مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1396، دوره 17، شماره 10، ص‌ص 350-358

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل توربین بادی دارای کانال با استفاده از روش جریان پتانسیل

مجتبی طحانی[1*]، وحید اصفهانیان[2]، محمد فریدون‌نژاد[3]

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
3- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
* تهران، صندوق پستی 143951374، m.tahani@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 02 مرداد 1396
پذیرش: 02 مهر 1396
ارائه در سایت: 05 آبان 1396

کلید واژگان:
توربین بادی دارای کانال
جریان پتانسیل
روش گردابه‌های سطح
تئوری خط برآزا

چکیده

در پژوهش‌های مرتبط با توربین‌های دارای کانال به منظور لحاظ کردن اثرات کانال، روند حل اغلب وابسته به پارامترهای برخاسته از تست‌های تجربی و یا دینامیک سیالات محاسباتی است. در پژوهش حاضر هدف ارائه روشی به منظور در نظرگرفتن اثرات کانال جریان و همچنین هاب توربین بر عملکرد توربین بادی بدون نیاز به تست‌های هزینه‌بر تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی زمان‌بر است. بدین منظور از روش جریان پتانسیل استفاده می‌شود و تنها ضرایب برآ و پسا به عنوان ورودی مسأله در نظر گرفته می‌شوند. روش گردابه‌های سطح و تئوری خط برآزا بر پایه قانون بایوت- ساوارات به عنوان روش‌های عددی به منظور تحلیل عملکرد توربین بادی محور افقی دارای کانال استفاده شده‌اند. با استفاده از نرم‌افزار متلب الگوریتم ارائه‌شده برنامه‌نویسی شده است. اعتبارسنجی روش با استفاده از نتایج تجربی توربین بادی محور افقی دارای کانال دانکی انجام شده است. نتایج به دست آمده تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی موجود در مراجع دارند. به منظور نشان دادن تأثیر کانال بر عملکرد توربین بادی، توان خروجی توربین دارای کانال با توان خروجی همان توربین در حالت بدون کانال مقایسه شده است. منحنی توان نشان‌دهنده افزایش توان خروجی در حالت دارای کانال است.

Investigation of ducted wind turbine using potential flow method

Mojtaba Tahani[1*], Vahid Esfahanian[2], Mohammad Fereidoonnezhad[1]

1- Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
* P.O.B. 143951374 Tehran, Iran, m.tahani@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 July 2017
Accepted 24 September 2017
Available Online 27 October 2017

Keywords:
Ducted wind turbine
Potential flow
Surface vorticity method
Lifting line theory

ABSTRACT

In researches on ducted wind turbines, in order to consider the effects of the duct, the solution process is dependent on parameters which arise from experimental tests or computational fluid dynamics. In the present study, our goal is to present a method for considering the effects of the duct and hub on the wind turbine enclosed in a duct without the need for costly experimental tests or time-consuming numerical simulations. For this purpose, the potential flow method which requires only lifts and drag coefficients as input parameters is used. The surface vorticity method and the lifting line theory based on the Biot-Savart law are implemented as a numerical method to analyze the performance of the ducted horizontal axis wind turbine. The proposed method is programmed in the MATLAB software. The validation is carried out with experimental result of the DONQI horizontal axis wind turbine. The results are in good agreement with experimental data in the literature. The output power of the ducted wind turbine is compared to the same bare wind turbine to show the effect of the duct on the performance of the wind turbine. The power curve illustrates that the ducted wind turbine produces more power than an unducted wind turbine in the same condition.

1- مقدمه

گزارش سازمان جهانی انرژی باد [1] نشان‌دهنده رشد ظرفیت باد در 15 سال گذشته است. براساس این گزارش ظرفیت کلی انرژی بادی پتانسیل‌سنجی‌شده جهان در سال‌های بین 2016-2002 میلادی از 31100 مگاوات به 486790 مگاوات افزایش یافته است. این رشد چشمگیر (بیش از 15 برابر) نشان‌دهنده ضرورت توجه و استفاده از انرژی بادی به عنوان منبعی تجدیدپذیر است. استفاده از توربین‌های بادی یکی از شیوه‌های بهره‌گیری از این پتانسیل است. با توجه به مضرات و محدودیت‌های استفاده از سوخت‌های فسیلی و لزوم توجه بیشتر به انرژی‌های نو استفاده از توربین‌های بادی نیز افزایش یافته است.

بازدهی توربین‌های بادی به شیوه‌های مختلفی قابل افزایش است. یکی از روش‌ها فراهم کردن شرایطی به منظور افزایش سرعت باد در محل روتور است. استفاده از کانال جریان اطراف توربین‌های بادی سبب افزایش بازدهی آن‌ها می‌شود. از زمانی که محققان به فکر بهبود کارایی توربین‌های بادی بودند، تمایل و تحقیق به سمت تکنولوژی توربین بادی دارای کانال نیز گسترش یافت.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. Tahani, V. Esfahanian, M. Fereidoonnezhad, Investigation of ducted wind turbine using potential flow method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 350-358, 2017 (in Persian)

1-1- پیشینه تحقیق

استفاده از کانال جریان در توربین‌های بادی به سال 1929 برمی‌گردد. جایی که بتز از نخستین افرادی بود که تئوری استفاده از این دست توربین‌ها را ارائه داد [2]. بعدها با تمرکز بر توسعه آن، تحقیقات بیشتری نیز در این باب توسط دانشمندان صورت گرفت. به‌کارگیری کانال اطراف پره‌های توربین بادی یکی از روش‌های اساسی به منظور تقویت توان توربین‌های بادی است. افزایش جریان جرمی توربین هدف اصلی استفاده از کانال جریان است [3].

در تحقیقات اخیری که در زمینه توربین‌های بادی صورت گرفته گزارش‌هایی حاکی از امکان افزایش بهره‌گیری از پتانسیل باد با به‌کارگیری مجرای مخروطی پیرامون روتور وجود دارد. در اوایل قرن بیستم آلبرت بتز به کمک قوانین فیزیک کلاسیک نشان داد که بیشینه توان قابل استحصال از باد در توربین‌های محور افقی 50.73% است [4]. وجود این حد بالا در توان به قانون بتز شهرت یافته است. ایگرا [5] و فورمن و همکاران [6] نشان دادند که با استفاده از مجرای مخروطی حول توربین می‌توان به بازده‌های بالایی حتی بیشتر از ضریب ارائه‌شده توسط بتز دست یافت. این نتایج قیمت نهایی توان باد را کاهش می‌دهند و امکان ایجاد تغییرات جدیدی را در طراحی توربین‌ها فراهم می‌آورند.

نیکولیک و همکاران با استفاده از نرم‌افزار متلب مدلی بر پایه الگوریتم شبکه عصبی/ تحلیل در فضای فازی برای بررسی تأثیر چند پارامتر عمده بر عملکرد توربین‌های بادی کانال‌دار توسعه داده‌اند [7]. در این تحقیق از اطلاعات دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان داده‌های ورودی برای مدل استفاده شده و تأثیر افزودن کانال جریان بر ضریب توان، ضریب گشتاور و سرعت دوران روتور محاسبه شده است.

در سال 2009 تن هوپن و همکاران به بررسی تجربی توربین بادی دارای کانال به نام دانکی[1] پرداختند [8]. آن‌ها با این فرض که با آشفته کردن ناحیه دنباله[2] توان خروجی توربین دارای کانال افزایش خواهد یافت. این کار را با قرار دادن یک تولیدکننده گردابه در لبه پشتی کانال انجام دادند و اثرات آن را به تفصیل بررسی کردند. در واقع این مکانیزم فشار خروجی کانال را کاهش داده و متعاقباً سبب افزایش جریان جرمی توربین می‌شود. آن‌ها یافتند که با به‌کارگیری تولیدکننده گردابه توان خروجی توربین 9% افزایش خواهد یافت. اگرچه در این پژوهش یک روش عددی به منظور تحلیل توربین‌های بادی دارای کانال ارائه شده است، اما در الگوریتم ارائه شده توسط آن‌ها به منظور اعمال کردن اثرات کانال از پارامترهای به دست آمده از آزمون تجربی استفاده شده است. در پژوهش حاضر هدف ارائه روشی است که نیازمند هیچ‌گونه پارامتر تجربی در پروسه حل نباشد. نحوه لحاظ کردن اثرات کانال و الگوریتم مورد نظر در ادامه توضیح دده خواهد شد.

در سال 2013 اعلایی و همکاران ایده‌ای جدید در ساخت توربین‌های بادی کانال‌دار را ارائه دادند. این تکنولوژی که با نام اینولکس[3] وارد بازار شده است، تجهیزات توربین و پروانه را به سطح زمین می‌آورد و گیربکس را حذف می‌کند. این تکنولوژی باد و حتی نسیم باد را از طریق یک قیف ورودی بالاتر از سطح زمین جذب شده و از طریق یک مسیر مخروطی شکل که به صورت طبیعی جریان آن را سرعت می‌بخشد و حین هدایت به سمت یک ژنراتور نصب شده در سطح زمین، برای افزایش سرعت فشرده می‌شود. به طور خلاصه سرعت باد افزایش می‌یابد و در نهایت برق تولید می‌شود. قابلیت تولید انرژی برق اینولکس در مقایسه با توربین‌های بادی معمولی حدود 6 برابر گزارش شده است [10,9]. جذب باد، افزایش سرعت و متمرکزکردن آن ماهیت کار این تکنولوژی را تشکیل می‌دهد.

در بیشتر پژوهش‌های مرتبط با این حوزه به منظور لحاظ کردن تأثیر کانال بر جریان از پارامترهایی استفاده می‌شد که اغلب از تست‌های تجربی و یا شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی به دست می‌آمدند. در پژوهش حاضر با ارائه روشی مبتنی‌بر توزیع گردابه بر مسأله و با استفاده از روش گردابه‌های سطح[4] و همچنین تئوری خط برآزا[5]، تأثیرات کانال جریان و هاب[6] توربین بررسی شده است.

با به‌کارگیری این روش بدون نیاز به شبیه‌سازی‌های زمان‌بر می‌توان عملکرد خروجی توربین را مورد بررسی قرار داد.

2-1- مزیت توربین‌های دارای کانال

با استناد به نتیجه تحقیقاتی که پیشتر به آن‌ها اشاره شد به‌کارگیری کانال تأثیر قابل توجهی در افزایش بازدهی توربین‌های بادی دارد. به طور کلی مزیت این توربین‌ها نسبت به توربین‌های معمولی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

1- افزایش جریان جرمی نسبت به حالت توربین بدون کانال [11,3]
2- سرعت باد راه‌انداز کمتر نسبت به توربین‌های معمولی
3- قطر روتور کمتر نسبت به توربین محور افقی بدون کانال به منظور تولید مقدار توان برابر
4- بارگذاری محوری کمتر
5- کاهش سطح سرو صدا [3]
6- کاهش در اتلاف نوک[7] پره روتور

البته این نوع از توربین‌ها معایب و محدودیت‌هایی همچون وزن سنگین کانال، در بعضی طراحی‌ها مانند اینولکس نیازمند فضای زیاد و قیمت بالاتر نسبت به توربین معمولی با روتور یکسان و در ارتفاع نصب مشابه نیز دارند. نکته دیگر این‌که در طراحی قطر کانال‌ها محدودیتی وجود ندارد و تنها مانع می‌تواند تجهیزات و توانایی ساخت در این زمینه باشد. با این حال با توجه به مزایای مطرح‌شده توربین‌های دارای کانال مورد توجه و در حال توسعه هستند.

در این دست از توربین‌ها معمولاً از سه گروه کانال مقطع ثابت، مقطع متغیر به صورت نازل (همگرا) و یا دیفیوزر (واگرا) و مقطع متغیر متشکل از نازل و دیفیوزر (همگرا- واگرا) استفاده شده است.

قابل ذکر است که بدنه این کانال‌ها می‌تواند به صورت ایرفویل نیز در نظر گرفته شود که با توجه به کارایی از موارد پرکاربرد است.

با توجه به مکانیزم توربین‌های بادی دارای کانال و مزایای آن نسبت به توربین‌های معمولی ضرورت تمرکز بر این دست از توربین‌ها به دلیل بازدهی بالا و سایر ویژگی‌های آن وجود دارد.

3-1- توربین مورد استفاده

در این مسأله از توربین دارای کانال دانکی استفاده شده است. این توربین متشکل از یک توربین محور افقی سه پره با پره‌های پیچشی و وتر و زاویه پیچش متغییر در راستای پره است که درون یک کانال قرار گرفته است. پره‌های توربین متشکل از 13 مقطع با مشخصات مختلف است. نخستین

[1] DONQI
[2] Wake
[3] INVELOX
[4] Surface vorticity method
[5] Lifting line theory
[6] Hub
[7] Tip loss

ایرفویل در ریشه پره دارای طول وتر[1] 0.1303 متر و زاویه پیچش 19.34 درجه است که این مقادیر در نوک پره به ترتیب به 0.1054 متر و صفر درجه می‌رسند. شکل 1 نشان‌دهنده هندسه هاب توربین و کانال جریان است. مشخصات هندسی این توربین نیز در جدول 1 بیان شده است.

2- روش حل

2-1- روش گردابه‌های سطح

از چند دهه گذشته تاکنون، روش گردابه‌های سطح توسعه یافته و به عنوان یک ابزار پیش بینی به طیف گسترده‌ای از مسائل مهندسی اعمال شده است.

جریان پتانسیل[2] حول یک جسم درون جریان یکنواخت با جایگزین‌کردن سطح جسم با صفحه‌های ورتکس قابل مدل کردن است. در این مدل‌سازی جریان پتانسیل در نظر گرفته شده و به منظور مدل کردن کانال جریان و هاب توربین از روش گردابه‌های سطح استفاده شده است؛ بنابراین از اثرات لزجت همچون جدایش و آشفتگی صرف‌نظر می‌شود.

مدل گردابه‌های سطح در حالت سه بعدی در شکل 2 نشان داده شده است. در این روش سطح جسم با تعداد محدودی صفحه گردابه با قدرت اولیه نامشخص پوشانده می‌شود. نحوه توزیع گردابه‌ها در شکل 3 نشان داده شده است. مطابق روشی مشابه روش چشمه پنل[3] یک نقطه کنترلی m برای هر صفحه به منظور اعمال کردن شرط مرزی و محاسبه تأثیر سایر صفحه‌ها در نظر گرفته می‌شود.

المان گردابه‌ای با قدرت Γ به طول ds و در راستای بردار t (شکل 2) در نظر گرفته می‌شود. سرعتی که این گردابه در فاصله برداری R القا می‌کند با استفاده از قانون بایوت- ساوارات به صورت رابطه (1) محاسبه می‌شود.

$$dq = \frac{\Gamma dst \times R}{4\pi R^3} \tag{1}$$

در رابطه (1) مقدار R از رابطه رابطه (2) به دست می‌آید.

$$R = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + {r_m}^2 + {r_n}^2 - 2r_m r_n \cos(\theta - \theta')} \tag{2}$$

حال با انجام ضرب خارجی در رابطه (1)، رابطه (3) برای محاسبه سرعت القایی در حالت تقارن محوری به دست می‌آید.

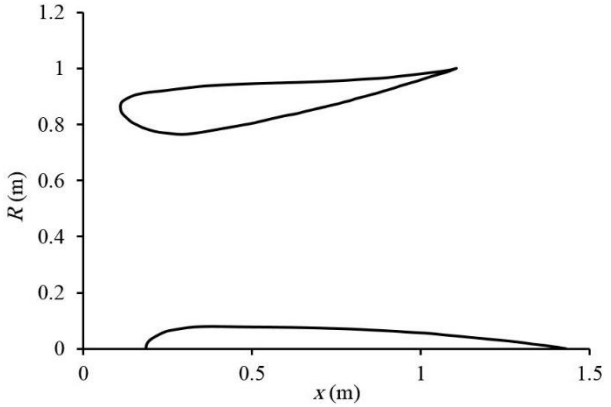

Fig. 1 The geometry of duct and hub

شکل 1 هندسه هاب توربین و کانال جریان

جدول 1 مشخصات هندسی توربین

Table 1 The geometric properties of the turbine

تعداد پره‌ها	شعاع روتور (m)	شعاع هاب (m)	ایرفویل
3	0.75	0.25	ناکا 2207

[1] Chord
[2] Potential flow
[3] Source panel method

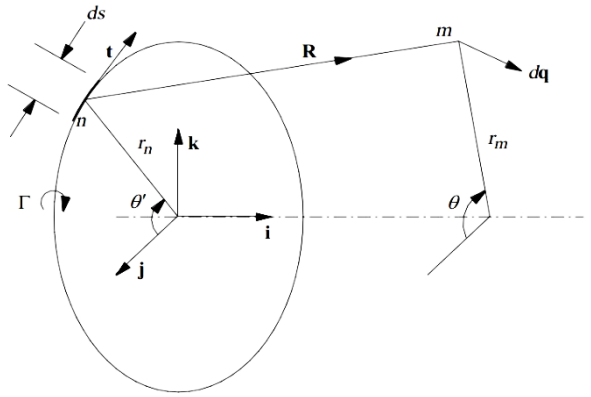

Fig. 2 Modelling of vortex ring using Biot-Savarat law [12]

شکل 2 مدل‌کردن گردابه حلقوی با استفاده از قانون بایوت- ساوارات [12]

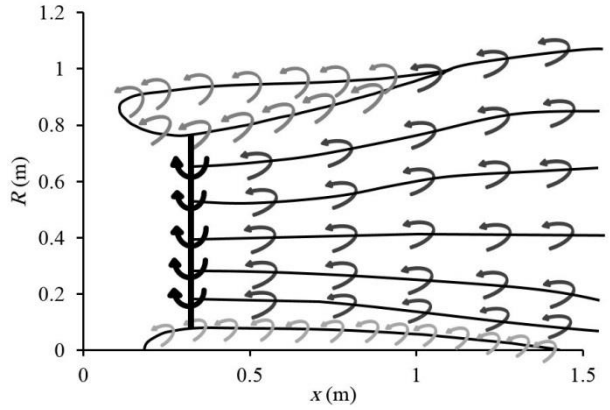

Fig. 3 Vorticity distribution on the computational domain

شکل 3 نحوه توزیع گردابه بر ناحیه محاسباتی

$$dq = \frac{\Gamma ds}{4\pi R^3}\{(-r_m \cos(\theta - \theta') + r_n)i + (x_m - x_n)\cos\theta' j + (x_m - x_n)\sin\theta' k\} \tag{3}$$

اگر رابطه (1) در بازه $\theta' = 0$ تا 2π انتگرال‌گیری شود، مؤلفه k صفر می‌شود و مؤلفه‌های سرعت القایی در دو راستای دیگر با استفاده از رابطه (4) محاسبه می‌شوند.

$$u_{mn} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{r_n - r_m\cos(\theta - \theta')}{[(x_m - x_n)^2 + {r_m}^2 + {r_n}^2 - 2r_m r_n \cos(\theta - \theta')]^{\frac{3}{2}}}\right\}d\theta'$$
$$v_{mn} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{(x_m - x_n)\cos\theta'}{[(x_m - x_n)^2 + {r_m}^2 + {r_n}^2 - 2r_m r_n \cos(\theta - \theta')]^{\frac{3}{2}}}\right\}d\theta' \tag{4}$$

در فرآیند کدنویسی از انتگرال‌های بیضوی نوع اول و دوم به منظور ساده‌سازی روابط استفاده شده است.

حال ضریب کوپلینگ[4] به عنوان رابط بین نقاط توزیع گردابه (نقطه n) و نقطه کنترلی (نقطه m) به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود.

$$\bar{K}(s_m, s_n) = u_{mn}\cos\beta_m + v_{mn}\sin\beta_m \tag{5}$$

در این رابطه پروفیل شیب جسم با استفاده از رابطه (6) محاسبه می‌شود.

$$\beta_m = \arctan\left(\frac{dr}{dx}\right) \tag{6}$$

[4] Coupling coefficient

با در نظر گرفتن جسم به صورت M گردابه حلقوی گسترده (شکل 3)، جریان پتانسیل جسم با استفاده از رابطه (7) محاسبه می‌شود.

$$\sum_{n=1}^{M} \bar{K}(s_m, s_n)\gamma(s_n)\Delta s_n = -W\cos\beta_m \tag{7}$$

که رابطه (8) به صورت زیر است.

$$K = \bar{K}(s_m, s_n)\Delta s_n \tag{8}$$

رابطه (7) به شکل دستگاه معادلات ماتریسی است و به منظور رسیدن به ماتریس ضرایب غیرمنفرد[1] ملاحظات زیر در نظر گرفته می‌شود.

- اعمال شرط خودالقایی بر منحنی ایرفویل. در واقع ضریب خودالقایی ناشی از گردابه‌های در نظر گرفته شده بر ایرفویل صفر به صورت رابطه (9) در نظر گرفته می‌شود.

$$K(s_m, s_n) = 0 \tag{9}$$

- براساس قانون گردش کلوین [13] گردش کل القاشده حول سطح داخلی ایرفویل توسط گردابه‌های سطح برابر صفر است. برای لحاظ کردن این قانون، از اصلاح قطری بازگشتی[2] به شکل رابطه (10) استفاده می‌شود:

$$K(s_{M+1-m}, s_m) = -\frac{1}{\Delta s_{M+1-m}}\sum_{n=1, n\neq M+1-n}^{M} K(s_n, s_m)\Delta s_n \tag{10}$$

- به منظور رسیدن به توزیع صحیح گردابه‌های سطح، شرط کوتا[3] در لبه فرار[4] ایرفویل لحاظ می‌شود. مقدار فشار استاتیک و همچنین گردابه سطح در دو المان لبه فرار در سطح بالایی و پایینی برابر شود. این شرط با استفاده از رابطه (11) منظور می‌شود.

$$\gamma(s_{te}) = -\gamma(s_{te+1}) \tag{11}$$

در نهایت با در نظرگرفتن این سه نکته و با حل دستگاه معادلات (رابطه (7))، هاب توربین و کانال جریان مدل می‌شوند. با استفاده از توزیع گردابه به‌دست آمده در سطح کانال، ضریب فشار با استفاده از رابطه (12) به دست می‌آید.

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{0.5\rho V_\infty^2} = 1 - \left(\frac{\gamma(s)}{V_\infty}\right)^2 \tag{12}$$

2-2- تئوری خط برآزا

به منظور مدل‌سازی پره توربین بادی و ناحیه دنباله پایین دست آن روتور به صورت یک چشمه گردابه تخمین زده می‌شود (شکل 3) و با استفاده از تئوری خط برآزا به تحلیل آن پرداخته خواهد شد.

تئوری خط برآزا یک مدل محاسباتی به منظور پیش‌بینی نیروی برآ بال سه‌بعدی براساس هندسه آن است [14]. این روش در سال 1992 توسط پرانتل برای مدل کردن بال محدود و سیستم‌هایی همچون توربین بادی ارائه شد. از این تئوری بیشتر در پیش‌بینی نیروهای برآ و درگ القایی بال سه‌بعدی استفاده می‌شود. یکی از ویژگی‌های روش یادشده نتایج فرم بسته‌ای است که می‌توان از معادلات پیشنهادی آن استخراج کرد. اساس تئوری خط برآزا بر پایه فرضیه پرانتل استوار است. در این تئوری به دلیل آن‌که معادلات حاکم به دست آمده به صورت دیفرانسیلی- انتگرالی است رویه خاصی برای حل آن وجود ندارد. اصولاً روش خط برآزا برای مدل سازی بال‌های با نسبت منظری بالا، صفحه‌ای، جریان پایا و به صورت بال ثابت کاربرد دارد که می‌توان با اعمال یک سری تغییرات از این روش برای مدل‌سازی انواع بال‌ها استفاده کرد. برای بال‌های با نسبت منظری پایین روش سطح برآزا پیشنهاد می‌شود که نسبت به روش خط برآزا کاراتر خواهد بود. این روش از دیرباز تا کنون با اهداف مختلفی گسترش یافته است.

جونز و همکاران [15] با اعمال یک سری اصلاحات روی تئوری خط برآزا توانستند این روش را برای بال‌های با نسبت منظری پایین کارآمد کنند به صورتی که نسبت به تئوری صفحه برآزا توافق خوبی از خود نشان داده است. فلیپس و همکاران [16] نیز توانستند با یک سری اصلاحات تئوری خط برآزا را برای بال‌های غیرصفحه‌ای با خمیدگی دلخواه و زاویه عقب‌گرد دلخواه استفاده کنند. اسکلاونوس و همکاران [17] از تئوری خط برآزا در جریان‌های ناپایا استفاده کردند و نشان دادند که این روش برای بررسی بال‌های با نسبت منظری بالا نیز پاسخ‌گو خواهد بود. کانلیسک و همکاران [18] از تئوری خط برآزا برای بال‌های چرخان استفاده کردند.

حال پس از بیان پیشینه مختصری از این روش به تشریح این روش، معادلات حاکم و نحوه به‌کارگیری آن در مسأله پرداخته می‌شود.

پره با گردابه محدود[5] با قدرت Γ جایگزین می‌شود. گردابه محدود در واقع یک رشته گردابه[6] است که به نحوی به یک نقطه ثابت محدود می‌شود. براساس تئوری گردابه هلمهولتز[7] [19]:

- قدرت رشته گردابه در طول آن ثابت است.
- رشته گردابه نمی‌تواند در طول سیال اتمام یابد و باید تا مرزهای سیال گسترش یابد یا یک مسیر بسته در نظر گرفته‌شود.

طبق آن چه بیان شد فرض می‌شود که رشته گردابه با دو گردابه آزاد در دو طرف پره ادامه می‌یابد (شکل 4). دو گردابه آزاد در لبه پشت پره در القای سرعت بر پره نقش ویژه‌ای دارند. سرعت القاشده توسط این گردابه‌ها از رابطه (13) به دست می‌آیند.

$$W(y) = -\frac{\Gamma}{4\pi(b/2+y)} - \frac{\Gamma}{4\pi(b/2-y)} \tag{13}$$

رابطه (13) مربوط به توزیع یک گردابه نعل اسبی[8] بر پره است. به منظور پوشش دادن صحیح کل جریان باید از توزیع چند گردابه نعل اسبی استفاده کرد. ورقه‌های گردابه موازی V_∞ است و براساس قانون هلمهولتز گردابه جریان در ناحیه پشت پره تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد.

اندازه گردش در طول خطوط گردابه‌های محدود تغییر می‌کند. در واقع میزان گردش در راستای خط گردابه با اضافه‌شدن هر گردابه نعل اسبی برابر حاصل‌جمع گردش آن گردابه با گردش گردابه‌های پیشین است.

با تقسیم پره به M مؤلفه و محاسبه نیروهای وارد بر پره براساس مشخصات این مؤلفه‌ها، گردش مؤلفه‌ها با استفاده از رابطه (14) به دست می‌آید.

$$\Gamma = \frac{1}{2}Wcc_l \tag{14}$$

در این رابطه ضریب برآ مقطع (c_l) وابسته به زاویه حمله موضعی آن مقطع است که به عنوان ورودی به مسأله داده می‌شود.

3-2- الگوریتم روش

شکل 5 روند استفاده از روش گردابه سطح را در قالب یک فلوچارت نشان می‌دهد. حال به تشریح روند کدنویسی مسأله پرداخته می‌شود.

ضرایب تأثیر جسم ثابت است؛ بنابراین با محاسبه و ذخیره‌سازی آن‌ها

[1] Non-singular
[2] Back diagonal correction
[3] Kutta condition
[4] Trailing Edge
[5] Bounded vortex
[6] Vortex filament
[7] Helmholtz's vortex theory
[8] Horseshow vortex

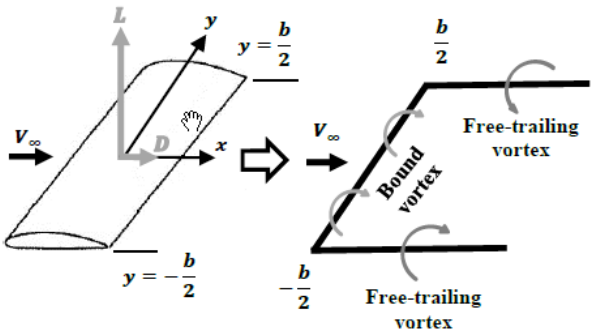

Fig. 4 The lifting line theory

شکل 4 تئوری خط برآزا

می‌توان در تکرارهای بعدی نیز استفاده نمود. به منظور محاسبه ضرایب تأثیر جسم، هندسه به صورت المان‌های صفحه‌ای در نظر گرفته می‌شود. این المان‌ها به صورت ساعت‌گرد از لبه فرار تا لبه حمله ایرفویل در نظر گرفته شده‌اند و در نهایت در نقطه اولیه بسته می‌شوند.

طول این صفحه‌ها از رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\Delta s_n = \sqrt{(x_{n+1}-x_n)^2+(y_{n+1}-y_n)^2} \tag{15}$$

شیب این صفحه براساس رابطه (16) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\beta_m = \arctan\left(\frac{y_{n+1}-y_n}{x_{n+1}-x_n}\right) \tag{16}$$

مختصات گردابه‌های حلقوی در نظر گرفته‌شده طبق رابطه (17) به دست می‌آید.

$$x=\frac{1}{2}(x_{n+1}+x_n)$$
$$y=\frac{1}{2}(y_{n+1}+y_n) \tag{17}$$

سپس ضرایب تأثیر با استفاده از رابطه (7) به دست می‌آیند.

به صورت مشابه دنباله برای هندسه کانال و هاب توربین با گردابه‌های حلقوی با قدرت اولیه صفر تقریب زده می‌شود. توزیع گردابه‌ها تا 8 برابر قطر روتور در ناحیه پایین دست روتور در نظر گرفته می‌شود. پس از این مرحله تأثیرات دنباله برابر صفر در نظر گرفته می‌شود تا بتوان اثرات دنباله را تا بی‌نهایت در پایین دست روتور در نظر گرفت.

تأثیرات دنباله بر کانال جریان، هاب و صفحه روتور محاسبه شده و سپس این مقادیر به دست آمده ذخیره می‌شود تا در گام‌های بعدی استفاده شود.

پره توربین نیز به بخش‌های مختلفی تقسیم می‌شود. با استفاده از ضرایب تأثیر کانال، هاب توربین و دنباله به دست آمده، توزیع سرعت ورودی روتور با استفاده از رابطه (18) محاسبه می‌شود.

$$U_{\text{rotor}} = U_\infty + U_{\text{ind,DuctHub}} + U_{\text{ind,vortex}} \tag{18}$$

این ضرایب تأثیر و مختصات مقطعی پره سپس به منظور محاسبه گردش[1] المان‌های روتور استفاده می‌شوند. قدرت گردابه‌های توزیع‌شده روی روتور را می‌توان با استفاده از مقدار گردش محاسبه‌شده به دست آورد.

تأثیرات دنباله و روتور در طول برنامه به‌روزرسانی می‌شود و قدرت گردابه‌های سطح به‌روزرسانی شده و سرعت در صفحه روتور نیز دوباره محاسبه می‌شود.

این روند تکرار می‌شود تا قدرت گردابه‌های سطح با خطایی معقول به همگرایی برسد.

رابطه بین زوایای حمله[2] (α)، زاویه باد نسبی[3] (ϕ) و زاویه پیچش پره[4] (β) به صورت روابط (20,19) است.

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{U_{rel}}{\Omega r}\right) \tag{19}$$

$$\alpha = \phi - \beta \tag{20}$$

با استفاده از رابطه‌های (20,19,14) اطلاعات مقاطع بال و همچنین توزیع پیچش و وتر پره، مقدار گردش پره براساس موقعیت شعاعی مقاطع به دست می‌آید. قدرت ورقه‌های گردابه نیز با مشخص بودن مقدار گردش قابل محاسبه خواهد بود. دنباله نیز مشابه کانال و هاب با مقاطع حلقوی ورتکس[5] مدل می‌شود. البته با این تفاوت که قدرت این ورتکس‌ها مشخص بوده و تأثیر آن‌ها بر کانال و هاب برای محاسبه مقادیر جدید ورتکس کانال و هاب لحاظ می‌شوند.

تأثیر پسای[6] پره نیز با تقریب پره با یک ورقه چشمه[7] قابل لحاظ‌کردن است. قدرت این چشمه با استفاده از رابطه (21) محاسبه می‌شود.

$$\sigma = \frac{B}{4\pi r} W c c_d \tag{21}$$

در نهایت با در نظر گرفتن روابط بالا یک دستگاه معادلات به دست می‌آید که شامل اثرات کانال و هاب، روتور و دنباله توربین است (رابطه (22)).

$$\begin{pmatrix} K_{\text{HubHub}} & K_{\text{HubDuct}} \\ K_{\text{DuctHub}} & K_{\text{DuctDuct}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma(s_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma(s_M) \end{pmatrix} + K_{\text{wake}}\gamma_{\text{wake}} + K_{\text{blade}}\sigma_{\text{blade}} = \begin{pmatrix} rhs_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ rhs_M \end{pmatrix} \tag{22}$$

حال مقدار توان خروجی با استفاده از رابطه انتگرالی (23) به دست می‌آید.

$$P = \int_{R_{\text{Hub}}}^{R_{\text{Duct}}} \Omega dQ \tag{23}$$

3- اعتبارسنجی

3-1- اعتبارسنجی ایرفویل تک

به منظور اعتبارسنجی برنامه نوشته‌شده این روش بر یک ایرفویل تک NACA 662-015 اعمال و نتایج به دست آمده با نتایج تجربی ارائه‌شده در مرجع [12] مقایسه شده است. در این‌جا از تولید شبکه از نوع o حول ایرفویل استفاده‌شده تا توزیع بیشتری از گردابه‌ها حوالی لبه حمله و لبه فرار ایرفویل وجود داشته باشد.

شکل 6 توزیع فشار بر سطح بالایی و پایینی ایرفویل را نشان می‌دهد. همان‌طور که از مقایسه نتایج مشخص است نتایج حاصل از این روش به خوبی با داده‌های تجربی تطابق دارد. این تطابق نشان‌دهنده نحوه صحیح اعمال روش و چیدمان گردابه‌ها در مسأله است. در سیال پتانسیل چون از اثرات لزجت صرف‌نظر می‌شود، توزیع فشار در سطح ایرفویل مستقل از سرعت است.

در سیال لزج توزیع فشار وابسته به سرعت سیال است. در این‌جا با توجه به این‌که جریان پتانسیل در نظر گرفته شده است، توزیع فشار وابسته به

[1] Circulation

[2] Angle of attack
[3] Angle of Relative Wind
[4] Pitch angle
[5] Ring vortex
[6] Drag
[7] Source sheet

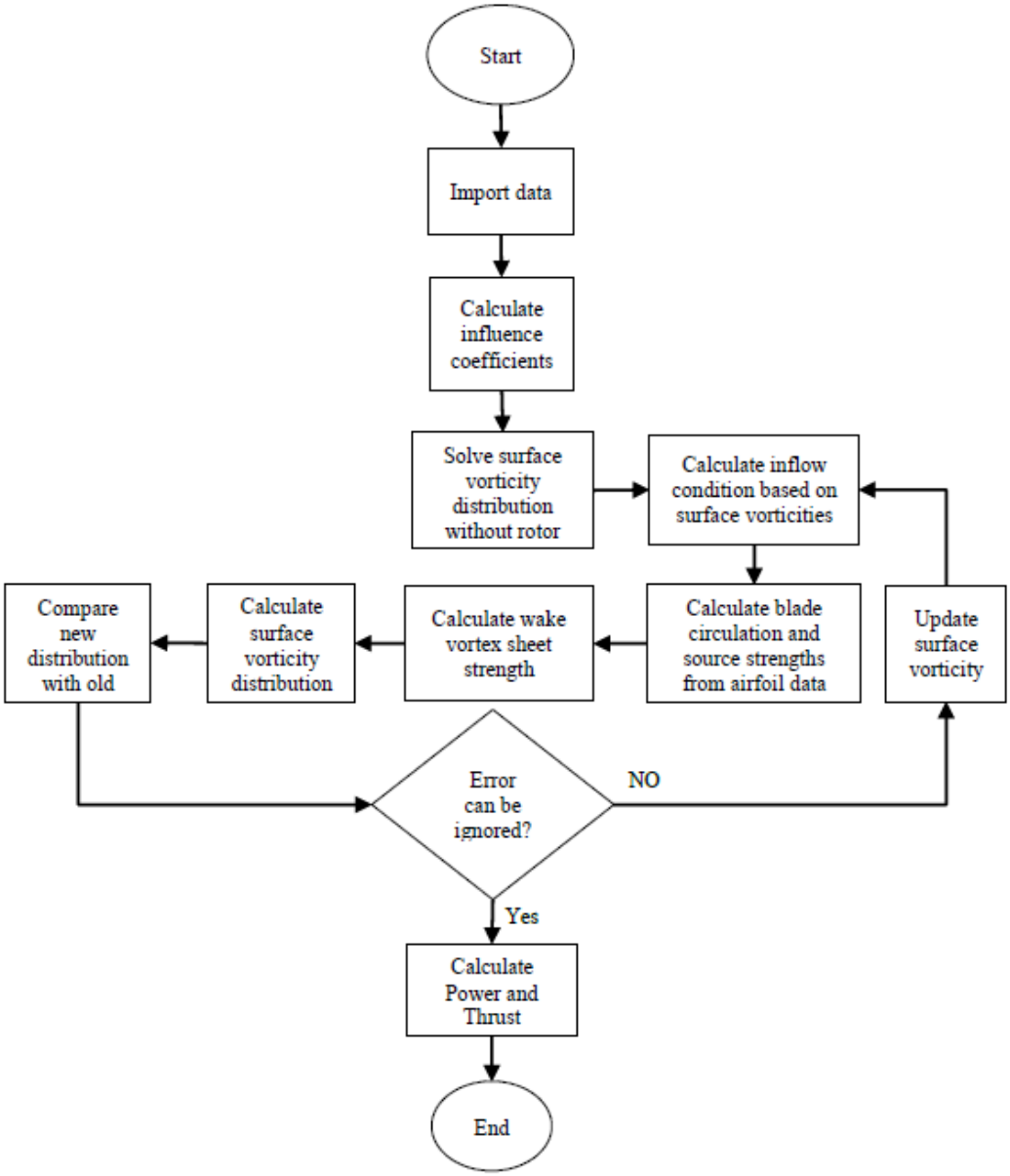

Fig. 5 The flowchart of the proposed method

شکل 5 فلوچارت روش ارائه شده

سرعت نیست و تنها به هندسه ایرفویل بستگی دارد.

3-2- اعتبارسنجی توربین دارای کانال

در این بخش به اعتبارسنجی توربین دارای کانال پرداخته می‌شود. در ابتدا توزیع فشار درون کانال بدون در نظر گرفتن توربین محاسبه می‌شود تا کارایی روش ارائه‌شده برای مد نظر قرار داد اثرات کانال مورد بررسی قرارگیرد. سپس به اعتبارسنجی توان توربین دارای کانال به عنوان کمیتی انتگرالی پرداخته می‌شود و توزیع توان در یک سرعت ورودی مشخص و همچنین منحنی توان توربین را با نتایج تجربی موجود در مراجع مقایسه خواهدشد.

منحنی توان توربین از مقدار بیشینه توان تولیدی توربین در سرعت‌های باد ورودی مختلف به دست می‌آید.

شکل 7 نشان‌دهنده توزیع فشار بر سطح کانال در حالتی است که توربین درون کانال وجود ندارد. در این شکل نتایج به دست آمده از روش توزیع گردابه در جریان و همچنین نتایج تجربی ارائه‌شده در مرجع [8]

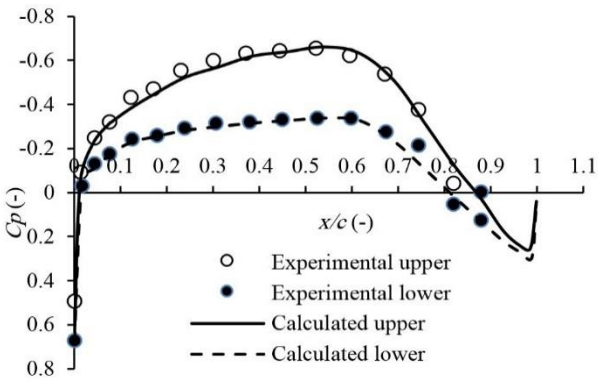

Fig. 6 The experimental and calculated pressure distribution on the airfoil NACA 662-015

شکل 6 توزیع فشار تجربی و محاسبه‌شده ایرفویل ناکا 662-015

مقایسه شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود دو نمودار دارای روند تغییرات یکسانی است، ولی در طول وتر حدود 0.3 در داده‌های تجربی یک جهش در نمودار وجود دارد که بنابر آن‌چه در این مرجع بیان شده به دلیل به کار بردن یک ساکت‌کننده صدا[1] غیرهم‌راستا با سطح دیفیوزر در تست تجربی است و چون هندسه این ساکت‌کننده در مرجع موجود نبود از آن صرف‌نظر شده است.

در سطح بالایی (سطح مکش) کانال که ایرفویل انحنای چندانی ندارد مشاهده می‌شود که توزیع فشار نیز تغییر چندانی ندارد که این موضوع با توجه به وابستگی ضریب فشار به هندسه قابل پیش‌بینی بود. تغییرات فشار در سطح پایینی (سطح فشار) نیز با توجه به هندسه ایرفویل بیشتر و بیشترین تغییر آن در نقطه به طول 0.35 است که منحنی سطح ایرفویل تغییرات زیادی دارد و در واقع گلوگاه نازل است و سرعت در این نقطه بیشینه مقدار خود را دارد. در نزدیکی لبه فرار یک پرش در نمودار مشاهده می‌شود که این نقطه اصطلاحا نقطه بد[2] محاسباتی است.

3-3- استقلال از شبکه

حذف کامل وابستگی حل به تعداد توزیع گردابه امکان پذیر نیست، ولی باید مقدار آن تا حد قابل قبولی محدود شود تا تأثیر قابل توجهی بر نتایج نداشته باشد. به این منظور مسأله در شرایط کاملاً یکسان با تعداد توزیع گردابه مختلف حل می‌شود و سپس به مقایسه نتایج خروجی به ازای این توزیع گوناگون پرداخته می‌شود. در این‌جا استقلال از شبکه برای سرعت ورودی 7 متر بر ثانیه و سرعت دورانی 700 دور بر دقیقه انجام شده است.

با تغییر تعداد توزیع گردابه‌های در نظر گرفته‌شده بر مسأله این نتیجه به دست می‌آید که حل به تعداد توزیع وابسته نیست. شکل 8 مستقل‌بودن حل را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مسأله با در نظر گرفتن تعداد 300 گردابه به همگرایی می‌رسد و استفاده بیشتر از این بدون این‌که تأثیری بر دقت حل داشته باشد مقدار هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد.

4- نتایج و بحث

در شکل 9 مشاهده می‌شود که توان محاسبه شده و تجربی دارای رفتار یکسانی است و با افزایش سرعت این توان افزایش می‌یابد. البته توان محاسبه‌شده (نمودار با دایره توپر) بیشتر از توان تجربی است که با

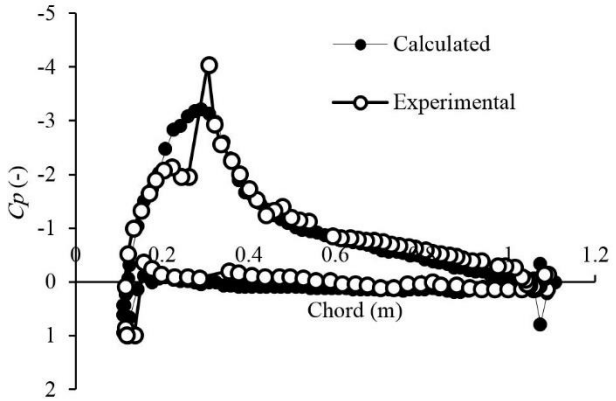

Fig. 7 The surface pressure distribution of ducted wind turbine without rotor

شکل 7 توزیع فشار سطحی کانال جریان بدون توربین

[1] Silencer
[2] Bad point

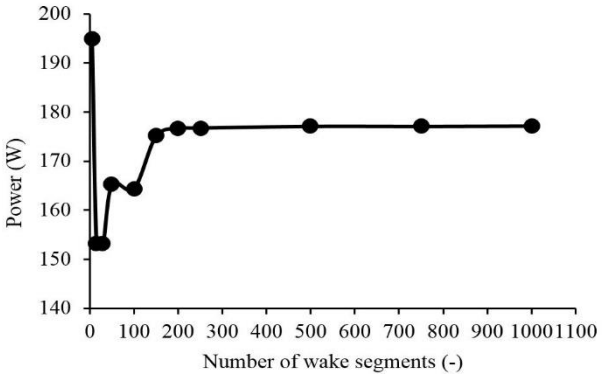

Fig. 8 The wake mesh dependency test

شکل 8 نمودار عدم وابستگی حل به تعداد توزیع گردابه

لحاظ‌کردن بازدهی توربین مقدار آن کاهش می‌یابد (نمودار با دایره توخالی) و به مقدار تجربی محاسبه‌شده نزدیک می‌شود. با افزایش سرعت ورودی باد این اختلاف کاهش می‌یابد و به حداقل مقدار خود در سرعت ورودی 8 متر بر ثانیه می‌رسد.

این اختلاف بدون در نظر گرفتن بازدهی زیاد است، اما اختلاف با لحاظ‌کردن آن کاهش می‌یابد. در مرجع [20] نمودار توان مکانیکی و الکتریکی توربین برحسب گشتاور در سرعت‌های دورانی مختلف ترسیم شده است تا بتوان بر طبق آن توان عددی محاسبه‌شده را با داده‌های تجربی به دست آمده مقایسه کرد، اما محدوده توان گزارش شده متناسب سایر نمودارهای تجربی نیست و به همین دلیل قابل استفاده نمی‌باشد، ولی آن‌چه از این نمودار می‌توان برداشت کرد این است که اختلاف نتایج در گشتاور و سرعت دورانی پایین‌تر نسبت به سرعت‌های دورانی بالاتر بیشتر است، که این برداشت منطبق بر خطای محاسباتی موجود در سرعت‌های دورانی پایین‌تر است (شکل 9). میزان این بازدهی به طور دقیق در مرجع ارائه نشده و از مراجع دیگر این عدد برابر 0.9 در نظر گرفته شده است که این عدد همان‌طور که اشاره شد در سرعت‌های دورانی مختلف متفاوت بوده که سبب بروز خطا در نتایج شده است.

میزان اختلاف موجود در محاسبه توان می‌تواند ناشی از تأثیر زاویه نصب پره[3] (شکل 10) باشد. همان‌طور که در مرجع [8] اشاره شده این زاویه نصب ممکن است دقیقاً برابر ده درجه نباشد و در طول تست تغییر کند.

این موضوع می‌تواند سبب ایجاد خطا در نتایج تجربی شود. به منظور

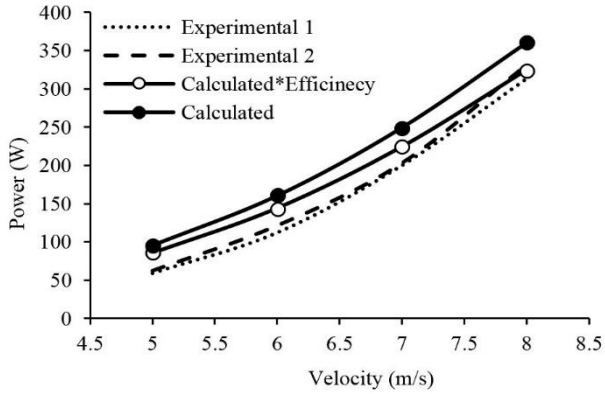

Fig. 9 The experimental and numerical power curve of the ducted turbine

شکل 9 منحنی توان تجربی و عددی توربین دارای کانال

[3] Global pitch angle

بررسی تأثیرات این منبع خطا، توان توربین محاسبه‌شده در سرعت‌های مختلف و در سه زاویه نصب (9، 10 و 11 درجه) با یکدیگر مقایسه می‌شوند. منحنی توان خروجی توربین به ازای سرعت‌های ورودی با زوایای گام مختلف نشان‌دهنده افزایش زاویه گام توربین با کاهش توان توربین در سرعت‌های دورانی بالاست. نمی‌توان گفت که دلیل واقعی اختلاف بین نتایج تجربی و عددی تغییرات در مقدار این زاویه است، ولی به قطع با توجه به نمودارهای ارائه‌شده می‌توان تأثیر آن را به خوبی مشاهده‌کرد.

تغییر زاویه نصب پره تأثیر به سزایی در محاسبه توان دارد، چرا که با این تغییر زاویه جهت جریان ورودی باد با سطوح مقطع پره تغییر کرده و به تبع آن در روند محاسباتی که وابسته به این زوایاست (رابطه (20)) تأثیرگذار خواهد بود. چرا که مقدار ضرایب برآ و پسا که به عنوان ورودی مسأله استفاده می‌شوند، به زاویه حمله ایرفویل وابسته است. پس تغییر ناخواسته زاویه نصب پره در حین تست تجربی یکی از عوامل بروز خطا در نتایج تجربی خواهد بود.

حال به بررسی تأثیر افزودن کانال جریان بر عملکرد توربین بادی پرداخته می‌شود. شعاع کانال برای حل جریان بر توربین بدون کانال صد برابر در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر با این کار از اثرات کانال بر توربین صرف‌نظر می‌شود و نتایج حاصل از آن ارائه می‌شود. در ادامه نتایج به دست آمده با نتایج توربین دارای کانال مقایسه می‌شوند.

در واقع در توربین‌های بادی دارای کانال یک ناحیه کم فشار پشت کانال به وجود می‌آید که این اختلاف گرادیان فشاری سبب افزایش دبی باد ورودی و در نتیجه افزایش سرعت در قسمت گلوگاهی کانال می‌شود.

شکل 11 نشان‌دهنده منحنی توان توربین دارای کانال در مقایسه با توربین بدون کانال است. میزان توان به دست آمده با استفاده از کانال افزایش یافته است. این افزایش در تمام سرعت‌های ورودی اتفاق افتاده که نشان‌دهنده تأثیر مثبت استفاده از کانال اطراف توربین‌های عادی است.

با توجه به این‌که منحنی توان تجربی در مرجع [20] در سرعت‌های پایین ارائه شده است به منظور اعتبارسنجی پژوهش حاضر نتایج برای سرعت‌های پایین در شکل 10 صحت‌سنجی شد. حال نتایج عددی به دست آمده برای سرعت‌های باد ورودی بالاتر در شکل 12 نشان داده شده است.

5- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک توربین محور افقی دارای کانال جریان با استفاده از روش جریان پتانسیل و به‌کارگیری گردابه‌ها مطابق روش ارائه‌شده بررسی شد.

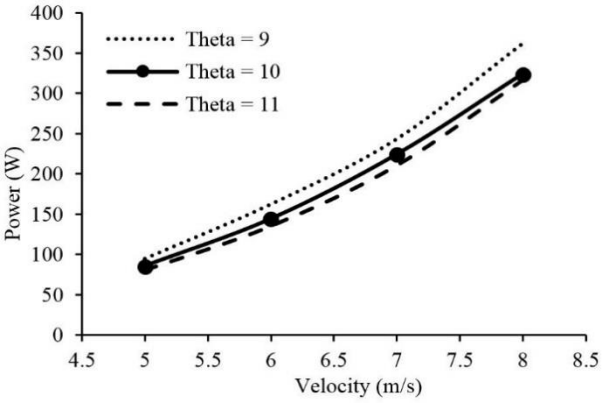

Fig. 10 The power curve of ducted wind turbine for the different global pitch angle (9, 10 and 11)

شکل 10 منحنی توان توربین دارای کانال به ازا زوایای نصب مختلف (9، 10 و 11 درجه)

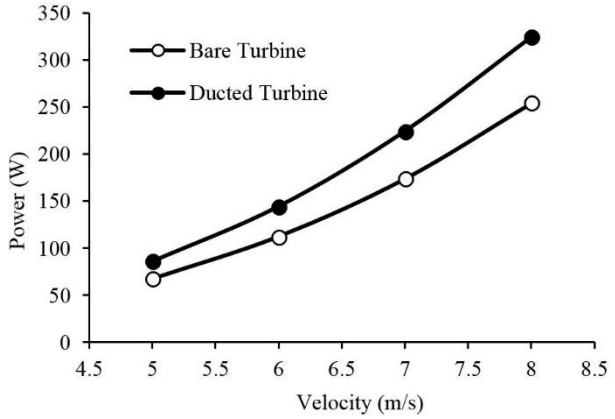

Fig. 11 The power curve of the ducted and the bare wind turbine

شکل 11 منحنی توان توربین دارای کانال در مقایسه با توربین بدون کانال

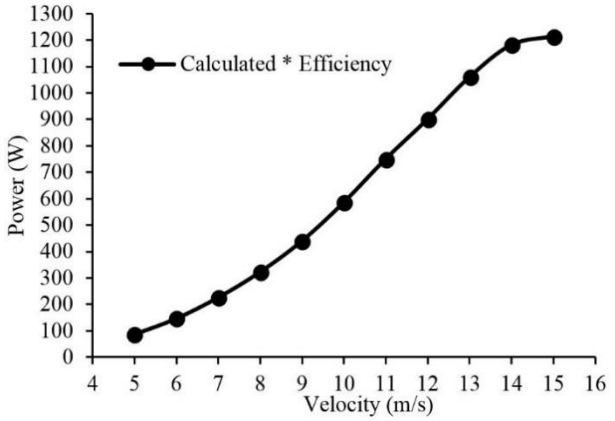

Fig. 12 The numerical power curve of ducted wind turbine

شکل 12 منحنی توان عددی توربین دارای کانال

در الگوریتم ارائه‌شده از روش گردابه‌های سطح به منظور مدل‌سازی کانال و هاب توربین و از تئوری خط برآزا با هدف مدل‌سازی روتور و دنباله استفاده شد.

این روش با استفاده از نرم‌افزار متلب برنامه‌نویسی شد. با توجه به مباحث مطرح‌شده و نتایج ارائه‌شده، نتایج کلی پژوهش را می‌توان به صورت زیر طبقه‌بندی کرد:

- در روش ارائه‌شده برخلاف پژوهش‌های پیشین نیازی به تست‌های هزینه‌بر تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی زمان‌بر برای لحاظ کردن اثرات کانال بر توربین نیست.
- روش گردابه‌های سطح روش کارآمدی به منظور اعمال تأثیرات کانال و هاب توربین بر جریان است. همچنین تئوری خط برآزا با استفاده از گردابه‌های آزاد و محدودشده توانایی خوبی در مدل کردن روتور و ناحیه دنباله دارد. این روش با توجه به این‌که بر پایه توزیع گردابه بر مسأله است، در ترکیب با روش گردابه‌های سطح برای مدل‌کردن کل ناحیه حل در توربین‌های دارای کانال مناسب است.
- در نتایج خروجی همان‌طور که انتظار می‌رفت استفاده از کانال جریان باعث افزایش توان خروجی توربین شد که این افزایش را می‌توان ناشی از به وجود آمدن یک ناحیه کم فشار پشت کانال و به تبع آن افزایش جریان جرمی در محل روتور دانست.

6- فهرست علایم

B تعداد پره

c	اندازه وتر (m)
c_d	ضریب پسا
c_l	ضریب برآ
c_p	ضریب فشار
K	ضریب کوپلینگ
P	توان (W)
Q	گشتاور (J)
s	طول صفحه (m)
W	سرعت القایی روتور (ms^{-1})
x	موقعیت طولی (m)
y	موقعیت عرضی (m)

علایم یونانی

α	زاویه حمله (rad)
β	زاویه پیچش پره (rad)
β_m	شیب المان صفحه‌ای (rad)
ϕ	زاویه باد نسبی (rad)
θ	زاویه موقعیت m با محور y (rad)
θ'	زاویه موقعیت n با محور y (rad)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
γ	قدرت گردابه بر واحد طول (ms^{-1})
σ	قدرت ورقه چشمه
Γ	گردش گردابه
Ω	سرعت زاویه‌ای روتور ($rads^{-1}$)

زیرنویس‌ها

blade	پره
duct	کانال
hub	هاب توربین
ind	القاشده
m	موقعیت m
n	موقعیت n
Te	لبه فرار
wake	دنباله
∞	شرایط جریان آزاد

7-مراجع

[1] G. W. Statistics, *Global Cumulative Installed Capacity 2001-2016*, Accessed on 23 April 2017; http://gwec.net/global-figures/graphs.
[2] A. Betz, Energieumsetzungen in venturidüsen, *Naturwissenschaften*, Vol. 17, No. 10, pp. 160-164, 1929.
[3] O. DeVries, Fluid dynamic aspects of wind energy conversion, *NASA STI/Recon Technical Report N*, Vol. 80, 1979.
[4] A. Betz, Das Maximum der theoretisch möglichen Ausnützung des Windes durch Windmotoren, *Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen*, Vol. 26, No. 307-309, pp. 8, 1920.
[5] O. Igra, Compact shrouds for wind turbines, *Energy Conversion*, Vol. 16, No. 4, pp. 149-157, 1977.
[6] K. Foreman, B. Gilbert, R. Oman, Diffuser augmentation of wind turbines, *Solar Energy*, Vol. 20, No. 4, pp. 305-311, 1978.
[7] V. Nikolić, D. Petković, S. Shamshirband, Ž. Ćojbašić, Adaptive neuro-fuzzy estimation of diffuser effects on wind turbine performance, *Energy*, Vol. 89, pp. 324-333, 2015.
[8] P. Ten Hoppen, *An Experimental and Computational Investigation of a Diffuser Augmented Wind Turbine*, Thesis, M. Sc. Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 2009.
[9] D. Allaei, Y. Andreopoulos, INVELOX: a new concept in wind energy harvesting, *Proceeding of ASME 2013 7th international Conference on energy Sustainability & 11th Fuel Cell Science, Engineering and Technology Conference ES-Fuel Cell*, Minneapolis, MN, USA, July 14–19, 2013.
[10] D. Allaei, Y. Andreopoulos, INVELOX: Description of a new concept in wind power and its performance evaluation, *Energy*, Vol. 69, pp. 336-344, 2014.
[11] M. O. L. Hansen, N. N. Sørensen, R. Flay, Effect of placing a diffuser around a wind turbine, *Wind Energy*, Vol. 3, No. 4, pp. 207-213, 2000.
[12] R. Lewis, *Vortex Element Methods for fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*, First Edittion, pp. 147-150, New York: Cambridge Univ Press, 2003.
[13] H. Maekawa, Application of the vortex theory to high-speed horizontal-axis wind turbines, *Bulletin of JSME*, Vol. 27, No. 229, pp. 1460-1466, 1984.
[14] J. D. Anderson Jr, *Fundamentals of Aerodynamics*, Fifth Edittion, pp. 424-429, Maryland: Tata McGraw-Hill Education, 2010.
[15] R. T. Jones, Correction of the lifting-line theory for the effect of the chord, *Technical note, National Advisory Commette for Aeronatics, No 817, University of Maryland, 1941.*
[16] W. Phillips, D. Snyder, Modern adaptation of Prandtl's classic lifting-line theory, *Aircraft*, Vol. 37, No. 4, pp. 662-670, 2000.
[17] P. Sclavounos, An unsteady lifting-line theory, *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 21, No. 3, pp. 201-226, 1987.
[18] A. Conlisk, Modern helicopter rotor aerodynamics, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 37, No. 5, pp. 419-476, 2001.
[19] E. L. Houghton, P. W. Carpenter, *Aerodynamics for engineering students*, Fifth Edittion, pp. 215-221, Maryland: Butterworth-Heinemann, 2003.
[20] F. van Dorst, W. Energy, *An Improved Rotor Design for a Diffuser Augmented Wind Turbine*, *Thesis, Master's Thesis, TU Delft,* 2011.