده است. برای این منظور اولین مفصل از این ربات به صورت فعال کنترل شده است تا جسم مجازی با فنریته K_w و میرایی B_w را شبیه‌سازی کند (شکل 11)؛ بقیه مفصل ربات به صورت الکتریکی قفل هستند.

این ربات دارای 7 درجه آزادی است و هر مفصل این ربات دارای کنترلر مجزایی برای خنثی‌سازی اصطکاک کولومب و گشتاور وزن است. سنسورهای این ربات دارای تفکیک بالایی هستند (در حدود پنج هزارم درجه) و لذا اثرات غیرخطی



Fig. 11 KUKA Light Weight Robot as the experimental device

شکل 11 ربات کوکا سبک‌وزن به عنوان دستگاه آزمایش

برای صحنه‌گذاری بر معادله (15) و همچنین بررسی تأثیر هریک از پارامترها بر روی پایداری شبیه‌سازی و آزمایشات متعددی انجام شده است؛ که بخشی از آن‌ها در ادامه این بخش تشریح می‌گردد. در شبیه‌سازی‌ها، مدلی از ربات مطابق "شکل 6" در بخش سیمولینک نرم‌افزار متلب¹ ایجاد شده است، با این تفاوت که در مدل سیمولینک از بلوک نگهدارنده مرتبه صفر به جای معادله لاپلاس آن استفاده شده است. "شکل 9" به بررسی اثر تاخیر زمانی بر روی مرز پایداری پرداخته است. در این شکل نتایج تئوری بدست آمده از معادله (15) (خطوط توپر) با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها (دایره‌ها) مقایسه شده است.

$$\sigma = \frac{c_d}{K_{w\Delta}} \geq 0.5 \quad (17)$$

از طرفی در حالتی که ضریب میرایی جسم مجازی صفر باشد، معادله (15) به شکل معادله (18) ساده می‌شود.

$$K_w < \frac{b_d}{\left(\frac{T}{2} + t_d\right)} \Rightarrow \beta = \frac{b_d}{K_w T} > 0.5 + t_d/T \quad (18)$$

مطابق [14] برقراری معادلات (17) و (18) پایدار بودن واسط لامسه‌ای را نشان می‌دهد، نتیجه‌ای که با معادله (15) همخوانی دارد.

مزیت استفاده از روش لیپانوف برای رسیدن به معادله خطی پایداری در این است که می‌توان با اضافه کردن ترم‌هایی به معادله (13) برخی محدودیت‌های موجود در مساله را برداشته و اثرات غیرخطی را در نظر گرفته و به معیاری جامع‌تر برای پایداری رسید؛ حال این که تعمیم روش‌های خطی که در کارهای پیشین ذکر شدند، برای در نظر گرفتن عوامل غیرخطی کاری غیرممکن است.

5- شبیه‌سازی و آزمایشات انجام شده

برای صحنه‌گذاری بر معادله (15) شبیه‌سازی و آزمایشات متعددی انجام شده است. در شبیه‌سازی‌ها، مدلی از ربات مطابق "شکل 6" در بخش سیمولینک نرم‌افزار متلب ایجاد شده است، با این تفاوت که در مدل سیمولینک از بلوک نگهدارنده مرتبه صفر به جای معادله لاپلاس آن استفاده شده است. شبیه‌سازی‌های متعددی برای صحنه‌گذاری بر معادله (15) و همچنین بررسی تأثیر هریک از پارامترها بر روی پایداری انجام شده است و بخشی از آن‌ها در این بخش آورده شده‌اند. "شکل 9" به بررسی اثر تاخیر زمانی بر روی مرز پایداری پرداخته است؛ در این شکل نتایج تئوری بدست آمده از معادله (15) (خطوط توپر) با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها (دایره‌ها) مقایسه شده است. "شکل 10" تأثیر زمان نمونه‌برداری بر روی مرز پایداری را نشان

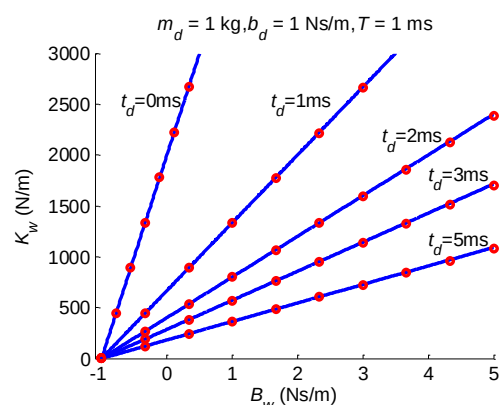


Fig. 9 Stability boundary determined from (15) (solid line) and simulation results (circles) for different values of time delay

شکل 9 مرز پایداری به دست آمده از معادله (15) (خط توپر) و نتایج شبیه‌سازی‌ها (دایره‌ها) به ازای مقادیر مختلف تاخیر زمانی

² KUKA Light Weight Robot

³ PRISMA Lab

⁴ University of Napoli Federico II

¹ MATLAB

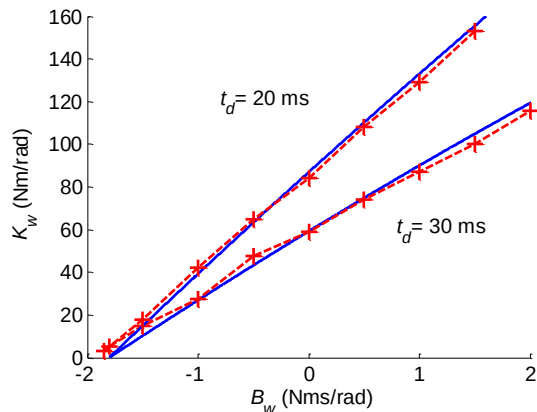


Fig. 13 Theoretical (solid line) and experimental results (dashed lines) for time delays of 20 and 30 ms

شکل 13 نتایج تئوری (خط توپر) و آزمایشی (خط چین) به ازای تاخیر زمانی 20 و 30 میلی‌ثانیه

روش را تعمیم داده و محدودیت‌های مساله را برطرف نمود. در نهایت معیار پایداری به‌دست آمده، توسط آزمایشاتی روی ربات کوکا سبک وزن صحه‌گذاری شده است.

7- مراجع

- [1] A. Mashayekhi, A. Nahvi, M. Yazdani, M. Mohammadi Moghadam, M. Arbabtafti, M. Norouzi, VirSense: A novel haptic device with fixed-base motors and a gravity compensation system, *Industrial Robot: An International Journal*, Vol. 41, No. 1, pp. 37-49, 2014.
- [2] M. Pfeiffer, T. Duentz, M. Rohs, Let your body move: a prototyping toolkit for wearable force feedback with electrical muscle stimulation, *Proceedings of the 18th International Conference on Human-Computer Interaction with Mobile Devices and Services*, Florence, Italy, September 06 - 09, pp. 418-427, 2016.
- [3] X. Yin, S. Guo, H. Hirata, H. Ishihara, Design and experimental evaluation of a teleoperated haptic robot-assisted catheter operating system, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 27, No. 1, pp. 3-16, 2016.
- [4] A. Hadi, M. Bagherian, Design and prototyping of a haptic user interface based on head movements for patients with cervical spinal cord injury, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 5, pp. 52-62, 2017. (in Persian)
- [5] R. J. Adams, B. Hannaford, Stable haptic interaction with virtual environments, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 3, pp. 465-474, 1999.
- [6] M. Minsky, O. Y. Ming, O. Steele, F. P. Brooks Jr, M. Behensky, Feeling and seeing: issues in force display, *Proceedings of the Symposium on Interactive 3D graphics*, Snowbird, Utah, USA, Vol. 24, No. 2, pp. 235-241, 1990.
- [7] J. J. Gil, A. Avello, A. Rubio, J. Florez, Stability analysis of a 1 dof haptic interface using the routh-hurwitz criterion, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 583-588, 2004.
- [8] J. J. Gil, E. Sánchez, T. Hulin, C. Preusche, G. Hirzinger, Stability boundary for haptic rendering: Influence of damping and delay, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, Vol. 9, No. 1, pp. 011005, 2009.
- [9] J. E. Colgate, G. G. Schenkel, Passivity of a class of sampled-data systems: Application to haptic interfaces, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 37-47, 1997.
- [10] J. E. Colgate, J. M. Brown, Factors affecting the z-width of a haptic display, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, California, pp. 3205-3210, 1994.
- [11] J. H. Ryu, Y. S. Kim, B. Hannaford, Sampled-and continuous-time passivity and stability of virtual environments, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 20, No. 4, pp. 772-776, 2004.
- [12] J. H. Ryu, B. Hannaford, C. Preusche, G. Hirzinger, Time domain passivity control with reference energy behavior, *Proceedings IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, USA, pp. 2932-2937, 2003.
- [13] J. J. Abbott, A. M. Okamura, Effects of position quantization and sampling rate on virtual-wall passivity, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 21, No. 5, pp. 952-964, 2005.
- [14] N. Diolaiti, G. Niemeyer, F. Barbag, J. K. Salisbury Jr, Stability of haptic rendering: Discretization, quantization, time delay, and coulomb effects, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 2, pp. 256-268, 2006.
- [15] T. Hulin, A. Albu-Schaffer, G. Hirzinger, Passivity and stability boundaries for haptic systems with time delay, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 22, No. 4, pp. 1297-1309, 2014.

مانند پلکانی‌شدن در سنسورها قابل چشم‌پوشی هستند و در کاربردهای کنترل نیرویی به کرات استفاده می‌شود [35,34].

در آزمایشات یک دیوار مجازی متشکل از یک فنر و یک میراگر توسط مفصل اول ربات شبیه‌سازی شده است. زمان نمونه برداری 2 میلی‌ثانیه تنظیم شده و در آزمایشات تاخیر زمانی ثابت 20 و 30 میلی‌ثانیه در حلقه کنترلی اعمال شده است. به ازای مقادیر مختلف B_w ، مقدار K_w را به صورت تدریجی افزایش داده تا سیستم ناپایدار شود. ارتعاشات با دامنه همگرا نشان‌دهنده پایداری ربات بوده و ارتعاشات با دامنه واگرا نشان‌دهنده ناپایداری هستند.

با توجه به مدل امپدانسی جسم مجازی، همچنین زاویه و سرعت زاویه‌ای مفصل فعال، مطابق دیاگرام بلوکی نمایش داده شده در "شکل 6" گشتاور مطلوب محاسبه می‌شود و از طریق محیط واسط موجود در ربات به کنترل‌کننده داخلی ربات فرمان داده می‌شود. برای اطمینان از این‌که گشتاور مطلوب به درستی توسط ربات اجرا می‌شود، گشتاور واقعی در مفصل اندازه‌گیری شده و در "شکل 12" با گشتاور مطلوب مقایسه گردیده است. مشاهده می‌شود که گشتاور خوانده شده توسط سنسورها، تطابق خوبی با گشتاور مطلوب دارد.

توجه شود که در "شکل 12"، در شروع نمودار گشتاور مطلوب قدری با گشتاور خوانده شده از سنسور تفاوت دارد. این اختلاف به این دلیل است که کاربر با دست خود، به مفصل مورد نظر سرعت اولیه‌ای می‌دهد تا ربات شروع به نوسان کند.

نمودار مرز پایداری بدست آمده از نتایج تئوری و آزمایشی در "شکل 13" نشان داده شده است. از "شکل 13" مشاهده می‌شود که معادله خطی در مقادیر کم ضریب میرایی مجازی از دقت بالایی برخوردار است.

6- جمع‌بندی

در این مقاله با استفاده از روش انرژی معیاری برای پایداری در واسط‌های لامسه‌ای بدست آمده است. برای این منظور یک تابع لیپانوف به صورت مجموع انرژی جنبشی ناشی از جرم موثر ربات و انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر مجازی، به علاوه دو عبارت مجهول در نظر گرفته شده است. این دو تابع مجهول تابع مکان و سرعت، به نحوی تعیین شده‌اند تا فرض منفی بودن مشتق تابع لیپانوف برقرار شده و معیار پایداری نیز به‌دست آید. معیار پایداری به‌دست آمده، یک رابطه خطی بین بیشینه ضریب فنریت جسم مجازی، ضریب میرایی جسم مجازی، ضریب میرایی ربات، زمان نمونه‌برداری و تاخیر زمانی است. روش ارائه شده در این مقاله از این حیث حائز اهمیت است که با اضافه شدن ترم‌هایی به تابع لیپانوف، می‌توان این

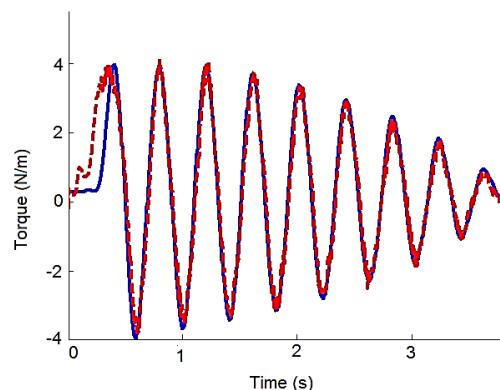


Fig. 12 Desired torque (solid line) and sensed torque (dashed line) versus time during an experiment

شکل 12 گشتاور مطلوب (خط توپر) و گشتاور خوانده شده توسط سنسور (خط چین) برحسب زمان در یک آزمایش

- [26] M. Zefran, F. Bullo, M. Stein, A notion of passivity for hybrid systems, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, USA, pp. 768-773, 2001.
- [27] A. Mashayekhi, R. B. Boozarjomehry, A. Nahvi, A. Meghdari, P. Asgari, Improved passivity criterion in haptic rendering: influence of Coulomb and viscous friction, *Advanced Robotics*, Vol. 28, No. 10, pp. 695-706, 2014.
- [28] C. Basdogan, M. A. Srinivasan, Haptic rendering in virtual environments, *Handbook of Virtual Environments*, Vol. 1, pp. 117-134, 2002.
- [29] M. S. Fadali, A. Visioli, *Digital Control Engineering: Analysis and Design*, Second Edition, pp. 199: Academic Press, 2012.
- [30] J. S. Mehling, J. E. Colgate, M. Peshkin, Increasing the impedance range of a haptic display by adding electrical damping, *First Joint Eurohaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, Pisa, Italy, pp. 257-262, 2005.
- [31] L. J. Tognetti, W. J. Book, Effects of increased device dissipation on haptic two-port network performance, *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Orlando, USA, pp. 3304-3311, 2006.
- [32] A. H. Gosline, G. Campion, V. Hayward, On the use of eddy current brakes as tunable, fast turn-on viscous dampers for haptic rendering, *Proceedings of Eurohaptics*, 229-234, 2006.
- [33] F. Janabi-Sharifi, V. Hayward, C. S. J. Chen, Discrete-time adaptive windowing for velocity estimation, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 6, pp. 1003-1009, 2000.
- [34] A. Karami, H. Sadeghian, M. Keshmiri, Hierarchical position, orientation and impedance control in redundant robots, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 117-125, 2017. (in Persian فارسی)
- [35] A. Karami, M. Keshmiri, H. Sadeghian, Multi-task control of multi-contact manipulators during accidental interactions with robot body, *International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM)*, Tehran, Iran, pp. 463-468, 2015.
- [16] F. A. Mussa-Ivaldi, N. Hogan, E. Bizzi, Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans, *The Journal of neuroscience*, Vol. 5, No. 10, pp. 2732-2743, 1985.
- [17] R. Howe, Identification of the Mechanical impedance at the human finger tip, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 119, No. 1, pp. 109-114, 1997.
- [18] R. G. Dong, J. H. Dong, J. Z. Wu, S. Rakheja, Modeling of biodynamic responses distributed at the fingers and the palm of the human hand-arm system, *Journal of Biomechanics*, Vol. 40, No. 10, pp. 2335-2340, 2007.
- [19] N. Hogan, Controlling impedance at the man/machine interface, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Scottsdale, USA, pp. 1626-1631, 1989.
- [20] T. Hulin, C. Preusche, G. Hirzinger, Stability boundary for haptic rendering: Influence of human operator, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Nice, France, pp. 3483-3488, 2008.
- [21] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Ettefagh, A novel adaptive neural network integral sliding-mode control of a biped robot using bat algorithm, *Journal of Vibration and Control*, pp. 1077546316676734, 2016.
- [22] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Ettefagh, Hybrid neural network fraction integral terminal sliding mode control of an Inchworm robot manipulator, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 80, pp. 117-136, 2016.
- [23] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Ettefagh, Robust adaptive control of a bio-inspired robot manipulator using bat algorithm, *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, No. 1, pp. 164-176, 2016.
- [24] S. Suzuki, K. Furuta, Adaptive impedance control to enhance human skill on a haptic interface system, *Journal of Control Science and Engineering*, Vol. 2012, pp. 1, 2012.
- [25] N. Chopra, M. W. Spong, S. Hirche, M. Buss, Bilateral teleoperation over the internet: the time varying delay problem, *Urbana*, Vol. 101, pp. 61801, 2003.