



جریان هیدرودینامیک مغناطیسی یک نانوسیال در کانال متخلخل منحنی با دیواره موجدار متحرک به همراه چشمه حرارتی داخلی

پوریا اکبرزاده^{1*}، حسن پناه دوست²

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

* پ.اکبرزاده@shahrood.ac.ir، 3619995161 صندوق پستی شاهرود

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 16 تیر 1396

پذیرش: 28 مرداد 1396

ارائه در سایت: 21 مهر 1396

کلید واژگان:

جریان با دیواره موجدار

هیدرودینامیک مغناطیسی

نانوسیال

محیط متخلخل

چشمه حرارتی

چکیده

پدیده کانال با دیواره موجدار متحرک به طور گسترده در اندامهای بیولوژیکی نظیر سیستمهای گوارشی، دفع ادرار و صفرا مشاهده می شود. همچنین امروزه پمپهای انگشتی، غلتکی و پمپهای مدیریت زباله در صنعت هسته ای نیز بر اساس قوانین دیواره های موجدار متحرک کار می کنند. لذا در این مقاله جریان هیدرودینامیک مغناطیسی نانوسیال در یک کانال منحنی در محیط متخلخل با دیواره موجدار متحرک به همراه چشمه حرارتی مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعه حاضر، جریان تراکم ناپذیر می باشد و معادلات حاکم برای جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم با استفاده از فرض طول موج بلند به دست آمده اند. برای حل عددی معادلات، از روش تقریب تفاضل مرکزی و روش ضمنی جعبه ای کلا استفاده شده است. انتقال حرارت به دلیل وجود میدان مغناطیسی کاهش پیدا می کند. همچنین افزایش قدرت چشمه حرارتی و عدد دارسی موجب کاهش انتقال حرارت می گردد. افزایش تخلخل در محیط، سبب افزایش انتقال حرارت می گردد. افزایش قدرت چشمه حرارتی همراه با کاهش سرعت در خط مرکزی کانال در حالت موجدار می باشد. در این مقاله با استفاده از نتایج به دست آمده از حل عددی، اثر کمیت های چشمه حرارتی، عدد دارسی و همچنین تخلخل روی سرعت سیال، دما، تابع نیروی مغناطیسی، افزایش فشار در واحد طول موج، عدد ناسلت و همچنین پدیده به دام افتادگی جریان مورد بررسی قرار گرفته است.

MHD flow of a nanofluid inside a peristaltic curved porous channel with internal heat source

Pooria Akbarzadeh*, Hassan Panahdoost

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

* P.O.B. 3619995161 Shahrood, Iran, p.akbarzadeh@shahrood.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 07 July 2017

Accepted 19 August 2017

Available Online 99 May 9999

Keywords:

Peristaltic flow

Magnetohydrodynamic

Nanofluids

Porous media

Thermal source

ABSTRACT

Peristaltic phenomenon is widely used for biological tissues such as the digestive and excretion of urine systems. Fingered and roller pumps, hoses and internal pumps, pumps for waste management in the nuclear industry are also working on the wavy walls rules. Hence, in this paper, the magnetic hydrodynamic flow of nanofluids inside a curved porous channel, with peristaltic walls and within the internal heat source has been studied. In the present study, the flow is incompressible and the governing equations, including flow, heat and mass transfer are obtained by using an assumption of long wavelength. For solving the equations, the central finite difference approximation algorithm and Keller-box method are utilized. Heat transfer is reduced due to the presence of a magnetic field. Also, increasing the power of the heat source and the Darcy number reduces the heat transfer. Increasing porosity in the environment increases the heat transfer. Increasing the power of the heat source is accompanied by a reduction in velocity in the central line of the channel in the corrugated mode.

In this paper, by using the numerical solution results, the effect of various parameters such as source term, Darcy number and porosity on the velocity, distribution of temperature, the function of the magnetic force, increasing pressure on the wavelength, Nusselt number and also the flow trapping phenomenon have been studied.

1- مقدمه

در دهه های اخیر، تحقیق و پژوهش پیرامون بررسی خصوصیات جریان سیال داخل مجاری با دیواره موجدار متحرک¹ به طور قابل ملاحظه ای افزایش یافته است. این پدیده نقش بسیار مهمی در علم فیزیولوژی و انتقال سیالات

فیزیولوژیک نظیر انتقال ادرار از کلیه به مثانه، زردابه از کیسه صفرا به روده اثنی عشر، انتقال لقمه غذا در دستگاه گوارش، حمل و نقل ذرات در عروق لنفاوی، انتقال تخمک در لوله رحم و غیره را ایفا می کند. در حقیقت انبساط و انقباض دیواره این مجاری، مکانیزم پمپاژ سیال را برعهده دارند. پمپهای انگشتی و غلتکی، شلنگها و پمپهای داخلی مدیریت زباله در صنعت هسته ای، پمپهای مورد استفاده در ریه، قلب و دستگاه های دیالیز نیز

¹ Peristaltic

Please cite this article using:

P. Akbarzadeh, H. Panahdoost, MHD flow of a nanofluid inside a peristaltic curved porous channel with internal heat source, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 165-175, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

براساس قوانین و اصول حاکم بر مکانیزم دیواره‌های موج‌دار متحرک کار می‌کنند [1-3].

کارهای پیشنهادی لاتام، شاپیرو و لئو در سال 1964 را می‌توان از جمله کارهای اولیه در این زمینه معرفی نمود [4,5]. در سال 1969 شاپیرو و همکاران [5] مکانیزم پمپاژ موج‌دار سیال در ارتباط با سیستم‌های حالب، دستگاه گوارش، رگ‌های خونی کوچک و مجراهای غدوی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که دو پدیده فیزیولوژیکی مهم که برگشت¹ و به دام افتادگی² جریان موج‌دار نامیده می‌شود، در این مکانیزم دیده می‌شوند. لئو و همکاران [6] در سال 1971 با بررسی جریان موج‌دار در روده کوچک مشاهده کردند که در استخراج معادلات حاکم می‌توان عدد رینولدز را بسیار کوچک در نظر گرفت. در سال 1988 تاکاباتاکی و همکاران [7] با استفاده از توسعه روش عددی تاکاباتاکی و آی یو کاوا [8] مسئله پمپ موج‌دار را برای یک لوله متقارن محوری حل کردند. همچنین، آن‌ها پدیده به دام افتادگی و برگشت در خط مرکزی را مورد مطالعه قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که ماهیت پدیده برگشت جریان در جریان متقارن به طول موج دیواره متحرک بستگی دارد. به این معنا که برگشت جریان نزدیک محور لوله در طول موج‌های بلند به وجود می‌آید درحالی‌که این پدیده طول موج کوچک در نزدیکی دیواره‌های لوله اتفاق می‌افتد.

میشرا و رائو [9] در سال 2003 انتقال موج‌دار سیال نیوتنی را در یک کانال مستقیم با استفاده از یک مدل ریاضی با فرض عدد رینولدز کوچک مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که در کانال متقارن ناحیه به دام افتادگی بزرگتری نسبت به کانال نامتقارن ایجاد می‌شود. علی و همکاران [1] در سال 2010 نتایج حاصل از بررسی انتقال حرارت جریان موج‌دار در یک کانال منحنی را ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از روش شوتینگ و مقادیر مختلف ضریب انحنای و عدد برینکمن مشاهده کردند که نرخ پمپ موج‌دار در کانال منحنی در مقایسه با کانال مستقیم بیشتر می‌باشد. علاوه بر این نرخ انتقال حرارت در کانال منحنی در مقایسه با کانال مستقیم کاهش می‌یابد. در سال 2015 اکبر و بوت [10] نتایج خود را در مورد تحلیل عددی نانولوله‌های کربنی برای دیواره موج‌دار در کانال منحنی با انتقال حرارت را بدین شکل منتشر کردند: (الف) گرادیان فشار در مرکز کانال در مقایسه با دیواره‌ها بیشتر است. گرادیان فشار به‌طور مستقیم با عدد گراشف و نرخ جریان و به‌طور معکوس با کمیت انحنای در ارتباط است. (ب) افزایش فشار با عدد گراشف به‌طور مستقیم در ارتباط است و تغییرات آن در نانوسیال آب - مس نسبت به آب خالص سریع‌تر می‌باشد. ندیم و شاهزادی [11] در سال 2015 به بررسی جریان دیواره موج‌دار برای یک نانوسیال دوفازی درون یک کانال انحنادار پرداختند. آنها به تأثیر اندازه انحنای کانال بر پروفیل سرعت، دما و غلظت نانوذر پرداختند.

اولین بررسی‌ها راجع به میدان مغناطیسی القایی روی جریان موج‌دار توسط پاولوف و ویسنياکوف [12] در سال 1972 ارائه و پس از آن بیشتر مطالعات جریان موج‌دار در کانال‌ها و لوله‌های مستقیم متمرکز گردید. باین حال هندسه اکثر مجراهای فیزیولوژیکی و شبکه‌های شریانی³ به‌صورت منحنی می‌باشد. آگراوال و انورالدین [13] در سال 1984 اثر میدان مغناطیسی روی جریان خون درون یک کانال با دیواره‌های انعطاف‌پذیر را با استفاده از یک مدل ساده ریاضی و فرض طول موج بلند بررسی کردند. آنها

مشاهده کردند که برای جریان خون داخل عروقی که مبتلا به بیماری‌هایی نظیر تنگی عروق هستند، اثر میدان مغناطیسی می‌تواند به‌عنوان یک محرک در پمپاژ خون به کار گرفته شود. پاندی و تریپاتی [14] در سال 2009 اثر میدان مغناطیسی را روی جریان موج‌دار سیال لزج در داخل لوله استوانه‌ای با طول محدود بررسی کرد. نتایج نشان داد که کمیت هیدرودینامیک مغناطیسی، سیال را بیشتر در معرض جریان برگشتی قرار می‌دهد. سرنواوس و کوتاندایانی [15] در سال 2009 اثر انتقال حرارت و انتقال جرم را روی یک جریان موج‌دار دارای میدان مغناطیسی درون یک کانال با محیط متخلخل تحت فرض طول موج بلند و عدد رینولدز کوچک مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند اندازه گردابه نسبی با افزایش عدد هارتمن کاهش و دما با افزایش تخلخل محیط متخلخل، افزایش می‌یابد. نورین و همکاران [16] در سال 2015 جریان فشاری هیدرودینامیک مغناطیسی نانوسیال را در یک کانال منحنی بررسی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که تقارن پروفیل‌های نیروی مغناطیسی، میدان مغناطیسی القایی محوری و سرعت بر اثر انحنای بین می‌رود.

شهزاد و همکاران [17] در سال 2015 نتایج حاصل از بررسی جریان موج‌دار در یک کانال منحنی همراه با میدان مغناطیسی متغیر در راستای شعاعی را این گونه ارائه دادند که گرادیان فشار جریان در کانال منحنی در مقایسه با کانال مستقیم کم‌تر است. فکور و همکاران [18] در سال 2015 انتقال حرارت و جریان نانوسیال دور کانال صاف با دیواره متخلخل در حضور میدان مغناطیسی را مورد بررسی قرار دارند. نتایج نشان داد که با افزایش عدد هارتمن، سرعت جریان نانوسیال داخل کانال کاهش و همچنین بیشترین مقدار دما نیز افزایش می‌یابد.

در این مقاله برای نخستین بار جریان هیدرودینامیک مغناطیسی یک نانوسیال در محیطی متخلخل و در کانال منحنی با دیواره موج‌دار متحرک به‌همراه چشمه حرارتی داخلی مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به توضیح است که بافتها و نسوج بافتی معمولاً متشکل از محیط‌هایی متخلخل هستند که سیالات زیستی و فیزیولوژیکی می‌بایست از درون آنها عبور کنند. مطالعه میدان مغناطیسی و اثرات آن نیز که اخیراً به شکل گسترده‌ای مورد توجه محققان قرار گرفته است، به دلیل یکی از کاربردهای آن یعنی انتقال دارو در داخل نسوج بافتی و هدایت داروهای خاص به بخش هدف، می‌باشد. در این مطالعه ابتدا معادلات حاکم بر جریان سیال معرفی و سپس به کمک روش عددی خطی‌سازی نیوتن و جعبه‌ای کلر گسسته می‌گردند. در نهایت معادلات گسسته‌شده به‌کمک یک الگوریتم محاسباتی ماتریس‌های سه‌قطری بلوکی حل و نتایج گزارش می‌شوند. در این مطالعه، اثر چشمه حرارتی، نفوذپذیری و عدد تخلخل محیط روی پروفیل سرعت، دما، تابع نیروی مغناطیسی، گرادیان فشار و عدد ناسلت متوسط مورد بررسی قرار می‌گیرد.

2- تعریف هندسه مسأله

در این مطالعه، یک کانال منحنی دوبعدی که با نانوسیال تراکم‌ناپذیر پر شده است مطابق شکل 1 در نظر گرفته می‌شود. مرکز این کانال O و شعاع متوسط آن R می‌باشد که دیواره آن به صورت یک موج سینوسی با سرعت c حرکت می‌کند. مختصات استوانه‌ای $(\bar{R}, \bar{X})$ برای کانال در نظر گرفته می‌شود که $\bar{X}$ راستای انتشار موج و $\bar{R}$ عمود بر آن است. میدان مغناطیسی در راستای شعاعی با شدت $H_0^* = H_0 R^* / (R^* + \bar{R})$ (که در آن H_0 میدان مغناطیسی ثابت است) و چشمه حرارتی با قدرت Q_0 به کانال اعمال می‌شوند. بنابراین معادله برداری میدان مغناطیسی اعمال شده روی کانال با

¹ Reflux

² Trapping

³ Arterial network

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \frac{R^* \bar{U}}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{X}} + \bar{V} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{R}} \\ &= \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{R}^2} + \frac{1}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{R}} + \left[\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \right]^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{X}^2} \right) + \left(\frac{\nu}{C_p} \right)_{nf} \bar{\Phi} \\ &+ \tau \varepsilon \left(D_B (\nabla \bar{C} \cdot \nabla \bar{T}) + \frac{D_T}{T_m} (\nabla \bar{T} \cdot \nabla \bar{T}) \right) + \frac{1}{(\rho C_p)_{nf}} Q_0 \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (5)، $\bar{\Phi}$ معرف جمله تلفات ویسکوز می باشد:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} &= 2 \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{R}} \right)^2 + 2 \left(\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{X}} + \frac{\bar{V}}{R^* + \bar{R}} \right)^2 \\ &+ \left(\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{X}} - \frac{\bar{U}}{R^* + \bar{R}} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{R}} - \frac{\bar{U}}{R^* + \bar{R}} + \frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{X}} \right) \\ &+ \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{R}} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{R}} - \frac{\bar{U}}{R^* + \bar{R}} + \frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{X}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

معادله انتقال حرارت به صورت رابطه (7) بیان می شود:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{R^* \bar{U}}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{X}} + \frac{1}{\varepsilon} \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{R}} \\ &= D_B \left[\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{R}^2} + \frac{1}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{R}} + \left(\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{X}^2} \right] \\ &+ \frac{D_T}{T_m} \left[\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{R}^2} + \frac{1}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{R}} + \left(\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{X}^2} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

در روابط (3) تا (7)، اندیس nf معرف نانوسیال می باشد. همچنین در این روابط ρ چگالی، ε تخلخل محیط متخلخل، $\bar{P}$ فشار، μ لزجت دینامیکی، K_p نفوذپذیری محیط متخلخل، μ_e نفوذپذیری مغناطیسی، H_0 میدان مغناطیسی ثابت، $\bar{T}$ دما، $\bar{C}$ غلظت، D_T ضریب پخش ترموفوریتیک، D_B ضریب پخش براونی و g شتاب گرانش می باشد. همچنین کمیت τ معرف نسبت ظرفیت گرمایی مخصوص نانوذرات به ظرفیت گرمایی مخصوص نانوسیال می باشد که به صورت رابطه (8) بیان می گردد.

$$\tau = \frac{(\rho C_p)_p}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (8)$$

در اینجا به کمک رابطه (9)، مختصات متحرک موج دار $(\bar{r}, \bar{x})$ در مقایسه با دستگاه مختصات ساکن $(\bar{R}, \bar{X})$ تعریف می شود.

$$\bar{x} = \bar{X} - c\bar{t}, \quad \bar{r} = \bar{R}, \quad \bar{u} = \bar{U} - c, \quad \bar{v} = \bar{V} \quad (9)$$

برای ساده کردن روابط شماره (2) تا (9) کمیت های بدون بعد مطابق رابطه (10) تعریف می شوند. در کمیت های رابطه (10)، $\phi, \gamma, \Omega, p, \delta$ ، Ec, Pr, Nb و Nt به ترتیب بیان گر طول موج، فشار، غلظت بدون بعد، دمای بدون بعد، تابع نیروی مغناطیسی، عدد پرانتل¹، عدد اکرت²، پارامتر حرکت براونی و پارامتر حرکت ترموفورسیس می باشند. همچنین کمیت Gr معرف عدد بدون بعد غلظت، Da معرف عدد دارسی³، ζ عدد بدون بعد چشمه حرارتی و ψ تابع جریان می باشند.

$$\begin{aligned} x &= \frac{\bar{x}}{\lambda}, & r &= \frac{\bar{r}}{a}, & p &= \frac{a^2 \bar{p}}{c \lambda \mu_{nf}}, \\ k &= \frac{R^*}{a}, & u &= \frac{\bar{u}}{c}, & \bar{h}_x &= -H_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right), \\ \delta &= \frac{\bar{\delta}}{\lambda}, & v &= \frac{\bar{v}}{c}, & \Omega &= \frac{\bar{C} - \bar{C}_0}{\bar{C}_1 - \bar{C}_0}, \end{aligned}$$

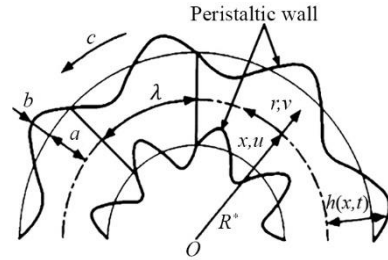


Fig. 1 Schematic diagram of the problem

شکل 1 تصویر شماتیک هندسه مسأله

دیواره موج دار متحرک به صورت $H(H_0^* + \bar{h}_r(\bar{R}, \bar{X}, \bar{t}), \bar{h}_x(\bar{R}, \bar{X}, \bar{t}), 0)$ نوشته می شود. همچنین معادله حرکت دیواره کانال توسط رابطه (1) بیان می گردد.

$$\bar{h}(\bar{X}, \bar{t}) = a + b \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\bar{X} - c\bar{t}) \quad (1)$$

در اینجا λ طول موج، a نصف عرض کانال، $\bar{t}$ زمان و b دامنه موج می باشد. همچنین کمیت های $\bar{U}$ و $\bar{V}$ به ترتیب مولفه های سرعت در راستای شعاعی ($\bar{R}$) و راستای محوری ($\bar{X}$) برای ناظر مستقر در دستگاه مختصات ساکن می باشند. در نتیجه میدان سرعت را می توان به صورت $V = [\bar{V}(\bar{R}, \bar{X}, \bar{t}), \bar{U}(\bar{R}, \bar{X}, \bar{t}), 0]$ نمایش داد.

3- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسأله شامل پیوستگی، ممنتوم (در دو راستای شعاعی و محوری) و انرژی می باشد که به ترتیب به صورت رابطه های (2) تا (5) بیان می شود [23-19,16]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{R}} + \left(\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \right) \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{X}} + \frac{\bar{V}}{R^* + \bar{R}} = 0 \\ & \rho_{nf} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[\bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{R}} + \frac{R^* \bar{U}}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{X}} - \frac{\bar{U}^2}{R^* + \bar{R}} \right] \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &= \left(-\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{R}} + \frac{2\mu_{nf}}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{R}} + 2\mu_{nf} \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{R}^2} + \mu_{nf} \left[\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \right]^2 \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{X}^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3\mu_{nf} R^*}{(R^* + \bar{R})^2} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{X}} + \frac{\mu_{nf} R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{R} \partial \bar{X}} - \frac{2\mu_{nf}}{(R^* + \bar{R})^2} \bar{V} \right) \\ &\quad - \frac{\mu_{nf}}{K_p} \bar{V} - \frac{\mu_e}{2} \frac{\partial H^{+2}}{\partial \bar{R}} + \mu_e \left(-\frac{(R^* H_0)^2}{(R^* + \bar{R})^3} + \frac{R^* H_0}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{h}_r}{\partial \bar{R}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{R^* H_0}{(R^* + \bar{R})^2} \bar{h}_r + \frac{\partial \bar{h}_r}{\partial \bar{R}} \bar{h}_r + \frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{h}_r}{\partial \bar{X}} \bar{h}_x - \frac{\bar{h}_x^2}{R^* + \bar{R}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \rho_{nf} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[\bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{R}} + \frac{R^* \bar{U}}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{X}} + \frac{\bar{U} \bar{V}}{R^* + \bar{R}} \right] \right) \\ &= \left(-\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{X}} + \frac{\mu_{nf} R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{R} \partial \bar{X}} + \frac{3\mu_{nf} R^*}{(R^* + \bar{R})^2} \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{X}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mu_{nf}}{(R^* + \bar{R})^2} \bar{U} + \mu_{nf} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{R}^2} + 2\mu_{nf} \left[\frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \right]^2 \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{X}^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu_{nf}}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{R}} \right) - \frac{\mu_{nf}}{K_p} \bar{U} - \mu_e \left(\frac{R^* H_0}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{h}_x}{\partial \bar{R}} + \frac{\partial \bar{h}_x}{\partial \bar{R}} \bar{h}_r \right. \\ &\quad \left. + \frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial \bar{h}_x}{\partial \bar{X}} \bar{h}_x + \frac{R^* H_0}{(R^* + \bar{R})^2} \bar{h}_x + \frac{\bar{h}_r \bar{h}_x}{R^* + \bar{R}} \right) \\ &\quad - \frac{\mu_e}{2} \frac{R^*}{R^* + \bar{R}} \frac{\partial H^{+2}}{\partial \bar{X}} \end{aligned} \quad (4)$$

¹ Prandtl Number

² Eckert Number

³ Hartmann Number

⁴ Darcy Number

شرایط مرزی در مختصات متحرک موجدار برای حل معادلات به صورت رابطه (19) تعریف می شود:

$$r = h = -1 - \alpha(\cos 2\pi x) \text{ در } \psi = +\frac{q}{2}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 1, \quad \gamma = 0, \quad \phi = 0, \quad \Omega = 0$$

$$r = h = +1 + \alpha(\cos 2\pi x) \text{ در } \psi = -\frac{q}{2}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 1, \quad \gamma = 0, \quad \phi = 0, \quad \Omega = 0 \quad (19)$$

پس از حل معادلات و به دست آوردن مقدار ψ ، با جایگذاری این مقدار در رابطه (11) و همچنین استفاده از رابطه (20) می توان گرادیان فشار را محاسبه کرد [16].

$$\Delta P_\lambda = \int_0^1 \left(\frac{dp}{dx} \right)_{r=0} dx \quad (20)$$

برای محاسبه عدد ناسلت محلی می توان از عبارت $Nu_x = -\partial \gamma / \partial r$ استفاده کرده و با استفاده از عدد ناسلت محلی، عدد ناسلت متوسط به شکل رابطه (21) تعریف می گردد [21]:

$$Nu_{ave} = \int_0^1 Nu_x dx \quad (21)$$

4- گسسته سازی معادلات و الگوریتم حل مسئله

برای حل مسئله، باید رابطه های (13)، (14) و (16) با توجه به شرایط مرزی ارائه شده، به صورت همزمان حل شوند. در این مقاله، برای حل عددی از زبان برنامه نویسی ++C استفاده شده است. الگوریتم این برنامه عددی براساس روش خطی سازی نیوتن و جعبه ای کلمر می باشد [24]. در گسسته سازی روابط ابتدا با تعریف متغیرهایی دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تشکیل می گردد سپس با استفاده از تقریب تفاضل محدود مرکزی می توان دستگاه معادلات دیفرانسیل را گسسته سازی نمود. از آن جا که روابط به دست آمده در این قسمت در گام $n+1$ تقریب زده می شوند، می توان با به کارگیری روش خطی سازی نیوتن، آن را به مقادیر متناظرشان در گام n و یک مقدار خطایی از جنس خود متغیر تعریف نمود، به عنوان مثال $\psi_k^{n+1} = \psi_k^n + \delta \psi_k^n$ و $u_k^{n+1} = u_k^n + \delta u_k^n$ [25]. سپس در تحلیل عددی، معیار همگرایی را کوچک شدن تمام خطاها به طور همزمان از یک مقدار مشخص در نظر گرفته خواهد شد. به عنوان مثال برای معادله (16) که بیان گر معادله حرکت می باشد، به صورت رابطه (22) تعریف می شود:

$$\delta_j^n = [\delta \psi_j^n \quad \delta u_j^n \quad \delta v_j^n \quad \delta w_j^n]^T \quad (22)$$

که $w = \partial v / \partial r$ و $v = \partial u / \partial r = \partial^2 \psi / \partial r^2$ $u = \partial \psi / \partial r$ $\partial^3 \psi / \partial r^3$ دستگاه جبری معادلات حاکم به دست آمده از گسسته سازی جعبه ای کلمر را می توان به صورت ماتریسی مطابق رابطه (23) نشان داد:

$$A_j^n \delta_j^n + B_j^n \delta_j^n + C_j^n \delta_{j+1}^n = \vec{R}_j^n \quad (23)$$

در روش جعبه ای کلمر شکل کلی ماتریس های سه قطری به صورت ماتریس موجود در رابطه (24) و آرایه های ماتریس های A_j^n و B_j^n و C_j^n به ترتیب به صورت روابط (25) تا (27) محاسبه می شوند:

$$\begin{pmatrix} B_1 & C_1 & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & A_j & B_j & C_j \\ & & & \ddots & \ddots \\ & & & & A_N & B_N \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} \delta_1^n \\ \delta_2^n \\ \vdots \\ \delta_j^n \\ \vdots \\ \delta_N^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{R}_1^n \\ \vec{R}_2^n \\ \vdots \\ \vec{R}_j^n \\ \vdots \\ \vec{R}_N^n \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\bar{\phi}}{H_0 a}, & u &= -\frac{\partial \psi}{\partial r}, & \gamma &= \frac{\bar{T} - \bar{T}_0}{\bar{T}_1 - \bar{T}_0}, \\ t &= \frac{c \bar{t}}{\lambda}, & Da &= \frac{K_p}{a^2}, & Ec &= \frac{c^2}{c_p(\bar{T}_1 - \bar{T}_0)}, \\ Nt &= \frac{\tau D_T(\bar{T}_1 - \bar{T}_0)}{v_{nf} T_m}, & Pr &= \frac{(\mu C_p)_{nf}}{k^*}, & \bar{h}_f &= \delta \frac{k H_0}{k + r} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ \zeta &= \frac{Q_0 a^2}{(\bar{T}_1 - \bar{T}_0)(\rho C_p v)_{nf}}, & M^2 &= \frac{a^2 H_0^2 \mu_e^2 \sigma}{\mu_{nf}}, \\ Gr &= \frac{g \beta a^2 (\bar{T}_1 - \bar{T}_0)}{v_{nf} c}, & Nb &= \frac{\tau D_B(\bar{C}_1 - \bar{C}_0)}{v_{nf}}, \\ Gc &= \frac{g \beta a^2 (\bar{C}_1 - \bar{C}_0)}{v_{nf} c}, \end{aligned} \quad (10)$$

در این مقاله با در نظر گرفتن فرض طول موج بلند $\delta \rightarrow 0$ و با استفاده معادلات (9) و (10)، معادلات حاکم بر مسئله به شکل ساده شده و بدون بعد (11) تا (14) تبدیل می شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{1}{k} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{k+r}{k} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} - \frac{M^2 k^2 - 1}{k(k+r)} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{k(k+r)} \\ &\quad - \frac{k+r}{k} \frac{1}{Da} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial r} + 1 \right) + \frac{k+r}{k} (Gr\gamma + Gc\Omega) + M^2 E \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial r^2} + \frac{1}{k+r} \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right) + Ec \left[-\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{k+r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} - 1 \right) \right]^2 \\ + Nb \bar{\epsilon} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \frac{\partial \gamma}{\partial r} + Nt \bar{\epsilon} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial r} \right)^2 + \zeta = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r+k} \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{Nt}{Nb} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial r^2} + \frac{1}{r+k} \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right) = 0 \quad (14)$$

در رابطه (11)، E بیانگر قدرت میدان الکتریکی می باشد که عبارت است از:

$$E = \left[\frac{k}{(k+r)} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{R_m} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{k+r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] \quad (15)$$

با عنایت به رابطه (12) که بیان می کند فشار تابعی از r نمی باشد، با مشتق گیری از رابطه (11) و حذف فشار، رابطه (16) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} (k+r) \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4} + 2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} + \left(\frac{M^2 k^2 - 1}{k+r} - \frac{k+r}{Da} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \\ - \left[\frac{M^2 k^2 - 1}{(k+r)^2} + \frac{1}{Da} \right] \frac{\partial \psi}{\partial r} - (Gr\gamma + Gc\Omega) \\ - (k+r) \left(Gr \frac{\partial \gamma}{\partial r} + Gc \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{Da} = \frac{1 - M^2 k^2}{(k+r)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

در دستگاه مختصات ساکن، نرخ جریان حجمی به صورت $Q = \int_{-h}^h \bar{u} d\bar{r}$ تعریف می شود که در آن $\bar{H}$ تابعی از $\bar{x}$ و $\bar{t}$ می باشد. این رابطه در مختصات متحرک موجدار به صورت $F = \int_{-h}^h \bar{u} d\bar{r}$ نوشته می شود که در این حالت $\bar{H}$ تنها تابعی از x می باشد. با استفاده از رابطه (9)، ارتباط بین نرخ جریان حجمی در مختصات ساکن و متحرک به شکل $Q = F + 2c\bar{H}$ خواهد شد. در مختصات ساکن، نرخ متوسط زمانی جریان حجمی در یک دوره زمانی T به صورت $\bar{Q} = 1/T \int_0^T Q dt$ نوشته می شود با جایگذاری رابطه مقدار Q در این عبارت و انتگرال گیری از آن، رابطه ساده شده زیر به دست می آید [20]:

$$\bar{Q} = \bar{q} + 2ca \quad (17)$$

با تعریف $\bar{q}$ در مختصات متحرک موجدار به صورت $\bar{q} = F/(ca)$ و نرخ جریان حجمی بدون بعد در مختصات ساکن به صورت $Q = \bar{Q}/(ca)$ ، معادله ساده شده $Q = \bar{q} + 2$ به دست می آید که $\bar{q}$ به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{q} = - \int_{-h}^h \frac{\partial \psi}{\partial r} dr = -[\psi(h) - \psi(-h)] \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
& +h_{j+1} \left(\frac{M^2 k^2 - 1}{2 \left(k + r_{j+\frac{1}{2}} \right)^3} + \frac{1}{k + r_{j+\frac{1}{2}}} \frac{1}{2Da} \right) u_{j+1}^n \\
& +h_{j+1} \left(\frac{M^2 k^2 - 1}{2 \left(k + r_{j+\frac{1}{2}} \right)^3} + \frac{1}{k + r_{j+\frac{1}{2}}} \frac{1}{2Da} \right) u_j^n \\
& + \left(Gr - \left(\frac{Nt}{Nb} \right) Gc \right) h_{j+1} \left(\frac{1}{k + r_{j+\frac{1}{2}}} \gamma_{j+\frac{1}{2}} + d\gamma_{j+\frac{1}{2}} \right) \\
& - \left(\frac{h_{j+1}(1 - M^2 k^2)}{\left(k + r_{j+\frac{1}{2}} \right)^3} \right) - \frac{h_{j+1}}{k + r_{j+\frac{1}{2}}} \frac{1}{Da}
\end{aligned} \quad (34)$$

$$t_{j+1}^n = u_j^n - u_{j+1}^n + (v_{j+1}^n + v_j^n) \frac{h_j}{2} \quad (35)$$

5- اعتبار سنجی

برای بررسی صحت برنامه عددی نوشته شده، نتایج به دست آمده با عدد گزارش شده توسط نورین و همکاران [16] (برای حالت ساده تر محیط بدون تخلخل و بدون حضور چشمه حرارتی) مقایسه شده است. بدین منظور پروفیل سرعت بدون بعد برای شرایط $M = 1.8$, $\theta = -3$, $Nt = 0.1$, $Gr = 1$, $Gc = 1$, $Pr = 3.97$, $Ec = 1$, $Nb = 0.3$, $k = 6$, $x = 1$ در شکل 2 و پروفیل دمای بی بعد برای شرایط کاری $M = 1$, $\theta = 4$, $Nt = 0.1$, $Gr = 1$, $Gc = 1$, $Pr = 21$, $Ec = 1$, $Nb = 0.3$, $k = 7$ در شکل 3 نمایش داده شده است. همان طور که در این دو شکل مشاهده می شود، الگوریتم عددی حاضر، قابلیت و دقت لازم برای حل جریان هیدرودینامیک مغناطیسی یک نانوسپال در کانال منحنی با دیواره موج دار بدون در نظر گرفتن چشمه حرارتی و محیط متخلخل را داراست.

6- نتایج عددی

عبور جریان الکتریکی از داخل سیم باعث می شود که میدان مغناطیسی حول سیم حامل جریان ایجاد گردد بنابراین با داشتن سیم حامل جریان می توان میدان مغناطیسی تولید کرد که جهت این میدان مغناطیسی طبق قانون دست راست مشخص می گردد.

هنگامی که جریان داخل کانال حاوی نانوذرات مغناطیسی تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی قرار می گیرد روی پروفیل سرعت جریان داخل کانال اثر می گذارند. همان طور که در شکل 4 (الف) مشاهده می شود با افزایش عدد هارتمن، سرعت کاهش می یابد. هدف از تزریق نانوذرات در سیال، کاهش انتقال حرارت جابه جایی و افزایش انتقال حرارت هدایتی می باشد. با استفاده از رابطه بدون بعد دما و با افزایش عدد بدون بعد دما، میزان انتقال حرارت کاهش می یابد (شکل 4 (ب)). در نتیجه می توان این گونه بیان کرد که میدان مغناطیسی تأثیر بسزایی روی میدان جریان و تبع آن روی میزان انتقال حرارت دارد، زیرا وجود میدان مغناطیسی سبب به وجود آمدن نیروی لورنتز در میدان جریان می شود و این نیرو در حالت کلی سبب کاهش جریان جابجایی و میزان انتقال حرارت می شود. همان طور که در شکل 4 (ج) و رابطه بدون بعد $\phi = \bar{\phi}/H_0 a$ مشخص می باشد با افزایش شدت میدان مغناطیسی (H_0)، تابع نیروی مغناطیسی در جهت شعاع نیز کاهش می یابد.

چگونگی افزایش گرادیان فشار با افزایش عدد هارتمن در شکل 5 (الف) نمایش داده شده است. این بدین معنی است که با اعمال میدان مغناطیسی

$$A_j^n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad 2 \leq j \leq j_{\max} \quad (25)$$

$$B_j^n = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix} \quad 2 \leq j \leq j_{\max-1} \quad (26)$$

$$C_j^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix} \quad 2 \leq j \leq j_{\max-1} \quad (27)$$

که برای درایه های این سه ماتریس می توان روابط (28) الی (30) را نوشت:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= -1, a_{12} = -\frac{h_j}{2}, a_{13} = 0, a_{14} = 0, \\
a_{21} &= 0, a_{22} = 0, a_{23} = -1, a_{24} = -\frac{h_j}{2}, \\
a_{31} &= 0, a_{32} = 0, a_{33} = 0, a_{34} = 0, \\
a_{41} &= 0, a_{42} = 0, a_{43} = 0, a_{44} = 0.
\end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
b_{11} &= 1, b_{12} = -\frac{h_j}{2}, b_{13} = 0, b_{14} = 0, \\
b_{21} &= 0, b_{22} = 0, b_{23} = 1, b_{24} = -\frac{h_j}{2}, \\
b_{31} &= 0, b_{32} = -\frac{h_{j+1}(M^2 k^2 - 1)}{2 \left(k + r_{j-\frac{1}{2}} \right)^3} + \frac{h_{j+1}}{2Da \left(k + r_{j-\frac{1}{2}} \right)}, \\
b_{33} &= \frac{h_{j+1}(M^2 k^2 - 1)}{2 \left(k + r_{j-\frac{1}{2}} \right)^2} - \frac{h_{j+1}}{2Da}, b_{34} = -1 + \frac{h_{j+1}}{k + r_{j-\frac{1}{2}}}, \\
b_{41} &= 0, b_{42} = -1, b_{43} = -\frac{h_{j+1}}{2}, b_{44} = 0.
\end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 0, c_{12} = 0, c_{13} = 0, c_{14} = 0, \\
c_{21} &= 0, c_{22} = 0, c_{23} = 0, c_{24} = 0, \\
c_{31} &= 0, c_{32} = -\frac{h_{j+1}(M^2 k^2 - 1)}{2 \left(k + r_{j-\frac{1}{2}} \right)^3} + \frac{h_{j+1}}{2Da \left(k + r_{j-\frac{1}{2}} \right)}, \\
c_{33} &= \frac{h_{j+1}(M^2 k^2 - 1)}{2 \left(k + r_{j-\frac{1}{2}} \right)^2} - \frac{h_{j+1}}{2Da}, c_{34} = 1 + \frac{h_{j+1}}{k + r_{j-\frac{1}{2}}}, \\
c_{41} &= 0, c_{42} = 1, c_{43} = -\frac{h_{j+1}}{2}, c_{44} = 0.
\end{aligned} \quad (30)$$

و در نهایت ماتریس $\vec{R}_j^n$ به صورت رابطه (31) تعریف می گردد:

$$\vec{R}_j^n = [r_j^n \quad s_j^n \quad x_{j+1}^n \quad t_{j+1}^n]^T \quad 2 \leq j \leq j_{\max-1} \quad (31)$$

که در این رابطه، عبارات t_{j+1}^n و x_{j+1}^n ، s_j^n ، r_j^n به ترتیب در روابط (32) تا (35) تعریف شده اند. لازم به توضیح است که ماتریس های سه قطری و آرایه های آن برای روابط (13) و (14) نیز به همین صورت به دست می آیند:

$$r_j^n = \psi_{j+1}^n - \psi_j^n + \frac{h_j}{2} (u_j^n + u_{j-1}^n), \quad (32)$$

$$s_j^n = v_{j+1}^n - v_j^n + \frac{h_j}{2} (w_j^n + w_{j-1}^n), \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
x_{j+1}^n &= \left(-1 - \frac{h_{j+1}}{k + r_{j+\frac{1}{2}}} \right) w_{j+1}^n + \left(1 - \frac{h_{j+1}}{k + r_{j+\frac{1}{2}}} \right) w_j^n \\
& - h_{j+1} \left(\frac{M^2 k^2 - 1}{2 \left(k + r_{j+\frac{1}{2}} \right)^2} - \frac{1}{2Da} \right) v_{j+1}^n \\
& - h_{j+1} \left(\frac{M^2 k^2 - 1}{2 \left(k + r_{j+\frac{1}{2}} \right)^2} - \frac{1}{2Da} \right) v_j^n
\end{aligned}$$

چشمه حرارتی، مقدار سرعت در نزدیک خط مرکزی کانال کاهش می‌یابد و به سمت دیواره خارجی متمایل می‌گردد. مطابق شکل 6 (ب) مشاهده می‌گردد که با افزایش قدرت چشمه حرارتی، پروفیل توزیع دمای بدون بعد افزایش پیدا می‌کند در نتیجه، دما کاهش و متعاقباً انتقال حرارت کاهش می‌یابد. با دقت در نمودار می‌توان دریافت که اختلاف دمای بدون بعد در دو نقطه خاص در کانال با افزایش چشمه حرارتی، افزایش می‌یابد؛ بنابراین با افزایش چشمه حرارتی اختلاف دما در همان نقاط کاهش می‌یابد در نتیجه انتقال حرارت رو به کاهش خواهد بود. همان‌طور که از رابطه (15) مشخص است تغییر قدرت چشمه حرارتی، تأثیری در تابع نیروی مغناطیسی و میدان مغناطیسی القا شده محوری نخواهد داشت که این موضوع نیز در شکل 6 (ج) کاملاً مشهود می‌باشد. همان‌طور که در شکل 7 (الف) مشخص می‌باشد با افزایش قدرت چشمه حرارتی، گرادیان فشار افزایش می‌یابد. ولی این امر موجب کاهش اندازه گردابه‌های نسبی حالت موج‌دار می‌گردد (شکل 7 (ب و ج)) که این امر سبب عبور ساده‌تر جریان از مقطع در نظر گرفته شده، می‌شود. سرانجام همان‌طور که از جدول 2 مشاهده می‌شود، با افزایش قدرت چشمه حرارتی، مقدار عدد ناسلت متوسط نیز افزایش می‌یابد.

نفوذپذیری خاصیتی از محیط متخلخل می‌باشد که با نماد K_p نشان داده می‌شود و عدد بدون بعد آن به صورت $Da = K_p/a^2$ تعریف می‌شود، که عدد دارسی نام دارد. بنابراین همان‌طور که مشخص است نفوذپذیری محیط متخلخل و عدد دارسی رابطه مستقیم با هم دارند. هرچه مقدار این کمیت برای یک محیط بیشتر باشد، عبور سیال از آن نیز آسان‌تر است. این کمیت یک خاصیت محیط متخلخل است و از لزجت یا چگالی سیال مستقل می‌باشد. بنابراین با افزایش مقدار نفوذپذیری (در نتیجه عدد دارسی)، مطابق شکل 8 (الف) سرعت سیال داخل کانال کاهش می‌یابد. همان‌طور که از شکل 8 (ب) مشخص می‌باشد، هرچه که مقدار نفوذپذیری محیط افزایش پیدا می‌کند، توزیع دمای بدون بعد افزایش می‌یابد. از دیگر نکات حائز اهمیت در این بخش می‌توان به کاهش تابع نیروی مغناطیسی در طول کانال در نیمه پائینی کانال اشاره کرد که می‌توان آن را در شکل 8 (ج) به خوبی مشاهده نمود. مطابق شکل 9 (الف) می‌توان مشاهده کرد که با افزایش عدد دارسی، گرادیان فشار افزایش می‌یابد. با توجه به گردابه‌های نسبی که در اثر افزایش عدد دارسی و در حالت موج‌دار شکل گرفته‌اند، می‌توان به این نتیجه رسید که در محیطی با نفوذپذیری پایین امکان تشکیل گردابه نسبی بسیار پایین می‌باشد. با افزایش نفوذپذیری محیط، گردابه‌های نسبی تشکیل می‌شود و هرچه که مقدار نفوذپذیری افزایش می‌یابد این گردابه نسبی به سمت مرکز لوله گرایش پیدا می‌کند و سبب می‌شود که حرکت سیال از مقطع مشخص شده به سختی صورت می‌گیرد (شکل 9 (ب و ج)). در نهایت تأثیر عدد دارسی روی عدد ناسلت متوسط در جدول 3 آمده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد دارسی، عدد ناسلت نیز روند کاهش پیدا می‌کند.

شکل 10 اثر عدد هارتمن، چشمه حرارتی و عدد دارسی را روی عدد ناسلت محلی نشان می‌دهد. مطابق شکل 10 (الف) می‌توان مشاهده کرد که با افزایش عدد هارتمن، عدد ناسلت محلی در طول کانال کاهش می‌یابد. با افزایش قدرت چشمه حرارتی عدد ناسلت محلی در طول لوله افزایش و با افزایش عدد دارسی عدد ناسلت محلی در طول لوله کاهش می‌یابد (شکل 10 (ب و ج)).

در ادامه به بررسی تغییرات افزایش فشار یعنی ΔP_λ با نرخ جریان حجمی θ برای پارامترهای مختلف پرداخته می‌شود. این نمودارها همانند

بزرگ به میدان جریان، گرادیان فشار بزرگ‌تری برای عبور جریان نیاز است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که فشار سیال می‌تواند با به کار بردن مناسب قدرت میدان مغناطیسی کنترل شود. این پدیده در طول عمل جراحی برای کنترل خون‌ریزی بیش از حد مفید خواهد بود. همان‌طور که در شکل‌های 5 (ب و ج) مشاهده می‌شود با افزایش عدد هارتمن گردابه‌های نسبی که در حالت موج‌دار مشاهده می‌گردد با قدرت بیشتری در دیواره خارجی تشکیل می‌گردد. همچنین این گردابه‌های نسبی با افزایش عدد هارتمن از دیواره خارجی به سمت مرکز کانال متمایل می‌گردند و این امر سبب می‌شود که جریان به سختی از مقطع مشخص شده عبور کند.

در جدول 1، اثر عدد هارتمن روی عدد ناسلت متوسط نیز بیان شده است. همان‌طور که مشخص می‌باشد، افزایش عدد هارتمن سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود.

شکل‌های 6 و 7 به بررسی اثر چشمه حرارتی بر عملکرد کانال موج‌دار می‌پردازد. همان‌طور که در شکل 6 (الف) مشاهده می‌شود با افزایش قدرت

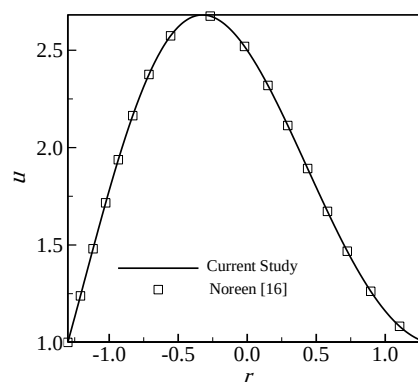


Fig. 2 Profile of dimensionless velocity for $M = 1.8, \theta = -3, Nt = 0.1, Nb = 0.3, x = 1, Ec = 1, Pr = 3.97, Gr = 1, Gc = 1, k = 6$.

شکل 2 پروفیل سرعت بدون بعد در شرایط: $M = 1.8, \theta = -3, Nt = 0.1, Nb = 0.3, x = 1, Ec = 1, Pr = 3.97, Gr = 1, Gc = 1, k = 6$

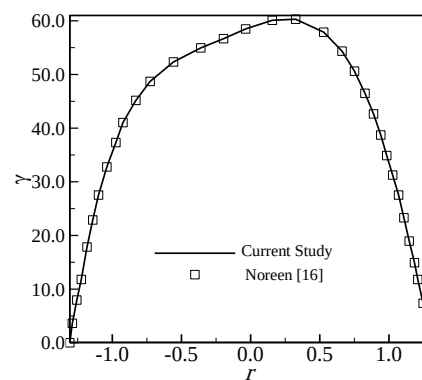


Fig. 3 Profile of dimensionless temperature for $M = 1, \theta = 4, Nt = 0.1, Nb = 0.3, x = 1, Ec = 1, Pr = 21, Gr = 1, Gc = 1, k = 7$

شکل 3 پروفیل دمای بدون بعد در شرایط: $M = 1, \theta = 4, Nt = 0.1, Nb = 0.3, x = 1, Ec = 1, Pr = 21, Gr = 1, Gc = 1, k = 7$

جدول 1 تأثیر عدد هارتمن روی عدد ناسلت متوسط

Table 1 Effect of Hartmann number on average Nusselt number			
0	1	1.5	M
3.39251	3.36018	3.34181	Nu

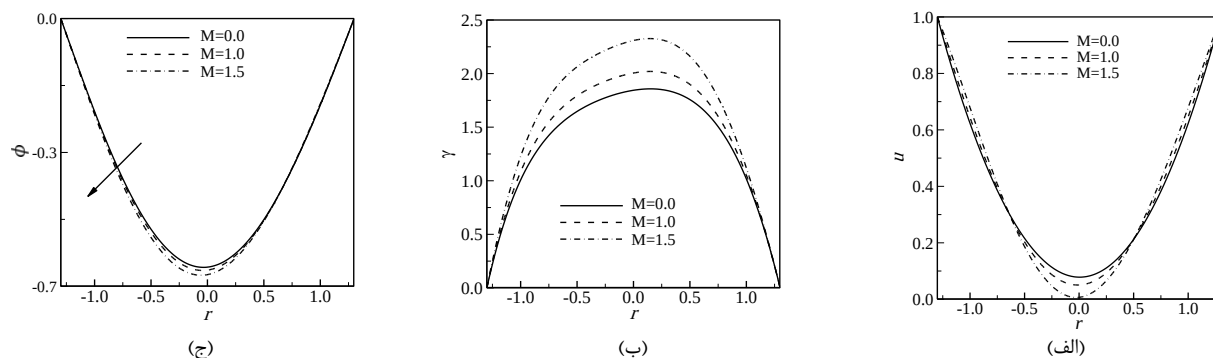


Fig. 4 Profile of a) dimensionless velocity, b) dimensionless temperature, c) the magnetic force for different values of Hartmann number in $k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

شکل 4 پروفیل (الف) سرعت بدون بعد، (ب) دمای بدون بعد، (ج) تابع نیروی مغناطیسی برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در شرایط: $k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

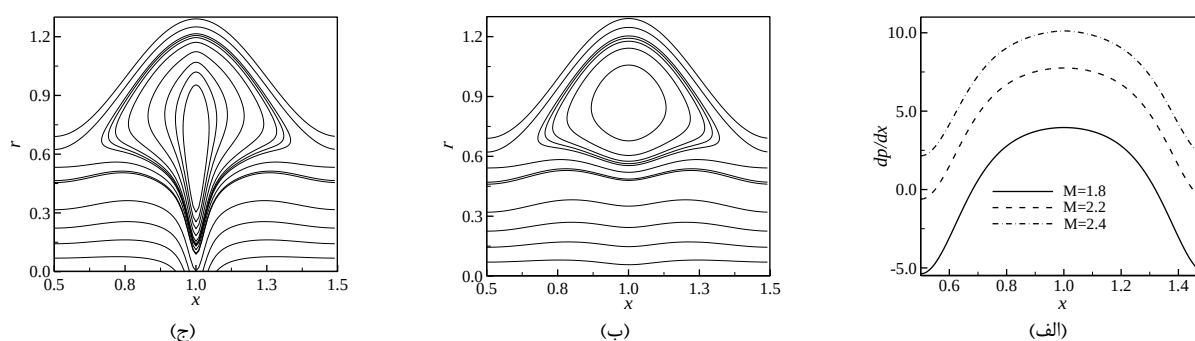


Fig. 5 a) Variation of pressure gradient and streamlines for b) $M=2.2$, c) $M=2.4$ in $k = 100, Gr = 2, Gc = 2, Nt = 0.3, Nb = 0.3, Ec = 1, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, \zeta = 0.2, F = 2, Da = 100, \alpha = 0.3$

شکل 5 (الف) نمودار گرادیان فشار و خطوط جریان در $M = 2.2$ (ب) $M = 2.4$ (ج) در شرایط: $k = 100, Gr = 2, Gc = 2, Nt = 0.3, Nb = 0.3, Ec = 1, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, \zeta = 0.2, F = 2, Da = 100, \alpha = 0.3$

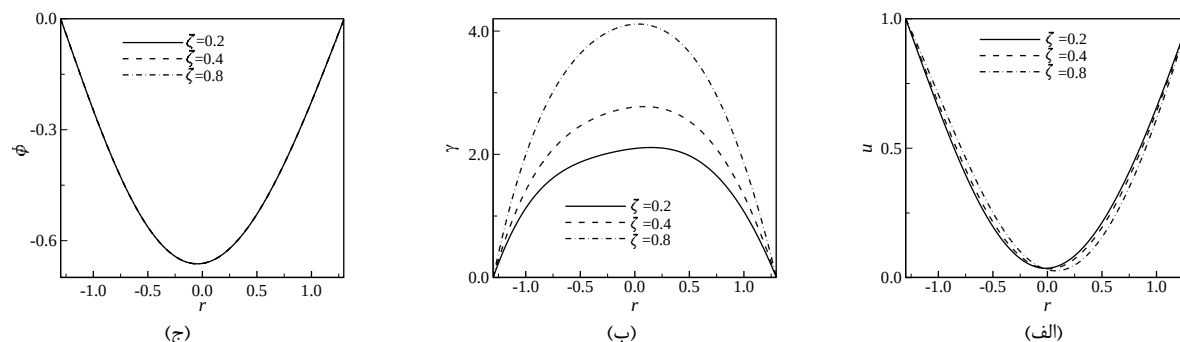


Fig. 6 Profile of a) dimensionless velocity, b) dimensionless temperature, c) the magnetic force for different values of source term in $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

شکل 6 پروفیل (الف) سرعت بدون بعد، (ب) دمای بدون بعد، (ج) تابع نیروی مغناطیسی برای مقادیر مختلف چشمه حرارتی در شرایط: $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

ناحیه پمپاژ آزاد می‌نامند. همان‌طور که در شکل 12 مشاهده می‌شود افزایش در مقدار عدد هارتمن موجب بیشتر شدن افزایش فشار در منطقه پمپاژ افزوده می‌گردد. همچنین مطابق شکل 13 افزایش قدرت چشمه حرارتی سبب افزایش در سرتاسر نواحی اعلام شده در خصوص افزایش فشار می‌گردد. هرچه که محیط دارای نفوذپذیری بیشتری باشد و مقدار عدد دارسی آن به سمت بی‌نهایت میل کند، سبب می‌شود که ΔP_λ به شدت در ناحیه اول افت کند، ولی در منطقه پمپاژ افزوده، موجب افزایش چشمگیری می‌گردد (شکل 14).

آنچه در شکل 11 دیده می‌شود به سه ناحیه مهم دسته‌بندی می‌گردند. به ناحیه اول با ویژگی $(\Delta P_\lambda > 0, \theta > 0)$ در اصطلاح ناحیه پمپاژ موجدار گفته می‌شود. در این ناحیه مقدار دبی مثبت و گرادیان فشار نامطلوب می‌باشد. ناحیه دوم که در آن $(\Delta P_\lambda > 0, \theta < 0)$ می‌باشد، ناحیه پمپاژ منفی می‌باشد که در آنجا گرادیان فشار نامطلوب و مقدار دبی منفی می‌باشد. ناحیه سوم که در آن $(\Delta P_\lambda < 0, \theta > 0)$ می‌باشد، ناحیه پمپاژ افزوده یا پمپاژ کمکی گفته می‌شود. در ناحیه پمپاژ افزوده، گرادیان فشار به صورت مطلوب وجود دارد. همچنین خطی که روی آن $\Delta P_\lambda = 0$ می‌باشد را

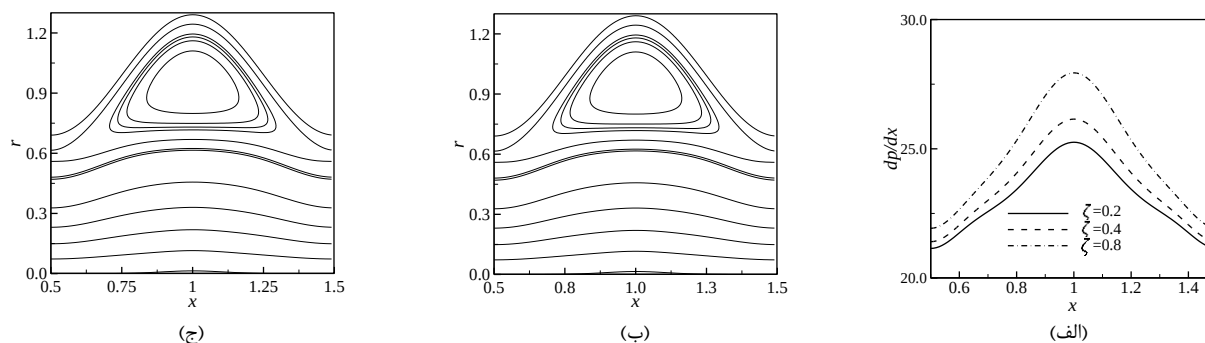


Fig. 7 a) Variation of dp/dx , and streamlines for b) $\zeta = 0.2$, c) $\zeta = 0.8$ in $k = 100, Gr = 2, Gc = 2, Nt = 0.3, Nb = 0.3, Ec = 1, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, \zeta = 0.2, F = 2, Da = 100, \alpha = 0.3$

شکل 7 (الف) نمودار گرادیان فشار و خط جریان در $\zeta = 0.2$ ، (ب) $\zeta = 0.8$ در شرایط: $k = 100, Gr = 2, Gc = 2, Nt = 0.3, Nb = 0.3, Ec = 1, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, \zeta = 0.2, F = 2, Da = 100, \alpha = 0.3$

جدول 3 تأثیر عدد دارسی روی عدد ناسلت متوسط

Table 3 Effect of Darcy number on average Nusselt number

0.01	0.1	100	Da
5.40256	3.39546	3.35025	Nu

جدول 2 تأثیر چشمه حرارتی روی عدد ناسلت متوسط

Table 2 Effect of source term on average Nusselt number

0.2	0.4	0.8	ζ
3.35025	4.11003	5.62959	Nu

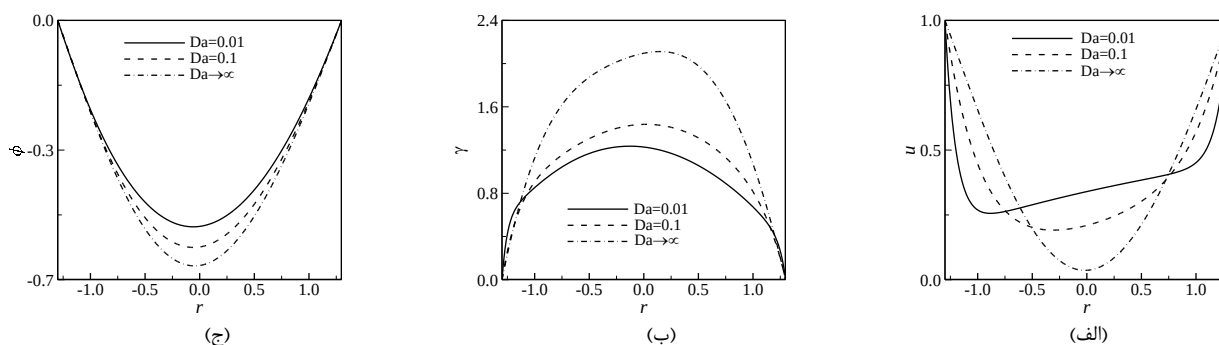


Fig. 8 Profile of a) dimensionless velocity, b) dimensionless temperature, c) the magnetic force for different values of Darcy number in $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, \zeta = 0.2, x = 1, \alpha = 0.3$

شکل 8 پروفیل (الف) سرعت بدون بعد، (ب) دمای بدون بعد، (ج) تابع نیروی مغناطیسی برای مقادیر مختلف عدد دارسی در شرایط: $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, \zeta = 0.2, x = 1, \alpha = 0.3$

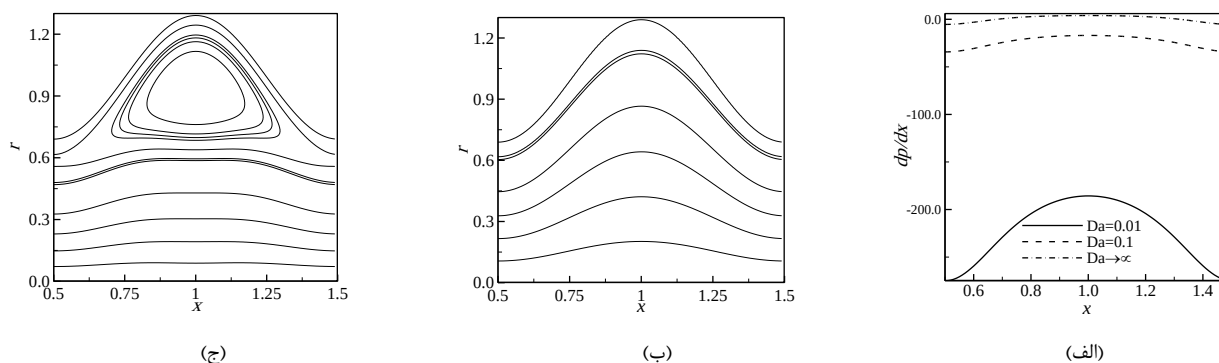


Fig. 9 a) Variation of dp/dx , and streamlines for b) $Da = 0.01$, c) $Da \rightarrow \infty$ in $k = 100, Gr = 2, Gc = 2, Nt = 0.3, Nb = 0.3, Ec = 1, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, \zeta = 0.2, F = 2, \alpha = 0.3$

شکل 9 (الف) نمودار گرادیان فشار و خط جریان در $Da = 0.01$ ، (ب) $Da \rightarrow \infty$ در شرایط: $k = 100, Gr = 2, Gc = 2, Nt = 0.3, Nb = 0.3, Ec = 1, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, \zeta = 0.2, F = 2, \alpha = 0.3$

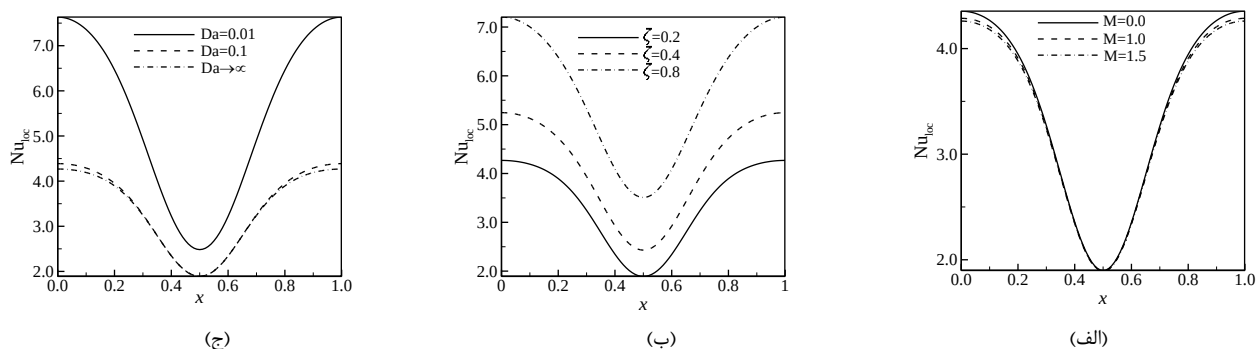


Fig. 10 a) Profile of Local Nusselt number for different values of Hartmann number in $k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

b) Profile of Local Nusselt number for different values of source term in $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

c) Profile of Local Nusselt number for different values of of Darcy number in $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, \zeta = 0.2, x = 1, \alpha = 0.3$

شکل 10 (الف) پروفیل عدد ناسلت محلی برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در شرایط: $k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

(ب) پروفیل عدد ناسلت محلی برای مقادیر مختلف چشمه حرارتی در شرایط: $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, Da = 100, x = 1, \alpha = 0.3$

(ج) پروفیل عدد ناسلت محلی برای مقادیر مختلف عدد دارسی در شرایط: $M = 1.2, k = 7, Gc = 2, Gr = 2, Nt = 0.1, Nb = 0.3, Pr = 3.97, R_m = 1, E = 1, Ec = 1, F = -1, \zeta = 0.2, x = 1, \alpha = 0.3$

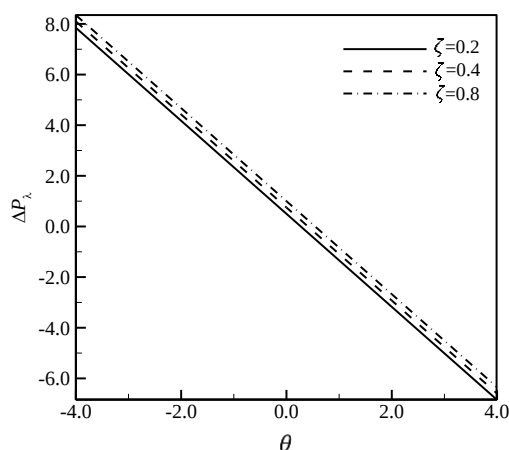


Fig. 13 Effect of Source term on pressure rise ΔP_λ

شکل 13 اثر قدرت چشمه حرارتی بر نمودار افزایش فشار ΔP_λ

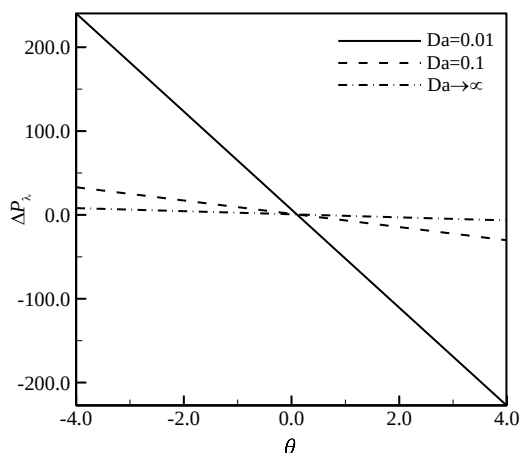


Fig. 14 Effect of Darcy number on pressure rise ΔP_λ

شکل 14 اثر عدد دارسی بر نمودار افزایش فشار ΔP_λ

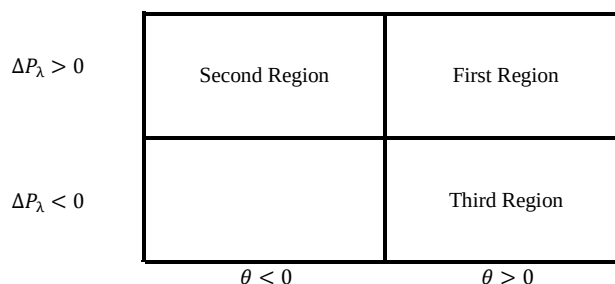


Fig. 11 Schematic diagram of pressure rise ΔP_λ

شکل 11 تصویر شماتیک ناحیه‌های افزایش فشار ΔP_λ

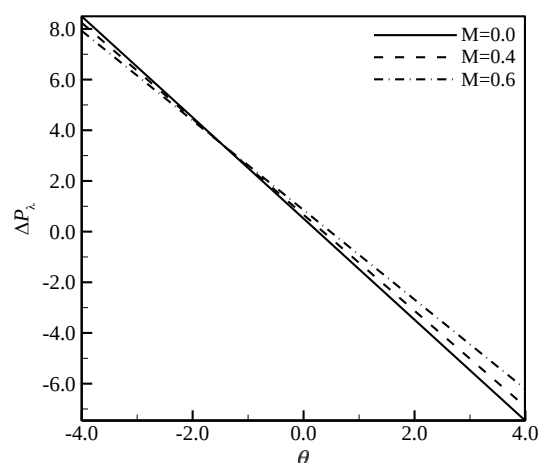


Fig. 12 Effect of Hartmann number on pressure rise ΔP_λ

شکل 12 اثر عدد هارتمن بر نمودار افزایش فشار ΔP_λ

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی عددی جریان مگنتوهیدرودینامیک یک نانوسیال در کانال منحنی با دیواره موجدار به همراه چشمه حرارتی در محیطی متخلخل پرداخته شد. معادلات حاکم ابتدا گسسته‌سازی شده و سپس برنامه‌ای با زبان برنامه‌نویسی C++ نوشته شد. سپس اثر کمیت‌های مختلفی نظیر عدد هارتمن، چشمه حرارتی، عدد دارسی و تخلخل محیط متخلخل مورد بررسی قرار گرفت.

- انتقال حرارت به دلیل وجود میدان مغناطیسی کاهش پیدا کرده و همچنین گرادیان فشار همراه با افزایش عدد هارتمن افزایش می‌یابد که از این موضوع می‌توان برای کنترل خون‌ریزی بیش از حد در طی عمل‌های جراحی استفاده کرد.
- افزایش قدرت چشمه حرارتی همراه با کاهش سرعت در خط مرکزی کانال در حالت موجدار می‌باشد همچنین باعث کاهش انتقال حرارت می‌گردد.
- افزایش عدد دارسی میزان نفوذپذیری و در نتیجه سرعت سیال را در حالت موجدار کاهش می‌دهد و از طرفی باعث کاهش انتقال حرارت و تابع نیروی مغناطیسی می‌گردد.
- با افزایش تخلخل در محیط، تقارن سرعت در مرکز کانال از بین رفته و همچنین انتقال حرارت افزایش می‌یابد. از طرفی این کمیت بر روی کمیت‌های تابع میدان مغناطیسی و میدان القاشده محوری اثری ندارد.

8- فهرست علائم

a	نصف عرض کانال
b	دامنه موج
$\bar{C}$	غلظت
Da	عدد دارسی
D_B	ضریب پخش براونی
D_T	ضریب پخش ترموفورتیک
E	قدرت میدان الکتریکی
Ec	عدد اکرت
F	نرخ جریان حجمی در مختصات متحرک موجدار
g	شتاب گرانش
Gc	کمیت بدون بعد غلظت
Gr	عدد گراشف
H_0	میدان مغناطیسی ثابت
H_0^*	قدرت میدان مغناطیسی در راستای شعاعی
K_p	نفوذپذیری محیط متخلخل
M	عدد هارتمن
Nb	پارامتر حرکت براونی
Nt	پارامتر حرکت ترموفورسیس
Nu_{ave}	عدد ناسلت متوسط
Nu_x	عدد ناسلت محلی
P	فشار
Pr	عدد پرانتل
Q	نرخ جریان حجمی در دستگاه مختصات ساکن
Q_0	قدرت چشمه حرارتی

 $\bar{T}$ $\bar{t}$ $\bar{U}$ مولفه سرعت در راستای محوری $\bar{V}$ مولفه سرعت در راستای شعاعی

علائم یونانی

 λ طول موج $\bar{\epsilon}$ تخلخل محیط متخلخل γ دمای بدون بعد Ω غلظت بدون بعد μ لزجت دینامیکی μ_e نفوذپذیری مغناطیسی ρ چگالی τ ظرفیت گرمایی مخصوص نانوسیال Φ تابع نیروی مغناطیسی ζ عدد بدون بعد چشمه حرارتی $\bar{\Phi}$ تلفات ویسکوز Ψ تابع جریان

زیرنویس‌ها

ave مقدار متوسط

nf نانو سیال

9- مراجع

- [1] N. Ali, M. Sajid, T. Javed, Z. Abbas, Heat transfer analysis of peristaltic flow in a curved channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 15-16, pp. 3319-3325, 2010.
- [2] M. Mustafa, S. Hina, T. Hayat, A. Alsaedi, Influence of wall properties on the peristaltic flow of a nanofluid: analytic and numerical solutions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 17-18, pp. 4871-4877, 2012.
- [3] B. Seyfi, N. Fatoraei, Design and build a device for the peristaltic movement simulation in the body, *20th Annual International Conference of Mechanical Engineering (ISME2012)*, Faculty of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, May 15-17, 2012. (in Persian)
- [4] T. Latham, *Motion in a Peristaltic Pump*, MS thesis, ed: MIT-Press, Cambridge, Mass, USA, 1966.
- [5] A. H. Shapiro, M. Y. Jaffrin, S. L. Weinberg, Peristaltic pumping with long wavelengths at low Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 37, No. 4, pp. 799-825, 1969.
- [6] H. Lew, Y. Fung, C. Lowenstein, Peristaltic carrying and mixing of chyme in the small intestine (an analysis of a mathematical model of peristalsis of the small intestine), *Journal of Biomechanics*, Vol. 4, No.4, pp. 297-315, 1971.
- [7] S. Takabatake, K. Ayukawa, A. Mori, Peristaltic pumping in circular cylindrical tubes: a numerical study of fluid transport and its efficiency, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 193, pp. 267-283, 1988.
- [8] S. Takabatake, K. Ayukawa, Numerical study of two-dimensional peristaltic flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 122, pp. 439-465, 1982.
- [9] M. Mishra, A. R. Rao, Peristaltic transport of a Newtonian fluid in an asymmetric channel, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, Vol. 54, No. 3, pp. 532-550, 2003.
- [10] N. S. Akbar, A. W. Butt, Carbon nanotubes analysis for the peristaltic flow in curved channel with heat transfer, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 259, pp. 231-241, 2015.
- [11] S. Nadeem, I. Shahzadi, Mathematical analysis for peristaltic flow of two phase nanofluid in a curved channel, *Communications in Theoretical Physics*, Vol. 64, No. 5, pp. 547, 2015.
- [12] K. Pavlov, V. Vishnyakov, Peristaltic flow of a conductive liquid in a transverse magnetic field, Translated from *Magnitnaya Gidrodinamika*, Vol. 8, pp. 174-178, 1972.
- [13] H. Agrawal, B. Anwaruddin, Ranchi Univ, Peristaltic flow of blood in a branch, *Ranchi University Mathematical Journal*, Vol. 15, pp. 111-121, 1984.
- [14] S. Pandey, D. Tripathi, Influence of magnetic field on the peristaltic flow of a viscous fluid through a finite-length cylindrical tube, *Applied Bionics and Biomechanics*, Vol. 7, No. 3, pp. 169-176, 2010.
- [15] S. Srinivas, M. Kothandapani, The influence of heat and mass transfer on MHD peristaltic flow through a porous space with compliant walls, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 213, No. 1, pp. 197-208, 2009.

- flow and heat transfer enhancement in a corrugated channel using nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 10, pp. 1368-1375, 2011.
- [22] A. Tanveer, T. Hayat, A. Alsaedi, Peristaltic flow of MHD Jeffery nanofluid in curved channel with convective boundary conditions: a numerical study, *Neural Computing and Applications*, (in press), 2017.
- [23] A. Tanveer, T. Hayat, A. Alsaedi, B. Ahmad, Mixed convective peristaltic flow of Sisko fluid in curved channel with homogeneous-heterogeneous reaction effects, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 233, pp. 131-138, 2017.
- [24] R. H. Pletcher, J. C. Tannehill, D. Anderson, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer* pp. 247-252, Third Edition, United States of America: CRC Press, 2012.
- [25] M. E. Davis, *Numerical Methods and Modeling for Chemical Engineers*: Courier Corporation, pp. 130-147, First Edition, New York: Dover Publications, 2013.
- [16] S. Noreen, M. Qasim, Z. Khan, MHD pressure driven flow of nanofluid in curved channel, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 393, pp. 490-497, 2015.
- [17] S. A. Shehzad, F. M. Abbasi, T. Hayat, F. Alsaadi, G. Mousa, Peristalsis in a curved channel with slip condition and radial magnetic field, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 91, pp. 562-569, 2015.
- [18] M. Fakour, A. Vahabzadeh, D. D. Ganji, Study of heat transfer and flow of nanofluid in permeable channel in the presence of magnetic field, *Propulsion and Power Research*, Vol. 4, No. 1, pp. 50-62, 2015.
- [19] T. Hayat, M. U. Qureshi, Q. Hussain, Effect of heat transfer on the peristaltic flow of an electrically conducting fluid in a porous space, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, No. 4, pp. 1862-1873, 2009.
- [20] N. Ali, M. Sajid, T. Hayat, Long wavelength flow analysis in a curved channel, *Zeitschrift für Naturforschung A*, Vol. 65, No. 3, pp. 191-196, 2010.
- [21] M. Ahmed, N. Shuaib, M. Yusoff, A. Al-Falahi, Numerical investigations of