مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1396، دوره 17، شماره 8، ص‌ص 191-200

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مدل‌سازی دینامیکی و کنترل تطبیقی مقاوم بهینه ربات متحرک همه جهته با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی

محمود مزارع[1]، پگاه ق-قنبری[2]، محمدقاسم کاظمی[3]، محمدرسول نجفی[4*]

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
3- دانشجوی دکتری، مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران
4- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه قم ، قم
* قم، صندوق پستی 1743524155، mr.najafi@qom.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 خرداد 1396
پذیرش: 16 تیر 1396
ارائه در سایت: 18 مرداد 1396

کلید واژگان:
ربات همه جهته متحرک
مدل‌سازی دینامیکی
کنترل مقاوم تطبیقی
مود لغزشی
الگوریتم جستجوی هارمونی

چکیده

در این مقاله، به طراحی کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی بهینه به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی برای ربات متحرک چند جهته پرداخته شده است. ابتدا مدل‌سازی سینماتیکی انجام و سپس با استفاده از معادلات مومنتوم خطی و زاویه‌ای، معادلات مدل دینامیکی ربات استخراج شده است. از آن‌جایی که مدل استخراجی، بیان دقیقی از رفتار ربات همه جهته نیست، مدل دارای عدم قطعیت می‌باشد. از این‌رو یک روش برای کنترل ردیابی ربات ارائه شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی، شامل یک مدل دینامیک معکوس تقریباً شناخته شده به عنوان خروجی بخش مدل-مبنای کنترل‌کننده، ترم تخمینی از عدم قطعیت برای جبران دینامیک مدل نشده، اغتشاشات خارجی، و پارامترهای متغیر با زمان برای بهبود پایداری حلقه-بسته و میزان خطای تخمین عدم قطعیت‌ها می‌باشد. در ادامه به منظور مقایسه پاسخ کنترل‌کننده پیشنهادی، کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی پسخور و مود لغزشی بهینه نیز طراحی، سپس یک تابع هزینه به صورت ترکیبی از نرخ سیگنال کنترلی و معیار خطای انتگرالی در نظر گرفته شده که به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی مینیمم شده و پارامترهای کنترلی بهینه استخراج شده است. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در شرایط مختلف از جمله در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم، شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفته است.

Dynamic Modeling and Optimal Adaptive Robust Control of an Omni Directional Mobile Robot Using Harmony Search Algorithm

Mahmood Mazare[1], Pegah Ghaf-Ghanbari[1], Mohammad Ghasem Kazemi[2], Mohammad Rasool Najafi[3*]

1- School of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
2- School of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
3- School of Mechanical Engineering, Qom University, Qom, Iran
* P.O.B. 1743524155, Qom, Iran, mr.najafi@qom.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 May 2017
Accepted 07 July 2017
Available Online 09 August 2017

Keywords:
Omni-Directional Mobile Robot
Dynamic modeling
Adaptive robust control
Sliding mode
Harmony search algorithm

ABSTRACT

In this paper, an optimal adaptive sliding mode controller for an Omni-Directional Mobile Robot (ODMR) is proposed using harmony search algorithm. First, kinematic model of the robot is derived and then governing equations of dynamic model have been obtained using linear and angular momentum equilibrium. Since the derived model is not an exact definition of the system, it includes some uncertainties. To compensate them, a tracking control method has been offered. The proposed controller consists of an approximately known inverse dynamic model output as the model-based part of the controller, an estimated uncertainty term to compensate for the un-modeled dynamics, external disturbances, and time-varying parameters to enhance closed-loop stability and account for the estimation error of the uncertainties. In order to compare the results of the proposed controller, an optimal feedback linearization and sliding mode controllers are designed and then, a cost function has been defined by combining the variation rate of control signal and the integral error index. This cost function has been minimized using harmony search algorithm, resulting in optimum control parameters. Finally, the performance of the designed controller in different conditions such as in presence of disturbance and system parameter variation has been simulated and discussed.

1- مقدمه

ربات متحرک همه جهته[1] نوعی ربات هولونومیک است که می‌تواند هم‌زمان حرکات انتقالی و دورانی را به طور مستقل انجام دهد. چالاکی نهفته در ذات این نوع ربات باعث شده که در محیط‌های دینامیکی به‌طور گسترده مورد مطالعه قرار گیرد [1-3]. مسابقات روبوکاپ بین‌المللی سالانه که در آن

[1] Omni-Directional Mobile Robot

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. Mazare, P. Ghaf-Ghanbari, M. Gh. Kazemi, M. R. Najafi, Dynamic Modeling and Optimal Adaptive Robust Control of an Omni Directional Mobile Robot Using Harmony Search Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 191-200, 2017 (in Persian)

تیم‌هایی از ربات‌های خودگردان در مسابقاتی فوتبال-مانند به رقابت می‌پردازند، نمونه‌ای از کاربرد ربات‌های متحرک همه جهته است.

کنترل دقیق ردیاب مسیر یکی از ارکان اصلی به‌کارگیری ربات‌های همه جهته است. کنترل ردیاب ربات متحرک همه جهته را می‌توان به دو فعالیت برنامه‌ریزی مسیر[1] و تعقیب مسیر[2] تقسیم‌بندی کرد [5,4]. برنامه‌ریزی مسیر به معنای تعیین مسیر هندسی عملی و بهینه است. الگوریتم‌های بهینه‌سازی مسیر ربات‌های متحرک همه جهته در مراجع [6,4-9] مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. در [7] برنامه‌ریزی مسیر دینامیکی برای ربات همه جهته با لحاظ نمودن قیود دینامیکی مطالعه شده است. در مقاله حاضر، تمرکز اصلی بر کنترل تعقیب مسیر دقیق است. فرض می‌شود که مسیری عملی و سازگار با محدودیت‌های فیزیکی ربات، معلوم باشد. از آن‌جا که برنامه‌ریزی مسیر دینامیکی بهینه موضوع بحث این مقاله نیست، از یک فیلتر آماده برای جلوگیری از اشباع عملگرها و انباشتگی خطای انتگرال‌گیر در صورت صدور دستور ناگهانی و غیر منتظره مسیر، و مغایر با محدودیت‌های دینامیکی ربات استفاده شده است.

تعقیب مسیر در حوزه‌های مختلفی از جمله کارخانجات، سیستم‌های ناوبری و بیمارستان‌ها مطالعه و به کار گرفته شده است. بازده عملکردی بالا، قابلیت حرکت آزادانه در فضاهای باریک و رسیدن به نقاط مطلوب به صورت دقیق و بدون نیاز به سنسورهای پیچیده از ملزومات این امر است.

اخیراً، ربات‌های متحرک همه جهته، در حوزه رباتیک و سیستم‌های کنترل به شدت مورد توجه قرار گرفته‌اند. نتایج بسیاری از تحقیقاتی که بر روی ربات‌های متحرک همه جهته انجام شده، با تکنیک‌های مختلف در مسائل تعقیب مسیر پیاده‌سازی شده‌اند. لی و همکاران [10] کنترل‌کننده PD برای تعقیب مسیر سینوسی توسط ربات همه جهته را ارائه دادند. اما آن‌ها از دینامیک سیستم چشم‌پوشی کردند و تنها مدل سینماتیکی را لحاظ کردند. وازکز و همکاران [11] نیز براساس مدل دینامیکی ربات و به منظور حل مسأله تعقیب مسیر دایره‌ای، کنترل‌کننده گشتاور محاسباتی را با استفاده از قانون فیدبک PD پیشنهاد دادند. نگی و همکاران [4]، استراتژی کنترل بلادرنگی برای حرکت ربات از نقطه اولیه به نقطه هدف در کوتاه‌ترین زمان ممکن ارائه دادند. ولی آن‌ها تغییر پارامترها و شرایط لغزش ناشی از سطح کار را در نظر نگرفتند. هانگ و همکاران [12] کنترل‌کننده‌ای برای مسأله تعقیب مسیر به روش مود لغزشی تناسبی-دیفرانسیلی پیشنهاد کردند. واتانابه و همکاران [13] ربات متحرک همه جهته را با کنترل گشتاور محاسباتی و روش‌های کنترل شتاب بررسی کردند. با این حال آن‌ها بر کنترل بلادرنگ تمرکز نکردند.

از آن‌جا که تکنیک کنترلی پیش‌گام مزایای زیادی از جمله پاسخ سریع و مقاومت بالا دارد، تحقیقات متعددی [14-17] بر روی کنترل ربات‌های چرخ‌دار متحرک با به‌کارگیری تکنیک پیش‌گام انجام شده است. در این مطالعات، از روش کنترلی تلفیق مدل سینماتیکی در مدل دینامیکی استفاده شده است. با این وجود، مسأله پایدارسازی و ردیابی ربات‌های متحرک همه جهته با استفاده از رویکرد تطبیقی همچنان باز است.

در دهه‌های اخیر، پژوهش‌های زیادی برای طراحی و بهبود کنترل‌کننده برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت انجام شده است. اساس عمده روش‌های کنترل مقاوم و غیرخطی شناخته شده، کنترل تطبیقی، کنترل مود لغزشی، ترکیب کنترل تطبیقی و مود لغزشی، و کنترل مقاوم مبتنی بر لیاپانوف است.

[1] Path Planning
[2] Trajectory Following

در روش‌های تطبیقی غیرخطی مرسوم، هدف کنترل‌کننده، به‌دست آوردن پارامترهای متغیر دینامیک ساختار یافته‌ای است که منجر به ردیابی خوبی شود. همچنین عدم قطعیت‌های ساختاریافته و اغتشاشات محدود را جبران کند. در نتیجه، این فاکتورها در مواردی که مدل دینامیکی ربات چندان شناخته شده نیست، یا زمانی که کنترل سریع بلادرنگ نیاز است، روی کنترل‌کننده‌های تطبیقی غیرخطی تأثیر می‌گذارند [18-20].

کنترل‌کننده‌های مقاوم با ساختار متغیر که از کنترل مود لغزشی استفاده می‌کنند، به دلیل قابلیت کنترل عدم قطعیت‌ها، عملکرد گذرای خوبی مثل خطای ردیابی کم و پاسخ سریع را از خود بر جای می‌گذارند. طبیعت گسسته قانون کنترل مود لغزشی، سبب "چترینگ[3]" می‌شود، که ممکن است تحریک یک دینامیک فرکانس بالا را در پی داشته باشد. روش لایه مرزی که تلاش می‌کند پدیده چترینگ را از بین ببرد، به یک مصالحه بین عملکرد و چترینگ نیاز دارد. علاوه بر این، شناختی قبلی از کران بالای بردار اغتشاشات در بدترین حالت، برای رسیدن به همگرایی نیاز است و طراحی کنترل‌کننده براساس بدترین حالت، مستلزم ریسک بالایی است.

کنترل‌کننده‌های ترکیبی مود لغزشی و تطبیقی به عنوان روشی برای غلبه بر مشکل کنترل تطبیقی و مود لغزشی مطالعه شده است. ایده اصلی این است که از کنترل تطبیقی برای تخمین پارامترهای ناشناخته سیستم دینامیکی و از کنترل مود لغزشی برای غلبه بر دینامیک‌های مدل نشده و اغتشاشات خارجی استفاده شود [21]، هر چند کنترل ترکیبی تطبیقی به یک مدل پارامتریزه شده خطی از سیستم در حال تحلیل و دانش قبلی از محدوده عدم قطعیت نیاز دارد. علاوه بر این تعداد زیادی از پارامترها و یک بهره تطبیق (مثل پارامتر طراحی) متناظر با هر پارامتر ناشناخته باعث پیچیدگی بیشتر است. مسئله طراحی یک کنترل کننده مقاوم و تطبیقی بدون دانستن مرزهای عدم قطعیت در مرجع [22] بیان شده که به یک مدل خطی پارامتریزه شده مشخص برای سیستم به منظور طراحی کنترل‌کننده نیاز دارد.

این مقاله طراحی کنترل‌کننده مقاومی را برای ربات متحرک همه جهته با استفاده از تکنیک مقاوم تطبیقی پیشنهاد می‌دهد. مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی سیستم در حضور اغتشاش و اصطکاک ارائه شده است. بر اساس مدل دینامیکی، طراحی کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی به گونه‌ای انجام شده است که با وجود تغییر پارامترها و عدم قطعیت‌ها، ربات در تعقیب مسیر مطلوب پایدار شود. با انتخاب یک تابع لیاپانوف مناسب، و براساس روش مستقیم لیاپانوف با کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی یک قانون کنترلی و قانون تطبیق برای پارامتر مجهول و نیروهای اصطکاک محدود و عدم قطعیت اعمالی به چرخ‌های محرک به دست می‌آید، به طوری‌که پایداری سیستم را تضمین کنند. نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن کارآمدی کنترل‌کننده پیشنهادی و قانون تطبیق برای ربات متحرک همه جهته در حضور پارامترهای مجهول، اغتشاش و اصطکاک ارائه شده است. نوآوری مقاله شامل ارائه کنترل مقاوم تطبیقی بهینه برمبنای الگوریتم جستجوی هارمونی [23] روی مسیر طراحی شده می باشد.

ساختار این مقاله بدین ترتیب است: در قسمت 2 به مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات مورد مطالعه پرداخته شده است. سپس در قسمت 3 کنترل‌کننده‌های مختلف طراحی می‌شود. در قسمت 4، یک مسیر مطلوب به منظور تعقیب برای ربات متحرک همه جهته طراحی و به عنوان مسیر مرجع به کنترل‌کننده‌ها داده می شود. در قسمت 5 شبیه‌سازی‌های

[3] Chattering

مربوطه صورت گرفته و در آخر، در قسمت 6 نتیجه‌گیری ذکر شده است.

2- مدل‌سازی دینامیکی ربات متحرک همه جهته

نمای شماتیک ربات متحرک همه جهته در "شکل 1" نشان داده شده است. سه چرخ ربات در فواصل مساوی و با زاویه $120°$ از هم قرار دارند. شعاع هر سه چرخ برابر و مساوی با r است و با یک موتور الکتریکی DC به حرکت در می‌آید. فاصله مرکز چرخ تا مرکز هندسی C، L در نظر گرفته می‌شود. $\mathrm{P}_{wi} \in \mathcal{R}^{2\times1}$ بردار موقعیت هر چرخ نسبت به دستگاه مختصات متحرک CX_0Y_0 است که در نقطه C به ربات متصل شده است. $\mathrm{d}_{wi} \in \mathcal{R}^{2\times1}$ بردار جهت حرکت هر چرخ نسبت به دستگاه مختصات مرجع OXY است. بردار حالت نقطه C در دستگاه مختصات مرجع با $\mathrm{Q_C} = [x \quad y \quad \theta]^{\mathrm{T}}$ نشان داده می‌شود. $\mathrm{P_C} = [x \quad y]^{\mathrm{T}}$ نیز به عنوان بردار موقعیت نقطه C نسبت به دستگاه مختصات مرجع در نظر گرفته می‌شود. v_{C} و ω_{C} به ترتیب سرعت خطی و زاویه‌ای ربات و v_i و ω_i سرعت خطی و زاویه‌ای چرخ‌های ربات هستند.

مقادیر پارامترهای ربات در جدول 1 ارائه شده است.

برای مدل‌سازی ربات فرض‌های زیر درنظر گرفته می‌شود:

1- مرکز ثقل ربات بر مرکز هندسی آن در نقطه C منطبق است.

2- مقدار دقیق پارامترهای سینماتیکی از جمله r و L معلوم است.

3- بردار اغتشاشی که بر ربات اعمال می‌شود شامل اصطکاک سطح و لغزش بین چرخ و زمین است.

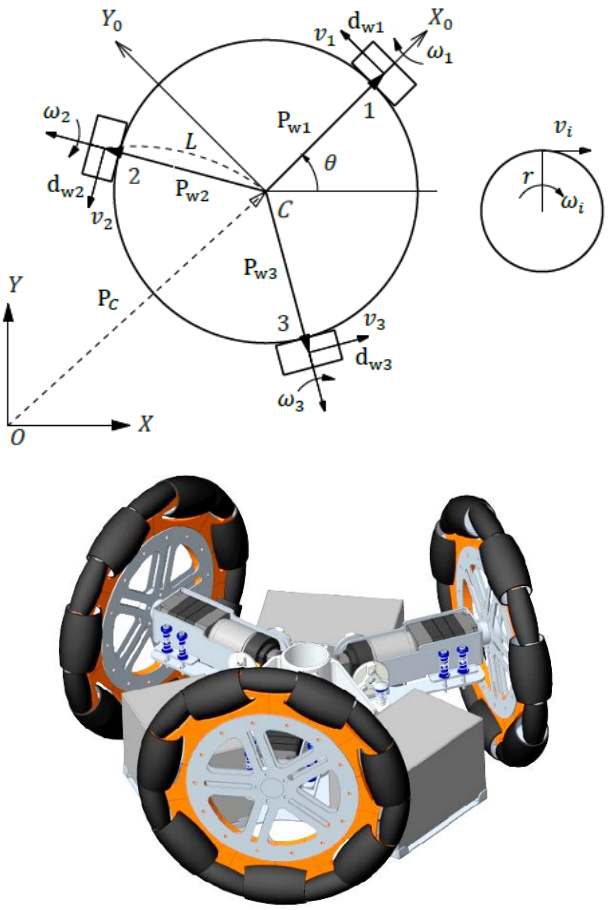

Fig. 1 Geometrical model of ODMR

شکل 1 مدل هندسی ربات همه جهته متحرک

جدول 1 مقادیر پارامترهای ربات

Table 1 Robot parameter values

پارامتر	واحد	مقدار
m	kg	2.54
I	kg m^2	6.25×10^{-3}
L	m	0.09
δ	N V^{-1}	10
β	-	2
γ	N s rad^{-1}	146
$u_{\max}$	V	14.8
$a_{\max}$	m s^{-2}	5

بخش بعد به مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات در حضور اغتشاش می‌پردازد.

2-1- مدل‌سازی سینماتیکی

مطابق "شکل 1"، سرعت‌های خطی مرکز چرخ‌ها به صورت روابط (1) قابل بیان هستند.

$$\begin{aligned} v_1 &= -\dot{x}\sin\theta + \dot{y}\cos\theta + L\dot{\theta} \\ v_2 &= -\dot{x}\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \dot{y}\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + L\dot{\theta} \\ v_3 &= -\dot{x}\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \dot{y}\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + L\dot{\theta} \end{aligned} \tag{1}$$

این روابط به فرم ماتریسی به صورت رابطه (2) نوشته می‌شوند.

$$\Gamma = \mathrm{H}^{-1}\dot{\mathrm{Q}}_{\mathrm{C}} \tag{2}$$

که در آن، $\Gamma = [v_1 \quad v_2 \quad v_3]^{\mathrm{T}}$ بردار سرعت چرخ‌ها است و ماتریس $\mathrm{H}^{-1} \in \mathcal{R}^{3\times3}$ به صورت (4) تعریف می‌شود.

$$\mathrm{H}^{-1} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & L \\ -\sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) & -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) & L \\ \sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) & -\cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) & L \end{bmatrix} \tag{3}$$

روابط مربوط به سرعت زاویه‌ای چرخ‌ها برحسب سرعت‌های خطی به صورت ماتریسی به‌صورت رابطه (4) قابل بیان می‌باشد.

$$\Omega = \frac{\Gamma}{r} = \frac{1}{r}\mathrm{H}^{-1}\dot{\mathrm{Q}}_{\mathrm{C}} \tag{4}$$

که در آن $\Omega = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^{\mathrm{T}}$ بردار سرعت زاویه‌ای چرخ‌ها است. با توجه به معادله (4) می‌توان بردار سرعت نقطه C را به صورت (5) ساده کرد.

$$\dot{\mathrm{Q}}_C = r\mathrm{H}\Omega \tag{5}$$

با توجه به "شکل 1" بردار سرعت ربات همه جهته، Υ، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{C}} \\ \omega_{\mathrm{C}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \tag{6}$$

2-2- مدل‌سازی دینامیکی

نمای شماتیک پلتفرم متحرک همه جهته به همراه نیروهای ناشی از اصطکاک و پدیده لغزش در "شکل 2" نشان داده شده است.

معادلات تعادل مومنتوم خطی و زاویه‌ای ربات با لحاظ نمودن بردار نیروی اغتشاش ناشی از اصطکاک سطح و پدیده لغزش براساس قانون دوم نیوتن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{3}(f_i - f_{Mi})\mathrm{R}(\theta)\mathrm{d}_{wi} - \mathrm{F_A} = m\ddot{\mathrm{P}}_\mathrm{C} \tag{7}$$

$$L\sum_{i=1}^{3}(f_i - f_{Mi}) = I\ddot{\theta} \tag{8}$$

$$\mathbf{F_A} = \begin{bmatrix} f_{A1}\cos\theta + f_{A2}\cos(\frac{2\pi}{3}+\theta) + f_{A3}\cos(\frac{4\pi}{3}+\theta) \\ f_{A1}\sin\theta + f_{A2}\sin(\frac{2\pi}{3}+\theta) + f_{A3}\sin(\frac{4\pi}{3}+\theta) \end{bmatrix} \tag{9}$$

که $\mathrm{F_A}$ بردار نیروی اغتشاش ناشی از اصطکاک سطح و پدیده لغزش بین چرخ و زمین در راستای محوری چرخ است. f_{Mi} و f_{Ai} $(i = 1,2,3)$ به ترتیب اندازه نیروهای اصطکاک وارد بر چرخ iام در راستای حرکت چرخ و در راستای محوری آن هستند و $\ddot{\mathrm{P}}_\mathrm{C} \in \mathcal{R}^{2\times1}$ معرف بردار شتاب خطی و $\ddot{\theta}_\mathrm{C}$ شتاب زاویه‌ای است. f_i $(i = 1,2,3)$ اندازه نیروی محرک وارد بر هر چرخ از سوی موتور i ام می‌باشد و m و I به ترتیب جرم و ممان اینرسی ربات حول مرکز ثقل آن می‌باشند. نیروی ایجاد شده در چرخ متصل به موتور الکتریکی را می‌توان از مشخصه‌های موتور DC به صورت زیر نوشت:

$$f_i = \delta u_i - \beta v_{wi} \tag{10}$$

که u_i $(i = 1,\ 2,\ 3)$ ولتاژ اعمال شده به هر موتور DC و v_{wi} $(i = 1,\ 2,\ 3)$ سرعت خطی هر چرخ است. δ و β نیز ضرایب مشخصه موتور هستند که وابسته به پارامترهای موتور DC می‌باشند و از کاتالوگ آن یا از طریق تست به دست می‌آیند. از معادلات (7) تا (9) معادلات دینامیکی ربات به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ I\ddot{\theta} \end{bmatrix} + \frac{3\beta}{2}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 2L^2\dot{\theta} \end{bmatrix} = \delta H^{-\mathrm{T}}\mathrm{u} - F_\mathrm{d} \tag{11}$$

که $\mathrm{u} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^\mathrm{T} \in \mathcal{R}^{3\times1}$ بردار ولتاژ ورودی اعمال شده به موتور DC و $\mathrm{F_d} = [f_{d1} \quad f_{d2} \quad f_{d3}]^\mathrm{T} \in \mathcal{R}^{3\times1}$ بردار نیروی اغتشاش اصطکاک و لغزش است که با توجه به "شکل 2"، در جهت‌های 1، 2 و 3 به صورت روابط (12) قابل تصویرسازی و برآیندگیری است:

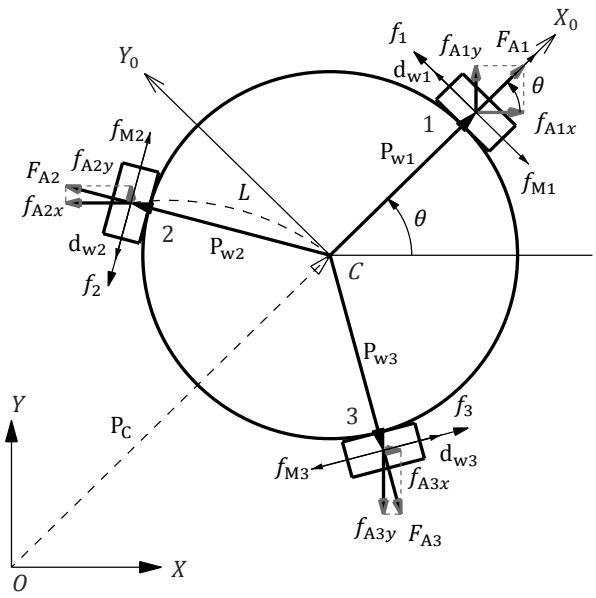

Fig. 2 Configuration for geometric model of the ODMR

شکل 2 مدل هندسی ربات متحرک همه جهته

$$\begin{aligned} f_{d1} &= -f_{M1}\sin\theta - f_{M2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \\ &\quad + f_{M3}\sin\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right) + f_{A1}\cos\theta \\ &\quad + f_{A2}\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\theta\right) + f_{A3}\cos\left(\frac{4\pi}{3}+\theta\right) \\ f_{d2} &= f_{M1}\cos\theta - f_{M2}\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \\ &\quad - f_{M3}\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right) + f_{A1}\sin\theta \\ &\quad + f_{A2}\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\theta\right) + f_{A3}\sin\left(\frac{4\pi}{3}+\theta\right) \\ f_{d3} &= L(f_{M1} + f_{M2} + f_{M3}) \\ -\frac{mg}{3}\mu_{M\,max} &\le f_{Mi} \le \frac{mg}{3}\mu_{M\,max} \\ -\frac{mg}{3}\mu_{A\,max} &\le f_{Ai} \le \frac{mg}{3}\mu_{A\,max} \end{aligned} \tag{12}$$

$\mu_{M\,max}$ و $\mu_{A\,max}$ به ترتیب حداکثر ضرایب اصطکاک استاتیکی در راستای حرکت چرخ و در راستای محوری آن و g شتاب گرانش است. بردار نیروی اصطکاک غیرقطعی در نامساوی صدق می‌کند. به عبارت دیگر، $\|\mathrm{F_d}\|_\infty \le k_{max}$ که $\|\mathrm{F_d}\|_\infty$ نُرم بی‌نهایت $\mathrm{F_d}$ و k_{max} حداقل حد بالای $\|\mathrm{F_d}\|_\infty$ است.

با تعریف $\mathrm{q} = \mathrm{Q_C} = [x \quad y \quad \theta]^\mathrm{T}$ به عنوان بردار وضعیت ربات، بردار سرعت به فرم $\dot{\mathrm{q}} = \dot{\mathrm{Q}}_\mathrm{C} = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\theta}]^\mathrm{T}$ حاصل می‌شود.

فرم ماتریسی معادلات حرکت به صورت زیر است:

$$\mathrm{M}\ddot{\mathrm{q}} + \mathrm{A}\dot{\mathrm{q}} + \mathrm{F_d} = \mathrm{Bu} \tag{13}$$

که

$$\mathrm{M} = \mathrm{B}^{-1}\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \qquad \mathrm{B} = \delta\mathrm{H}^{-\mathrm{T}}$$

$$\mathrm{A} = \mathrm{B}^{-1}\begin{bmatrix} 1.5\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1.5\beta & 0 \\ 0 & 0 & 3\beta L^2 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{F}_d = \mathrm{B}^{-1}\begin{bmatrix} f_{d_1} \\ f_{d_2} \\ f_{d_3} \end{bmatrix} \tag{14}$$

3- طراحی کنترل‌کننده

3-1- روش کنترلی خطی‌سازی پسخور

در این بخش با اعمال روش خطی‌سازی پسخور روی معادلات ربات، معادلات مذکور به حالت خطی در آمده و در ادامه کنترل کننده PD به سیستم اعمال شده است. در ابتدا معادلات دینامیکی به فرم فضای حالت نوشته می شوند.

$$\dot{\mathrm{x}}_1 = \mathrm{x}_2 \tag{15}$$

$$\dot{\mathrm{x}}_2 = -\mathrm{M}^{-1}\mathrm{A}\mathrm{x}_2 - \mathrm{M}^{-1}\mathrm{F_d} + \mathrm{M}^{-1}\mathrm{Bu} \tag{16}$$

اگر ورودی به شکل زیر انتخاب شود، سیستم به فرم خطی درمی‌آید.

$$\mathrm{u} = \mathrm{B}^{-1}\mathrm{M}[\mathrm{v} + \mathrm{M}^{-1}\mathrm{F_d} + \mathrm{M}^{-1}\mathrm{A}\mathrm{x}_2] \tag{17}$$

با جایگذاری رابطه (17) در (16)، معادله (18) حاصل می‌شود.

$$\ddot{\mathrm{q}} = \mathrm{v} \tag{18}$$

برای رسیدن به هدف طراحی، ابتدا بردار خطا به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathrm{e} = \mathrm{q} - \mathrm{q_d} \tag{19}$$

با در نظر گرفتن ورودی معادل به شکل زیر معادله دیفرانسیل خطا به دست می‌آید.

$$\mathrm{v} = \dot{\mathrm{x}}_2 - \mathrm{K_d}\dot{\mathrm{e}} - \mathrm{K_P}\mathrm{e} \tag{20}$$

اگر ورودی معادل v به شکل فوق درنظر گرفته شود و ضرایب $\mathrm{K_d}$ و $\mathrm{K_P}$ مثبت انتخاب شوند، خروجی حول خروجی مطلوب پایدار شده و خطا به سمت صفر میل می‌کند.

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_P e = 0 \tag{21}$$

در نتیجه قانون کنترلی به شکل رابطه (22) بیان می‌شود.

$$u = M[\dot{x}_2 - K_d\dot{e} - K_P e + M^{-1}F_d + M^{-1}Ax_2] \tag{22}$$

مدل دینامیکی حاصل بیانگر مدل دقیق سیستم نمی‌باشد، از این‌رو سیستم دارای عدم قطعیت پارامتری و غیر ساختار یافته است، که این مهم باعث کاهش حاشیه پایداری و حساسیت به اغتشاش خارجی در روش خطی‌سازی پسخور می‌شود. البته وجود کنترل‌کننده PD در ورودی خطی‌سازی پسخور تا حدودی این عوارض ناخواسته را تعدیل می‌کند. بنابراین در کل کارآیی این روش به میزان خطا در مدل‌سازی وابسته بوده که در شبیه‌سازی‌ها میزان اثر پذیری آن نسبت به پارامترها بررسی شده است.

3-2- کنترل‌کننده مود لغزشی

عدم قطعیت مدل در سیستم‌های مکانیکی می‌تواند اثرات منفی بر عملکرد آن‌ها داشته باشد. رویکرد کنترل مقاوم از جمله ابزارهای مهم برای مقابله با عدم قطعیت در مدل است که از جمله روش‌های کنترلی که در این رهیافت قرار می‌گیرد، روش کنترل مود لغزشی می‌باشد [24]. از جمله معایب این روش کنترلی که معمولاً کاربرد آن را برای کنترل سیستم‌های مکانیکی محدود می‌کند، سوئیچینگ فرکانس بالا است که باعث به وجود آمدن پدیده چترینگ می‌شود.

خطای تعقیب مسیر در متغیر حالت q را به صورت $e = q - q_d$ در نظر گرفته و یک سطح متغیر با زمان در فضای حالت n بعدی را با رابطه (23) تعریف می‌کنیم که در آن Λ_{SMC} یک ثابت اکیداً مثبت می‌باشد. هدف از این تعریف، نگه‌داشتن شیب سطح لغزش در نزدیکی صفر است.

$$S(q,t) = \left(\frac{d}{dt} + \Lambda_{SMC}\right)^{n-1} e \tag{23}$$

از طرفین رابطه (23) با انتخاب $n = 2$ نسبت به زمان مشتق‌گیری می‌شود.

$$\dot{S} = (\ddot{q} - \ddot{q}_d) + \Lambda_{SMC}(\dot{q} - \dot{q}_d) \tag{24}$$

قانون کنترلی $\hat{u}(t)$ جهت رسیدن به $\dot{S} = 0$ به صورت (25) تقریب زده می‌شود.

$$\hat{u}(t) = -\hat{f} + \ddot{q}_d - \Lambda_{SMC}(\dot{q} - \dot{q}_d) \tag{25}$$

برای اینکه شرط لغزش با وجود عدم قطعیت در دینامیک $f(q,t)$، برقرار باشد، روی سطح $S = 0$، یک جمله ناپیوسته به $\hat{u}(t)$ اضافه شده که بیان‌گر قانون کنترلی سوئیچینگ است.

$$u(t) = \hat{u}(t) - K_{SMC}\ \tanh(S) \tag{26}$$

که K_{SMC} یک ثابت مثبت است. بنابراین با انتخاب K_{SMC} نسبتاً بزرگ، مربع فاصله تا سطح در امتداد همه مسیرهای سیستم کاهش می‌یابد.

با توجه به شرایط پایداری تابع لیاپانوف و با استفاده از معادله سطح لغزش در نظر گرفته شده، با ساده سازی ریاضی، قانون کنترل مود لغزشی برای ربات به صورت رابطه (27) استخراج می‌شود:

$$u = (\ddot{q}_d - \dot{e} - \Lambda_{SMC}e) + A\dot{q} + F_d - MK_{SMC}\ \tanh(S) \tag{27}$$

3-3- کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی

کنترل کننده مود لغزشی با مشخص بودن حد بالای عدم قطعیت در مقابل اغتشاشات خارجی عملکرد مناسبی خواهد داشت اگر اطلاع دقیقی از میزان حد بالای آنها باشد. از اینرو با استفاده از کنترل تطبیقی مشکل مذکور قابل حل می‌باشد بدین صورت که ضرایب کنترلی با استفاده از قوانین تطبیق مناسب به صورت تطبیقی در طول حرکت ربات محاسبه می شوند. در این قسمت با در نظر گرفتن پارامترهای مدل دینامیکی ربات، الگوریتم کنترل مقاوم تطبیقی ارائه می‌شود. این تکنیک کنترلی شامل مود لغزشی تطبیقی است که قانون تطبیق فقط براساس حد بالای عدم قطعیت تطبیق داده می‌شود. برای استخراج قوانین کنترلی و تطبیقی، تابع لیاپانوف به صورت رابطه (28) در نظر گرفته می شود:

$$V(t) = \frac{1}{2}(S^T M S + \tilde{\rho}^T \Gamma \tilde{\rho}) \tag{28}$$

که در آن

$$S = \dot{e} + \lambda e \tag{29}$$

و S بردار سطح لغزش $\lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \Gamma = \mathrm{diag}(\Gamma_1, \dots, \Gamma_n)$ ماتریس‌های مثبت و متقارن هستند. همچنین درجه آزادی ربات n می‌باشد و $\tilde{\rho} = \hat{\rho} - \rho$ بردار خطای تخمین حد بالای عدم قطعیت است. با مشتق گیری از $V(t)$:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= S^T M\dot{S} + \frac{1}{2}S^T\dot{M}S + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ &= S^T M(\ddot{q}_d + \lambda\dot{e}) + S^T[\frac{1}{2}(\dot{M} - 2A) + A]S + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}}\end{aligned} \tag{30}$$

با توجه به خاصیت پاد متقارن بودن $(\dot{M} - 2A)$ و فرم ماتریسی معادلات ربات رابطه (31) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}(t) = S^T[u - (A\dot{q} + F_d) - M\ddot{q}_d + M\lambda\dot{e} + AS] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \tag{31}$$

حال یک مسیر مرجع مجازی به‌صورت (32) و (33) تعریف می شود:

$$q_r = q_d - \lambda\int_0^q e\,dt \tag{32}$$

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \lambda e, \quad \ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \lambda\dot{e} \tag{33}$$

با جایگذاری در رابطه (31):

$$\dot{V}(t) = S^T[u - (A\dot{q}_r + F_d) - M\ddot{q}_r + M\lambda\dot{e} + M\lambda e] + \rho\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \tag{34}$$

با توجه به اینکه $u = \hat{u} - K_{ASMC}\tanh(S)$ قانون کنترلی به صورت (35) تعریف می شود.

$$u = \widehat{M}\ddot{q}_r + \widehat{A}\dot{q}_r + \widehat{F}_d - K_{ASMC}\tanh(S) \tag{35}$$

ماتریس‌های $\widehat{M}, \widehat{A}, \widehat{F}_d$ تخمین‌های موجود از ترم‌های دینامیکی هستند. $K_{ASMC} = \mathrm{diag}(k_{ASMC_1}, \dots, k_{ASMC_n})$ و یک ماتریس مثبت معین متقارن است.

حال با جایگذاری قانون کنترلی استخراجی در رابطه $\dot{V}(t)$:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= S^T[u - (M\ddot{q}_r + A\dot{q}_r + F_d)] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ &= S^T\big[-K_{ASMC}K\tanh(S) + \widetilde{M}\ddot{q}_r + \widetilde{A}\dot{q}_r + \widetilde{F}_d - M\ddot{q}_r \\ &\qquad - A\dot{q}_r - F_d\big] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ &= S^T\big[-K_{ASMC}K\tanh(S) + \widetilde{M}\ddot{q}_r + \widetilde{A}\dot{q}_r + \widetilde{F}_d\big] + \tilde{\rho}^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}} \\ \widetilde{M} &= \widehat{M} - M, \widetilde{A} = \widehat{A} - A, \qquad \widetilde{F}_d = \widehat{F}_d - F_d\end{aligned} \tag{36}$$

مطابق این خصوصیت مدل دینامیکی ربات که بردار نیروهای گرانش F_d دارای کران بالا می‌باشد:

$$\|F_d(q)\| \le \zeta_g \rightarrow \|\widetilde{M}\ddot{q}_r + \widetilde{A}\dot{q}_r + \widetilde{F}_d\| \le \sum_{i=1}^{n}\rho_i(S_i, t) \tag{37}$$

$\dot{V}(t)$ به صورت (38) باز نویسی می‌شود.

$$\dot{V}(t) \le \sum_{i=1}^{n}|S_i|[-k_{ASMC_i} + \rho_i] + \tilde{\rho}_i^T\Gamma\dot{\tilde{\rho}}_i \tag{38}$$

با فرض اینکه $k_{ASMC_i} = k_i + \hat{\rho}_i$ که k_i یک پارامتر مثبت است. با

جایگذاری در (38):

$$\dot{V}(t) \le \sum_{i=1}^{n} |S_i|[-k_i - \tilde{\rho}_i] + \tilde{\rho}_i \Gamma \dot{\tilde{\rho}}_i \tag{39}$$

حال قانون تطبیق به صورت رابطه (40) تعریف در نظر گرفته می شود.

$$\dot{\tilde{\rho}}_i = \dot{\hat{\rho}} = \Gamma_i^{-1}|S_i| \tag{40}$$

با استفاده از این قانون تطبیق، معادله $\dot{V}(t)$ به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$\dot{V}(t) \le \sum_{i=1}^{n} -k_{\mathrm{ASMC}_i}|S_i| \le 0 \tag{41}$$

ازاین‌رو $\dot{V}(t)$ منفی معین می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی قابلیت پایدارسازی سیستم را داشته و ردیابی حلقه بسته جهت همگرا شده به سطح لغزش را تضمین می‌کند. بنابراین، کنترل‌کننده پیشنهادی خطای ردیابی حالت ماندگار صفر را تضمین می‌کند. از ویژگی‌های اصلی این کنترل‌کننده این است که نیاز به دانش قبلی از حد بالای عدم قطعیت ندارد.

همان‌طور که از رابطه (40) پیداست مقدار $\dot{\hat{\rho}}_i$ صفرمی‌باشد وقتی مقدار S_i صفر است در غیر اینصورت مقدار $\hat{\rho}_i$ مدام افزایش می‌یابد. اما در عمل، به دلیل نویز، خطای ترکینگ حالت ماندگار روی سطح لغزش نمی‌ماند. در این صورت حالت بهره کنترلی k_{ASMC_i} به وضوح بیشتر از حد تخمین زده شده نسبت به عدم قطعیت است که باعث پدیده چترینگ می‌شود. به منظور جلوگیری از افزایش بهره‌های کنترلی، قانون کنترلی و قانون تطبیقی به صورت زیر تغییر پیدا می‌کند.

$$\mathrm{u} = \widehat{\mathrm{M}}\ddot{\mathrm{q}}_{\mathrm{r}} + \widehat{\mathrm{A}}\dot{\mathrm{q}}_{\mathrm{r}} + \hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{d}} - \mathrm{K}_{\mathrm{ASMC}} \tanh\left(\frac{S}{\mu}\right) \tag{42}$$

$$\dot{\hat{\rho}}_i = \Gamma_i^{-1}|S_i| \tanh((|S_i| - \mu_i)\hat{\rho}_i) \tag{43}$$

که $\mu = \mathrm{diag}(\mu_1, \dots, \mu_n)$ و پهنای باند متغیر S می‌باشد که بر اساس دامنه نویز اندازه‌گیری شده انتخاب می‌شود. این تغییر در قانون‌های کنترلی و تطبیقی، اثر افزایش بهره را به طور قابل توجهی از بین می‌برد و چترینگ را هم تضمین می‌کند (چترینگ خروجی). این تغییر، دستاوردهای کنترلی زیر را به همراه دارد:

1. اگر $|S_i| \ge \mu_i$ باشد علامت قانون تطبیق (43) مثبت بوده و بهره برای مقابله با عدم قطعیت محدود افزایش می‌یابد تا به یک مقدار به اندازه کافی بزرگ برسد و در نتیجه خطای ترکینگ به سطح لغزش می‌رسد.
2. تا زمانی که مسیر درون لایه مرزی قرار دارد، $|S_i| < \mu_i$ بوده و علامت قانون تطبیق (43) منفی می‌باشد. همچنین بهره k_{ASMC_i} به اندازه‌ای کاهش می‌یابد که متناسب با عدم قطعیت های معمول می‌باشد. با این قانون تطبیق کمترین مقدار k_{ASMC_i} روی k_i تنظیم می‌شود.
3. اگر یک بار اضافی یا یک اغتشاش خارجی به ربات اعمال شود و باعث شود که $|S_i| \ge \mu_i$ گردد در این‌صورت با توجه به الگوریتم بالا، بهره کنترلی k_{ASMC_i} نسبت به عدم قطعیت فعلی (معمول) تنظیم می‌شود.

برای آنالیز پایداری سیستم حلقه بسته، همان تابع لیاپانوف قبلی را در نظر می‌گیریم و قانون‌های کنترلی تغییر داده شده را مجدداً در آن جایگذاری می‌کنیم. برای حالتی‌که $|S_i| \ge \mu_i$ است همان آنالیز پایداری برای سیستم حلقه بسته قبلی برقرار است و ردیابی مسیر به سمت مرز صفحه لغزش همگرا شود. اما تا زمانی‌که مسیر رسیدن درون لایه مرزی است و $|S_i| < \mu_i$، مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان ذکر شده در رابطه (36) به صورت رابطه (44) تغییر می‌کند.

$$\dot{V}(t) \le \sum_{i=1}^{n} |S_i|[-k_{\mathrm{ASMC}_i}\left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + \rho_i] + \tilde{\rho}_i \Gamma \dot{\tilde{\rho}}_i \tag{44}$$

با استفاده از قانون تطبیق تغییر یافته و ساده‌سازی:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &\le \sum_{i=1}^{n} |S_i|[-k_{\mathrm{ASMC}_i}\left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + (\rho_i - \tilde{\rho}_i)] \\ &\le \sum_{i=1}^{n} |S_i|[-k_{\mathrm{ASMC}_i}\left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + (2\rho_i - \hat{\rho}_i)] \\ &\le \sum_{i=1}^{n} |S_i|[-k_{\mathrm{ASMC}_i}\left(\frac{|S_i|}{\mu_i}\right) + 2\rho_i]\end{aligned} \tag{45}$$

از این رو کنترل‌کننده پیشنهادی سیستم را پایدار کرده و خطای ردیابی بصورت یکنواخت محدود خواهد ماند. در این حالت $\dot{V}(t)$ منفی معین است اگر

$$|S_i| > \left(\frac{2\rho_i}{k_i}\right)\mu_i = \delta_{S_i} \tag{46}$$

به هر حال، δ_{S_i} به حد بالای عدم قطعیت ρ_iپارامترهای μ_i و نیز k_i وابسته است. این باعث می‌شود که برای کاهش خطای ردیابی حالت ماندگار ناچار به افزایش بهره k_i و در نتیجه افزایش تلاش کنترلی موردنیاز شویم.

4-3- تعیین ضرایب کنترل‌کننده‌ها

در این قسمت به نحوه تعیین ضرایب کنترل کننده های طراحی شده پرداخته می‌شود. بدین منظور یک تابع هزینه مطابق رابطه (47) پیشنهاد شده است.

$$\begin{aligned}&\mathrm{Obj} = \alpha(\mathrm{ITAE}) + \beta(|\dot{u}|) \\ &\mathrm{ITAE} = \int |\mathrm{e}(t).t|dt\end{aligned} \tag{47}$$

که $\mathrm{e}(t)$ بیانگر خطا و $|\dot{u}|$ نرخ تعیین سیگنال کنترلی، αو β وزن های اعمالی می‌باشند. به منظور تأثیر برابر در بهینه‌سازی، مقدار هر یک از وزن‌های فوق برابر یک در نظر گرفته شده‌اند. در ادامه به منظور تعیین ضرایب بهینه، تابع هزینه پیشنهادی با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی [24] مینیمم شده و نتایج در جدول 2 نشان داده شده است.

4- طراحی مسیر

مسایل کنترلی در دسته‌بندی موسوم به مسایل بهینه‌سازی نَرم[1] قرار می‌گیرند. حل این مسایل به میزان قابل توجهی ساده‌تر از مسایل بهینه‌سازی

جدول 2 پارامترهای کنترل‌کننده‌ها

Table 2 Parameters of the controllers

کنترل‌کننده	پارامتر	مقدار
خطی‌سازی پسخور	$\mathrm{K_P}$	$\mathrm{diag}(551.2368, 551.2368, 551.2368)$
(FLC)	$\mathrm{K_D}$	$\mathrm{diag}(48.7514, 48.7514, 48.7514)$
مود لغزشی	$\mathrm{K_{SMC}}$	$\mathrm{diag}(20.3019, 20.3019, 20.3019)$
(SMC)	Λ_{SMC}	$\mathrm{diag}(91.2562, 91.2562, 91.2562)$
مود لغزشی تطبیقی	$\mathrm{K_{ASMC}}$	$\mathrm{diag}(58.3964, 58.3964, 58.3964)$
(ASMC)	μ	$\mathrm{diag}(0.0690, 0.0690, 0.0690)$
	λ_1	34.2539
	λ_2	4.5005×10^3
	λ_3	1.4827×10^3

[1] Soft optimization problems

صرف است. در ادامه یک مسیر مرجع پیوسته با زمان طراحی می‌شود به‌گونه‌ای که پیوستگی شتاب و سرعت نیز حفظ شود.

4-1- مسیر مرجع

ساده‌ترین مسیرهایی ($q_{ref}(t)$) که چهار شرط مرزی را ارضاء می‌کنند،

$$q_{ref}(0) = q_0 \qquad \dot{q}_{ref}(0) = v_0$$
$$q_{ref}(t_f) = q_f \qquad \dot{q}_{ref}(t_f) = v_f \tag{48}$$

چند جمله‌ای‌های درجه سوم به فرم زیر هستند:

$$q_{ref}(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \tag{49}$$

چهار ضریب مجهول a، b، c و d را می‌توان به آسانی به دست آورد و در نتیجه مسیر مرجع q_{ref} به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$q_{ref}(t) = \left[-\frac{2(q_f - q_0)}{t_f} + v_f + v_0\right]\frac{t^3}{t_f^2} + \left[\frac{3(q_f - q_0)}{t_f} - v_f - 2v_0\right]\frac{t^2}{t_f} + v_0 t + q_0 \tag{50}$$

در شبیه‌سازی، مسیر ربات حداقل یک‌بار در هر میلی ثانیه محاسبه شده است. بنابراین، پیاده‌سازی آن به معنای واقعی بلادرنگ تلقی می‌شود. "شکل 10" مسیر ایجاد شده در مانوری که شرایط زیر را ارضاء می‌کند و به ربات داده شده است، را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} &x(0) = 0, \quad y(0) = 0, \quad \theta(0) = -\pi/2 \\ &\dot{x}(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 1, \quad \dot{\theta}(0) = 0 \\ &x(t_f) = 0, \quad y(t_f) = -1/2, \quad \theta(t_f) = 0 \\ &\dot{x}(t_f) = 0, \quad \dot{y}(t_f) = 0, \quad \dot{\theta}(t_f) = 0 \end{aligned} \tag{51}$$

در شبیه‌سازی، به منظور درنظرگرفتن اثر لغزش، چسبندگی و غیره، یک اغتشاش تصادفی (با اندازه مطلق 0.1 m دامنه، 0.01 m/s سرعت، 0.01 rad فاز و 0.01 rad/s سرعت زاویه‌ای) پس از هر گام زمانی به حالت‌ها اضافه شده است.

لازم به ذکر است که تمامی شبیه‌سازی‌ها با اعمال نویز در نظرگرفته شده انجام شده‌اند.

5- شبیه‌سازی

نتایج پیاده‌سازی سیستم حلقه بسته برای کنترل ربات مورد مطالعه در شبیه‌سازی روی مسیر طراحی شده در ادامه آورده می‌شود.

در شبیه‌سازی صورت گرفته، سه تکنیک کنترلی خطی‌سازی پسخور، مود لغزشی و کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی در تعقیب مسیر موردنظر پیاده‌سازی شده است. در این شبیه‌سازی سه نیروی اغتشاشی سینوسی با دامنه‌های 3، 4 و 5 نیوتن و فرکانس‌های 40، 30 و 20 رادیان بر ثانیه روی عملگرها در نظر گرفته شده است. همچنین جهت بررسی عملکرد مقاوم تکنیک‌های کنترلی، عدم قطعیت‌های مختلف در نظر گرفته شده است.

مسیر مطلوب و کنترل‌شده برای ربات متحرک همه جهته در "شکل 3" نشان داده شده است. رفتار کیفی حاصل، نشان‌دهنده عملکرد بهتر کنترل مقاوم تطبیقی پیشنهادی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی می‌باشد.

تعقیب مسیر مطلوب در منحنی‌های نمودار زمانی حرکت ربات در "شکل‌های 4، 5 و 6" به طور واضح‌تر دیده می‌شود.

سیگنال خطای مربوط به کنترل‌کننده‌ها نیز در "شکل 7" نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است، سیگنال خطای حاصل از کنترل‌کننده پیشنهادی علاوه بر داشتن مقدار کوچکتر، نوسان‌های کمتری نیز دارد. در ادامه به منظور نشان دادن عملکرد بهتر کنترل‌کننده‌های طراحی شده، RMS خطا با وجود عدم قطعیت 70 درصدی در سیستم، در "شکل 8" نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی در مقابل عدم قطعیت اعمالی به سیستم دارای میزان خطای کمتری می‌باشد. سیگنال کنترلی عملگرها برای کنترل ربات در مسیر مطلوب در "شکل 9" نشان داده شده است. چنان‌که دیده می‌شود سیگنال‌های کنترلی، هموار بوده و به محدوده اشباع خود نرسیده‌اند. با قرار گرفتن سیگنال‌ها از نظر دامنه و فرکانس در محدوده کارکرد عملگرها، اعمال سیگنال‌ها امکان‌پذیر است. دامنه کمتر سیگنال کنترلی در کنترل مود لغزشی تطبیقی، گرچه نشان‌دهنده تلاش کنترلی کمتر است، اما مطابق "شکل 9" می‌توان نتیجه گرفت که با تلاش کمتر، منجر به کاهش خطای ردیابی شده است.

5-1- حساسیت به عدم قطعیت‌ها

انحراف معیار خطای هر کدام از حالت‌های سیستم در حضور عدم قطعیت‌های مختلف به ترتیب در "شکل‌های 10 تا 13" نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی در مقابل عدم قطعیت اعمالی به سیستم مقاومت قابل توجهی را نشان داده است. مطابق اشکال مربوط به انحراف معیار خطای حالت‌های سیستم، با بالارفتن میزان عدم قطعیت، عملکرد کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی خیلی بهتر از عملکرد دیگر کنترل‌کننده‌ها می‌باشد. از طرف دیگر، متوسط خطای کنترل‌کننده خطی‌سازی پسخور با نرخ بیشتری در حال افزایش می‌باشد که این مهم به دلیل حاشیه کم پایداری این کنترل‌کننده در برابر عدم قطعیت‌های اعمالی است.

همچنین در ادامه به منظور نشان دادن عملکرد بهتر کنترل‌کننده پیشنهادی، معیارهای خطا برای هر کدام از کنترل‌کننده های طراحی شده محاسبه و در جدول 3 شان داده شده است. لازم به ذکر است که اغتشاش خارجی در تمامی شبیه‌سازی های انجام گرفته اعمال شده است.

جدول 3 مقادیر معیارهای خطا برای کنترل کننده های طراحی شده

Table 3 values of error criteria for designed controllers

IASE	ITASE	ITAE	Controller
0.0176	0.0456	0.6587	FLC
2.817 e-4	7.254 e-4	0.08341	SMC
8.56 e-5	2.322 e-4	0.04368	ASMC

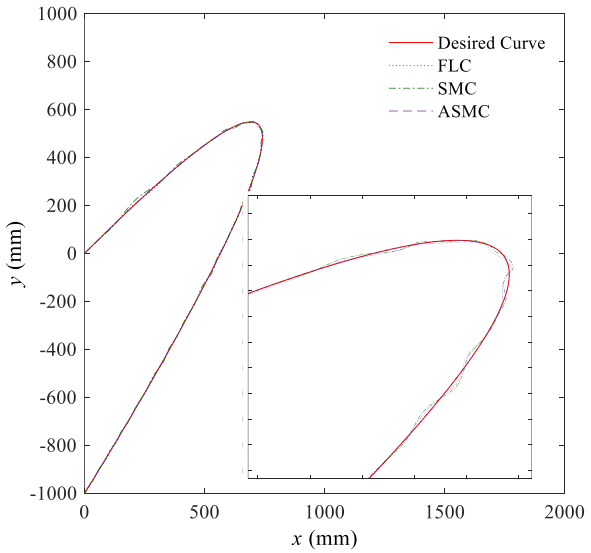

Fig. 3 Designed trajectory for omni-directional mobile robot

شکل 3 مسیر طراحی شده برای ربات متحرک همه جهته

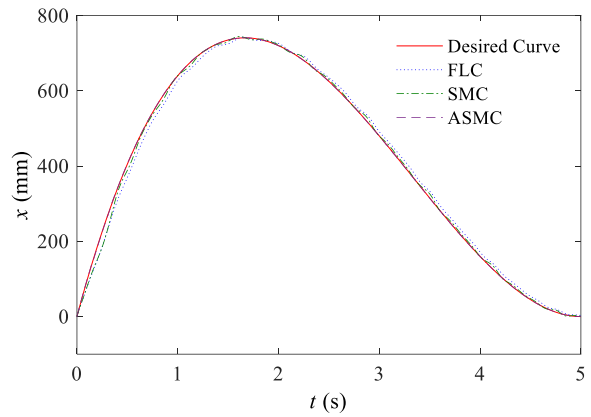

Fig. 4 x state of robot on the designed trajectory

شکل 4 مولفه x برای ربات روی مسیر طراحی شده

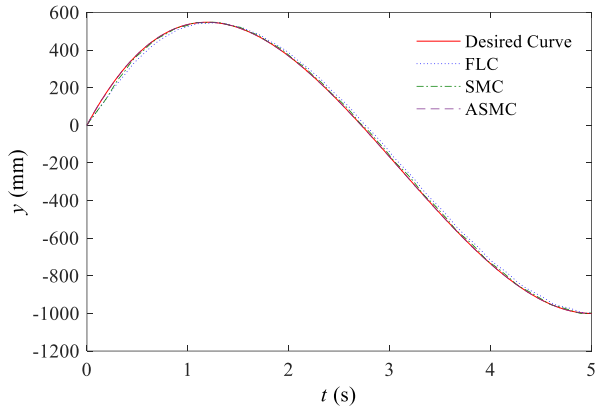

Fig. 5 y state of robot on the designed trajectory

شکل 5 مولفه y برای ربات روی مسیر طراحی شده

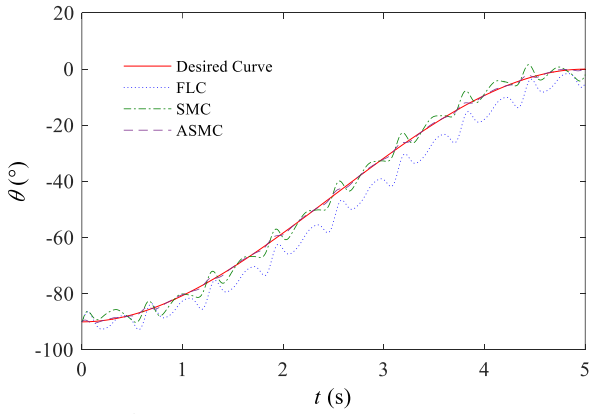

Fig. 6 θ state of robot on the designed trajectory

شکل 6 مولفه θ برای ربات روی مسیر طراحی شده

6- نتیجه گیری

در این مقاله، به طراحی کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی بهینه با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی برای ربات متحرک چند جهته پرداخته شد. ابتدا مدل‌سازی سینماتیکی انجام شد و سپس با استفاده از معادلات مومنتوم خطی و زاویه‌ای، معادلات مدل دینامیکی ربات استخراج گردید. با توجه به خطاهای موجود در مدل‌سازی و عدم قطعیت‌های پارامتری، یک روش برای کنترل ردیابی ربات ارائه شد. کنترل‌کننده پیشنهادی، شامل یک مدل دینامیک معکوس تقریباً شناخته شده به عنوان خروجی بخش مدل- مبنای

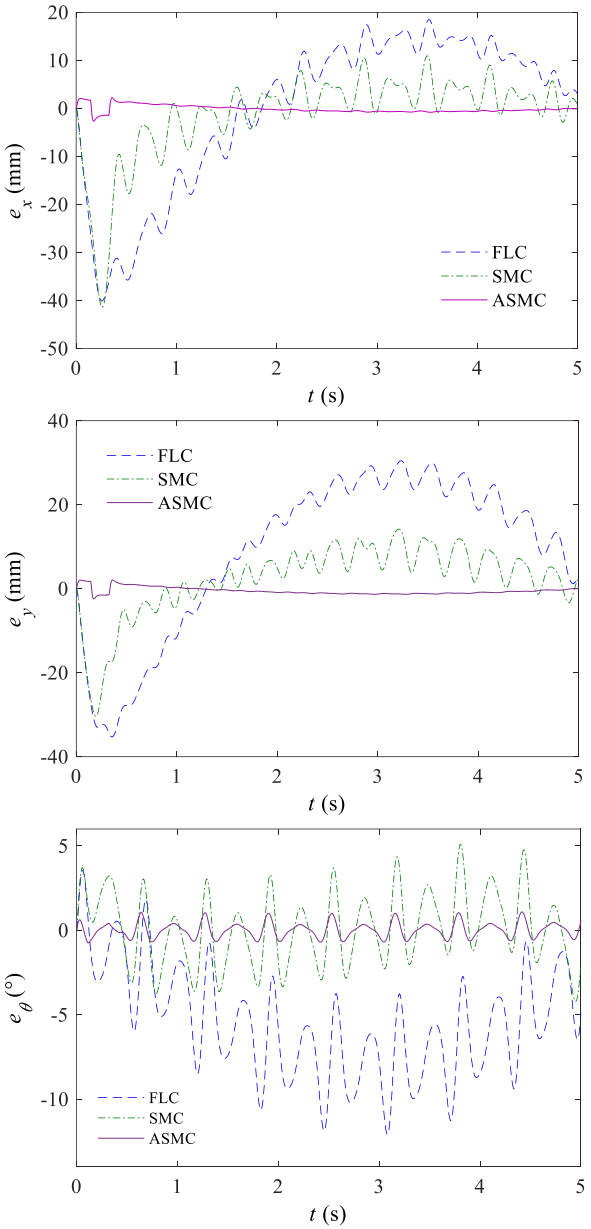

Fig. 7 Error signal of states of robot with different controllers

شکل 7 سیگنال خطای حالت ربات با کنترل‌کننده‌های مختلف

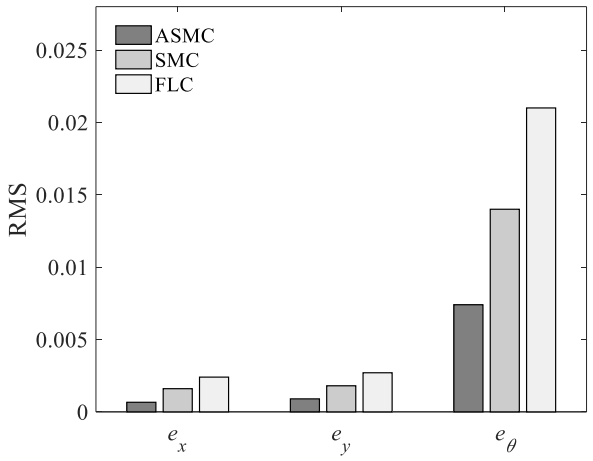

Fig. 8 RMS for each of the designed controllers

شکل 8 RMS خطا برای هرکدام از کنترل‌کننده‌های طراحی شده

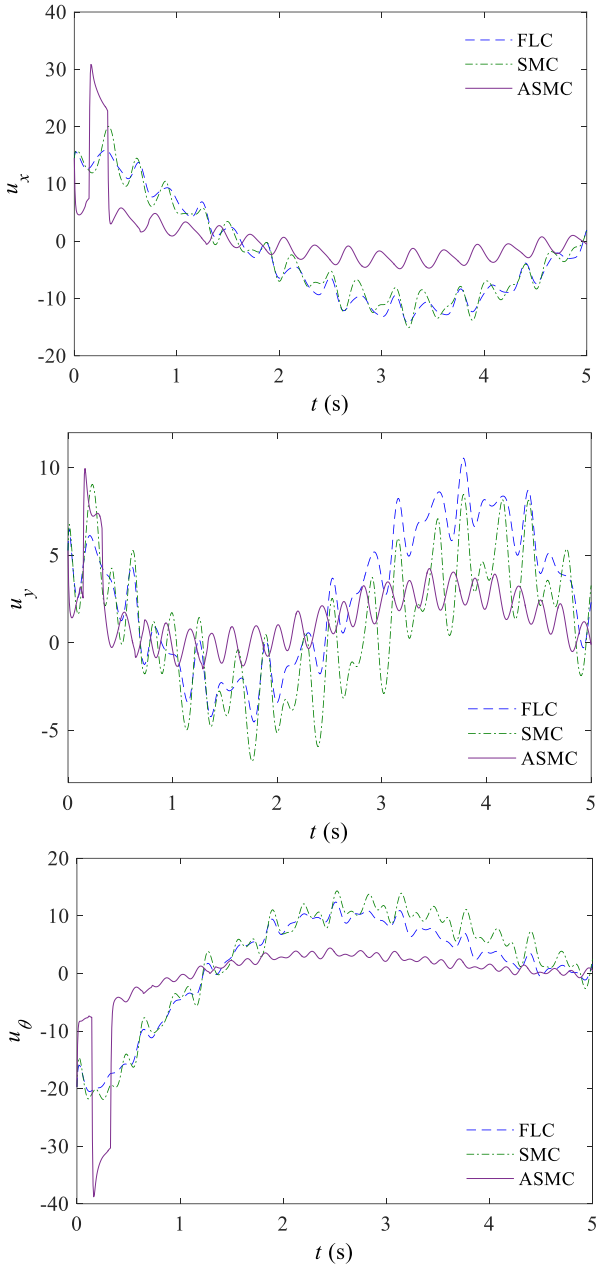

Fig. 9 Control signal of states of robot with different controllers

شکل 9 سیگنال کنترلی ربات با کنترل‌کننده‌های مختلف

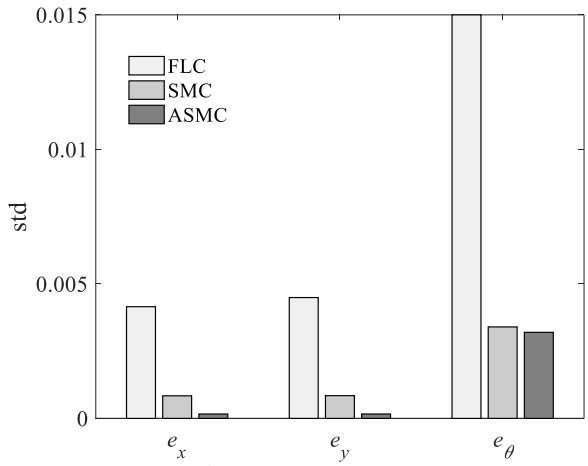

Fig. 10 Error deviation for robot states with 20 % uncertainty

شکل 10 انحراف معیار خطا برای حالتهای ربات با عدم قطعیت 20 درصد

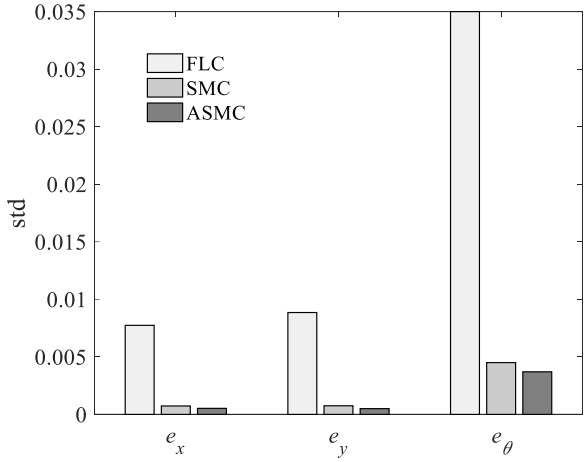

Fig. 11 Error deviation for robot states with 40 % uncertainty

شکل 11 انحراف معیار خطا برای حالتهای ربات با عدم قطعیت 40 درصد

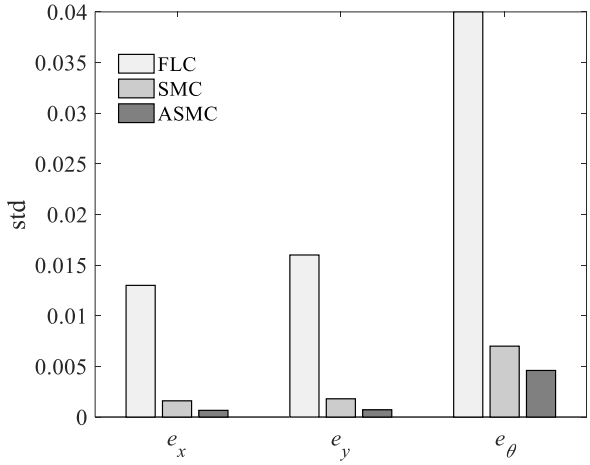

Fig. 12 Error deviation for robot states with 70 % uncertainty

شکل 12 انحراف معیار خطا برای حالت‌های ربات با عدم قطعیت 70 درصد

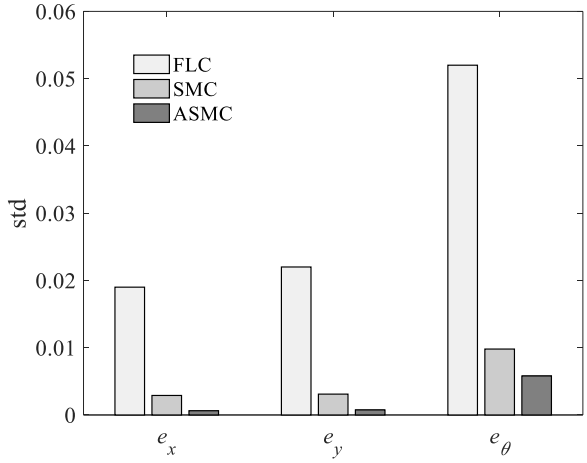

Fig. 13 Error deviation for robot states with 100 % uncertainty

شکل 13 انحراف معیار خطا برای حالت‌های ربات با عدم قطعیت 100 درصد

کنترل‌کننده، ترم تخمینی از عدم قطعیت برای جبران دینامیک مدل نشده، اغتشاشات خارجی، و پارامترهای متغیر با زمان برای بهبود پایداری حلقه-بسته و میزان خطای تخمین عدم قطعیت‌ها بود. در فرآیند شبیه‌سازی،

برای مقایسه پاسخ کنترل‌کننده پیشنهادی، کنترل‌کننده‌های خطی‌سازی پسخور و مود لغزشی بهینه نیز طراحی، و سپس یک تابع هزینه به صورت ترکیبی از نرخ سیگنال کنترلی و معیار خطای انتگرالی در نظر گرفته شد و به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی مینیمم و پارامترهای بهینه کنترلی استخراج شد. به منظور نشان دادن عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در شرایط مختلف، با اعمال عدم قطعیت‌های مختلف در شبیه‌سازی، مقدار RMS خطا و همچنین انحراف معیار خطا از جمله در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم، شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفت.

همان‌طور که از نتایج مشاهده شد، کنترل‌کننده‌های طراحی شده در مقابل عدم قطعیت های پایین، به نسبت پاسخ‌های مطلوبی داشتند ولی رفته رفته با افزایش عدم قطعیت، پاسخ بهتر از کنترل‌کننده مود لغزشی تطبیقی بهینه پیشنهادی مشاهده شد.

7- مراجع

[1] F. G. Pin, S. M. Killough, A new family of omnidirectional and holonomic wheeled platforms for mobile robots, *Proceedings of the IEEE Transactions on Robotics and Automation*, June, Vol. 10, No. 2, pp. 480–489, 1994.

[2] M. J. Jung, H. S. Kim, S. Kim, J. H. Kim, Omni-directional mobile base OK-II, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, CA, USA, pp. 3449–3454, 2000.

[3] M. West, H. Asada, Design of a holonomic omnidirectional vehicle, *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Nice, France, pp. 97-103, 1992.

[4] T. K. Nagy, R. D'Andrea, P. Ganuly, Near-optimal dynamic trajectory generation and control of an omnidirectional vehicle, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 47, No. 1, pp. 47-64, 2004.

[5] J. K. Choi, B. K. Kim, Near minimum-time direct voltage control algorithms for wheeled mobile robots with current and voltage constraints, *Robotica*, Vol. 19, No. 1, pp. 29-39, 2001.

[6] O. Purwin, R. D'Andrea, Trajectory generation and control for four wheeled omnidirectional vehicles, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 54, No. 1, pp. 13–22, 2006.

[7] J. Wu, *Dynamic Path Planning of an Omni-Directional Robot in a Dynamic Environment*, PhD. Thesis, Ohio University, Athens, OH, 2005.

[8] I. E. Paromtchik, U. Rembold, A practical approach to motion generation and control for an omnidirectional mobile robot, *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, CA, USA, pp. 191–200, 1994.

[9] D. H. Kim, J. H. Kim, A real-time limit-cycle navigation method for fast mobile robots and its application to robot soccer, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 42, No. 1, pp. 17–30, 2003.

[10] X. Li, M. Wang, A. Zell, Dribbling control of omnidirectional soccer robots, *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2623-2628, 2007.

[11] J. A. Vazquez, M. V. Villa, Computed-Torque control of an omnidirectional mobile robot, *4th International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, Mexico City, pp. 274-277, 2007.

[12] N. Hung, D. H. Kim, H. K. Kim, S. B. Kim, Tracking control of omnidirectional mobile robot using sliding mode control technique, *Proceedings of the 2009 International Symposium on Advanced Engineering*, Busan, Korea, pp. 42-45, 2009.

[13] K. Watanabe, Y. Shiraishi, S. G. Tzafestas, J. Tang, T. Fukuda, Feedback control of an omnidirectional autonomous platform for mobile service robots, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 22, No. 3-4, pp. 315-330, 1998.

[14] N. Yagiz, Y. Hacioglu, Backstepping control of a vehicle with active suspensions, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, No. 12, pp. 1457-1467, 2008.

[15] N. A. B. Sulaiman, A. B. M. Yusop, S. I. B. Samsudin, Solving tracking problem of a nonholonomic wheel mobile robot using backstepping technique, *Journal of Mechanical Engineering and Technology*, Vol. 2, No. 1, pp. 85-92, 2010.

[16] R. Fierro, F. L. Lewis, Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 149-163, 1997.

[17] Y. Zhang, Fidan, P. A. Ioannou, Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters, *Proceedings of the IEEE Transactions on Automatic Control*, Nov., Vol. 48, No. 11, pp. 1908-1925, 2003.

[18] J. J. Craig, P. Hsu, S. S. Sastry, Adaptive control of mechanical manipulators, *International Journal of Robotics Research*, Vol. 6, No. 2, pp. 16–28, 1987.

[19] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, pp. 207-389, Prentice-Hall Inc., 1991.

[20] H. Seraji, A new approach to adaptive control of manipulators, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 109, No. 3, pp. 193–202, 1987.

[21] B. Yao, F. Bu, G. T. C. Chiu, Non-linear adaptive robust control of electro-hydraulic systems driven by double-rod actuators, *International Journal of Control*, Vol.74, No. 8, pp. 761–775, 2001.

[22] J. Q. Gong, B. Yao, Adaptive robust control without knowing bounds of parameter variations, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, AZ, pp. 3334–3339, 1999.

[23] M. Mazare, M. R. Najafi, Adaptive control of a 3-PUU parallel robot on optimized trajectories generated by harmony search algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 187-198, 2016. (in Persian فارسی)

[24] K. U. Sung, M. C. Lee, S. Kwon, W. Y. Suk, Sliding Mode controller with sliding perturbation observer based on gain optimization using genetic algorithm, *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, Boston, MA, USA, Vol. 18, No. 3, pp. 1958-1963, 2004.