مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1396، دوره 17، شماره 10، ص‌ص 29-38

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی، مدل‌سازی و ارتقا عضله بازوی مصنوعی با استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار

عبدالله فدائی‌پور[1]، حسام خواجه‌سعید[2*]، احمد قنبری[3]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 5166616471، khajehsaeid@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 خرداد 1396

پذیرش: 11 مرداد 1396

ارائه در سایت: 07 مهر 1396

کلید واژگان:

آلیاژهای حافظه دار

اثر ترموالکتریک

عضله مصنوعی

پاسخ دینامیکی

چکیده

آلیاژهای حافظه‌دار (SMA) زیر مجموعه‌ای از مواد هوشمند هستند که ویژگی اساسی آن‌ها تغییر شکل بزرگ ناشی از تغییر در ریزساختار آن‌ها، تحت تاثیر دما و میدان مغناطیسی می‌باشد. این آلیاژها دو اثر مهم حافظه داری و سوپرالاستیسته را ازخود نشان می‌دهندکه باعث می‌شود این مواد به کاندیدای بسیار مناسبی برای سیستم‌های کنترل، سنسورها و طراحی عملگرها تبدیل شوند. از مزایای آلیاژهای حافظه‌دار می‌توان به اندازه کوچک، وزن کم، نیاز به توان تحریک پایین، تحریک‌پذیری الکتریکی و حرارتی، عملکرد و تحریک بیصدا در مقایسه با سایر محرک‌ها، عمر مفید و طولانی و نسبت توان به وزن بالا اشاره کرد. فرکانس عملکردی محدود این آلیاژها یکی از عمده معایب آن‌هاست. در این مقاله، با الهام از نحوه قرارگیری عضله‌ها در بازوی انسان عملگرجدیدی برای تقلید حرکت بازو طراحی شده و با استفاده از اثر ترموالکتریک زمان پاسخ عملگر کاهش داده شده است. این فرآیند مستلزم حل همزمان معادلات انتقال حرارت، معادلات ساختاری، توصیف فرایند تغییر فاز و همچنین معادلات دینامیکی حاکم بر عملگر می باشد. پاسخ دینامیکی عملگر با نتایج تجربی موجود در سایر مقالات مقایسه و صحت نتایج حاصل از مدل‌سازی بررسی می‌شود و تاثیر پارامترهای مختلف بر روی پاسخ عملگر مورد بررسی قرارمی‌گیرد. نتایج حاصل نشانگر آن است که با استفاده از روش پیشنهادی می‌توان زمان پاسخ عملگر را تا بیش از 50٪ کاهش داد.

Design, modeling and enhancement of an artificial arm muscle using shape memory alloys

Abdoollah Fadaiepour, Hesam Khajehsaeid*, Ahmad Ghanbari

Department of Mechatronics Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
* P.O.B. 5166616471 Tabriz, Iran, khajehsaeid@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 07 June 2017
Accepted 02 August 2017
Available Online 29 September 2017

Keywords:
Shape memory alloys
Thermoelectric effect
Artificial muscle
Dynamic response

ABSTRACT

Shape memory alloys are a category of smart materials which exhibit large deformations under temperature or magnetic stimuli due to micromechanical changes. These alloys offer a good potential in design of control systems, sensors and actuators due to two main effects called shape memory effect and superelastic effect. Main advantages of these systems are their small scale, low weight, low activation power, long life and high power to weight ratio. On the other hand, the main disadvantage of the thermal type is their low actuation frequency. In this work, inspired by human arm muscles, a new actuator is designed and its actuation time is minimized utilizing the thermoelectric effect. The process requires simultaneous analysis of heat transfer, constitutive equations, phase transformation and also the dynamic equations of the actuator. The dynamic response of the designed actuator is compared with the similar experimental data available in the literature and finally it is shown that, the actuation time of the proposed actuator can be reduced at least 50% as a result of the Peltier effect.

1- مقدمه

آلیاژهای حافظه‌دار[1](SMA) زیر مجموعه‌ای از مواد هوشمند هستند که ویژگی اساسی آن‌ها تغییر شکل بزرگ ناشی از تغییر در ریزساختار آن‌ها، تحت تاثیر محرک های غیر مکانیکی مانند دما و میدان مغناطیسی می‌باشد. این آلیاژها دو اثر مهم حافظه داری و سوپرالاستیسته را ازخود نشان می‌دهند که باعث می‌شود این مواد به گزینه مناسبی برای سیستم‌های کنترل، سنسورها و طراحی عملگرها تبدیل شوند [1]. کاربردهای عمده این مواد در رباتیک، صنایع اتومبیل، صنعت هوا فضا و مهندسی پزشکی می‌باشد. کشف نایتینول (آلیاژ نیکل– تیتانیوم) که سازگاری بسیار مناسبی با بدن انسان دارد، باعث توجه بیش از پیش به استفاده از این مواد در بیومکانیک شده است بطوری که امروزه عملگرهای مختلفی از آلیاژهای حافظه‌دار برای اعضای مختلف بدن طراحی و ساخته شده است [2]. از مزایای آلیاژهای حافظه‌دار می‌توان به اندازه کوچک، وزن کم، توان تحریک پایین، تحریک‌پذیری الکتریکی و حرارتی، عملکرد بی‌صدا در مقایسه با سایر محرک‌ها، عمر طولانی و نسبت توان به وزن بالا اشاره کرد. فرکانس عملکردی پایین این آلیاژها یکی

[1] Shape Memory Alloys

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Fadaiepour, H. Khajehsaeid, A. Ghanbari, Design, modeling and enhancement of an artificial arm muscle using shape memory alloys, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 28-38, 2017 (in Persian)

از عمده معایب آن‌هاست. علاوه بر این، آلیاژهای حافظه‌دار بازه تنش و دمایی خاصی دارند و در صورت رعایت نکردن این محدوده ممکن است تغییر ماهیت دهند [3]. کنترل تغییر فاز و میزان نیروی خروجی در عملگرهای ساخته شده از آلیاژهای حافظه‌دار غالبا توسط کنترل دما انجام می‌شود. اثر ژول یک روش ساده برای گرم کردن این آلیاژها است ولی غالبا سرمایش به آسانی گرمایش صورت نمی‌گیرد. در حالی‌که پاسخ دینامیکی عملگر بستگی زیادی به نحوه و زمان سرمایش نیز دارد. جابه‌جایی حرارتی و رسانش روش‌های معمول برای سرد کردن SMA هستندکه عمدتا جوابگوی سرعت موردنظر نمی‌باشند [4]. در دهه های اخیر عملگرهایی براساس SMA برای جایگزینی عضلات مختلف بدن طراحی شده است. برای مثال ژانگ و همکاران عملگری برای عضله بازوی انسان ارائه نمودند [5]. هدف اصلی این عملگر، تقلید ویژگی‌های مکانیکی عضلات با حفظ سادگی می‌باشد. در این طراحی از یک فریم برای اتصال بخش‌های مختلف به یکدیگر استفاده شده است. از جفت سیم‌های SMA به‌صورت موازی به عنوان المان انقباضی استفاده شده که با نسبت قابل قبولی منحنی نیرو – جابه جایی ماهیچه را تقلید می‌کنند. هیروناری عملگر دیگری را برای عضله مصنوعی با استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار پیچشی ارائه نمود [6]. در این مرجع دو نوع عملگر طراحی شده است که هر دو دارای سیم پیچشی SMA، پیستون ساخته شده از رزین، راهنمایی برای SMA، یک کلاهک، یک راهنمای کلی از جنس سیلیکون، یک فنر فشرده شده پیچشی از یک فلز نرم و یک میله از جنس SMA، می‌باشند. ژانگ و همکاران براساس مدل هیل عملگر دیگری برای عضله مصنوعی ارائه نمودند [7]. براساس این مدل ویژگی‌های مکانیکی می‌توانند توسط روابط نیرو– سرعت و نیرو– جابجایی توصیف شده و معماری ماهیچه‌ها می‌تواند به سه المان ساده‌سازی شود. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد سیم‌های SMA می‌توانند ویژگی های نیرو–سرعت ماهیچه‌های اسکلتی را تقلید و شبیه سازی کنند [4]. گرانت و هاوارد یک عملگر دیفرانسیلی متشکل از 12 قطعه SMA در یک آرایش مارپیچی برای ایجاد حرکات بزرگ را ارائه نمودند [8].

در این مقاله، با الهام از نحوه قرارگیری عضله‌ها در مفصل بازوی انسان عملگر جدیدی برای تقلید حرکت بازو طراحی خواهد شد و سعی در کاهش زمان پاسخ عملگر خواهیم داشت. اثر ترموالکتریک و به طور ویژه اثر پلتیر برای این کار مناسب به‌نظر می‌رسد زیرا در این اثر با توجه به جهت جریان الکتریکی چاه یا چشمه دمایی در محل تماس دو ماده متفاوت ایجاد می‌شود [9]. انواع مکانیزم‌های موجود برای عملگرها مورد بررسی قرار گرفته و معادلات دینامیکی آن‌ها ارائه شده و در بخش سوم معادلات ساختاری و توصیف تغییر فاز ارائه خواهد شد. در بخش چهارم مدل انتقال حرارت و نحوه حل این معادلات استخراج می‌شود و در بخش پنجم زاویه خروجی عملگر و پارامترهای موثر بر آن بررسی خواهدگردید.

2-انواع عملگر بازو

قبل از طراحی و ارائه عملگر جدید، بمنظور مقایسه، عملگرهای ارائه شده در مطالعات پیشین مورد بررسی قرار گرفته و معادلات دینامیکی حاکم بر آن‌ها ارائه می‌گردد.

1- عملگر بایاس(BC): متشکل از یک SMA و فنر پیچشی می‌باشد که مطابق "شکل 1" دو کوپلر را به یکدیگر متصل می‌کند. کوپلر اول به آلیاژ حافظه‌دار متصل بوده و کوپلر دوم به یک سیم صلب متصل است [10].

2- عملگر دیفرانسیلی(DI): متشکل از دو SMA مخالف و کوپلر میانی بوده و به جای سیم سخت از آلیاژ حافظه‌دار برای ایجاد نیروی بازیابی استفاده شده است. "شکل 2" عملگر دیفرانسیلی را نشان می‌دهد.

این دو عملگر نیاز به عملکرد سریع را برآورده نمی‌کنند لذا طراحی عملگری با پاسخ سریعتر ضروری بنظر میرسد. مفصل بازوی انسان توسط دو ماهیچه استخوانی مخالف (جلو بازو و پشت بازو) تحریک می‌شود که با الگوبرداری از این ماهیچه یک عملگر جدید جهت تقلید حرکت مفصل بازوی انسان طراحی شده است [10]. این عملگر در واقع نوع دیفرانسیلی اصلاح شده (CD) می‌باشد که از دو SMA مخالف و یک فنر پیچشی و دو کوپلر تشکیل شده است. یکی از کوپلرها ثابت و دیگری متحرک می‌باشد. آلیاژهای حافظه‌دار مخالف مانند عضلات بازوی انسان عمل می‌کنند زیرا مستقیما به کوپلر متصل هستند و نیروی دوطرفه برای حرکت عملگر را تامین می‌کنند. فنر پیچشی به منظور تقلید عملکرد تاندون استفاده می‌شود که در داخل کوپلر قرارمی‌گیرد. مکانیزم عملکرد بدین صورت است که که وقتی SMA بالایی توسط گرمایش تحریک می شود کوپلر 1 به‌دلیل نیروی انقباضی سیم SMA می‌چرخد از این‌رو فنر پیچشی نیروی موثر را از کوپلر 1 به کوپلر 2 منتقل می‌کند لذا SMA پایینی کشیده می‌شود تا چرخش را محدود کند. می‌توانیم این مکانیزم را معکوس کنیم به‌طوری که ابتدا SMA پایین را حرارت دهیم و نیرو در جهت معکوس منتقل شود. "شکل 3" مدل عملگر را نشان می‌دهد.

با توجه به "شکل 3" کوپلرها تحت تاثیر SMA بالایی و پایینی دوران می‌کنندکه θ_i زاویه حول محورy، F_i نیروی تماسی، r_i بازوی گشتاور، τ_s گشتاور پیچشی فنر و J_i ممان اینرسی دورانی است. معادله دینامیکی هریک از کوپلرها به منظور یافتن زاویه خروجی عملگر به‌صورت زیر است [10]:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\theta}_1 = F_1 r_1 - b_1\dot{\theta}_1 - K_s(\theta_1-\theta_2) - b_s(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2) \\ \qquad -m_{\text{load}} g r_1 \cos\theta_1 \\ J_2\ddot{\theta}_2 = K_s(\theta_1-\theta_2) + b_s(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2) - f_2 r_2 - b_2\dot{\theta}_2 \end{cases} \quad (1)$$

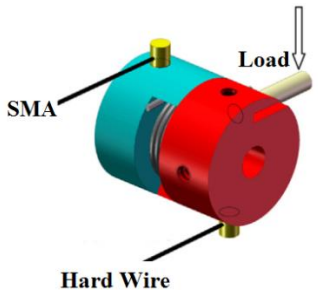

Fig. 1 Bias Actuator [10]

شکل 1 عملگر بایاس [10]

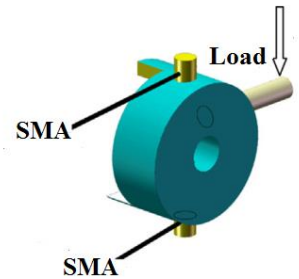

Fig. 2 Differential Actuator [10]

شکل 2 عملگر دیفرانسیلی [10]

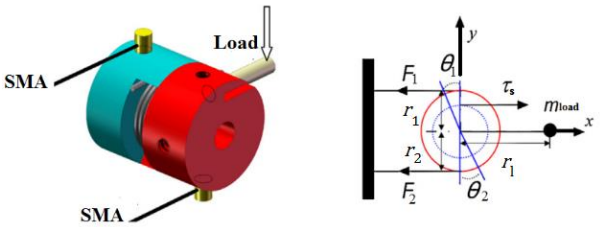

Fig. 3 Compliant Differential Actuator [10]

شکل 3 عملگر دیفرانسیلی اصلاح شده [10]

که در آن b_1، b_2 ضریب میرایی آلیاژهای حافظه‌دار، b_s ضریب میرایی کوپلر، m_{load} جرم معادل کوپلر و K_s سختی معادل کوپلر است.

برای مقایسه معادله دینامیکی عملگر بایاس به صورت زیر است [10]:

$$J_1\ddot{\theta}_1 = F_1 r_1 - b_1\dot{\theta}_1 - K_s(\theta_1) - b_s(\dot{\theta}_1) - m_{load} g r_l \cos\theta_1 \quad (2)$$

و معادله دینامیکی عملگر دیفرانسیلی به‌صورت زیر است [10]:

$$J_1\ddot{\theta}_1 = F_1 r_1 - b_1\dot{\theta}_1 - f_2 r_1 - b_2(\dot{\theta}_1) - m_{load} g r_l \cos\theta_1 \quad (3)$$

نرخ کرنش در SMA تابعی از سرعت محل تماس سیم و کوپلر است:

$$\dot{\varepsilon}_i = r_i\dot{\theta}_i / L_i \quad (4)$$

3- معادلات ساختاری

معادلات ساختاری روابط بین تنش، کرنش و کسر حجمی را توصیف می‌کنند. بدین منظور، مدل‌های متعددی ارائه گردیده است که هر یک مزایا و محدودیت‌های خاصی دارند. برخی از این مدل‌ها نیازمند پارامترهایی هستند که از تست‌های خاص ترمومکانیکال بر روی آلیاژ به‌دست می‌آیند. در این مقاله با توجه به این‌که هدف اصلی به‌دست آوردن خروجی‌های دینامیکی عملگر است، از مدل لیانگ-راجرز به دلیل سادگی، دقت نسبتا مناسب و کم بودن تعداد پارامترهای مادی استفاده شده است. رابطه بین تنش، کرنش، دما و کسر حجمی مارتنزیت در مدل لیانگ–راجرز [11] به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\dot{\bar{\sigma}} = D\dot{\bar{\varepsilon}} + \Theta\dot{T} + \Omega\dot{\xi} \quad (5)$$

که در آن D تانسور مدول یانگ، Θ تانسور ترموالاستیک و Ω تانسور تغییر فاز است. اگر به دلیل کوچک بودن ثابت انبساط حجمی از آن صرف‌نظر شود، معادله به شکل زیر در می‌آید:

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} - \varepsilon_l E\dot{\xi} \quad (6)$$

مدول یانگ آلیاژهای حافظه‌دار تابعی از نسبت مارتنزیت می‌باشد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$E = \xi E_M + (1-\xi)E_A \quad (7)$$

که در آن E_M و E_A مدول یانگ در فازهای مارتنزیت و آستنیت می باشند. با در نظر گرفتن شرایط اولیه $(\sigma_0, \varepsilon_0, \xi_0)$ تنش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sigma = \int_0^t E(\dot{\varepsilon} - \varepsilon_l\dot{\xi})dt + \sigma_0 \quad (8)$$

لذا نیروی تماسی به صورت زیر به دست می آید:

$$F = A\sigma = K\varepsilon L \quad (9)$$

که در آن A و L سطح مقطع و طول سیم SMA می‌باشند. سختی سیم SMA را می توانیم از معادله (10) به دست آوریم:

$$K = \frac{\sigma A}{\varepsilon L} \quad (10)$$

می‌توان با توجه به شرایط اولیه و مدول یانگ متفاوت هر فاز، سختی فازهای مارتنزیت و آستنیت را به دست آورد:

$$K_M = \frac{E_M A}{L}, K_A = \frac{E_A A}{L} \quad (11)$$

3-1- توصیف تغییر فاز

در مدل لیانگ–راجرز نسبت حجمی مارتنزیت در طی گرمایش از رابطه (12) به دست می‌آید [11]:

$$\xi = \frac{\xi_M}{2}\{\cos[a_A(T - A_s) + b_A\sigma] + 1\}$$
$$A_s + \frac{\sigma}{C_A} \le T \le A_f + \frac{\sigma}{C_A} \quad (12)$$

در طی سرمایش این نسبت از رابطه (13) به دست می‌آید:

$$\xi = \frac{1-\xi_A}{2}\left\{\cos[a_M(T - M_f) + b_M\sigma] + \frac{1+\xi_A}{2}\right\}$$
$$M_s + \frac{\sigma}{C_M} \le T \le M_f + \frac{\sigma}{C_M} \quad (13)$$

که در آن A_s، A_f، M_s و M_f دماهای آغاز و پایین فاز آستنیت و مارتنزیت می باشد و a_M و a_A ثابت‌هایی هستند که از آن دماها به دست می‌آیند.

$$a_A = \frac{\pi}{(A_f - A_s)} \quad , b_A = -\frac{a_A}{C_A} \quad (14)$$

$$a_M = \frac{\pi}{(M_s - M_f)} \quad , b_M = -\frac{a_M}{C_M} \quad (15)$$

4- انتقال حرارت

در عملگرهای ساخته شده از آلیاژهای حافظه‌دار، زمان ایجاد تحریک و به تبع آن فرکانس پاسخ به خصوص در سیستم‌های دینامیکی بسیار مهم است. کرنش در این مواد توسط افزایش دما تا حد معینی ایجاد می‌شود و پاسخ زمانی این مواد غالبا توسط دما کنترل می‌شود [12]. با توجه به پایین بودن سرعت پاسخ آلیاژهای حافظه‌دار، استفاده از روشی جهت کاهش زمان سرمایش ضروری به نظر می‌رسد. اثر پلتیر که در آن از مواد نیمه‌هادی استفاده می‌شود، می‌تواند برای کاهش زمان سرمایش موثر باشد. ساختار کریستالی نیمه هادی‌ها به گونه ای است که سطح والانس یک شبکه کاملا پر بوده و سطح رسانش شبکه دیگر خالی است. اگر بتوان با تحریک گرمایی یک الکترون از سطح والانس یک شبکه به سطح رسانش شبکه دیگر رساند، شبکه‌دهنده به نوع P و شبکه گیرنده به نوع N تبدیل می‌شوند. حال اگر دو نیمه هادی N و P با چگالی الکترونی متفاوت به هم متصل شوند، جاری کردن جریان الکتریکی در محل اتصال باعث حرکت الکترون‌ها و حفره‌ها می شود. در محلی که الکترون‌ها نفوذ می‌کنند گرما آزاد می‌شود و در محلی که الکترون‌ها و حفره‌ها از هم دور می‌شوند گرما جذب می‌شود. بسته به جهت جریان الکتریکی می‌توان آلیاژ حافظه‌دار را گرم یا سرد کرد بدین صورت که با عبور جریان الکتریکی در یک جهت در محل اتصال آلیاژ حافظه‌دار و نیمه هادی گرما تولید شده و با معکوس کردن جریان در همان محل سرمایش اتفاق می‌افتد [13]. در این روش با استفاده از نیمه هادی به‌عنوان چاه دمایی در دو انتهای آلیاژ حافظه‌دار سرد کردن انجام می‌شود و زمان سرد کردن میتواند بطور بالقوه نسبت به روش‌های سرد کردن استاتیکی کاهش یابد. "شکل 4" به صورت یک بعدی سیستم ترموالکتریک استفاده شده برای سرمایش را نشان می‌دهد که در آن از دو نیمه هادی به‌عنوان المان های P,N استفاده شده است و در بین آن‌ها از یک آلیاژ حافظه‌دار استفاده شده‌است. بر پایه این اصل می‌توان با تغییر جهت جریان الکتریکی، یکی از SMAها را حرارت داده و به‌طور همزمان، دیگری را سرد کرد تا سرعت پاسخ سیستم افزایش یابد.

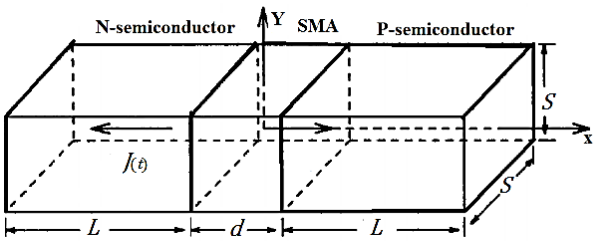

Fig. 4 One-dimensional model of thermoelectric cooling system [14]

شکل 4 مدل یک بعدی سیستم سرمایش ترموالکتریک [14]

4-1- حل معادلات انتقال حرارت

براساس قانون عمومی انتقال حرارت، توزیع دما در ماده، در نقطه‌ای با بردار مکان x و در زمان t به صورت زیر بدست می‌آید:

$$-\nabla\vec{Q}(x,t)+r(x,t)=C_{\mathrm{v}}\frac{\partial T}{\partial t}(x,t) \tag{16}$$

که در آن $r(x,t)$ تمام چاه یا چشمه‌های گرمایی در واحد حجم، C_{v} ظرفیت گرمایی ویژه و $\vec{Q}$ شار حرارتی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{Q}=-k\nabla T+(\alpha T+\frac{1}{q}\bar{\mu}\mathrm{I})\vec{J} \tag{17}$$

که در آن k تانسور مرتبه دوم رسانایی گرمایی، α تانسور مرتبه دو ضریب زیبک، q بار ذرات، $\bar{\mu}$ پتانسیل الکترومکانیکی، I تانسورهمانی مرتبه دوم و$\vec{J}$ چگالی جریان الکتریکی است. گرادیان پتانسیل الکترومکانیکی توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$\nabla\bar{\mu}=-q(\alpha\nabla T+\rho\vec{J}) \tag{18}$$

که در آن ρ تانسور دوم مقاومت الکتریکی ویژه می‌باشد. اگر ماده را همسانگرد در نظر بگیریم، داریم:

$$k=kI,\alpha=\alpha I,\rho=\rho I \tag{19}$$

که در این حالت معادله (17) به حالت زیر ساده می‌شود:

$$\vec{Q}=-k\nabla T+(\alpha T+\frac{1}{q}\bar{\mu})\vec{J} \tag{20}$$

اگر ماده علاوه بر همسانگرد، همگن هم باشد $\nabla k=\nabla\alpha=0$ خواهد شد. از ترکیب معادلات (18) و (20) و استفاده از حالت پایستاری معادله شار داریم:

$$\nabla\vec{Q}=-k\nabla^2T-\rho\left|\vec{J}\right|^2 \tag{21}$$

درنهایت با استفاده از معادلات (16) و (21) معادله انتقال حرارت به صورت زیر در می‌آید:

$$k\nabla^2T+\rho\left|\vec{J}\right|^2+r=C_{\mathrm{v}}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{22}$$

برای حالت یک بعدی نشان داده شده در "شکل 4" معادله انتقال حرارت به یک دستگاه معادله دیفرانسیل جزئی با سه معادله به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$k_{\mathrm{N}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}(x,t)+\rho_{\mathrm{N}}\times J^2(t)-\frac{H*p}{A}(T_{\mathrm{N}}(x,t)-T_0)=C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{N}}\frac{\partial T_{\mathrm{N}}}{\partial t}(x,t) \tag{23}$$

$$\frac{d}{2}<x<L+\frac{d}{2}\qquad t>0$$

$$\frac{-d}{2}<x<\frac{d}{2}\qquad t>0$$

$$k_{\mathrm{s}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{s}}}{\partial x^2}(x,t)+\rho_{\mathrm{s}}\times J^2(t)-\frac{H*p}{A}(T_{\mathrm{s}}(x,t)-T_0)=C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial t}(x,t) \tag{24}$$

$$k_{\mathrm{P}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{P}}}{\partial x^2}(x,t)+\rho_{\mathrm{P}}\times J^2(t)-\frac{H*p}{A}(T_{\mathrm{P}}(x,t)-T_0)=C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{P}}\frac{\partial T_{\mathrm{P}}}{\partial t}(x,t) \tag{25}$$

$$-L-\frac{d}{2}<x<-\frac{d}{2}\qquad t>0$$

T_{N} دمای نیمه‌هادی نوع N، T_{s} دمای آلیاژحافظه‌دار، T_{p}دمای نیمه‌هادی نوعP، k_{s} ضریب رسانایی SMA، H ضریب جابه‌جایی محیط اطراف سیم، p و A به ترتیب محیط و سطح مقطع سیم می‌باشند. لازم به اشاره می‌باشد چگالی جریان به صورت یک بعدی و در جهت x فرض شده است. شرایط مرزی حاکم بر معادلات بالا به شکل زیر می‌باشد:

$$\begin{cases}T_{\mathrm{s}}\left(\frac{d}{2},t\right)=T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right),T_{\mathrm{s}}\left(\frac{-d}{2},t\right)=T_{\mathrm{P}}\left(\frac{-d}{2},t\right)\\ -k_{\mathrm{s}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{s}}}{\partial x^2}\left(\frac{d}{2},t\right)=-k_{\mathrm{N}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(\frac{d}{2},t\right)+\alpha_{\mathrm{N}}T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)J(t)\\ -k_{\mathrm{s}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{s}}}{\partial x^2}\left(\frac{-d}{2},t\right)=-k_{\mathrm{P}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(\frac{-d}{2},t\right)+\alpha_{\mathrm{P}}T_{\mathrm{P}}\left(-\frac{d}{2},t\right)J(t)\end{cases} \tag{26}$$

که این شرایط مرزی از پیوستگی انرژی با فرض ناچیز بودن ضریب زیبک آلیاژ حافظه‌دار نسبت به نیمه‌هادی‌ها به دست می‌آید و شرایط مرزی در دو انتها به شکل معادله (27) می باشد:

$$\begin{cases}T_{\mathrm{N}}\left(L+\frac{d}{2},t\right)=T_0\\ T_{\mathrm{P}}\left(-L-\frac{d}{2},t\right)=T_0\end{cases} \tag{27}$$

شرایط اولیه حاکم بر معادلات (23) تا (25) به صورت معادله (28) است:

$$\begin{cases}T_{\mathrm{N}}(x,0)=T_{\mathrm{N}}^0(x), & \frac{d}{2}<x<L+\frac{d}{2}\\ T_{\mathrm{s}}(x,0)=T_{\mathrm{s}}^0(x), & \frac{-d}{2}<x<\frac{d}{2}\\ T_{\mathrm{P}}(x,0)=T_{\mathrm{P}}^0(x), & -L-\frac{d}{2}<x<-\frac{d}{2}\end{cases} \tag{28}$$

که در آن $T_{\mathrm{N}}^0(x)$، $T_{\mathrm{s}}^0(x)$و$T_{\mathrm{p}}^0(x)$ توزیع دمای اولیه در المان N و آلیاژ حافظه دار و المان P می‌باشند. حل معادلات بالا نیاز به ساده‌سازی دارد. به دلیل بزرگ‌تر بودن ضریب رسانایی آلیاژ حافظه‌دار نسبت نیمه هادی‌ها توزیع دما در این المان با فرض کوچک بودن نسبت طول آلیاژ به نیمه‌هادی، ثابت فرض می‌شود. بدین جهت مدل سه المانی را می‌توان به مدل دو المانی تبدیل کرد. لذا شرایط مرزی (27) به صورت زیر در می‌آید:

$$T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)=T_{\mathrm{P}}\left(\frac{-d}{2},t\right) \tag{29}$$

می‌توان شرایط شار سطح مشترک معادله (26) را با معادله میدان (24) ترکیب کرد که به وسیله انتگرال‌گیری از معادله (24) در فاصله $-d/2$ تا $d/2$ انجام می‌شود و به معادله (30) می‌رسیم:

$$k_{\mathrm{s}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial x}\left(\frac{d}{2},t\right)-k_{\mathrm{s}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial x}\left(-\frac{d}{2},t\right)+d\rho_{\mathrm{s}}J^2(t)-\frac{HP}{A}\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}(T_{\mathrm{s}}(x,t)-T_0)dx=\mathrm{C}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial t}(x,t)dx \tag{30}$$

با جایگذاری معادله (27) در معادله (30) داریم:

$$k_{\mathrm{N}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(\frac{d}{2},t\right)-k_{\mathrm{P}}\frac{\partial^2T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(-\frac{d}{2},t\right)-\alpha_{\mathrm{N}}T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)J(t)+\alpha_{\mathrm{P}}T_{\mathrm{P}}\left(-\frac{d}{2},t\right)J(t)+d\rho_{\mathrm{s}}J^2(t)$$

$$-\frac{HP}{A}\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}(T_{\mathrm{s}}(x,t)-T_0)dx = \mathrm{C}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial t}(x,t)dx \tag{31}$$

با استفاده از فرض $T_{\mathrm{s}}(x,t)=T_{\mathrm{P}}(-d/2,t)=T_{\mathrm{N}}(d/2,t)$ در بازه $[-d/2,d/2]$ معادله (31) به حالت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{aligned}k_{\mathrm{N}}\frac{\partial^2 T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(\frac{d}{2},t\right)-k_{\mathrm{P}}\frac{\partial^2 T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(-\frac{d}{2},t\right)+d\rho_{\mathrm{s}}J^2(t)\\ -\frac{HPd}{A}\left(T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)-T_0\right)\\ =\mathrm{C}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial t}(x,t)dx+\alpha_{\mathrm{N}}T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)J(t)\\ -\alpha_{\mathrm{P}}T_{\mathrm{P}}\left(-\frac{d}{2},t\right)J(t)\end{aligned} \tag{32}$$

از آن‌جا که معادله انتقال حرارت (24) برای آلیاژ حافظه‌دار با معادله (32) جایگزین شده است، دامنه معادلات میدان (23) و (25) برای نیمه‌هادی نوع N و نیمه‌هادی نوع P به ترتیب از $[d/2,L+d/2]$ و $[-L-d/2,-d/2]$ به $[0,L]$ و $[-L,0]$ تبدیل می‌شوند. بنابرین مدل سه المانی معادلات (23) تا (25) به مدل دو المانی زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{cases}C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{N}}\frac{\partial T_{\mathrm{N}}}{\partial t}(x,t)=k_{\mathrm{N}}\frac{\partial^2 T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}(x,t)+\rho_{\mathrm{N}}J^2(t)-\\ \frac{H*p}{A}(T_{\mathrm{N}}(x,t)-T_0)\quad 0<x<L,t>0\\ C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{P}}\frac{\partial T_{\mathrm{P}}}{\partial t}(x,t)=k_{\mathrm{P}}\frac{\partial^2 T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}(x,t)+\rho_{\mathrm{P}}J^2(t)-\frac{H\times p}{A}(T_{\mathrm{P}}(x,t)-T_0)\\ -L<x<0,t>0\end{cases} \tag{33}$$

شرایط مرزی به شکل معادله (34) می‌باشد:

$$\begin{cases}T_{\mathrm{N}}(L,t)=T_0 & t\geq 0\\ T_{\mathrm{P}}(-L,t)=T_0 & t\geq 0\end{cases} \tag{34}$$

و شرایط اولیه به شکل زیر می‌باشد:

$$\begin{cases}T_{\mathrm{N}}(x,0)=T_0, & 0<x<L\\ T_{\mathrm{P}}(x,0)=T_0, & -L<x<0\end{cases} \tag{35}$$

و شرایط سطح مشترک در معادلات (29) و (32) به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$T_{\mathrm{N}}(0,t)=T_{\mathrm{P}}(0,t)\quad t\geq 0 \tag{36}$$

$$\begin{aligned}k_{\mathrm{N}}\frac{\partial^2 T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(\frac{d}{2},t\right)-k_{\mathrm{P}}\frac{\partial^2 T_{\mathrm{N}}}{\partial x^2}\left(-\frac{d}{2},t\right)+d\rho_{\mathrm{s}}J^2(t)\\ -\frac{Hpd}{A}\left(T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)-T_0\right)\\ =\mathrm{C}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}\frac{\partial T_{\mathrm{s}}}{\partial t}(x,t)dx+\alpha_{\mathrm{N}}T_{\mathrm{N}}\left(\frac{d}{2},t\right)J(t)\\ -\alpha_{\mathrm{P}}T_{\mathrm{P}}\left(-\frac{d}{2},t\right)J\qquad t\geq 0\end{aligned} \tag{37}$$

با فرض $C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{N}}=C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{P}}$ ، $k_{\mathrm{N}}=k_{\mathrm{P}}=k$ ، $\alpha_{\mathrm{N}}=\alpha_{\mathrm{P}}$ و $\rho_{\mathrm{N}}=\rho_{\mathrm{P}}$ دمای $T_{\mathrm{N}}(x,t)$ و $T_{\mathrm{P}}(x,t)$ براساس معادلات (33) تا (36) به شکل زیر در می‌آید:

$$T_{\mathrm{N}}(x,t)=T_{\mathrm{P}}(-x,t)\qquad 0\leq x\leq L,t\geq 0$$

معادلات (33) تا (37) به شکل زیر بازنویسی می‌گردند:

$$\begin{cases}C_{\mathrm{v}}\frac{\partial T}{\partial t}(x,t)=k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t)+\rho J^2(t)-\frac{H\times p}{A}(T(x,t)-T_0)\\ 0<x<L,t>0\\ T(x,0)=T_0\quad 0\leq x\leq L\\ T(L,0)=T_0\quad t\geq 0\\ 2k\frac{\partial T}{\partial t}(0,t)+d\rho_{\mathrm{s}}J^2(t)-\frac{Hpd}{A}(T(0,t)-T_0)=C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}d\frac{dT_{\mathrm{N}}}{dt}(0,t)\\ +(\alpha_{\mathrm{N}}-\alpha_{\mathrm{P}})T_N(0,t)J(t)\\ t>0\end{cases} \tag{38}$$

از آن‌جا که شرایط مرزی در معادله (38) پیچیده است، به دست آوردن توزیع دما حتی به صورت عددی با روش‌های معمول مانند جداسازی متغیرها و تبدیل انتگرال امکان‌پذیر نمی‌باشد. به علاوه وابستگی دمایی ظرفیت گرمایی آلیاژ حافظه‌دار، معادله را برای حل به‌صورت تحلیلی یا عددی بسیار مشکل می‌کند. می‌توان معادله (38) را به یک معادله دیفرانسیلی-انتگرالی تبدیل کرد که نشان‌دهنده توزیع دما در $x=0$ است. حل این معادله توصیف کننده توزیع دما در آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد که برای این کار ابتدا مبادرت به حل معادله به صورت همگن می‌کنیم.

$$\begin{cases}C_{\mathrm{v}}\frac{\partial\varphi}{\partial t}(x,t)=k\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}(x,t)+\rho J^2(t)\\ -\frac{H\times p}{A}(\varphi(x,t)-T_0)\\ 0<x<L,t>0\\ \varphi(x,0)=0\quad 0\leq x\leq L\\ \varphi(0,t)=0\quad t\geq 0\\ \varphi(L,0)=0\quad t\geq 0\end{cases} \tag{39}$$

که در آن $J(t)$ یک تابع کراندار می‌باشد. می‌توان نشان داد که حل معادله بالا با سری فوریه همگرای زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\varphi(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\sin\left((2n-1)\frac{\pi x}{L}\right) \tag{40}$$

که در رابطه فوق:

$$a_n(t)=\frac{4}{\lambda_n C_{\mathrm{v}}L}\int_0^t\exp\left\{-\left(\frac{k}{C_{\mathrm{v}}}{\lambda_n}^2+\frac{Hp}{C_{\mathrm{v}}A}\right)(t-\tau)\right\}\left(\frac{HpT_0}{A}+\rho|J(\tau)^2|\right)d\tau$$

$$\lambda_{\mathrm{n}}=\frac{(2n-1)\pi}{L}$$

$$\begin{cases}C_{\mathrm{v}}\frac{\partial\bar{T}}{\partial t}(x,t)=k\frac{\partial^2\bar{T}}{\partial x^2}(x,t)-\frac{H\times p}{A}\left(\bar{T}(x,t)\right)\ 0<x<L,t>0\\ \bar{T}(x,0)=T_0\quad 0\leq x\leq L\\ \bar{T}(L,0)=T_0\quad t\geq 0\\ 2k\frac{\partial\bar{T}}{\partial t}(0,t)+d\rho_{\mathrm{s}}J^2(t)-\frac{Hpd}{A}(\bar{T}(0,t)-T_0)\\ +\frac{8k}{C_{\mathrm{v}}L}\int_0^t F(t-\tau)\left(\frac{HpT_0}{A}+\rho|J(\tau)^2|\right)d\tau\\ =C_{\mathrm{v}}^{\mathrm{s}}d\frac{dT_{\mathrm{N}}}{dt}(0,t)+(\alpha_{\mathrm{N}}-\alpha_{\mathrm{P}})T_{\mathrm{N}}(0,t)J(t)\quad t>0\end{cases} \tag{41}$$

اگر $\bar{T}(x,t)=T(x,t)-\varphi(x,t)$ باشد معادله (39) و (40) به شکل معادله (41) تغییر می‌کند:

$$F(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left\{-\left(\frac{k}{C_{\mathrm{v}}}{\lambda_n}^2+\frac{Hp}{C_{\mathrm{v}}A}\right)\right\} \tag{42}$$

اگر دمای سطح مشترک معلوم باشد، معادله (41) به معادله زیر ساده می‌شود:

$$\begin{cases}C_{\mathrm{v}}\frac{\partial\kappa}{\partial t}(x,t)=k\frac{\partial^2\kappa}{\partial x^2}(x,t)-\frac{H\times p}{A}\left(\kappa(x,t)\right)\\ 0<x<L,t>0\\ \kappa(x,0)=T_0\quad 0\leq x\leq L\\ \kappa(L,t)=T_0\quad t\geq 0\\ \kappa(0,t)=g(t)\quad t\geq 0\end{cases} \tag{43}$$

که در آن $g(t)$ یک تابع کراندار است که مشتق ان نیز کراندار بوده و $g(0)=T_0$ می‌باشد.

فرض می‌کنیم $\bar{\kappa}(x,t)=\kappa(x,t)-\left[g(t)+x\left(T_0-g(t)\right)\right]/L$ سپس خواهیم داشت:

$$\bar{\kappa}(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n(t)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\begin{cases} C_v \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial t}(x,t) = k\frac{\partial^2 \bar{\kappa}}{\partial x^2}(x,t) - \frac{H\times p}{A}\left(\bar{\kappa}(x,t)\right) \\ -\left(C_v \acute{g}(t) + \frac{Hp}{A}g(t) - \frac{HpT_0}{A}\right)\frac{L-x}{L} - \frac{HPp}{A} \\ 0 < x < L, t > 0 \\ \overline{\psi\kappa}(x,0) = T_0 \quad 0 \le x \le L \\ \bar{\kappa}(L,t) = 0 \quad t \ge 0 \\ \bar{\kappa}(0,t) = 0 \quad t \ge 0 \end{cases} \tag{44}$$

$$b_n(t) = -\int_0^t \exp\left\{-\left(\frac{k}{C_v}\mu_n{}^2 + \frac{Hp}{C_vA}\right)(t-\tau)\right\}\left[\left(\acute{g}(\tau) + \frac{Hp}{C_vA}g(\tau) - \frac{HPp}{C_vA}\right)\frac{2}{n\pi} + \frac{HPp}{C_vA}(1-(-1)^n)\frac{2}{n\pi}\right]d\tau$$

$$\mu_n = \frac{n\pi}{L} \tag{45}$$

با فرضیاتی‌که بـر روی $g(t)$ انجـام شـد بـه آسـانی اثبـات می‌شـود کـه در فاصله $[0,L]$ به صورت یکنواخت همگرا است. بنابراین:

$$\bar{\kappa}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) - \left[g(t) + \frac{x}{L}\left(T_0 - T(t)\right)\right] \tag{46}$$

اگر $T(t)$ دمای آلیاژ حافظه دار در سطح مشترک $x = 0$ باشد:

$$T(t) = T(0,t) = \bar{T}(0,t)$$

با فرض $T(t) = g(t)$ در معادله (43) متعاقبا از معادلات (45) و (46) معادله زیر به دست می‌آید:

$$\bar{T}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) - \left[T(t) + \frac{x}{L}\left(T_0 - T(t)\right)\right]$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t}(0,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t)\mu_n + \frac{T_0 - T(t)}{L} = \frac{-2}{L}\int_0^t\left(\frac{dT}{dt}(\tau) + \frac{Hp}{C_vA}T(\tau) - \frac{HpT_0}{C_vA}\right)d\tau - \frac{4}{L}\int_0^t F(t-\tau)\left(\frac{HPp}{C_vA} + \frac{T_0 - T(t)}{L}\right)d\tau$$

$$G(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\exp\left\{-\left(\frac{k}{C_v}\mu_n{}^2 + \frac{Hp}{C_vA}\right)\right\} \tag{47}$$

با جایگذاری عبارت $\partial T / \partial t(0,t)$ در معادله (41) نهایتا معادله انتگرالی–دیفرانسیلی توزیع دما در آلیاژ حافظه‌دار را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \int_0^t G(t-\tau)\left(\frac{dT}{dt}(\tau) + \nu_1 T(\tau)\right)d\tau + \mu(T)\frac{dT}{dt}(t) \\ +\nu_2(t)T(\tau) = f(t) \\ T(0) = T_0 \end{cases}$$

$$\mu(T) = \frac{C_v^s dL}{4K}$$

$$\nu_1 = \frac{HP}{C_vA}$$

$$\nu_2(t) = \frac{L(\alpha_N - \alpha_P)J(t)}{4k} + \frac{1}{2} + \frac{pHLd}{4kA}$$

$$f(t) = \int_0^t G(t-\tau)\frac{HpT_0}{C_vA}d\tau + \frac{2\rho}{C_v}\int_0^t F(t-\tau)|J(\tau)^2|d\tau + \frac{T_0}{2} + \frac{pHLdT_0}{4kA} + \frac{\rho_s dL}{4k}J(t)^2 \tag{48}$$

2-4- حل عددی

به علت پیچیدگی معادله مخصوصا غیرخطی بودن تابع μ(T) و وجود مشتق dT / dt در انتگرال برای حل معادله (48) یک الگوریتم عددی با استفاده از روش تفاضل محدود به کار برده می‌شود. در مرجع [14] به این نوع حل اشاره شده است. به همین منظور گام زمانی h برای حل معادله در نظر گرفته می‌شود که مشتق زمانی معادله را به شکل زیر تغییر می‌دهد.

$$\frac{dT}{dt}(\tau) = \frac{T(t) - T(t-h)}{h} \tag{49}$$

براساس تقریب قبل از مشتق معادله (48) به صورت زیر گسسته می‌شود.

$$\sum_{k=1}^{n} G_{n-k+1}\left[\frac{T_k - T_{k-1}}{h} + \nu_1 T_k\right] + \mu(T_{n-1})\frac{T_n - T_{n-1}}{h} + \nu_2(nh)T_n = f_n h$$

$$T_n = (nh): G_n = \int_{(n-1)h}^{nh} G(t)dt \ : \quad f_n = f(nh) \tag{50}$$

با ساده‌سازی معادله بالا به معادله (51) می‌رسیم:

$$(1+\nu_1 h)G_1 T_n + \sum_{k=1}^{n}(1+\nu_1 h)G_{n-k+1} - G_{n-k})T_k - G_n T_0 + \mu(T_{n-1}) + \nu_2(nh)hT_n + \mu(T_{n-1})T_{n-1} = f_n h \tag{51}$$

اگر معادله (51) را ادامه دهیم به معادله (52) برای دمای آلیاژ حافظه دار می‌رسیم:

$$T_1 = \frac{1}{(1+\nu_1 h)G_1 + \mu(T_0) + \nu_2(h)h}[\mu(T_0)T_0 + f_1 h + G_1 T_0]$$

$$T_n = \frac{1}{(1+\nu_1 h)G_1 + \mu(T_{n-1}) + \nu_2(nh)h}\left[\mu(T_{n-1})T_{n-1} + \sum_{k=1}^{n}\mathrm{G}_{n-k} - (1+\nu_1 h)G_{n-k+1} -)T_k + f_n h + G_n T_0\right] \quad n = 2,3,4,\ldots \tag{52}$$

5- نتایج

در این بخش ابتدا نتایج حاصل از حل معادلات انتقال حرارت با فرض ثابت بودن ظرفیت گرمایی آلیاژ، سپس با در نظر گرفتن تاثیر تغییرات ظرفیت گرمایی با دما و نهایتا پارامترهای خروجی عملگر ارائه می‌گردد.

5-1- ظرفیت گرمایی ثابت

در این مرحله معادله انتقال حرارت با در نظر گرفتن تمامی متغیرها به صورت ثابت حل می‌شود که در سه حالت، بدون اثر پلتیر و با جابه‌جایی طبیعی، بدون اثر پلتیر و با جابه‌جایی اجباری و بار دیگر با در نظر گرفتن اثر پلتیر انجام می‌شود. این نتایج برای آلیاژ حافظه‌دار به طول 40 میلی‌متر و چگالی جریان $J = 1.6\ \mathrm{A/mm^2}$ به‌دست آمده است که در "شکل 5" نشان داده شده است.

در "شکل 6" برای طول 2 میلی‌متر و چگالی جریان $J = 1.6\ \mathrm{A/mm^2}$ تفاوت آشکار اثر پلتیر حتی با جابه‌جایی اجباری نیز قابل مشاهده می‌باشد، همان‌طور که از شکل مشخص است برای طول‌های کم اثر پلتیر نمود بهتری در سرمایش آلیاژ دارد.

5-2- تغییر ظرفیت گرمایی با دما

همان‌طور که می‌دانیم سرد شدن آلیاژهای حافظه‌دار با تغییر فاز همراه است، که این تغییر فاز باعث ایجاد تغییر در ظرفیت گرمایی می‌شود. هر دو فاز

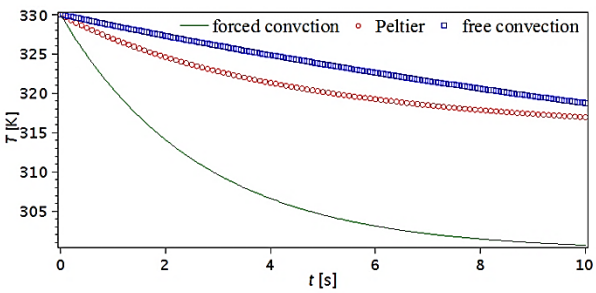

Fig. 5 Comparison between different cooling systems for 40mm length

شکل 5 مقایسه سرمایش برای حالات مختلف در طول 40 میلی‌متر

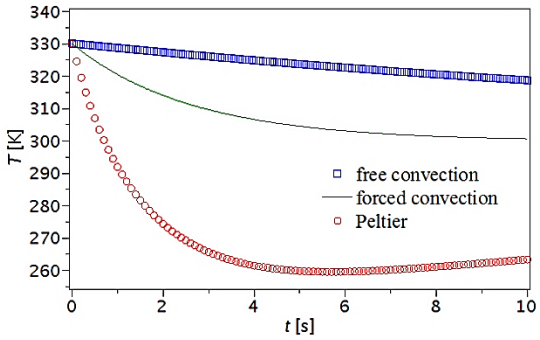

Fig.6 Comparison between different cooling systems for 2mm length

شکل 6 مقایسه سرمایش برای حالات مختلف در طول 2 میلی‌متر

آستنیت و مارتنزیت دارای یک مقدار پایه برای ظرفیت گرمایی می‌باشند که مقدار بسیار جزیی با هم تفاوت دارند که با C_s^0 نشان داده می‌شوند. برای هر دو تغییر فاز مستقیم و معکوس یک گرمای نهان وجود دارد که برای تغییر فاز مستقیم به صورت $\int_{M_s}^{M_f}(C_s - C_s^0)dT$ تعریف می‌شود و برای تغییر فاز معکوس به صورت $\int_{A_s}^{A_f}(C_s - C_s^0)dT$ می‌باشد. با استفاده از گرمای نهان و نتایج تجربی، مدلی برای توصیف هر تغییر فاز به‌دست آمده است که به شکل معادلات (53) و (54) است. در "شکل 7" تغییرات ظرفیت گرمایی با دما کاملا محسوس است که صرف‌نظر کردن از آن تاثیر زیادی بر جواب معادله خواهد داشت. برای تغییر فاز مستقیم که در آن $M_f \le T \le M_s$ می‌باشد، تغییرات ظرفیت گرمایی به شکل زیر است:

$$C_s = C_s^0 + \left[L_H - C_s^0 * \frac{\ln(100)}{|M_S - M_f|} e^{\frac{-2\ln(100)}{|M_S - M_f|}\left|T - \frac{M_S + M_f}{2}\right|}\right] \quad (53)$$

برای تغییر فاز معکوس که در آن $A_s \le T \le A_f$ می‌باشد تغییرات ظرفیت گرمایی به شکل زیر است:

$$C_s = C_s^0 + [L_H - C_s^0 * \frac{\ln(100)}{|A_s - A_f|} e^{\frac{-2\ln(100)}{|A_S - A_f|}\left|T - \frac{A_S + A_f}{2}\right|}] \quad (54)$$

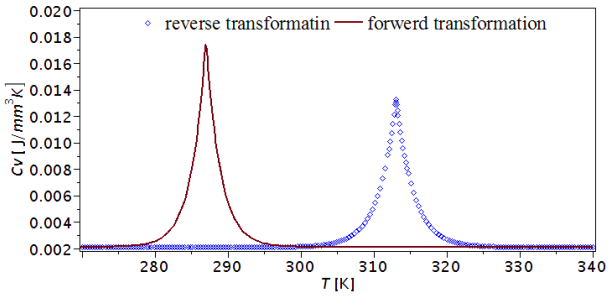

Fig.7 Variation of specific heat capacitance of SMA during phase transformation

شکل 7 تغییر ظرفیت گرمایی آلیاژ حافظه‌دار با دما در حین تغییر فاز

با توجه به نمودارهای تغییرات ظرفیت گرمایی ویژه با دما، نمودارهای سرمایش برای چگالی‌های جریان مختلف با در نظر گرفتن این تغییرات به دست آمده و در "شکل 8" نمایش داده شده است.

حل معادله در طول‌های مختلف نیز بیانگر نکات جالبی می‌باشد. بدین گونه که این اثر در طول‌های پایین نمود بهتری در سرد کردن آلیاژ حافظه‌دار داشته و با طولانی‌تر شدن المان این اثر کمرنگ می‌شود. این مسئله در "شکل 9" نشان داده شده است.

با مقایسه نتایج بدست آمده از بررسی سطح مقطع‌ها و طول‌های متفاوت سیم، می‌توان مقادیر بهینه برای ابعاد فیزیکی آلیاژ حافظه‌دار جهت حصول خروجی مناسب را بدست آورد. همچنین از پارامترهای فیزیکی مورد اشاره در جدول برای شبیه‌سازی‌های آتی استفاده خواهد شد.

3-5- پارامترهای خروجی عملگر

به‌منظور صحت‌سنجی مدل‌سازی انجام شده، زاویه خروجی عملگر ابتدا با استفاده از پارامترهای فیزیکی مرجع [10] شبیه‌سازی شده و با نتایج تجربی ارائه شده در همان مرجع برای سه نوع عملگر در "شکل 10" مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، زاویه خروجی عملگر بایاس بیشتر از عملگر دیفرانسیلی بوده و عملگر دیفرانسیلی اصلاح شده زاویه خروجی بیشتری نسبت به عملگر بایاس دارد. جدول 1 پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها را نشان می‌دهد.

سرعت پاسخ هیچکدام از عملگرها مناسب نمی‌باشد به‌طوری که مدت زمان پروسه افزایش زاویه و پایداری و کاهش آن ثانیه است که برای عملگر بازو مناسب نیست. همین نکته ضرورت استفاده از اثر ترموالکتریک را روشن

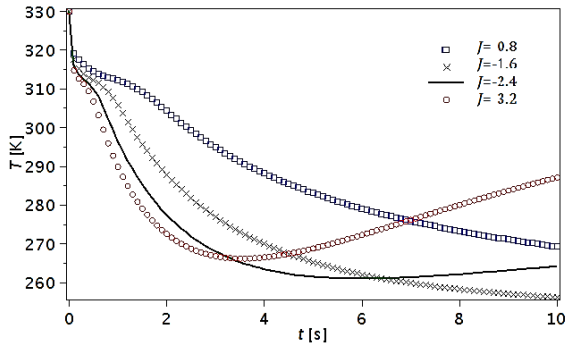

Fig. 8 Effect of electric current density on cooling

شکل 8 مقایسه سرمایش برای چگالی‌های جریان مختلف

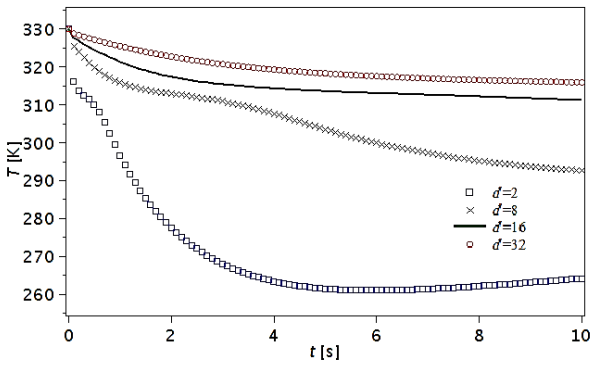

Fig.9 cooling different lengths of SMA

شکل 9 مقایسه سرمایش برای طول های متفاوت

جدول 1 پارامترهای استفاده شده در طراحی عملگر[10]

Table 1 Parameters of the SMA actuator[10]

E_A	75GPa	J_1, J_2	0.38kgmm^2
E_M	28GPa	K_s	0.0018Nm/1°
A_s	88°C	C_A	10MPa/°C
A_f	98°C	C_M	10MPa/°C
M_s	72°C	T_0	21°C
M_f	62°C	A_w	290.45×10^{-8}m^2
m_{load}	100g	ε_A	2.3٪
R	20Ω/m	r_1, r_2	15mm
L_0	37cm	b_1, b_2	2
r_1	20mm	b_s	0.5

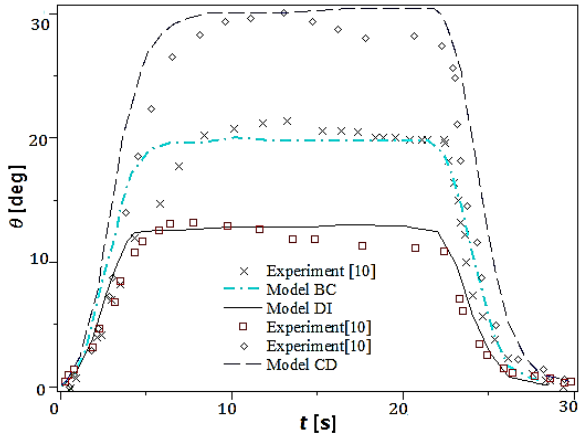

Fig. 10 Comparison between the experimental data [10] and the simulated angular position for three SMA actuators

شکل 10 نتایج شبیه‌سازی در مقایسه با نتایج تجربی مرجع [10] برای سه عملگر مختلف

می‌سازد. ایده اصلی استفاده از اثر ترموالکتریک در سرمایش عملگر با استفاده از چند سیم به‌صورت جداگانه و در عین حال متصل به هم عملی می‌شود. از آن‌جایی که نمود اثر پلتیر در طول‌های پایین‌تر بیشتر می‌باشد، چند سیم به صورت زنجیروار توسط المان‌های ترموالکتریک به یکدیگرمتصل خواهند شد تا بتوان زمان سرمایش را کاهش داده و راندمان عملگر را افزایش داد. با توجه به نتایج "شکل 10" و محدوده دمایی مدنظر در فرآیند سرمایش در طراحی بازوی موردنظر می‌توان طول آلیاژ حافظه‌دار را تا 35 میلی‌متر افزایش داد. نحوه قرارگیری المان‌ها در عملگر در شکل نشان داده شده است که یک قالب مسی و یک نیمه هادی از جنس تلورید بیسموت در دو طرف آلیاژ حافظه‌دار قرار می‌گیرد.

برای ارزیابی اثرگذاری این روش در سه نوع عملگر پیشتر معرفی شده، اثر ترموالکتریک در سه عملگر قبلی اعمال شده و زاویه خروجی هر سه عملگر در "شکل 12" نشان داده شده است.

شکل نشان می‌دهد که با استفاده از این روش می‌توانیم زمان افزایش زاویه خروجی عملگر تا مقدار نهایی آن و برگشت به زاویه اولیه را تا حدود درصد کاهش دهیم. به منظور مقایسه اثرات متغیرهای مختلف بر زاویه

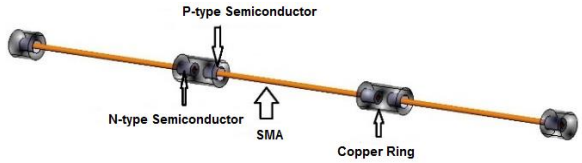

Fig. 11 Design of the proposed actuator

شکل 11 نحوه قرارگیری و اتصال المان‌ها در عملگر جدید

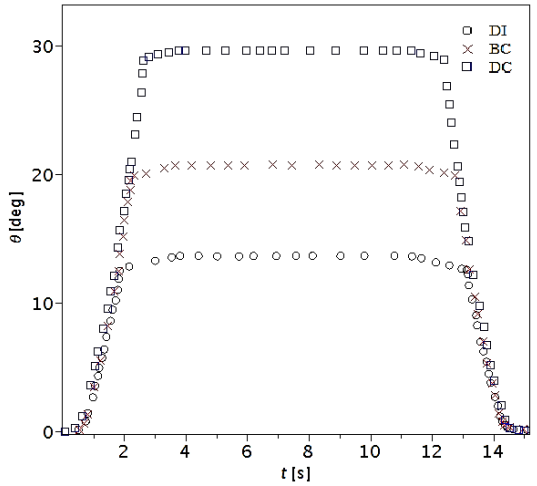

Fig. 12 Output angle of the thermoelectric actuators

شکل 12 زاویه خروجی عملگر ترموالکتریک برای انواع عملگرها

خروجی عملگر ابتدا اثر طول سیم بر این زاویه بررسی می‌گردد که مطابق انتظار مشاهده می شود با کاهش طول سیم از مقدار بهینه، زمان گرم و سرد کردن عملگر کاهش ولی در عین حال زاویه خروجی عملگر نیز کاهش می‌یابد که در "شکل 13" قابل مشاهده می‌باشد.

متغیر موثر دیگر سطح مقطع سیم می‌باشد که با میزان انتقال حرارت در سیم نیز ارتباط مستقیم دارد. مشاهده می‌شودکه با کاهش سطح مقطع نیروی دریافتی از سیم به مقدار زیادی کاهش یافته و در نتیجه زاویه خروجی عملگر نیز کاهش می‌یابد، در عین حال زمان سرد کردن نیز کاهش یافته است، این مسئله در "شکل 14" نشان داده شده است.

از پارامترهای موثر بر زاویه خروجی به جز مشخصات مربوط به آلیاژ حافظه‌دار می‌توان به شعاع کوپلرها نیز اشاره کرد که تاثیر مستقیمی بر زاویه خروجی عملگر دارند که این تاثیر در "شکل 15" نشان داده شده است.

با توجه به مقایسه‌های صورت گرفته و این‌که عملگر طراحی شده تناسب بهتری با بازو داشته باشد، عملگر پیشنهادی را با استفاده از مقادیر پارامترهای فیزیکی مرجع و همچنین پارامترهای هندسی به‌دست آمده از بررسی‌های انجام شده در نظر گرفته و زاویه خروجی آن را به دست می‌آوریم. زاویه خروجی این عملگر در "شکل 16" نشان داده شده است. به منظور ارزیابی و مقایسه زمان پاسخ عملگر ترموالکتریک طراحی شده، عملکرد آن با

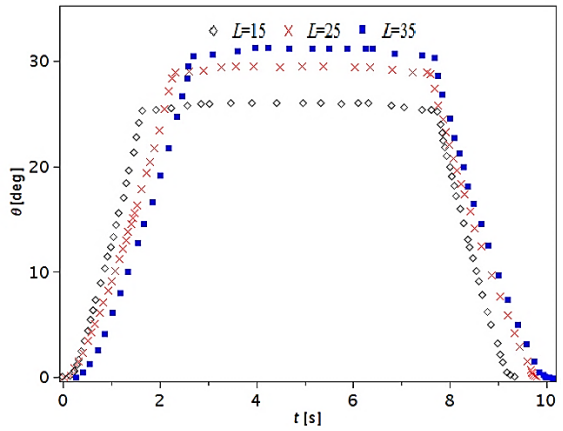

Fig.13 Output angle of the proposed thermoelectric actuator for different lengths

شکل 13 زاویه خروجی عملگر ترموالکتریک در طول های متفاوت

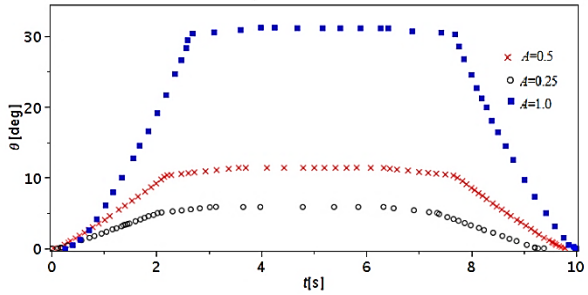

Fig. 14 Output angle of the proposed thermoelectric actuator for different cross sections (mm^2)

شکل 14 زاویه خروجی عملگر ترموالکتریک به ازای سطح مقطع‌های مختلف سیم برحسب میلی متر مربع

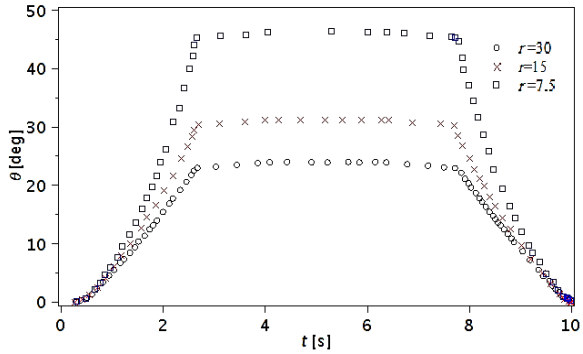

Fig. 15 Output angle of the proposed thermoelectric actuator for different magnitudes of the coupler radius

شکل 15 زاویه خروجی عملگر ترموالکتریک برای شعاع‌های مختلف کوپلر

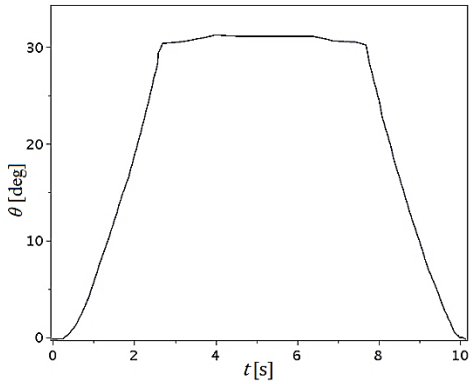

Fig. 16 Output angle for the optimized thermoelectric SMA actuator

شکل 16 زاویه خروجی برای عملگر ترموالکتریک بهینه

جدول 2 مقایسه عملگرهای مرجع [10] و عملگر ترموالکتریک

Table 2 Comparison between the performance of actuators

	زمان گرمایش	زمان سرمایش
عملگر مرجع [10]	7.5s	8s
عملگر ترموالکتریک طراحی شده	2.5s	3.5s
درصد کاهش زمان	66%	55%

عملگر مرجع [10] مقایسه شده و نتایج آن در جدول 2 نشان داده شده است.

برای عملگر طراحی شده در "شکل‌های 17 تا 19" نمودارهای تنش–کرنش، گشتاور خروجی (M) در بازه عملکردی و میزان تغییرات نسبت مارتنزیت به دست آمده است. نمودار تنش–کرنش از اثر سوپرالاستیسیته پیروی می‌کند. نمودار گشتاور–زمان نیز به‌علت اینکه گشتاور از نیرو و نیرو از

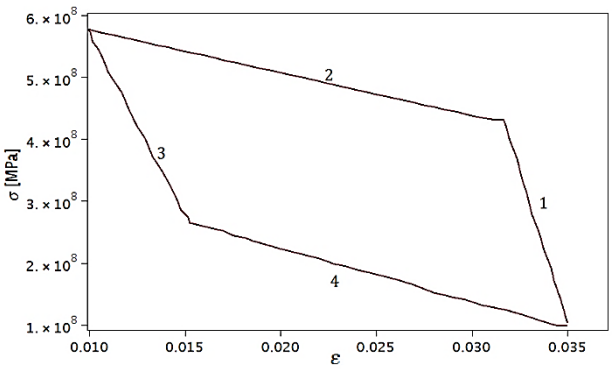

Fig. 17 Stress-strain curve of the optimized thermoelectric SMA actuator

شکل 17 نمودار تنش -کرنش عملگر ترموالکتریک بهینه

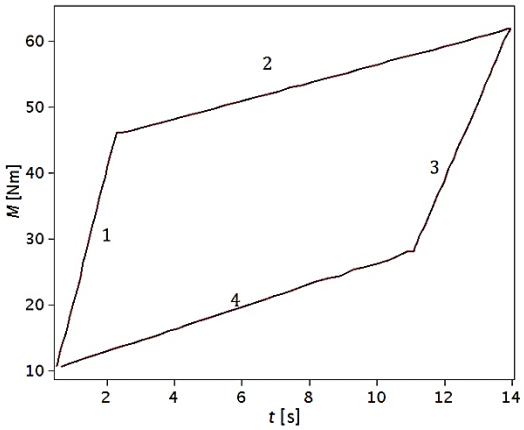

Fig. 18 Output torque for the optimized thermoelectric SMA actuator

شکل 18 نمودار گشتاورخروجی عملگر ترموالکتریک بهینه

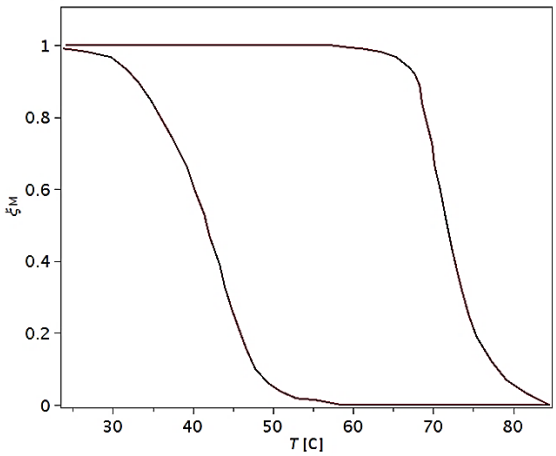

Fig. 19 Martensite volume fraction for the optimized thermoelectric SMA actuator

شکل 19 نمودار نسبت کسر حجمی ماتنزیت برای عملگر ترموالکتریک بهینه

مقدار تنش حاصل می‌شود از این نمودار پیروی می‌کند. نمودار نسبت مارتنزیت برحسب دما نیز از نمودارهای استاندارد آن که در مدل‌های مختلف ارائه شده است، پیروی کرده و مقدار آن بین صفر و یک می‌باشد.

6- خلاصه و نتیجه‌گیری

طراحی یک عملگر برای تقلید حرکت بازوی انسان در سه بخش انجام گردید.

بدین منظور ابتدا مبحث تحریک این آلیاژ و سرعت پاسخ مورد مطالعه قرار گرفت. با توجه به پایین بودن سرعت پاسخ در این آلیاژها منجر به استفاده از اثر ترموالکتریک و به‌طور ویژه اثر پلتیر گردید. ایده استفاده از این اثر به‌صورت چند بلوک متصل به هم مطرح شده و استفاده از این اثر منجر به تشکیل یک سری معادلات انتقال حرارت پیچیده گردید که حل این معادلات توسط روش تفاضل محدود انجام شد. بعد از حل این معادلات اقدام به مقایسه عوامل موثر در انتقال حرارت گردید که هدف از این کار به‌دست آوردن مقادیر بهینه از پارامترهای هندسی جهت استفاده در عملگر بود. نتایج نشان‌دهنده این بود که این روش برای تسریع روند سرمایش این آلیاژها موثر و مناسب است. بخش بعدی در طراحی عملگر مربوط به مدل‌سازی دینامیکی عملگر و به‌دست آوردن زاویه خروجی آن بود. با الهام از نحوه قرارگیری عضلات بازو و با استفاده از دو آلیاژ حافظه‌دار و دو کوپلر و یک فنر پیچشی اقدام به طراحی عملگر شد. پاسخ دینامیکی عملگر با نتایج تجربی موجود در سایر مقالات مقایسه و صحت نتایج حاصله از این مدل‌سازی‌ها بررسی شد. با توجه به صحت نتایج اقدام به شبیه‌سازی عملگر جدید ترموالکتریک و بررسی عوامل موثر برکارکرد این عملگر گردید که نشان‌دهنده این واقعیت بود که با استفاده از روش پیشنهادی، زمان پاسخ عملگر تا بیش از 50٪ قابل کاهش است.

7- مراجع

[1] A. R. S. Ashwiin rao, J. N. Reddy, *Design of Shpe Memory Alloy (SMA) Actuator*, pp. 107-111, Berlin-Germany, springer, 2015.

[2] J. Mohd Jani, M. Leary, A. Subic, M. A. Gibson, A review of shape memory alloy research, applications and opportunities, *Materials & Design*, Vol. 56, pp. 1078-1113, 2014.

[3] R. Romano, E. A. Tannuri, Modeling, control and experimental validation of a novel actuator based on shape memory alloys, *Mechatronics*, Vol. 19, No. 7, pp. 1169-1177, 2009.

[4] J. Abadie, N. Chaillet, C. Lexcellent, Modeling of a new SMA micro-actuator for active endoscopy applications, *Mechatronics*, Vol. 19, No. 4, pp. 437-442, 2009.

[5] J. Zhang, Y. Yin, SMA-based bionic integration design of self-sensor–actuator-structure for artificial skeletal muscle, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 181, pp. 94-102, 2012.

[6] H. Taniguchi, Flexible artificial muscle actuator using coiled shape memory alloy wires, *APCBEE Procedia*, Vol. 7, pp. 54-59, 2013.

[7] J. Zhang, Y. Yin, J. Zhu, Sigmoid-based hysteresis modeling and high-speed tracking control of SMA-artificial muscle, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 201, pp. 264-273, 2013.

[8] D. Grant, V. Hayward, Variable structure control of shape memory alloy actuators, *IEEE Control Systems*, Vol. 17, No. 3, pp. 80-88, 1997.

[9] J. Abadie, N. Chaillet, C. Lexcellent, An integrated shape memory alloy micro-actuator controlled by thermoelectric effect, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 99, No. 3, pp. 297-303, 2002.

[10] Z. Guo, H. Yu, L. B. Wee, Design of a novel compliant differential Shape Memory Alloy actuator, *Proceeding ofInternational Conference onIntelligent Robots and Systems (IROS)*, November 3-7, Tokyo, Japan , 4925-4930, 2013.

[11] K. Tanaka, S. Nagaki, A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions, *Ingenieur-Archiv*, Vol. 51, No. 5, pp. 287-299, 2014.

[12] B. Selden, C. Kyu-Jin, H. H. Asada, Segmented binary control of shape memory alloy actuator systems using the Peltier effect, *Proceeding of the 2004 IEEE international Conference on Robotics 8 AutomationNew Orleans*, LA April, Vol. 5,pp. 4931-4936. 2004

[13] H. S. Kim, T. Itoh, T. Iida, M. Taya, K. Kikuchi, Design of linear shaped thermoelectric generator and self-integration using shape memory alloy, *Materials Science and Engineering: B*, Vol. 183, pp. 61-68, 2014.

[14] D. C. Lagoudas, Z. Ding, Modeling of thermoelectric heat transfer in shape memory alloy actuators: Transient and multiple cycle solutions, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 33, No. 15, pp. 2345-2364, 1995.