مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1396، دوره 17، شماره 10، ص‌ص 101-111

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل موقعیت ربات موازی نیوماتیکی 6 درجه آزادی گاف-استوارت به کمک کنترل‌کننده‌ی پسگام مدلغزشی

امیر سلیمی لفمجانی[1]، مهدی طالع ماسوله[2*]، احمد کلهر[3]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تهران، تهران
2- استادیار، هوش ماشین و رباتیک، دانشگاه تهران، تهران
3- استادیار، مهندسی کنترل، دانشگاه تهران، تهران
* تهران، صندوق پستی 143951374، m.t.masouleh@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 تیر 1396
پذیرش: 06 شهریور 1396
ارائه در سایت: 13 مهر 1396

کلید واژگان:
ربات موازی گاف-استوارت
عملگر نیوماتیکی
شیربرقی تناسبی
سینماتیک معکوس
کنترل کننده پسگام مدلغزشی

چکیده

در این مقاله، کنترل موقعیت یک ربات موازی نیوماتیکی 6 درجه آزادی گاف-استوارت موسوم به هگزاتار به منظور ردیابی مسیرهای مطلوب مطالعه شده است. در ابتدا، معادلات دینامیکی مربوط به سیستم نیوماتیکی هر شاخه از این ربات استخراج شده است که شامل معادلات دینامیکی یک عملگر نیوماتیکی و یک شیربرقی تناسبی می‌باشد. متغیرهای نامعلوم معادلات دینامیکی شامل ضریب ویسکوزیته، نیروی اصطکاک عملگر و متغیرهای مربوط به شیربرقی بدست آمده و توسط الگوریتم ژنتیک شناسایی شده‌اند. سپس، کنترل موقعیت عملگر نیوماتیکی با توجه به این مدل و براساس طراحی کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی انجام می‌گیرد. به‌علاوه، معادلات سینماتیک ربات هگزاتار بدست می‌آید و با استفاده از یک روش ابتکاری با نام روش هندسی حل شبه سینماتیک، بدون استفاده از حسگرهای گران‌قیمت و براساس داده‌های حسگرهای پتانسیومتر خطی روی هر شاخه و حسگر دوران متصل شده بر روی مجری نهایی ربات، موقعیت مجری نهایی ربات محاسبه می‌شود. بدین ترتیب، کنترل موقعیت حلقه بسته‌ی ربات هگزاتار برمبنای کنترل همزمان در فضای مفاصل و فضای کاری ربات به کمک کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی و روش محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی ربات انجام می‌گیرد. مسیرهای مطلوب سینوسی برای ردیابی در راستا و حول هر یک از محورهای مختصات به منظور ارزیابی عملکرد استراتژی کنترلی به کارگرفته شده مورد آزمایش قرار می‌گیرند. نتایج آزمایش‌های عملی نشان می‌دهد که مسیرهای مطلوب مستقیم در راستا و دورانی حول محورهای مختصات به ترتیب با اندازه‌ای کمتر از 2 سانتی‌متر و 3 درجه ردیابی می‌شوند. این حد از دقت برای یک ربات نیوماتیکی بسیار مطلوب می‌باشد.

Position Control of a 6-DoF Pneumatic Gough-Stewart Parallel Robot Using Backstepping-Sliding Mode Controller

Amir Salimi Lafmejani[1], Mehdi Tale Masouleh[2*], Ahmad Kalhor[2]

1- Faculty of Mechatronics engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.
2- School of Electrical and Computer Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
* P.O.B. 143951374, Tehran, Iran, m.t.masouleh@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 June 2017
Accepted 28 August 2017
Available Online 05 October 2017

Keywords:
Gough-Stewart parallel robot
Pneumatic actuator
Proportional valve
Inverse kinematics
Backstepping-Sliding Mode controller

ABSTRACT

In this paper, position control is addressed for a pneumatically actuated 6-DoF Gough-Stewart parallel robot. At first, dynamic model of the pneumatic system of each link of the robot which comprises a pneumatic actuator and a proportional electrical control valve is extracted. Unknown parameters of the obtained dynamic model consisting friction force, viscous coefficient and the parameters of the valve are identified by employing an evolutionary algorithm. Then, position control of the robot's pneumatic actuator is performed based on designing Backstepping-Sliding Mode controller according to the nonlinear dynamic model of the pneumatic system. Moreover, kinematic equations of the 6-DoF parallel robot are achieved and a novel method is proposed, the so-called Geometry-based Quasi-Forward Kinematic, to the end of calculating the position of the end-effector of the robot without using expensive position sensors. Accordingly, kinematic closed-loop control of the parallel robot, which is based on simultaneous joint space and task space control, is investigated for trajectory tracking using potentiometers, a rotation sensor, and based on the computed position of the end-effector by the proposed method. Desired sinusoidal trajectories with pure motions and also complicated trajectories are tracked in which error of positions and rotations are lower than 2 (cm) and 3 (deg), respectively. The results reveal that the trajectory tracking control of the pneumatic 6-DoF Gough-Stewart parallel robot is performed properly based on the proposed control strategies and the novel method for calculating the position of the end-effector.

1- مقدمه

ربات‌های موازی در قیاس با ربات‌های سری از مزیت‌های زیادی برخوردارند که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به سفتی بیشتر، نسبت بار به وزن بالاتر، دقت بیشتر و قابلیت رسیدن به سرعت‌ها و شتاب‌های بالاتر اشاره کرد [1]. پلتفرم گاف-استوارت به عنوان یک ربات موازی 6 درجه‌ی آزادی شناخته شده است که دارای یک صفحه‌ی متحرک به عنوان مجری نهایی که توسط 6 شاخه هر

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Salimi Lafmejani, M. Tale Masouleh, A. Kalhor, Position Control of a 6-DoF Pneumatic Gough-Stewart Parallel Robot Using Backstepping-Sliding Mode Controller, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 101-111, 2017 (in Persian)

یک شامل عملگر تناسبی می‌باشد [2]. از ربات گاف-استوارت در کاربردهای فراوانی نظیر شبیه‌سازهای پرواز [3]، ماشین‌کاری [4]، رادیوتلیکوپ‌های غول پیکر [5]، مکانیزم تست تایر خودرو [6] و توانبخشی استفاده شده است [7]. با توجه به پیچیدگی معادلات دینامیکی و سینماتیکی ربات گاف-استوارت، مساله‌ی ردیابی مسیر یکی از موضوعات پرچالش برای این نوع از ربات‌ها می‌باشد [8]. دو روش کنترلی به منظور کنترل موقعیت یک ربات گاف-استوارت شامل کنترل در فضای مفصل و کنترل در فضای کاری ربات مطرح می‌شود. در مرجع [9]، کنترل در فضای مفاصل یک ربات گاف-استوارت به وسیله‌ی محاسبه‌ی طول مطلوب شاخه‌های متناظر با مسیر مطلوب از حل سینماتیکی معکوس ربات و مقایسه‌ی آن با مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی طول شاخه‌ها توسط حسگرهای جابجایی خطی انجام شده است. اگرچه کنترل در فضای کاری ربات از دقت بیشتری برخوردار است، اما نسبت به کنترل ربات در فضای مفاصل از پیچیدگی بیشتری برخوردار است. کنترل در فضای کاری ربات گاف-استوارت را می‌توان براساس دو روش، (1) کنترل ربات با استفاده از روش‌های پردازش تصویر [10]، (2) حل معادلات سینماتیک مستقیم ربات با استفاده از اندازه‌گیری طول شاخه‌های ربات [11] انجام داد. روش اول اقتصادی نمی‌باشد و باعث کندی در کنترل برخط ربات می‌شود و از طرفی استفاده از روش دوم به دلیل پیچیدگی حل سینماتیک مستقیم ربات گاف-استوارت حجم محاسباتی بسیار بالایی دارد. در مرجع [12]، به منظور کنترل یک ربات موازی 6 درجه آزادی از روش پردازش تصویر استفاده شده است که در آن موقعیت مجری نهایی ربات توسط یک سیستم ردیاب مسیر محاسبه شده است. در مرجع [13]، روشی جدید برای حل معادلات غیرخطی سینماتیک مستقیم ربات‌های موازی براساس روش هوموتوپی بیان شد که در آن با استفاده از این روش، معادلات سینماتیک مستقیم یک ربات 3-RPR با دقت بسیار خوبی حل شد. به‌علاوه، در مرجع [14] یک روش برخط برای حل معادلات سینماتیک مستقیم ربات گاف-استوارت پیشنهاد شد و یک مطالعه‌ی جامع برمبنای بیان تفاوت‌های مابین نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی و روش‌های متداول انجام گرفت. پیچیدگی و یا سادگی حل مساله‌ی ردیابی مسیر برای ربات گاف-استوارت به میزان قابل توجهی به نوع عملگرهای ربات بستگی دارد. سه نوع عملگر از نوع هیدرولیکی، الکتریکی و نیومانیکی به عنوان محرک‌های یک ربات گاف-استوارت متداول می‌باشد. با وجود معایب استفاده از عملگرهای نیوماتیکی، که بیشتر آن‌ها از خاصیت تراکم‌پذیری هوا و غیرخطی بودن رفتار نیروی اصطکاک عملگر ناشی می‌شود، مزایای بسیاری را می‌توان برای این نوع عملگرها برشمرد که می‌توان به مواردی همچون پاک بودن از نظر استفاده از هوا، اقتصادی بودن، سادگی در نگهداری و تعمیرات و سرعت بالا اشاره کرد. روش‌های متفاوتی در مطالعات مختلف، به منظور کنترل ربات 6 درجه آزادی گاف-استوارت نظیر کنترل کننده‌ی گوسی مرتبه‌ی دوم خطی، کنترل کننده‌ی تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر، روش‌های مقاوم، کنترل کننده‌های تطبیقی و مدلغزشی به کارگرفته شده است. در مرجع [15]، از کنترل کننده‌ی گوسی مرتبه‌ی دوم خطی برای ردیابی مسیر مطلوب یک ربات نیوماتیکی 6 درجه آزادی نیوماتیکی گاف-استورات استفاده شده است. در طراحی این کنترل کننده، از ترکیب یک تخمین‌گر خطی مرتبه‌ی دوم و یک تنظیم کننده‌ی خطی مرتبه‌ی دوم استفاده شده است که میزان قوام کنترل کننده‌ی طراحی شده تحت بارهای خارجی متفاوت در آزمایش‌های عملی مطالعه شد. در مرجع [16] به کمک طراحی کنترل کننده‌ی تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر بر مبنای خطی‌سازی فیدبک، مساله‌ی ردیابی مسیر یک ربات نیوماتیکی 6 درجه آزادی گاف-استوارت انجام شد که در آن از یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری به‌منظور تنظیم متغیرهای کنترل‌کننده استفاده شد. در این مطالعه، از حلقه‌ی داخلی به منظور کنترل فشار کاری و حلقه‌ی بیرونی برای کنترل جابجایی شاخه‌ها استفاده شد. در مرجع [17]، کنترل یک ربات نیوماتیکی گاف- استوارت به منظور توانبخشی پا و زانوی بیماران نقص حرکتی، مطالعه شده است. از کنترل کننده‌ی تناسبی- انتگرالی- مشتق‌گیر اصلاح شده برای کنترل موقعیت این ربات و ایجاد حرکات مطلوب توانبخشی استفاده شده که در مقایسه با کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتق گیر رایج از عملکرد بهتری از نظر میزان فراجهش پاسخ برخوردار بود. در مرجع [19]، یک کنترل کننده‌ی تطبیقی براساس مدل دینامیکی خطی شده، برای کنترل موقعیت ربات 6 درجه آزادی گاف- استوارت برای شبیه‌سازی رانندگی طراحی شده است. در این مطالعه، از دو حلقه‌ی کنترلی داخلی و خارجی و ترکیب کنترل‌کننده‌ی تناسبی- مشتق‌گیر و تطبیقی برای کنترل این ربات استفاده شده است. در مرجع [19]، یک کنترل‌کننده‌ی مقاوم تطبیقی برای کنترل یک ربات موازی 6 درجه آزادی به کار گرفته شده است. همچنین، آن‌ها از یک کنترل کننده‌ی ترکیبی مدلغزشی و شبکه‌ی عصبی برای کنترل این ربات استفاده کرده‌اند. در مرجع [20]، مطالعه‌ای عملی بر روی کنترل یک ربات موازی 6 درجه آزادی گاف-استوارت صورت گرفته که کنترل این ربات، هم در فضای مفاصل و هم در فضای کاری آن انجام شده است. در واقع، کنترل مقاوم موقعیت عملگر ربات به کمک جبران‌گر پیشخور و مشاهده‌گر پسخور طراحی گردید. در مرجع [21]، از کنترل کننده‌ی مقاوم تطبیقی برای کنترل ربات 6 درجه آزادی گاف-استوارت در فضای کاری آن استفاده شده که به منظور ردیابی مسیرهای مطلوب سینوسی توسط ربات در محیط شبیه‌ساز نرم افزار متلب آزمایش شده است. همچنین، در مرجع [22] مطالعه‌ای در زمینه‌ی کنترل موقعیت ربات گاف-استوارت براساس کنترل کننده‌ی مدلغزشی انتگرالی انجام شده است. روش پیشنهادی آن‌ها از قوام نسبتا خوبی در برابر اغتشاش‌های خارجی سازگار از خود نشان داد. از طرف دیگر تعداد زیادی از تحقیقات انجام شده براساس روش‌های مبتنی بر پردازش تصویر برای کنترل ربات گاف-استوارت می‌باشد. در مرجع [23]، یک مدل تصویری از سینماتیک ربات گاف-استوارت، بر مبنای مشاهده‌ی طول شاخه‌های ربات به کمک دوربین‌ها به کارگرفته شد که با توجه به هندسه‌ی خطوط متناظر با شاخه‌های ربات انجام شد. آن‌ها ادعا کرداند که به کمک این روش، کنترل و شناسایی ربات گاف-استوارت ساده‌تر خواهد شد. به‌علاوه، در مرجع [24] یک مفهوم کلی در زمینه‌ی کاربرد پردازش تصویر برای کنترل ربات‌های موازی بیان شده است که براساس مشاهده‌ی طول شاخه‌های ربات عمل می‌کند.

مهم‌ترین نوآوری این مقاله، کنترل موقعیت یک ربات نیوماتیکی 6 درجه آزادی گاف-استوارت، با نام هگزاتار، با استفاده از کنترل همزمان در فضای مفاصل و فضای کاری ربات به کمک کنترل کننده‌ی غیرخطی پسگام مدلغزشی و ارائه‌ی یک روش هندسی برای محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی ربات می‌باشد. محرک‌های ربات هگزاتار، 6 سیستم نیوماتیکی می‌باشند که هر یک شامل یک عملگر نیوماتیکی، یک شیربرقی تناسبی و حسگرهای فشارسنج می‌باشد. مدل دینامیکی این سیستم نیوماتیکی به منظور دستیابی به بیان فضای حالت از این سیستم غیرخطی استخراج می‌شود. متغیرهای نامعلوم در معادلات دینامیکی این سیستم شامل ضریب ویسکوزیته، نیروی

اصطکاک و متغیرهای شیربرقی تناسبی می‌باشد. ضریب ویسکوزیته به کمک آزمایشی موسوم به تست-آزاد محاسبه می‌گردد. از طرفی نیروی اصطکاک به کمک مدل شناخته شده‌ی لوگر مدل‌سازی می‌شود. با انجام آزمایش‌های عملی و به کارگیری الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، نیروی اصطکاک به همراه متغیرهای شیربرقی ژنتیک تخمین زده شده و شناسایی می‌شوند. هر یک از این سیستم‌های نیوماتیکی به صورت جداگانه بررسی شده و تاثیر هر یک از عملگرها بر روی عملگرهای دیگر به صورت یک نامعینی و اغتشاش در نظر گرفته می‌شود. عملگر نیوماتیکی ربات هگزاتار به وسیله‌ی کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی کنترل می‌شود. همچنین پس از استخراج معادلات سینماتیکی، یک روش هندسی برای حل معادلات سینماتیکی مستقیم ربات هگزاتار پیشنهاد می‌شود. در روش پیشنهاد شده که روش هندسی حل سینماتیکی شبه مستقیم نامگذاری شده است، با استفاده از داده‌های بدست آمده از حسگر دوران و حسگرهای اندازه‌گیری جابجایی خطی طول شاخه‌ها، و بدون استفاده از حسگرهای گران قیمت موقعیت و روش‌های مبتنی بر پردازش تصویر، موقعیت مجری نهایی ربات محاسبه می‌شود.

در ادامه و در بخش 2 ربات 6 درجه آزادی نیوماتیکی هگزاتار به همراه اجزای مکانیکی تشکیل دهنده‌ی آن شرح داده می‌شود. معادلات دینامیکی سیستم نیومانیکی شامل دینامیک پیستون و دینامیک فشار در شیربرقی تناسبی در بخش 3 بدست می‌آیند. بخش 4، به شناسایی متغیرهای نامعلوم معادلات دینامیکی سیستم نیوماتیکی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و همچنین محاسبه‌ی ضریب ویسکوزیته‌ی عملگر به کمک آزمایش تست-آزاد اختصاص داده می‌شود. بعلاوه، طراحی کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی برای کنترل موقعیت عملگر نیوماتیکی بیان می‌شود. در بخش 5 معادلات سینماتیک ربات هگزاتار بدست می‌آید و روش هندسی حل سینماتیک شبه مستقیم با جزئیات کامل معرفی خواهد شد. در بخش 6 روش کنترلی پیشنهادی شامل کنترل حلقه بسته در فضای کاری و فضای مفاصل ربات هگزاتار به منظور حل مساله‌ی ردیابی مسیر مطلوب ربات هگزاتار تشریح خواهد شد. همچنین، نتایج آزمایش‌های عملی در قالب نمودارها و جداول بیان می‌شوند. در نهایت، نتیجه‌گیری و کارهای پیشنهادی بیان می‌شوند.

2- ربات موازی نیوماتیکی6 درجه آزادی گاف-استوارت

در این بخش، ساختار هندسی و اندازه‌های اجزای مکانیکی ربات هگزاتار بیان می‌شوند. همچنین، سیستم نیوماتیکی هر شاخه از این ربات با جزئیات تشریح می‌شود.

2-1- ساختار هندسی ربات هگزاتار

"شکل 1" ربات 6 درجه آزادی نیوماتیکی هگزاتار را نشان می‌دهد که در آزمایشگاه تعامل انسان و ربات دانشگاه تهران (تارلب) ساخته شده است. این ربات که مطابق پلتفرم ربات موازی گاف-استوارت ساخته شده که مجری نهایی آن توسط 6 عدد شاخه‌ی نیوماتیکی به بستر ثابت ربات متصل می‌شود. "شکل 2" نیز طرح انفجاری ربات هگزاتار را نشان می‌دهد که اجزای اصلی مکانیکی ربات در جدول 1 لیست شده‌اند.

2-2- سیستم نیوماتیکی ربات

ربات هگزاتار از 6 سیستم نیوماتیکی یکسان که در هر شاخه عملگر نیوماتیکی به عنوان مفصل تناسبی وظیفه‌ی حرکت مجری نهایی ربات را بر عهده دارد. "شکل 3" یک شاخه‌ی ربات هگزاتار شامل یک عملگر نیوماتیکی،

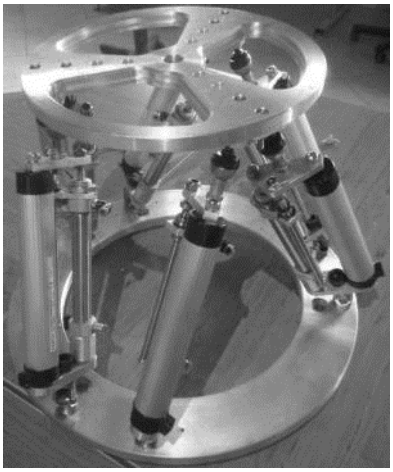

Fig. 1 The 6-DoF pneumatically-actuated HexaTaar robot

شکل 1 ربات نیوماتیکی 6 درجه آزادی هگزاتار

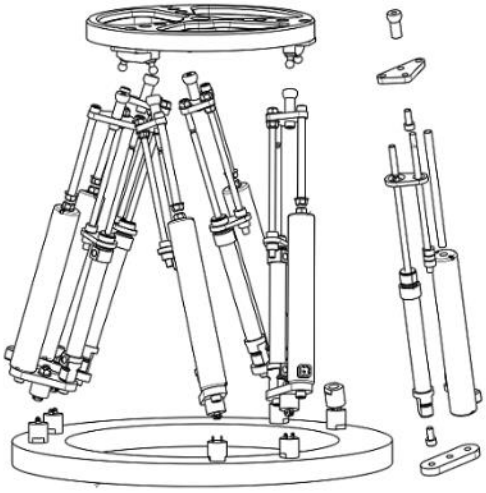

Fig. 2 Explosion plan of the 6-DoF HexaTaar robot

شکل2 طرح انفجاری ربات 6 درجه آزادی هگزاتار

جدول 1 اجزای مکانیکی ربات هگزاتار در طرح انفجاری

Table 1 Mechanical parts of the HexaTaar robot in explosion plan

شماره در شکل 2	توضیحات
1	مجری نهایی ربات هگزاتار
2	بستر ثابت ربات هگزاتار
3	نقطه اتصال شاخه‌ها به مجری نهایی ربات
4	شاخه‌های ربات هگزاتار شامل عملگر نیوماتیکی
5	مفصل یونیورسال متصل به پایه ثابت ربات
6	مفصل کروی متصل به مجری نهایی ربات

یک شیربرقی تناسبی، دو عدد حسگر فشارسنج، راهنمای مکانیکی، حسگر اندازه‌گیری جابجایی خطی (پتانسیومتر) تشکیل شده است. شیربرقی تناسبی هوای فشرده‌ی تولیدی توسط کمپرسور را هدایت می‌کند. با توجه به ولتاژ اعمال شده به شیربرقی اسپول[1] آن به نحوی جابجا می‌شود تا دبی هوای خروجی از شیربرقی باعث ایجاد حرکات مطلوب در عملگر نیوماتیکی شود. فشار داخل محفظه‌های شیربرقی تناسبی توسط حسگرهای فشارسنج اندازه‌گیری می‌شوند که بر سر راه اتصال آن‌ها به عملگر نیوماتیکی قرار دارد.

[1] Spool

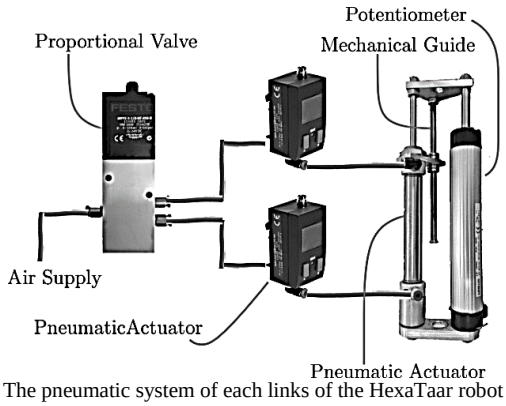

Fig. 3 The pneumatic system of each links of the HexaTaar robot

شکل3 سیستم نیوماتیکی هر شاخه از ربات هگزاتار

بدین ترتیب، این نیروی ناشی از هوای فشرده‌ای که توسط شیربرقی تنظیم می‌شود، باعث ایجاد حرکات رو به بالا و یا رو به پایین عملگر نیوماتیکی خواهد شد. موقعیت پیستون عملگر نیوماتیکی توسط حسگر پتانسیومتر خطی اندازه‌گیری می‌شود. همچنین، سرعت حرکت پیستون با مشتق‌گیری از داده‌های پتانسیومتر خطی بدست می‌آید. نویزهای حاصله از مشتق‌گیری توسط یک فیلتر پایین‌گذر از بین می‌روند. بعلاوه، راهنمای مکانیکی که به عملگر نیوماتیکی متصل شده است، باعث افزایش سفتی عملگر نیوماتیکی و به تبع آن سفتی کلی ربات هگزاتار خواهد شد.

2-3- مدل ریاضی سیستم نیوماتیکی

در این بخش، معادلات دینامیکی سیستم نیوماتیکی ربات هگزاتار با هدف رسیدن به بیان فضای حالت از این سیستم استخراج می‌شود. بدین منظور، معادلات دینامیکی حرکت پیستون عملگر نیوماتیکی و دینامیک فشارها در شیربرقی تناسبی می‌بایست نوشته شود. مدل ریاضی همین سیستم نیوماتیکی در مرجع [25] استخراج شده است. در این‌جا به‌منظور سادگی، تمامی متغیرهای استفاده شده در معادلات دینامیکی در فهرست علائم و نشانه‌های انتهای این مقاله آورده شده است.

2-3-1- دینامیک پیستون

"شکل 4" دیاگرام جسم آزاد یک عملگر نیوماتیکی را به همراه نیروهای نیوماتیکی، وزن و نیروی اصطکاک وارده به پیستون را نشان می‌دهد. با استفاده از قانون دوم نیوتون، معادلات دینامیکی پیستون برای حرکات روبه بالا و رو به پایین به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Ma = P_1A_1 - P_2A_2 - P_aA_r - Mg \mp F_f \tag{1}$$

که در آن F_f براساس مدل پیشنهادی لوگر[1] برای نیروی اصطکاک مدل شده است. مدل پیشنهادی لوگر در مرجع [26] به عنوان تابعی از سرعت پیستون، سرعت استریبک، نیروی اصطکاک استاتیکی و نیروی کولمب تشریح شده است. طبق مرجع فوق‌الذکر، نیروی اصطکاک توسط معادله‌ی زیر بیان می‌شود:

$$F_f = F_c\mathrm{sgn}(v) + (F_s - F_c)\exp\left(-\frac{v}{v_s})^2\right)\mathrm{sgn}(v) + Bv \tag{2}$$

همچنین، سرعت استریبک [27]، ضریب ویسکوزیته، اصطکاک ایستایی و اصطکاک کولمب از جمله متغیرهای نامعلوم در مدل لوگر می‌باشند که می‌بایست شناسایی شوند و نیروی اصطکاک در معادله‌های (1) و (2) جای‌گذاری شود.

[1] LuGre

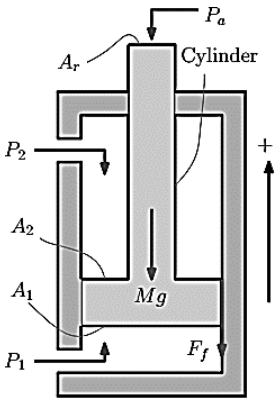

Fig. 4 Free body diagram of the pneumatic actuator including imposed forces

شکل 4 دیاگرام جسم آزاد عملگر نیوماتیکی به همراه نیروهای وارده به آن

2-3-2- دینامیک فشارها

طبق مرجع [28]، مدل جریان جرمی هوای فشرده در محفظه‌های شیربرقی تناسبی به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\dot{m}(P_u \cdot P_d) = \begin{cases} C_fA_v\left(\frac{2k}{R(k-1)}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{P_u}{\sqrt{T}}\left(\frac{P_d}{P_u}\right)^{\frac{1}{k}}\left(1-\left(\frac{P_d}{P_u}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{1}{2}} & \frac{P_d}{P_u} > P_c \\ C_fA_v\frac{P_u}{\sqrt{T}}\left(\frac{k}{R}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}\right)^{\frac{1}{2}} & \frac{P_d}{P_u} < P_c \end{cases} \tag{3}$$

که در آن فشار بحرانی طبق رابطه‌ی زیر محاسبه خواهد شد:

$$P_c = \left(\frac{2}{k-1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{4}$$

براساس استاندارد ایزو-6358، نسبت گرمای ویژه، ثابت گاز، دما و فشار اتمسفر طبق مقادیر ذکر شده در جدول 2 می‌باشد. بنابراین با جایگذاری مقدار k در معادله‌ی (4)، مقدار فشار بحرانی 0.528 بدست می‌آید. از طرفی شیربرقی و ولتاژ ورودی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود [29]:

$$A_v = \pi\frac{X_s^2}{4} \rightarrow X_s = C_vu \tag{5}$$

که در آن سطح موثر شیربرقی $A_v = 15 \times 10^{-6}$ متر مربع می‌باشد. فشار بالادست و پایین دست برای حرکت روبه بالا و حرکت رو به پایین عملگر متفاوت است. فشارهای بالادست و پایین دست در این دو حالت در جدول 3 و 4 ذکر شده‌اند. بدین طریق، معادلات دینامیکی سیستم نیوماتیکی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{M}\left(P_1A_1 - P_2A_2 - P_aA_r - Mg \mp F_f\right) \\ \dot{P}_1 &= \frac{RT}{V_1}(\gamma_i\dot{m}_{i1} - \gamma_o\dot{m}_{o1}) - \gamma_k\frac{P_1}{V_1}\dot{V}_1 \\ \dot{P}_2 &= \frac{RT}{V_2}(\gamma_i\dot{m}_{i2} - \gamma_o\dot{m}_{o2}) - \gamma_k\frac{P_1}{V_2}\dot{V}_2 \end{aligned} \tag{6}$$

جدول 2 متغیرهای ثابت محیطی آزمایش‌های عملی

Table 2 Constant parameters of the environment conditions of the experiment place.

بعد متغیر	مقدار	نشانه
-	1.4	k
K	294	T
$JK^{-1}kg^{-1}$	287	R
Nm^{-2}	10^5	P_a

جدول 3 فشارهای بالادست و پایین دست برای حرکت رو به بالای عملگر

Table 3 Upstream and downstream pressures for upward strokes

فشار پایین دست	فشار بالادست	شماره محفظه
P_1	P_s	1
P_2	P_1	2

جدول 4 فشارهای بالادست و پایین دست برای حرکت رو به پایین عملگر

Table 4 Upstream and downstream pressures for downward strokes

شماره محفظه	فشار بالادست	فشار پایین دست
1	P_1	P_a
2	P_s	P_2

که در آن $\dot{P}_1$ و $\dot{P}_2$ نشان دهنده‌ی دینامیک فشار هوای محفظه‌های شیربرقی تناسبی می‌باشد.

2-3-3- بیان فضای حالت سیستم نیوماتیکی

فرض می‌شود، متغیرهای حالت این سیستم به صورت زیر تعریف شوند:

$$x_1 = x \quad x_2 = v \quad x_3 = P_1 \quad x_4 = P_2 \tag{7}$$

آن‌گاه با در نظر گرفتن معادله‌ی (7) بیان فضای حالت سیستم نیوماتیکی هر شاخه از ربات هگزاتار به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{M}\left(x_3 A_1 - x_4 A_2 - P_a A_r - Mg \mp F_f\right) \\
\dot{x}_3 &= \frac{RT}{V_1}(\gamma_i \dot{m}_{i1} - \gamma_o \dot{m}_{o1}) - \gamma_k \frac{x_3}{V_1}\dot{V}_1 \\
\dot{x}_4 &= \frac{RT}{V_2}(\gamma_i \dot{m}_{i2} - \gamma_o \dot{m}_{o2}) + \gamma_k \frac{x_4}{V_2}\dot{V}_2
\end{aligned} \tag{8}$$

که در این معادله علامت جمله‌ی نیروی اصطکاک با توجه به نوع حرکت و جهت سرعت پیستون تعیین می‌شود. علامت بالایی مربوط به سرعت‌های مثبت و علامت پایین مربوط به سرعت‌های منفی پیستون می‌باشند. در عمل، x_1 موقعیت پیستون توسط حسگر پتانسیومتر خطی و x_2 سرعت پیستون توسط مشتق‌گیری از داده‌های موقعیت پیستون به دست می‌آیند.

به‌علاوه، x_3 و x_4 بیانگر فشار هوای شیربرقی می‌باشد که توسط حسگرهای فشارسنج اندازه‌گیری می‌شوند.

3- شناسایی سیستم نیوماتیکی و کنترل موقعیت عملگر نیوماتیکی

در این بخش متغیرهای نامعلوم مدل دینامیکی سیستم نیوماتیکی طبق معادله‌ی (6) شناسایی می‌شوند. به‌علاوه، کنترل موقعیت عملگر نیوماتیکی توسط کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی انجام می‌گیرد.

به منظور شناسایی سیستم نیوماتیکی و کنترل عملگر نیوماتیکی، هر یک از شاخه‌های نیوماتیکی ربات به یک حسگر فشارسنج بر روی ورودی شیربرقی تناسبی مجهز می‌شوند. بدین ترتیب، حسگر IMU بر روی پیستون عملگر نیوماتیکی نصب می‌شود که از حسگر شتاب‌سنج به منظور اندازه‌گیری شتاب پیستون به کار گرفته شده که سیستم موردنظر در "شکل 5" نشان داده شده است. جزئیات مربوط به هر یک از اجزای این سیستم در جدول 2 لیست شده است. تنظیم کننده‌ی فشار وظیفه‌ی تنظیم فشار ورودی کمپرسور را به عهده دارد. براساس مرجع [30]، مقدار شتاب خطی و اطلاعات ژیروسکوپی حسگر IMU با یکدیگر ترکیب می‌شود تا شتاب در راستای محور حرکت پیستون بدست آید.

3-1- شناسایی متغیرهای نامعلوم در مدل دینامیکی

متغیرهای ضریب ویسکوزیته، نیروی اصطکاک عملگر و متغیرهای شیربرقی می‌بایست شناسایی شوند. ضریب ویسکوزیته عملگر توسط روشی به نام تست- آزاد محاسبه می‌شود. این روش در مرجع [25] اشاره شده که در آن تمامی اتصالات نیوماتیکی عملگر جدا می‌گردد و عملگر نیوماتیکی به صورت برعکس به یک میز ثابت متصل شده و با اتصال یک وزنه به جرم مشخص رها می‌شود. همان‌طور که در "شکل 6" مشاهده می‌شود، وزنه‌ای به جرم 1.14

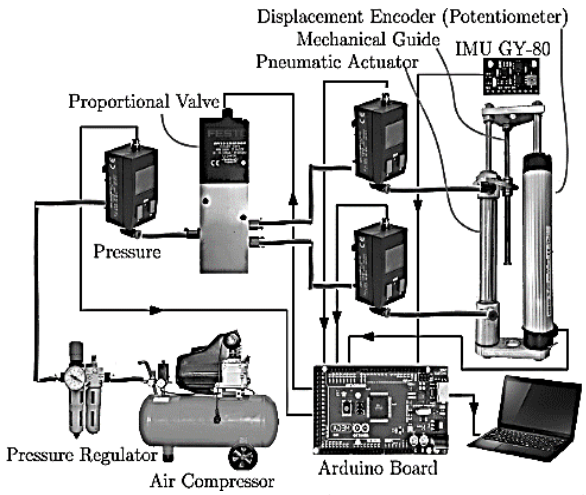

Fig. 5 The experimental setup of the pneumatic system for identification procedure

شکل 5 نحوه‌ی اتصال ادوات نیوماتیکی و الکتریکی به منظور انجام شناسایی سیستم نیوماتیکی

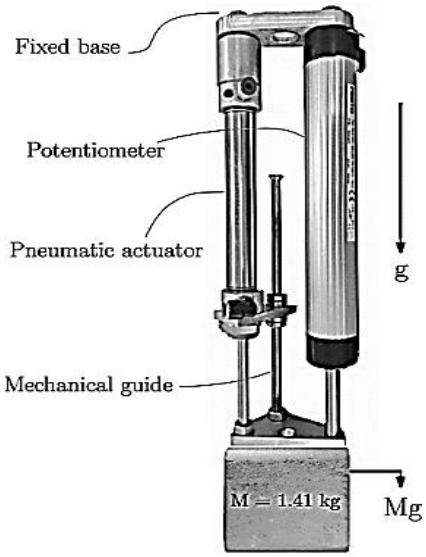

Fig. 6 The experimental setup for Free-Fall test

شکل 6 عملگر نیوماتیکی به منظور انجام تست-آزاد

کیلوگرم به پیستون عملگر متصل شده و رها می‌شود. بنابراین با صفر شدن P_1، P_2 و P_s در معادله‌ی دینامیک پیستون طبق معادله‌ی (1)، بدست می‌آید:

$$(M_{\text{load}} + M)\ddot{x} = P_{\text{atm}} A_r - B\dot{x} - Mg - F_{\text{fric}} \tag{9}$$

که در آن M_{load} جرم بارخارجی می‌باشد. بنابراین، معادله دینامیک (1) به صورت معادله دیفرانسیل زیر بدست می‌آید:

$$\ddot{x} = g - \frac{g}{W}F_{\text{fric}} - \frac{g}{W}B\dot{x} \tag{10}$$

که در این معادله $W = (M_{\text{load}} + M)$ مجموع وزن پیستون و بار خارجی می‌باشد. با فرض این‌که شرایط اولیه حرکت پیستون به صورت $x = 0$ و $\dot{x} = 0$ باشند. با حل معادله‌ی دیفرانسیل (10) ضریب ویسکوزیته و اصطکاک کولمب به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
F_{\text{fric}} &= W\left(1 - \frac{c_1}{g c_2}\right) \\
B &= \frac{W - F_{\text{fric}}}{c_1}
\end{aligned} \tag{11}$$

که c_1 و c_2 متغیرهای ثابت می‌باشند. مقدار این ثابت‌ها با توجه به

آزمایش‌های عملی و کمینه‌سازی معیار ریشه‌ی میانگین مربعات خطا بدست می‌آیند. بنابراین، مقدار ضریب ویسکوزیته و اصطکاک کولمب به ترتیب 1.539 نیوتون.ثانیه بر متر و 73.183 نیوتون محاسبه شد. به منظور شناسایی دیگر متغیرهای نامعلوم، الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک با تابع هدف ریشه‌ی میانگین مربعات خطای نرمالیزه شده به کار می‌رود. ضریب ویسکوزیته که پیش از این محاسبه شد و متغیرهای نامعلوم نیروی اصطکاک و متغیرهای γ_i، γ_o و γ_k در دینامیک فشارها در شیربرقی شناسایی می‌شوند. طبق نتایج آزمایش‌های عملی و داده‌های بدست آمده از حسگرهای فشار، پتانسیومتر خطی و حسگر شتاب‌سنج، و با اعمال الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، مقادیر شناسایی شده طبق جدول 5 بدست می‌آید.

3-2- کنترل موقعیت عملگر نیوماتیکی براساس کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی

با توجه به بیان فضای حالت سیستم نیوماتیکی در معادله‌ی (8)، متغیر جدید C به‌عنوان متغیرهای ثابت در معادله دینامیک پیستون، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2\\
&\dot{x}_2 = x_3A_1 - x_4A_2 - Bx_2 + C\\
&\dot{x}_3 = F_1(X\cdot u)\\
&\dot{x}_4 = F_2(X\cdot u)\\
&y = x_1\\
&\varphi = x_3A_1 - x_4A_2\\
&C = -P_aA_1 - Mg - [F_c\mathrm{sgn}(x_2)\\
&+(F_s - F_c)e^{-\left(\frac{x_2}{v_s}\right)^2}\mathrm{sgn}(x_2)]
\end{aligned} \tag{12}$$

که متغیر φ شامل متغیرهای حالت معادله شیربرقی در معادله دینامیک پیستون می‌باشد. به منظور اعمال کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی خطا و مشتق آن با e_x و $\dot{e}_x$ نشان داده می‌شوند. بنابراین، سطح لغزش و مشتق آن سبت به زمان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
&S = (\dot{x}_1 - \dot{x}_{d1}) + \lambda(x_1 - x_{d1}) = \dot{e}_x + \lambda e_x\\
&\dot{S} = \ddot{e} + \lambda\dot{e}_x = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{d1} + \lambda\dot{e}_x = \varphi - B\dot{x}_1 + C - \ddot{x}_{d.1} + \lambda\dot{e}_x
\end{aligned} \tag{13}$$

با فرض اینکه C و B متغیرهای نامعلوم مساله می‌باشند که با $\hat{C}$ و $\hat{B}$ تخمین زده می‌شوند، آن‌گاه، می‌توان فرض کرد که $|B-\hat{B}| < \bar{B}$ و $|C-\hat{C}| < \bar{C}$ و همچنین با درنظر گرفتن φ:

$$\begin{aligned}
&\varphi = \hat{\varphi} - K\mathrm{sgn}(S) \quad K > 0\\
&\hat{\varphi} = \arg_{\varphi}(\dot{S}|_{B=\dot{B}\ C=\dot{C}} = 0)
\end{aligned} \tag{14}$$

با بازنویسی مشتق سطح لغزش در معادله‌ی (16) و با جای‌گذاری $\hat{\varphi}$ در معادله‌ی (7):

$$\varphi = B\dot{x}_1 - \hat{C} + \ddot{x}_d - \lambda\dot{e}_x - K\mathrm{sgn}(S) \tag{15}$$

تابع لیاپانوف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_s = \frac{1}{2}S^2 \tag{16}$$

با محاسبه‌ی مشتق تابع لیاپانوف در معادله‌ی (19) نسبت به زمان:

جدول 5 متغیرهای شناسایی شده توسط الگوریتم ژنتیک پس از شناسایی سیستم نیوماتیکی

Table 5 The identified parameters of the pneumatic system by Genetic Algorithm

متغیر	بعد متغیر	حرکت رو به بالا	حرکت رو به پایین
v_s	ms^{-1}	0.5641	-0.2894
B	Nsm^{-1}	34.4445	-3.2342
F_s	N	86.654	-91.9421
F_c	N	49.1371	-78.8793
γ_i	-	1.78×10^{-14}	10.0013
γ_o	-	4.6263	4.2568
γ_k	-	0.1440	0.1965

$$\begin{aligned}
\dot{V}_s = S\dot{S} &= S(\varphi - B\dot{x}_1 + C - \ddot{x}_{1d} + \lambda\dot{e}_x)\\
&= S\big(\hat{B}\dot{x}_1 - \hat{C} - B\dot{x}_1 - K\mathrm{sgn}(S) + C\big)\\
&= S\Big(\big(\hat{B} - B\big)\dot{x}_1 + \big(\hat{C} - C\big) - K\mathrm{sgn}(S)\Big)
\end{aligned} \tag{17}$$

درنهایت، به منظور اثبات پایداری، مشتق تابع لیاپانوف را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned}
&\dot{V} = S\big(B - \hat{B}\big)\dot{x}_1 + \big(C - \hat{C}\big)S - K|S|\\
&K = \eta + \overline{B}\gamma_{\dot{x}} + \overline{C} \qquad \eta > 0
\end{aligned} \tag{18}$$

طبق نامساوی کوشی-شوارتز طبق معادله‌ی (19) و با توجه به فرض‌های فوق که در آن محدوده‌ی بالایی معادله‌ی (20) می‌باشد:

$$\begin{aligned}
&S\big(\hat{B} - B\big)\dot{x}_1 \le |S|\big|B - \hat{B}\big||\dot{x}_1| \le |S|B\gamma\\
&S\big(\hat{C} - C\big)\dot{x}_1 \le |S|\big|C - \hat{C}\big| \le |S|\overline{C}
\end{aligned} \tag{19}$$

$$A_1F_1(X\cdot u) - A_2F_2(X\cdot u) = -\gamma_{\dot{x}}|\dot{x}| \tag{20}$$

می‌توان نتیجه گرفت که مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V} \le \big(B\gamma_{\dot{x}} + \overline{C} - K\big)|S| \le -\eta|S| \tag{21}$$

بنابراین، سطح لغزش S در زمان محدود $T \le 1/\eta$ به سمت صفر میل می‌کند. در مورد کراندار بودن مقادیر تخمین زده شده B و C شایان ذکر است که با توجه قیدهای فیزیکی در سیستم نیوماتیکی، شامل محدود بودن فشارهای دو سمت شیربرقی و همچنین این واقعیت که مقادیر هر یک از آن‌ها در عمل نمی‌تواند بیشتر از مقدار فشار اصلی ورودی به شیربرقی (فشار مرجع) بشود، می‌توان فرض کرد که این پارامترها محدود و کراندار خواهند ماند. با توجه به تغییر متغیر $z = x_3A_1 - x_4A_2 - \hat{\varphi}$، تابع لیاپانوف برای سیستم اصلی و مشتق آن نسبت به زمان، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
&W = V_s + \frac{1}{2}z^2\\
&W = S\dot{S} + z\dot{z} = S\Big(\big(\hat{B} - B\big)\dot{x}_1 + \big(\hat{C} - C\big) - K\mathrm{sgn}(S)\Big)\\
&\quad + z(A_1F_1(X\cdot u) - A_2F_2(X\cdot u) - \dot{\hat{\varphi}})
\end{aligned} \tag{22}$$

درنهایت، این معادله به یک معادله‌ی کنترلی (26) مبدل می‌شود که می‌بایست سیگنال کنترلی u در آن بدست آید:

$$A_1F_1(X\cdot u) - A_2F_2(X\cdot u) - \dot{\hat{\varphi}} = -\beta z \tag{23}$$

که در آن β یک ثابت مثبت می‌باشد. بدین ترتیب $\dot{W}$منفی نیمه معین خواهد بود و به صفر میل می‌کند. در نتیجه:

$$S \to 0 \Rightarrow x_1 \to x_{1d} \qquad z \to 0 \Rightarrow < x_3\ \ x_4 > \tag{24}$$

به عبارت دیگر، با میل کردن S به سمت صفر، می‌توان نتیجه گرفت که متغیر حالت x_1 به سمت مقدار مطلوب خود میل می‌کند. از طرف دیگر، زمانی که z به سمت صفر میل کند، متغیرهای حالت داخلی سیستم یعنی x_3 و x_4 محدود باقی می‌مانند. با توجه به رابطه‌ی بین جابجایی اسپول شیربرقی و ولتاژ ورودی آن در مرجع ، نرخ جریان جرمی هوای فشرده با تابع چندجمله‌ای درجه دوم به سیگنال کنترلی مرتبط می‌شود:

$$\dot{m}(P_u\cdot P_d) = H(P_u\cdot P_d)\frac{\pi}{4}(au+b)^2 \tag{25}$$

که در این معادله، $H_i(P_u\cdot P_d)$ جملاتی از رابطه‌ی جریان جرمی هوای فشرده می‌باشد که مربوط به فشارهای بالادست و پایین دست در محفظه‌های شیربرقی می‌باشند. با حل معادله‌ی (22) سیگنال کنترلی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u = \frac{2}{a}\left(\frac{\frac{\dot{V}_1A_1\gamma_k}{V_1}x_3 - \frac{\dot{V}_2A_2\gamma_k}{V_2}x_4 - \beta + \hat{\varphi}}{\pi\left(\frac{A_1RT\gamma_iH_1}{V_1} - \frac{A_2RT\gamma_oH_2}{V_2}\right)}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{b}{a} \tag{26}$$

با اعمال این سیگنال کنترلی به شیربرقی، می‌توان موقعیت عملگر نیوماتیکی را کنترل کرد. در حالت کلی به دلیل پیچیدگی و غیرخطی بودن ارتباط بین نرخ جریان جرمی هوا و سیگنال کنترلی u برای شیرهای برقی، برای حل معادله‌ی (23) نیاز به استفاده از روش‌های عددی می‌باشد که پیاده‌سازی آن در سخت افزار موجود برای کنترل شیرهای برقی (آردوینو) بسیار دشوار

خواهد بود و حجم محاسباتی را بسیار افزایش می‌دهد و به منظور کاربردهای زمان-واقعی نمی‌توان از آن استفاده کرد. بنابراین، به ناچار می‌بایست از روابط ساده‌تر برای رابطه‌ی بین نرخ جریان جرمی هوا و سیگنال کنترلی u بهره برد که نهایتاً رابطه‌ی بین نرخ جریان جرمی و سیگنال کنترلی u به صورت رابطه‌ی (25) به دست می‌آید. استفاده از رابطه‌ی (25) در حل معادله‌ی (23)، امکان این را فراهم می‌سازد تا بتوان به حل بسته‌ی سیگنال کنترلی u دست پیدا کرد. در غیر این صورت، اگر به جای ارتباط خطی بین سیگنال کنترلی و میزان جابجایی اسپول شیربرقی از روابط دقیق‌تر اما دارای پیچیدگی بیشتر استفاده شود، حل معادله‌ی (23) می‌بایست با استفاده از روش‌های عددی انجام بپذیرد.

4- معادلات سینماتیک و روش هندسی محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی ربات هگزاتار

4-1- معادلات سینماتیک ربات

"شکل 7" دستگاه مختصات مجری نهایی F_A، و دستگاه مختصات بستر ثابت ربات F_B، و همچنین بردارهای متناظر با هر یک از مفاصل کروی و یونیورسال ربات هگزاتار را نشان می‌دهد. همچنین بردار P موقعیت مجری نهایی ربات را نسبت به دستگاه مختصات اصلی که در مرکز جرم بستر ثابت ربات قرار گرفته نشان می‌دهد.

هر یک از شاخه‌های ربات هگزاتار از یک طرف توسط مفصل یونیورسال به بستر ثابت و از طرف دیگر توسط مفصل کروی به مجری نهایی ربات متصل می‌شوند. بردار مکان مفاصل با b_i و a_i نشان داده می‌شوند که از دستگاه مختصات محلی خود به محل اتصال مفاصل رسم می‌شوند. با تعریف s_i و l_i به ترتیب به عنوان طول و جهت هر یک از شاخه‌های ربات، بنابراین:

$$\mathrm{l}_i = l_i s_i \quad \rightarrow \quad i = 1 \cdots 6 \tag{27}$$

در معادله‌ی سینماتیک مستقیم ربات هگزاتار بردار موقعیت در مختصات اصلی به صورت $\mathrm{P} = [p_x . p_y . p_z]$ تعریف می‌شود و دوران مجری نهایی توسط ماتریس دوران R تعیین می‌گردد. بردار دوران توسط داده‌های سنسور IMU بدست می‌آید اما بردار موقعیت مجری نهایی می‌بایست محاسبه شود. معادلات سینماتیک ربات 6 درجه آزادی هگزاتار به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathrm{l}_i = [\mathrm{P}^{\mathrm{T}}\mathrm{P} + \mathrm{b}_i^{\mathrm{T}}\mathrm{b}_i + \mathrm{a}_i^{\mathrm{T}}\mathrm{a}_i - 2\mathrm{P}^{\mathrm{T}}\mathrm{a}_i + 2\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{R}\mathrm{b}_i) - 2(\mathrm{R}\mathrm{b}_i)^{\mathrm{T}}\mathrm{a}_i]^{\frac{1}{2}} \tag{28}$$

4-2- روش هندسی حل سینماتیک شبه مستقیم

موقعیت مجری نهایی ربات هگزاتار با استفاده از یک روش ابتکاری پیشنهادی در این مقاله، براساس داده‌های حسگرهای پتانسیومتر خطی، حسگر دوران IMU، به دست می‌آید. با توجه به معادلات سینماتیکی در معادله‌ی (28) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} &\mathrm{l}_i + \mathrm{a}_i = \mathrm{P} + \mathrm{R}\mathrm{b}_i \\ &\mathrm{O}_i = \mathrm{a}_i - \mathrm{R}\mathrm{b}_i \rightarrow \mathrm{P} = \mathrm{O}_i + \mathrm{l}_i \end{aligned} \tag{29}$$

که در این معادله طول بردار l_i در واقع شعاع‌های کره‌هایی خواهند بود که متناظر با هر یک از شاخه های ربات خواهد بود. مرکز این کره‌ها در O_i قرار دارند. به عنوان اولین گام در این روش هندسی، "شکل 8" در نظر گرفته می‌شود که در آن 3 کره (متناظر با شاخه‌های 1 و 3 و 5 ربات) از 6 کره‌ی ذکر شده رسم شده است. هر یک اصفحه‌ی گذرنده از مرکز این کره‌ها با I نشان داده شده است.

نقاط p_1 و p_2 محل تقاطع این سه کره می‌باشد که یکی از آن‌ها با توجه

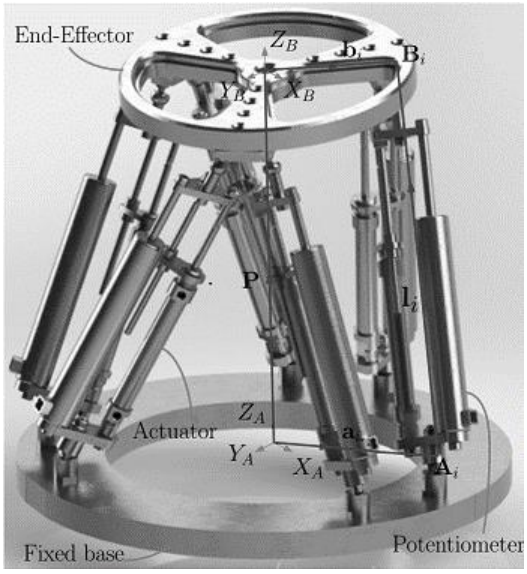

Fig. 7 The coordinate frames and vectors for extracting kinematic equations of the HexaTaar robot

شکل 7 مختصات و بردارهای مورد نیاز جهت نوشتن معادلات سینماتیکی ربات هگزاتار

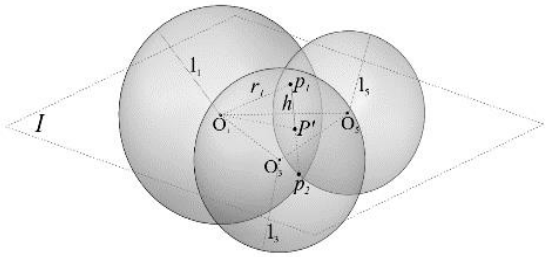

Fig. 8 The three spheres formed by 1st, 3rd and 5th links of the HexaTaar robot

شکل 8 سه کره متناظر با شاخه‌های 1، 3 و 5 ربات هگزاتار

به امکان‌پذیر بودن جواب‌ها، موقعیت مجری نهایی ربات را نشان می‌دهد. بنابراین با یافتن این دو نقطه، موقعیت مجری نهایی بدست می‌آید. براساس برخی محاسبات هندسی نقطه‌ی $\acute{\mathrm{P}}$ که در "شکل 8" نشان داده شده است، در "شکل 8" مقدار h بیان‌گر فاصله‌ی عمودی بین نقطه‌ی $\acute{\mathrm{P}}$ و محل بردار موقعیت مجری نهایی ربات می‌باشد. بنابراین بردار موقعیت مجری نهایی ربات به صورت زیر بدست می‌آید:

$$h = \pm\sqrt{r_1^2 - ||\acute{\mathrm{P}} - \mathrm{O}_1||^2} \tag{30}$$

پس از ساده‌سازی‌های محاسباتی، می‌توان بردار موقعیت مجری نهایی را به صورت بسته‌ی زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \mathrm{P} = {} & \mathrm{O}_1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\mathrm{l}_1^2 - \mathrm{l}_3^2}{||\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1||^2}\right) \\ & (\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1) + \frac{1}{2\|\hat{\mathrm{d}}\|} \\ & \left(\left\|\|\mathrm{O}_5 - \mathrm{O}_1\|^2 + \mathrm{l}_1^2 - \mathrm{l}_5^2 - \left(1 + \frac{\mathrm{l}_1^2 - \mathrm{l}_3^2}{||\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1||^2}\right)\right\|\right) \\ & (\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1)(\mathrm{O}_5 - \mathrm{O}_1) \times \left(\hat{\mathrm{d}} \times (\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1)\right) \\ & \pm(\mathrm{l}_1^2 - \{\frac{1}{4}(1 + \frac{\mathrm{l}_1^2 - \mathrm{l}_3^2}{||\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1||^2})^2 \\ & + \frac{1}{4\|\hat{\mathrm{d}}\|}(||\mathrm{O}_5 - \mathrm{O}_1 + \mathrm{l}_1^2 - \mathrm{l}_5^2 - \left(1 + \frac{\mathrm{l}_1^2 - \mathrm{l}_3^2}{||\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1||^2}\right)^2 \\ & (||\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1||)^2\}||\mathrm{O}_3 - \mathrm{O}_1||^2)^{\frac{1}{2}})\hat{\mathrm{d}} \end{aligned} \tag{31}$$

که در این معادله $\hat{d}$ و $\acute{d}$ به ترتیب بردارهای یکه و نرمال صفحه‌ی I می‌باشد.

5- کنترل ردیابی مسیر ربات 6 درجه آزادی هگزاتار

5-1- کنترل حلقه بسته‌ی پیشنهادی

"شکل 9" بلوک دیاگرام کنترل حلقه بسته‌ی ربات 6 درجه آزادی هگزاتار را به منظور ردیابی مسیرهای مطلوب نشان می‌دهد. در ابتدا مسیر مطلوب توسط معادلات سینماتیک مستقیم ربات به طول‌های مطلوب شاخه‌ها تبدیل می‌شوند. کنترل در فضای مفصل (حلقه‌ی داخلی) براساس مقایسه‌ی داده‌های اندازه‌گیری شده از طول شاخه‌های ربات توسط پتانسیومتر خطی و طول‌های مطلوب شاخه‌ها انجام می‌گیرد. از طرف دیگر، کنترل در فضای کاری ربات توسط مقایسه‌ی موقعیت و دوران مطلوب مجری نهایی ربات و موقعیت و دوران اندازه‌گیری شده انجام می‌پذیرد.

دوران مجری نهایی ربات توسط سنسور دوران IMU اندازه‌گیری می‌شود اما موقعیت مجری نهایی ربات بدون استفاده‌ی مستقیم از حسگرهای اندازه‌گیری موقعیت گران‌قیمت، به وسیله‌ی روش هندسی حل سینماتیک شبه مستقیم ربات هگزاتار بدست می‌آید. خطای اندازه‌گیری شده در فضای کاری ربات توسط ماتریس ژاکوبین ربات از فضای کاری به فضای مفصل انتقال می‌یابد. بدین ترتیب، کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی سیگنال کنترلی را براساس دو معیار ایجاد می‌کند:

(1) اختلاف بین طول مطلوب شاخه‌ها و طول اندازه‌گیری شده توسط حسگرهای پتانسیومتر خطی، (2) خطای نگاشت یافته از فضای کاری به فضای مفصل که این خطا ناشی از میزان فاصله‌ی موقعیت و دوران اندازه‌گیری شده از مقدار مطلوب خود می‌باشد. توجه به این نکته حائز اهمیت است که اجرای حلقه‌ی داخلی حدود 2 تا 3 میلی ثانیه زمان می‌برد. از طرف دیگر اجرای حلقه‌ی خارجی حدود 5 برابر بیشتر از این مقدار طول می‌کشد. بنابراین، کنترل کننده براساس تنظیم خطای نوع 1 عمل می‌کند و از خطای نگاشت شده‌ی نوع 2 صرفا جهت تنظیم سیگنال کنترلی به منظور ایجاد رفتار بدون ارتعاش می‌باشد. استفاده از خطای نوع 2 به منظور حذف دو دسته نامعینی اهمیت دارد: (1) نامعینی و خطای ایجاد شده در اندازه‌گیری طول‌ها، ابعاد و زوایای بخش‌های مکانیکی ربات هگزاتار و (2) خطای اندازه‌گیری حسگرهای دوران و پتانسیومترهای خطی.

در روش کنترل به کارگرفته شده، از خطای مستقیم فضای مفصلی، برای رسیدن عملگرها به طول مطلوب خود استفاده می‌شود. طبق آزمایش‌های عملی انجام شده، همان‌طور که اشاره شد به دلیل اینکه حلقه‌ی داخلی کنترلی حدود پنج برابر سریعتر از حلقه‌ی بیرونی می‌باشد، بنابراین هر پنج بار که طول عملگرها توسط حلقه‌ی داخلی با مقدار مطلوب خود مقایسه می‌شوند، یک بار حلقه‌ی بیرونی اجرا می‌شود و خطای باقیمانده را جبران می‌کند. اگر چنانچه فقط از حلقه‌ی داخلی و کنترل در فضای مفصلی استفاده شود، آن‌گاه هیچ فیدبکی از مجری نهایی ربات و هیچ تضمینی برای ردیابی مسیرهای مطلوب در نظر گرفته شده وجود نخواهد داشت. از طرفی کنترل در حلقه‌ی خارجی به تنهایی نمی‌تواند عملکرد مناسبی را ایجاد کند. به این دلیل که حلقه‌ی داخلی به علت سرعت بالاتر خود می‌تواند تا حد بسیار زیادی در هر بازه‌ی زمانی اعمال حلقه‌ی خارجی، مقادیر مطلوب در فضای کاری را تا حد زیادی به نسبت حالتی که حلقه‌ی داخلی وجود نداشته باشد، به مقادیر مطلوب در فضای مفصلی نزدیک کند و به کار ردیابی در فضای کاری کمک کند. به عبارت دیگر، وقتی حلقه‌ی خارجی یک بار انجام می‌گردد، در این بازه‌ی زمانی حلقه‌ی داخلی پنج بار این فرصت را پیدا خواهد کرد تا طول عملگرها را به نحوی اصلاح کند تا مادامی که نوبت به اعمال حلقه کنترلی بیرونی می‌رسد، به مقدار مناسبی به مقادیر مطلوب در فضای کاری نزدیک شده باشد. عواملی که تاثیر منفی بر روی عملکرد کنترل کننده‌ی طراحی شده‌ی پسگام مد لغزشی ایجاد خواهند کرد عبارتند از: خطاهای موجود در مدل‌سازی دینامیکی انجام شده و شناسایی پارامترها، عدم قطعیت در تعامل شاخه‌های ربات به منظور ایجاد حرکت در مجری نهایی، خطاهای اندازه‌گیری سنسورها و خطای ناشی از مدل‌سازی موقعیت اسپول شیربرقی.

5-2- ردیابی مسیرهای مطلوب سینوسی

شش مسیر سینوسی مجزا شامل 3 حرکت طولی در راستای محورهای مختصات و 3 حرکت دورانی حول هر یک از محورهای مختصات مورد آزمایش قرار گرفته است. دلیل انتخای این نوع مسیر این است که با توجه به استراتژی کنترلی به کار گرفته شده، ربات هگزاتار در هر یک از راستاهای طولی و دورانی خود (هر یک از درجات آزادی) به چه میزان می‌تواند دقت داشته باشد. در واقع کنترل ربات برای هر یک از درجات آزادی با مسیر مطلوب سینوسی و در عین حال حرکت در دیگر درجات آزادی صفر بماند. برای حرکات انتقالی مسیرهای مطلوب سینوسی با فرکانس 0.1 هرتز و دامنه‌ی 4 سانتی‌متر آزمایش شده است. همچنین برای حرکات دورانی، با مسیرهای مطلوب سینوسی با فرکانس 0.1 هرتز و دامنه‌ی زاویه‌ای 7.5 درجه آزمایش شده است. نمودارهای "اشکال 10 تا 15"، ردیابی مسیر مطلوب سینوسی برای حرکات انتقالی و دورانی را نشان می‌دهند.

معیار ریشه‌ی میانگین مربعات خطا برای مقدار خطای ردیابی ربات هگزاتار در هر یک از درجات آزادی خود در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب با اعمال کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی و همچنین کنترل حلقه بسته به کمک استفاده از کنتزل در فضای مفصل و فضای کاری ربات هگزاتار، ردیابی مسیرهای انتقالی سینوسی با خطای کمتر از 2 سانتی‌متر و برای مسیرهای دورانی، خطای کمتر از 3 درجه بدست آمد که نتایج آن در جدول 6 لیست شده است. مسیرهای مطلوب در کاربردهای واقعی شامل طیف‌های مختلف فرکانسی از موج‌های سینوسی می‌باشند. از این رو، انتخاب مسیرهای مطلوب سینوسی به عنوان معیار مناسبی برای آزمایش مورد استفاده قرار گرفته است. زمانی که مسیرهای مطلوب به صورتی باشند که همزمان هم حرکت جابجایی خطی و هم حرکت دورانی باشد، آن‌گاه ردیابی مسیر مطلوب به مراتب دشوارتر خواهد بود. همچنین، هر چقدر فرکانس مسیر سینوسی بیشتر باشد، به تبع آن عملگرهای نیوماتیکی با خطای بیشتری به طول مطلوب خود خواهند رسید و در نتیجه ردیابی در فضای کاری با دقت کمتری انجام خواهد شد.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل ردیابی مسیر یک ربات نیوماتیکی 6 درجه آزادی گاف-استوارت، با نام هگزاتار بررسی شد. بدین منظور، مدل دینامیکی سیستم نیوماتیکی هر شاخه از ربات هگزاتار شامل دینامیک پیستون و دینامیک فشارها در شیربرقی استخراج گردید. متغیرهای نامعلوم در معادلات دینامیکی سیستم نیوماتیکی ربات به کمک الگوریتم ژنتیک شناسایی شدند. همچنین، با استفاده از کنترل کننده‌ی پسگام مدلغزشی کنترل موقعیت عملگر نیوماتیکی ربات انجام گرفت. معادلات سینماتیکی ربات 6 درجه آزادی هگزاتار استخراج شد و به وسیله‌ی یک روش ابتکاری با نام روش هندسی حل

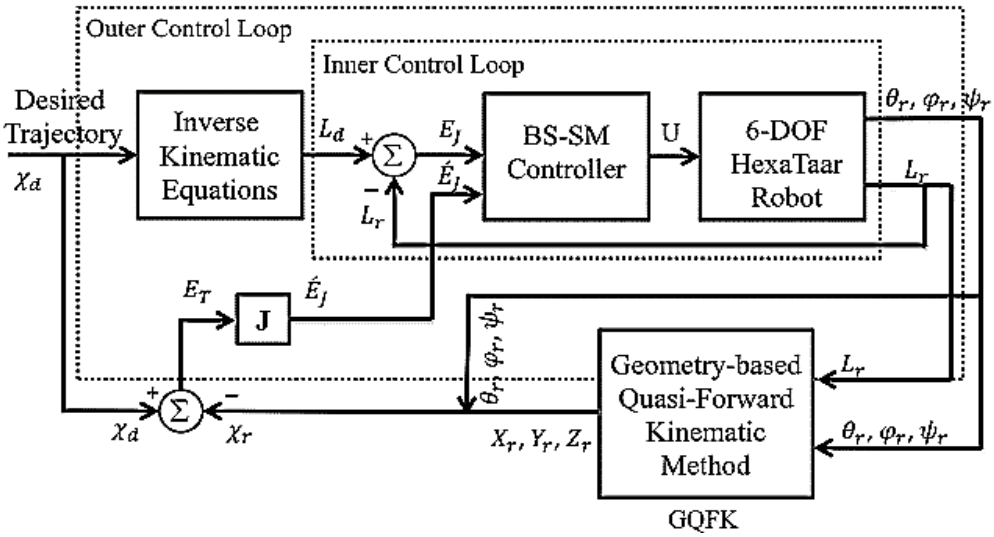

Fig. 9 Schematic of control loops for kinematic control of the 6-DoF HexaTaar robot

شکل 9 طرح‌واره‌ی حلقه‌های کنترلی به منظور کنترل سینماتیکی ربات 6 درجه آزادی گاف-استوارت

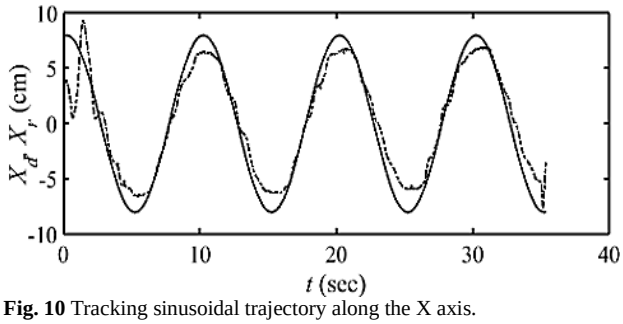

Fig. 10 Tracking sinusoidal trajectory along the X axis.

شکل 10 ردیابی مسیر سینوسی مطلوب در راستای محور X.

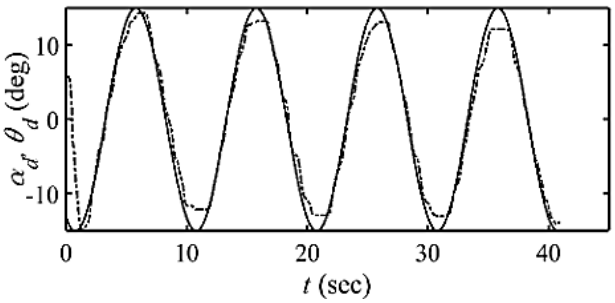

Fig. 13 Tracking sinusoidal trajectory around the X axis

شکل 13 ردیابی مسیر سینوسی مطلوب حول محور X.

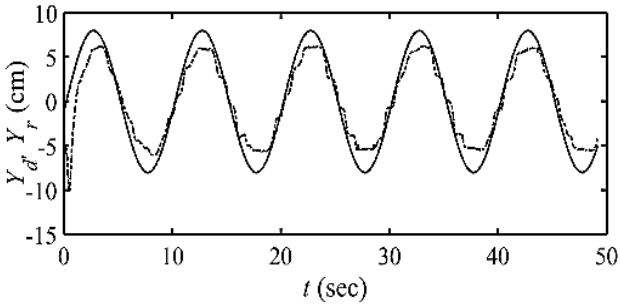

Fig. 11 Tracking sinusoidal trajectory along the Y axis.

شکل 11 ردیابی مسیر سینوسی مطلوب در راستای محور Y.

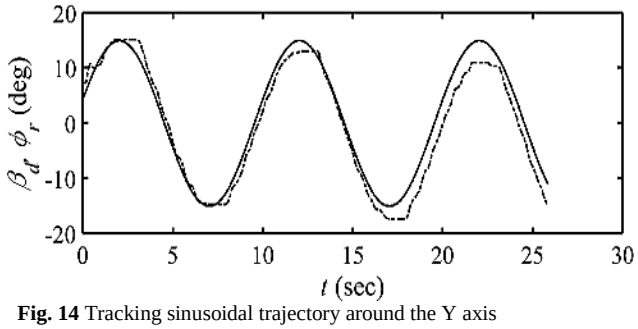

Fig. 14 Tracking sinusoidal trajectory around the Y axis

شکل 14 ردیابی مسیر سینوسی مطلوب حول محور Y.

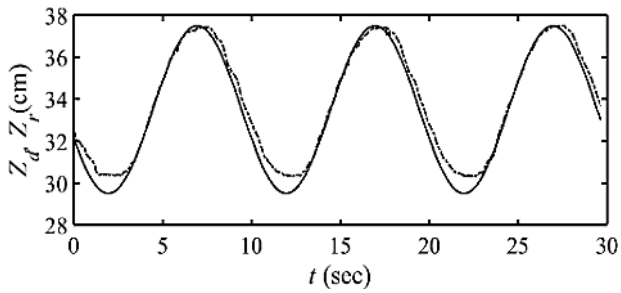

Fig. 12 Tracking sinusoidal trajectory along the Z axis.

شکل 12 ردیابی مسیر سینوسی مطلوب در راستای محور Z.

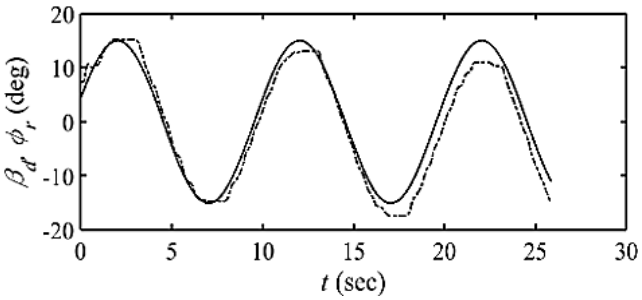

Fig. 15 Tracking sinusoidal trajectory around the Z axis

شکل 15 ردیابی مسیر سینوسی مطلوب حول محور Z.

جدول 6 ریشه‌ی میانگین مجموع مربعات خطا ردیابی مسیرهای مطلوب سینوسی در راستا و حول محورهای مختصات

Table 6 Root mean square error of trajectory tracking for sinusoidal translations and rotations along and around axes.

معیار	خطای حرکت انتقالی در راستای محور			خطای حرکت دورانی حول محور		
	X	Y	Z	X	Y	Z
ریشه‌ی میانگین مربعات خطا	1.163	1.242	0.233	1.216	1.892	2.563

سینماتیک شبه مستقیم موقعیت مجری نهایی ربات بدست آمد. بنابراین با توجه به کنترل کننده‌ی پسگام جهت کنترل عملگرهای ربات و همچنین روش پیشنهادی محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی، کنترل موقعیت ربات هگزاتار انجام شد. کنترل این ربات هم در فضای مفاصل و هم در فضای کاری ربات و به‌صورت همزمان اجرا شد. در نهایت، مساله ردیابی مسیرهای مطلوب، به منظور سنجش میزان کارایی روش‌های پیشنهاد شده در نظر گرفته شد که نتایج آزمایش‌های عملی، مسیرهای مطلوب سینوسی را برای حرکات انتقالی با خطای 2 سانتی‌متر و برای حرکات دورانی با خطای 3 درجه ردیابی شد.

7- فهرست علایم

A_i	سطح محفظه (m^2)
A_r	سطح میله پیستون (m^2)
A_v	سطح اریفیس شیربرقی (m^2)
a	شتاب پیستون (ms^{-2})
B	ضریب ویسکوزیته (NSm^{-1})
C_d	ضریب تخلیه شیربرقی
C_v	ثابت شیربرقی
C_d	ضریب تخلیه شیربرقی
C_v	ثابت شیربرقی
F_c	اصطکاک کولمب (N)
F_f	نیروی اصطکاک (N)
F_s	اصطکاک ایستایی (N)
g	ضریب جاذبه (ms^{-2})
k	ثابت گرمای ویژه
L	طول عملیاتی عملگر (m)
M	جرم پیستون (kg)
R	ثابت جهانی گاز
T_s	دما (K)
u	ولتاژ ورودی (V)
V_0	حجم مرده (m^3)
V_i	حجم محفظه (m^3)
V_0	حجم مرده (m^3)
v	سرعت پیستون (ms^{-1})
v_s	سرعت استریبک (ms^{-1})
X_s	جابجایی اسپول (m)
x	موقعیت پیستون (m)

8- مراجع

[1] J. P. Merlet, *Parallel Robots*, Springer Science & Business Media, Vol. 128, pp. 1-70, 2006.

[2] H. Tari, H. J. Su, J. D. Hauenstein, Classification and complete solution of the kinetostatics of a compliant Stewart–Gough platform, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 49, pp. 177-186, 2012.

[3] A. Cirillo, P. Cirillo, G. De Maria, A. Marino, C. Natale, S. Pirozzi, Optimal custom design of both symmetric and unsymmetrical hexapod robots for aeronautics applications, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 44, pp. 1-16, 2017.

[4] A. Rabbani, M. J. Nategh, D. Karimi, Machining free form surfaces with hexapod machine tool, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 395-400, 2016.

[5] L. Yingjie, Z. Wenbai, R. Gexue, Feedback control of a cable-driven Gough-Stewart platform, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 1, pp. 198-202, 2006.

[6] J. Cabrera, A. Ortiz, A. Simon, F. García, A. P. La Blanca, A versatile flat track tire testing machine, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 40, No. 4, pp. 271-284, 2003.

[7] A. Rastegarpanah, M. Saadat, A. Borboni, Parallel robot for lower limb rehabilitation exercises, *Applied Bionics and Biomechanics*, Vol. 9, No. 1, pp. 1-6, 2016.

[8] Y. Pi, X. Wang, Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances, *Control Engineering Practice*, Vol. 19, No. 2, pp. 185-193, 2011.

[9] J. H. Machiani, M. T. Masouleh, A. Kalhor, M. G. Tabrizi, F. Sanie, Control of a pneumatically actuated 6-DOF Gough-Stewart platform, *Robotics and Mechatronics (ICRoM) second RSI/ISM International Conference on*, pp. 166-171, 2014.

[10] H. Bayani, M. M. Tale, A. Kalhor, Practical performance comparison of pole placement and sliding mode controller for position control of cable-driven parallel robots using visual servoing, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 63-74, 2016.

[11] S. K. Song, D. S. Kwon, Efficient formulation approach for the forward kinematics of 3-6 parallel mechanisms, *Advanced Robotics*, Vol. 16, No. 2, pp. 191-215, 2002.

[12] R. Chellal, L. Cuvillon, E. Laroche, Model identification and vision-based H∞ position control of 6-DoF cable-driven parallel robots, *International Journal of Control*, Vol. 90, No. 4, pp. 684-701, 2017.

[13] A. Salimi. Lafmejani, A. Kalhor, M. T. Masouleh, A new development of Homotopy continuation method, applied in solving nonlinear kinematic system of equations of parallel mechanisms, *Robotics and Mechatronics (ICRoM) third RSI International Conference on*, pp. 737-742, 2015.

[14] A. Mahmoodi, A. Sayadi, M. B. Menhaj, Solution of forward kinematics in Stewart platform using six rotary sensors on joints of three legs, *Advanced Robotics*, Vol. 28, No. 1, pp. 27-37, 2014.

[15] K. S. Grewal, R. Dixon, J. Pearson, LQG controller design applied to a pneumatic stewart-gough platform, *International Journal of Automation and Computing*, Vol. 9, No. 1, pp. 45-53, 2012.

[16] D. Pršić, N. Nedić, V. Stojanović, A nature inspired optimal control of pneumatic-driven parallel robot platform, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 231, No. 1, pp. 59-71, 2017.

[17] H. Takemura, T. Onodera, D. Ming, H. Mizoguchi, Design and control of a wearable stewart platform-type ankle-foot assistive device, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 9, No. 5, pp. 202, 2012.

[18] Q. Zhao, N. Wang, B. F. Spencer Jr, Adaptive position tracking control of electro-hydraulic six-degree-of-freedom driving simulator subject to perturbation, *Simulation*, Vol. 91, No. 3, pp. 265-275, 2015.

[19] B. Achili, B. Daachi, Y. Amirat, A. Ali-Cherif, A robust adaptive control of a parallel robot, *International Journal of Control*, Vol. 83, No. 10, pp. 2107-2119, 2010.

[20] H. Abdellatif, B. Heimann, Advanced model-based control of a 6-DOF hexapod robot: A case study, *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, Vol. 15, No. 2, pp. 269-279, 2010.

[21] E. Yime, R. Saltaren, J. Diaz, Robust adaptive control of the Stewart-Gough robot in the task space, *American Control Conference (ACC), IEEE*, pp. 5248-5253, 2010.

[22] R. Kumar, A. Chalanga, B. Bandyopadhyay, Smooth integral sliding mode controller for the position control of Stewart platform, *ISA Transactions*, Vol. 58, pp. 543-551, 2015.

[23] N. Andreff, P. Martinet, Unifying kinematic modeling, identification, and control of a Gough–Stewart parallel robot into a vision-based framework, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 6, pp. 1077-1086, 2006.

[24] V. Rosenzveig, S. Briot, P. Martinet, E. Özgür, N. Bouton, A method for simplifying the analysis of leg-based visual servoing of parallel robots, *Proceeding of IEEE*, pp. 5720-5727.

[25] A. Salimi. Lafmejani, M. T. Masouleh, A. Kalhor, An experimental study on friction identification of a pneumatic actuator and dynamic modeling of a proportional valve, *Robotics and Mechatronics (ICRoM) fourth RSI International Conference on*, pp. 166-172, 2016.

[26] W. H. Yuan, M. S. Tsai, A novel approach for forward dynamic analysis of 3-PRS parallel manipulator with consideration of friction effect, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 30, No. 3, pp. 315-325, 2014.

[27] X. B. Tran, H. Yanada, Dynamic friction behaviors of pneumatic cylinders, *Intelligent Control and Automation*, Vol. 4, No. 2, pp. 1-180, 2013.
[28] S. Ramezani, S. M. Rezaei, M. Zareinejad, K. Baghestan, Control of pneumatic servo system based on simultaneous pressure observing on both sides of the cylinder by high-gain observer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, 2015.
[29] G. Kothapalli, M. Y. Hassan, Design of a neural network based intelligent PI controller for a pneumatic system, *IAENG International Journal of Computer Science*, Vol. 35, No. 2, pp. 217-225, 2008.
[30] B. McCarron, *Low-Cost IMU Implementation via Sensor Fusion Algorithms in the Arduino Environment*