مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1396، دوره 17، شماره 7، ص‌ص 119-130

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شناسایی پارامترهای خواص حرارتی ماده مدرج تابعی با کاربرد معکوس روش المان مرزی و استفاده از الگوریتم رقابت استعماری

سید اسداله شاکر[1]، محمود خداداد[2*]، حسین اشرفی[3]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
2 - استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
3 - استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان
* یزد، صندوق‌پستی 741-89195، khodadad@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 17 دی 1395
پذیرش: 01 اردیبهشت 1396
ارائه در سایت: 22 تیر 1396

کلید واژگان:
مسأله معکوس
شناسایی خواص
الگوریتم رقابت استعماری
روش المان مرزی
مواد مدرج تابعی

چکیده

در این مقاله شناسایی خواص حرارتی یک ماده مدرج تابعی با حل مسأله انتقال حرارت به صورت معکوس بررسی می‌شود. مقادیر اندازه‌گیری شده دما در بخشی از مرز که شار حرارتی به عنوان شرط مرزی داده شده و یا مقادیر شار در بخش دیگر از مرز که دما به عنوان شرط مرزی مشخص شده است، می‌توانند به عنوان داده‌های اضافی در حل مسأله معکوس مورد استفاده قرار گیرند. در این‌جا هدایت حرارتی به صورت تابعی درجه دوم در یک راستا فرض می‌شود و باید سه ضریب ثابت به طور هم‌زمان تخمین زده شود. برای حل مسأله مستقیم انتقال حرارت در این نوع مواد از روش المان مرزی استفاده می‌شود. در بخش معکوس از الگوریتم رقابت استعماری که یک روش بهینه‌سازی همگانی جدید از نوع تکاملی و فراابتکاری است، برای تعیین ضرایب هدایت حرارتی ماده مدرج با تابع درجه دوم استفاده می‌شود. کد معکوس توسعه داده شده از مقادیر دما و شار حاصل از حل مستقیم المان مرزی با ضرایب حرارتی معلوم استفاده می‌کند. برای نشان دادن قابلیت و کارآیی کد نوشته شده تعدادی مثال حل و نتایج بررسی و صحه‌گذاری شده‌اند.

Identification of the heat conduction coefficients of a functionally graded material with inverse application of the boundary elements method and using imperialist competitive algorithm

Asadollah Shaker[1], Mahmud Khodadad[1*], Hosein Ashrafi[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Kashan University, Kashan, Iran
* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, khodadad@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 06 January 2017
Accepted 21 April 2017
Available Online 13 July 2017

Keywords:
Inverse Problem
Identification
Imperialist Competitive Algorithm (ICA)
Boundary Elements Method (BEM)
Functionally Graded Material (FGM)

ABSTRACT

Identification of the thermal conductivity of a functionally graded material (FGM) is considered as an inverse heat conduction problem. In this investigation, the measurements of the temperatures on the portion of the 2D body where heat flux is specified as the boundary condition and/or the heat flux on the portion of the boundary where temperature is specified as the boundary condition are used as additional data needed to identify the thermal conductivity of the FGM domain in an inverse procedure. The thermal conductivity is approximated as a quadratic function of only one direction, and therefore three constant coefficients should be estimated simultaneously. The solution of the direct heat conduction problem for FGM domain is obtained using the boundary elements method (BEM). The imperialist competitive algorithm (ICA) which is an evolutionary and meta-heuristic global optimization is used to identify the constants in the thermal conductivity function of the quadratic FGM. An inverse computer code is developed which employs the boundary temperature and heat flux measurements data obtained by solving the direct boundary elements code with known thermal conductivity. To show the feasibility and effectiveness of the developed inverse code, a number of example problems are solved and results are verified.

1- مقدمه

یکی از موضوعات مطرح در مهندسی شناسایی مشخصات فیزیکی و هندسی درون اجسام است. از مسائل شناسایی می‌توان به شناسایی ضریب هدایت حرارتی، مدول الاستسیسته و نسبت پوآسون مربوط به جسم یا ناخالصی‌های درون آن، شکل و موقعیت حفره‌ها، مرز بین اجسام ناهمگن و غیره اشاره کرد. مسائل شناسایی از دسته مسائل معکوس به شمار می‌روند. در مسأله

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Shaker, M. Khodadad, H. Ashrafi, Identification of the heat conduction coefficients of a functionally graded material with inverse application of the boundary elements method and using imperialist competitive algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 119-130, 2017 (in Persian)

مستقیم معادله حاکم، هندسه، خواص مواد، شرایط اولیه و مرزی معلوم هستند و هدف برحسب نوع مسأله می‌تواند محاسبه میدان دمایی و شار، جابه‌جایی‌ها و ترکشن‌ها و مانند آن باشد. در حالی که در مسأله معکوس هدف تخمین یک یا چند مورد از خصوصیات مشخصه یادشده با معلوم بودن دما، شار، جابه‌جایی، میدان مغناطیسی و غیره در نقاطی از جسم است.

در این راستا استفاده از روش‌های غیرمخربی مانند تست رادیوگرافی یا تست آلتراسونیک دارای هزینه بالاست. اگر با انجام آزمایش‌های ساده‌ای مانند کشش، انتقال حرارت، ارتعاشات و مانند آن و استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده به همراه یک پروسه عددی، توانایی شناسایی خواص داخلی یا تشخیص حفره یا ناخالصی ممکن باشد، این روش می‌تواند به عنوان روش جایگزین معرفی شود. معمولاً راحت‌تر است این اندازه‌گیری‌ها روی نقاط مرزی باشد. در این صورت می‌توان تابع هدف را به صورت مجموع مربعات تفاضل داده‌های اندازه‌گیری شده و مقادیر محاسبه شده از حل مستقیم تعریف کرد. روش حل مسأله معکوس نیز بر مبنای مینیمم‌سازی تابع هدف است. در حل مسأله معکوس ابتدا مقادیری برای پارامترهای مجهول در محدوده مشخص شده، حدس زده شده و بر مبنای آن و حل مستقیم، مقادیر مرزی به‌دست می‌آید. سپس اصلاحی روی مقادیر تخمینی پارامترهای مجهول صورت می‌گیرد. به طور کلی در هر گام بر مبنای مقایسه مقادیر محاسبه شده با مقادیر اندازه‌گیری شده، نوع الگوریتم مورد استفاده و اطلاعات گام‌های پیشین، مقادیر جدیدی برای پارامترهای مجهول تخمین زده می‌شود و دوباره الگوریتم با این مقادیر جدید تکرار می‌شود و در هر تکرار تابع هدف محاسبه می‌شود. معمولاً الگوریتم تا زمانی تکرار می‌شود که مقدار تابع هدف از یک عدد کوچک به عنوان دقت حل کوچک‌تر شود.

از نخستین کارهای پژوهشی با رویکرد بالا می‌توان به کار محمود خداداد (1990) [1] اشاره کرد که در آن محل، اندازه و خواص مکانیکی و حرارتی یک ناخالصی به شکل دایره در داخل یک جسم جامد با استفاده از روش المان مرزی و روش بهینه‌یابی محلی تخمین پارامترها[1] شناسایی شده است. در این تحقیق جهت دست‌یابی به پارامترهای مجهول از معادلات انتقال حرارت و الاستیسیته و اندازه‌گیری‌های سطحی دما و جابه‌جایی استفاده شده و ماده مورد بررسی همگن در نظر گرفته شده است. با شیوه مشابه و براساس جابه‌جایی‌های اندازه‌گیری شده روی مرز، شناسایی شکل هندسی و خواص مکانیکی یک ناخالصی در داخل یک ماده همگن توسط لی و پارک در سال 2000 [2] انجام شده است.

بررسی مسائل شناسایی و حل مسأله معکوس با شیوه‌های مشابه در سال‌های اخیر با استفاده از روش‌های جدیدتر بسط و توسعه داده شده است. دشتی و خداداد در [3-6] به بررسی انواع مسائل شناسایی مانند تخمین ضریب هدایت حرارتی، ضریب الاستیسیته، نسبت پواسون یک ماده همگن و تعیین مشخصات عیوب داخلی مانند حفره و ناخالصی از قبیل جنس، موقعیت و شکل با رویکرد یادشده پرداخته‌اند. داده‌های مرزی ورودی در این کارها یا داده‌های حرارتی است یا جابه‌جایی‌های نقاط مرزی که برحسب نوع داده مرزی از حل المان مرزی معادله انتقال حرارت و یا معادله الاستیسیته در حل مستقیم استفاده می‌شود. برای حل معکوس نیز از انواع مختلف الگوریتم‌های جدیدتر بهینه‌سازی شامل الگوریتم‌های همگانی مانند الگوریتم ژنتیک (GA[2]) یا حرکت جمعی ذرات (PSO[3]) و الگوریتم‌های محلی مانند گرادیان مزدوج (CGM[4]) و نیز تلفیق آن‌ها استفاده شده است که در زیر شرح آن‌ها به تفکیک می‌آید.

در [3] تخمین ضریب الاستسیته و نسبت پواسون مربوط به ناخالصی‌های داخل مواد و همچنین هندسه ناخالصی با روش معکوس مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق به طور هم‌زمان مشخصات فیزیکی (E,ν) و هندسه ناخالصی بیضی و گلابی شکل تعیین می‌شود. مسأله معکوس با استفاده از روش‌های الگوریتم ژنتیک و گرادیان مزدوج و تطبیق تدریجی آن‌ها بر یکدیگر صورت گرفته است. در [4] ضریب انتقال حرارت و موقعیت ناخالصی درون یک جسم الاستیک دو بعدی با استفاده از معادلات انتقال حرارت گذرا و با استفاده از الگوریتم حرکت جمعی ذرات به طور هم‌زمان تخمین زده شده و همچنین تأثیر موقعیت ناخالصی، اندازه و جنس ناخالصی روی دقت پاسخ بررسی شده است. با روش تخمین پارامترها (مشابه کار [1] و در ادامه آن)، در [5] به تخمین هم‌زمان هندسه، موقعیت و مشخصات فیزیکی ناخالصی دایره‌ای شکل پرداخته شده و علاوه‌بر آن تأثیر جنس ناخالصی، موقعیت آن و تأثیر تعداد نقاط اندازه‌گیری سطحی روی دقت پاسخ به‌دست‌آمده نیز بررسی شده است. موقعیت و شکل یک حفره داخل جسم جامد همگن دوبعدی با داده‌های اندازه‌گیری شده تست کشش دو محوره در [6] تخمین زده شده است. حل مستقیم مسأله الاستیسیته با المان مرزی صورت می‌گیرد. ابتدا حفره به صورت دایره‌ای شکل تخمین زده می‌شود که این مرحله توسط الگوریتم ژنتیک انجام شده است. سپس با استفاده از پاسخ این مرحله از روش گرادیان مزدوج نقاط شکل (شعاع هر نقطه شکل نسبت به نقطه مرکزی) به‌دست می‌آید که از طریق درون‌یابی اسپیلاین مکعبی (CSI[5]) بهترین منحنی منطبق بر این نقاط ترسیم شده است. در روندی مشابه پیشین تابع هدف به صورت مجموع مربعات تفاضل بین جابه‌جایی اندازه‌گیری شده و جابه‌جایی محاسبه شده با استفاده از روش المان مرزی تعریف می‌شود.

در [7] با رویکرد مشابهی به تشخیص حفره‌ها و تخلخل‌های موجود در قطعات تولید شده در فرایندهای شکل‌دهی فلزات پرداخته که مبنای اصلی آن براساس انجام آزمایش ساده تست کشش و اندازه‌گیری جابه‌جایی نقاط روی مرز خارجی است، سپس دادن این اطلاعات به عنوان ورودی به نرم‌افزار شبیه‌سازی شده است که در آن حل مستقیم معادله الاستیسیته با روش المان مرزی و حل معکوس با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی همگانی مانند الگوریتم ژنتیک صورت می‌گیرد. نتایج به‌دست‌آمده بیانگر کارایی مؤثر این شیوه در تشخیص موقعیت عیوب یادشده است.

شناسایی مرز نامنظم مشترک بین دو یا چند جسم مختلف از دیگر مسائل شناسایی در این حوزه است. روش المان مرزی، روش لونبرگ-مارکوارت (LMM[6]) و روش گرادیان مزدوج در [8] با یکدیگر تلفیق شده تا هندسه مرز نامنظم مشترک بین دو جسم جامد همگن ایزوتروپیک در حالت دو بعدی با کاربرد معکوس معادله انتقال حرارت شناسایی شود.

در [9] شناسایی هندسه دو مرز نامنظم مشترک بین سه جسم جامد همگن ایزوتروپیک در حالت دو بعدی با استفاده از انتقال حرارت انجام شده است. این کار با استفاده از تلفیق روش المان مرزی و روش گرادیان مزدوج انجام گرفته است. در این تحقیق تابع هدف به صورت مجموع مربعات تفاضل دماهای اندازه‌گیری شده و دماهای محاسبه شده با استفاده از حل مستقیم مسأله در نظر گرفته شده است. امکان شناسایی هندسه مرز نامنظم مشترک

[1] Parameter Estimation
[2] Genetic Algorithm
[3] Particle Swarm Optimization
[4] Conjugate Gradient Method
[5] Cubic Spline Interpolation
[6] Levenberg- Marquardt Method

نسخه پیش از انتشار برای تایید نویسنده

بین دو جسم جامد ایزوتروپیک در حالت دو بعدی براساس اندازه‌گیری سطحی با استفاده از تلفیق روش‌های المان مرزی، الگوریتم حرکت جمعی ذرات و گرادیان مزدوج در [10] مورد بررسی قرار گرفته است.

در [11] ابتدا با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده از آزمون تست کشش به همراه روش بهینه‌سازی الگوریتم رقابت استعماری (ICA[1])، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون سه ماده همگن تشکیل‌دهنده یک جسم ناهمگن، با هندسه دلخواه مرزهای داخلی به صورت هم‌زمان و با دقت زیاد تخمین زده می‌شود. این کار براساس مینیمم کردن یک تابع هدف که به صورت مجموع مربعات تفاضل بین جابه‌جایی اندازه‌گیری شده و جابه‌جایی محاسبه شده با استفاده از روش المان مرزی انجام می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده (مدت زمان اجرای برنامه و میزان خطا) کارایی روش بهینه‌سازی رقابت استعماری را نشان می‌دهد. در ادامه نیز جهت شناسایی مرزهای منظم داخلی یک جسم ناهمگن متشکل از سه جسم همگن ایزوتروپ به همراه تخمین هم‌زمان مدول الاستیسیته و ضریب پواسون مواد تشکیل‌دهنده آن به واسطه تعداد زیاد مجهولات و برای رسیدن به دقت بالا با زمان کمتر، روش بهینه‌سازی همگانی رقابت استعماری با روش بهینه‌سازی محلی سیمپلکس تلفیق شده است.

روش المان مرزی تنها با شبکه‌بندی مرزهای جسم سبب کاهش یک بعد از مسأله و کاهش حجم داده‌ها و فضای حافظه مورد نیاز و کاهش زمان حل می‌شود. این مزیت در مسائل با پروسه تکرار شونده مانند مسائل معکوس که نیازمند اجرای حل مستقیم در هر بار تکرار الگوریتم تا مینیمم شدن تابع هدف و همگرایی پاسخ به مقدار واقعی خود هستند، اهمیت بیشتری می‌یابد. از طرفی دیگر داده‌های ورودی مورد نیاز فقط شامل داده‌های مرزی است. با توجه به این موارد در کارهای معکوس اشاره شده در بالا جهت حل مستقیم از روش المان مرزی استفاده شده است.

مواد مدرج تابعی (FGM[2]) موادی مرکب از دو یا چند فاز است که معمولاً درصد ترکیب فازها در یک راستای خاص و به تبع آن خواص ترمومکانیکی آن‌ها در آن راستا تغییر می‌کند. استفاده از این مواد در سال‌های اخیر به دلیل ویژگی‌های خاص آن‌ها مانند تغییر تدریجی خواص ترمومکانیکی، هموارسازی توزیع تنش‌های حرارتی در میان لایه‌ها و حذف یا کاهش تنش‌های پسماند، امکان حصول درجه‌بندی گسترده‌ای از خواص فیزیکی- شیمیایی در کاربردهای صنعتی (به خصوص در شرایط کاری دما بالا مانند پره‌های توربین و نیز به عنوان لایه میانی در اتصال مواد نامشابه) به شدت مورد توجه قرار گرفته است [12]. با گسترده‌تر شدن کاربرد این مواد، در سال‌های اخیر انواع تحلیل‌های مهندسی در مورد آن‌ها انجام شده است. از جمله مسائل دارای اهمیت در این حوزه حل مسأله شناسایی به منظور تعیین خواص ماده یا عیوب داخلی است. با توجه به این‌که کارهای محدودی در این زمینه صورت گرفته است، این پژوهش به این موضوع خواهد پرداخت.

هدف از این مقاله حل مسأله شناسایی خواص حرارتی در یک ماده مدرج تابعی براساس داده‌های مرزی حرارتی و با استفاده از کاربرد معکوس المان مرزی در تلفیق با یک الگوریتم بهینه‌سازی است. در تمامی کارهای انجام شده پیشین که به برخی از آن‌ها اشاره شد، محیط به صورت یک زمینه همگن و یا ترکیبی از چند ماده همگن با مرز مشخص فرض شده است. تاکنون کار مشابهی برای محیط با ماده مدرج تابعی منتشر نشده که از دلایل آن می‌تواند عدم وجود حل مستقیم انتقال حرارت در مواد مدرج تابعی به روش المان مرزی در حالت کلی باشد، چرا که داشتن حل مستقیم مسأله برای حل معکوس ضروری است. بر این اساس این پژوهش به حالت خاصی از ماده مدرج محدود و فرض می‌شود که خواص حرارتی ماده مدرج با تابع درجه دوم در یک راستا تغییر می‌کند. برای حل مستقیم در این حالت از یک متغیر کمکی استفاده می‌شود تا معادله با جای‌گذاری در معادله کلی انتقال حرارت غیرهمگن به فرم ساده همگن تبدیل شود که روند آن در بخش پسین توضیح داده می‌شود. کد المان مرزی مسأله براساس این الگو مستقیم با نرم‌افزار متلب[3] تهیه و صحه‌گذاری شده است.

در این پژوهش از الگوریتم رقابت استعماری که الگوریتم جدید و قدرتمندی در بهینه‌سازی به شمار می‌رود و سرعت همگرایی بالایی دارد، در حل معکوس استفاده خواهد شد که در بخش سوم معرفی خواهد شد. اساس الگوریتم‌های بهینه‌سازی بر مینیمم‌سازی یک تابع هدف است که در این‌جا به صورت مجموع مربعات تفاضل بین دما و شار اندازه‌گیری شده روی نقاط مرزی و مقادیر محاسبه شده آن‌ها تعریف می‌شود.

در بخش پایانی مقاله نحوه کاربرد پژوهش کنونی و کارآیی آن طی حل چند مثال نشان داده شده است. با تلفیق الگوریتم رقابت استعماری و کد المان مرزی ابتدا ضریب هدایت حرارتی یک صفحه همگن با تعداد تکرار کم و دقت بالا به‌دست آمده و سپس ضرایب مجهول تابع درجه دوم هدایت حرارتی یک ماده مدرج تابعی طی سه مثال مختلف تعیین شده است.

2- حل مستقیم مسأله انتقال حرارت در مواد مدرج تابعی به روش المان مرزی

2-1- فرمولاسیون المان مرزی و کدنویسی مسأله

مواد مدرج تابعی در دسته مواد غیرهمگن قرار می‌گیرد، با این ویژگی که تغییرات خواص در آن‌ها در جهت خاص و با تابع مشخصی است. معادله حاکم بر مسأله پتانسیل ϕ در ناحیه Ω با مرز Σ برای یک ماده غیرهمگن در حالت کلی به صورت رابطه (1) است [13].

$$\nabla \cdot (k(x,y,z)\nabla\phi) = 0 \tag{1}$$

در معادله انتقال حرارت، ϕ دما و q شار حرارتی و $k(x,y,z)$ ضریب هدایت حرارتی وابسته به مکان و از خواص ماده است. تعیین حل تکین اساسی[4] یا تابع گرین[5] مربوطه مسأله اساسی در استفاده از روش المان مرزی در تحلیل یک مسأله است. برای ماده همگن این حل شناخته شده و در دسترس است، اما برای مواد غیرهمگن در حالت کلی این حل وجود ندارد [13]. ارائه حل المان مرزی برای آن‌ها محدود به حالات خاص و یا روی‌آوردن به تکنیک‌های جانبی می‌شود. در این‌جا ماده به صورت مدرج تابعی با تابع درجه دوم در یک راستا به صورت رابطه (2) در نظر گرفته می‌شود.

$$k(x,y,z) = k(y) = k_0(a+by)^2 \tag{2}$$

معادله حاکم با شرایط مرزی آن به صورت رابطه (3) درمی‌آید.

$$\nabla.(k_0(a+by)^2\nabla\phi) = 0$$
$$\begin{cases} \Sigma_1: \quad \phi = \bar{\phi} \\ \Sigma_2: \quad q = -k_0(a+by)^2\dfrac{\partial\bar{\phi}}{\partial n} = \bar{q} \end{cases} \tag{3}$$

به دلیل عدم دسترسی به تابع گرین یا حل بنیادین اساسی معادله حاکم بالا سعی می‌شود معادله با رویکرد تغییر متغیر به فرمی تبدیل شود که تابع

[1] Imperialist Competitive Algorithm
[2] Functionally Graded Material
[3] MATLAB
[4] Fundamental Singular Solution
[5] Green Function

گرین آن شناخته شده باشد. متغیر کمکی v را به صورت رابطه (4) تعریف می‌کنیم.

$$v=\sqrt{k}\phi=\sqrt{k_0}(a+by)\phi \tag{4}$$

البته v,k,ϕ همگی می‌توانند توابعی برحسب (x,y,z) باشند.

با جای‌گذاری ϕ از رابطه (4) در رابطه (3) و ساده‌سازی آن، معادله حاکم به رابطه (5) که معروف به معادله لاپلاس (یا همان معادله حاکم بر انتقال حرارت در ماده همگن) تبدیل می‌شود

$$\nabla^2 v=0 \tag{5}$$

تابع گرین این معادله در حالت دو بعدی مشخص و به صورت رابطه (6) است [14].

$$g^{2D}(P,Q)=\ln(1/r)/2\pi \tag{6}$$

حل المان مرزی آن میسر و به صورت ماتریسی (7) قابل نمایش است.

$$[H]\{v\}=[G]\left\{\frac{\partial v}{\partial n}\right\} \tag{7}$$

ماتریس‌های H و G براساس خواص و هندسه جسم، شبکه‌بندی (محل قرارگیری گره‌ها و المان‌ها) و نوع المان‌ها (ثابت، خطی، درجه دو...) قابل محاسبه است.

شرایط مرزی با تبدیل مسأله اصلی به مسأله کمکی از متغیرهای اصلی ϕ و q باید به روی v و $\partial v/\partial n$ منتقل شود. v طبق رابطه (4) داده شده و از روی آن $\partial v/\partial n$ مطابق رابطه (8) به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial v}{\partial n}=\frac{\partial(\sqrt{k})}{\partial n}+\sqrt{k}\frac{\partial\phi}{\partial n}=\frac{1}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}v-\frac{q}{\sqrt{k}} \tag{8}$$

در نتیجه شرایط مرزی مسأله کمکی به صورت رابطه (9) در می‌آید.

$$\begin{cases} v=k\bar{\phi} & on\ \Sigma_1 \\ \dfrac{\partial v}{\partial n}=\dfrac{1}{2k}\dfrac{\partial k}{\partial n}v-\dfrac{\bar{q}}{\sqrt{k}} & on\ \Sigma_2 \end{cases} \tag{9}$$

ملاحظه می‌شود مقدار مرزی $\partial v/\partial n$ در عبارت دوم به طور صریح برحسب $\bar{q}$ داده نشده و وابسته به مجهول v در آن گره است. در این حالت باید در دستگاه معادلات، $\partial v/\partial n$ برحسب مقدار معلوم $\bar{q}$ و متغیر مجهول v جای‌گذاری شود، سپس دستگاه مرتب و مجهولات به یک سمت منتقل شود. به عبارتی در رابطه ماتریسی (7) مقادیر معلوم $\bar{v}$ و $\partial\bar{v}/\partial n$ برحسب $\bar{\phi}$ و $\bar{q}$ جای‌گذاری، معلومات و مجهولات هر کدام به یک سمت رابطه ماتریسی منتقل شود تا تبدیل به یک دستگاه n معادله، n مجهول و قابل حل شود.

برای نمونه فرم ماتریسی مسأله کمکی یک مسأله دارای 3 گره مرزی به صورت رابطه (10) است.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial v_1}{\partial n} \\ \dfrac{\partial v_2}{\partial n} \\ \dfrac{\partial v_3}{\partial n} \end{Bmatrix} \tag{10}$$

با فرض این‌که شرایط مرزی معلوم و مجهول به صورت رابطه (11) باشد.

$$\begin{cases} \overline{q_1},\overline{\phi_2},\overline{q_3} & \text{معلومات} \\ \phi_1,q_2,\phi_3 & \text{مجهولات} \end{cases} \tag{11}$$

مجهولات مسأله کمکی که عبارت از $v_1,\ \partial v_2/\partial n,\ v_3$ است باید همگی به سمت چپ تساوی منتقل تا دستگاه معادلات (12) مرتب شود.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & -G_{12} & H_{13} \\ H_{21} & -G_{22} & H_{23} \\ H_{31} & -G_{32} & H_{33} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_1 \\ \frac{\partial v_2}{\partial n} \\ v_3 \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} G_{11} & -H_{12} & G_{13} \\ G_{21} & -H_{22} & G_{23} \\ G_{31} & -H_{32} & G_{33} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial n} \\ v_2 \\ \frac{\partial v_3}{\partial n} \end{Bmatrix} \tag{12}$$

حال بردار سمت راست دستگاه معادلات (12) با استفاده از روابط (8,4) به صورت رابطه (13) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v_1}{\partial n}=\dfrac{1}{2k}\dfrac{\partial k}{\partial n}v_1-\dfrac{\overline{q_1}}{\sqrt{k}} \\ v_2=\sqrt{k}\overline{\phi_2} \\ \dfrac{\partial v_3}{\partial n}=\dfrac{1}{2k}\dfrac{\partial k}{\partial n}v_3-\dfrac{\overline{q_3}}{\sqrt{k}} \end{cases} \tag{13}$$

با جای‌گذاری رابطه (13) در رابطه (12) و انتقال مجهولات به یک سمت و مرتب‌سازی در نهایت دستگاه معادلات (14) حاصل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \left(H_{11}-\frac{G_{11}}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}\right) & -G_{12} & \left(H_{13}-\frac{G_{13}}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}\right) \\ \left(H_{21}-\frac{G_{21}}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}\right) & -G_{22} & \left(H_{23}-\frac{G_{23}}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}\right) \\ \left(H_{31}-\frac{G_{31}}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}\right) & -G_{32} & \left(H_{33}-\frac{G_{33}}{2k}\frac{\partial k}{\partial n}\right) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_1 \\ \frac{\partial v_2}{\partial n} \\ v_3 \end{Bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix} G_{11} & -H_{12} & G_{13} \\ G_{21} & -H_{22} & G_{23} \\ G_{31} & -H_{32} & G_{33} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} -\frac{\overline{q_1}}{\sqrt{k}} \\ \sqrt{k}\overline{\phi_2} \\ -\frac{\overline{q_3}}{\sqrt{k}} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

مقادیر مجهول کمکی یعنی v_1، $\partial v_2/\partial n$ و v_3 از حل این دستگاه به‌دست می‌آید و از روی آن‌ها و مطابق رابطه (15) مقادیر مجهول مسأله اصلی یعنی $\phi_1,\ q_2,\ \phi_3$ به‌دست خواهد آمد.

$$\begin{cases} \phi_1=\dfrac{v_1}{\sqrt{k}} \\ q_2=-\sqrt{k}\left\{\dfrac{\partial v_2}{\partial n}-\dfrac{1}{2k}\dfrac{\partial k}{\partial n}v_2\right\} \\ \phi_3=\dfrac{v_3}{\sqrt{k}} \end{cases} \tag{15}$$

برای یک مسأله با n المان نیز باید پروسه مشابهی اجرا شود. براساس روند تشریح شده یک کد نرم‌افزاری به زبان متلب تهیه شده که امکان حل مسأله انتقال حرارت در یک صفحه مدرج با تابع درجه دوم (به فرم رابطه (2)) با روش المان مرزی را فراهم می‌کند. این کد از المان‌های خطی استفاده می‌کند. در این کد ابتدا مختصات گره‌ها و شرایط مرزی در گره‌ها در قالب دما و یا شار گرفته می‌شود. به دلیل پیوستگی دما برای دما در هر گره یک مقدار وجود دارد، اما برای شار در هر گره باید دو مقدار وارد شود، یکی برای قبل از گره و دیگری برای بعد از گره، زیرا بر حسب هندسه مسأله ممکن است شار در قبل و بعد از یک گره متفاوت باشد. سپس براساس تابع تغییرات k، مقدار k و نیز $\partial k/\partial n$ در هر گره و برحسب مختصات آن محاسبه می‌شود. ماتریس‌های H و G براساس روابط معمول المان مرزی تشکیل می‌شود. با استفاده از رویکرد تغییر متغیر تشریح شده در بالا، متغیرها و شرایط مرزی مسأله اصلی روی معادله کمکی در قالب معادله لاپلاس (به فرم $\nabla^2 v=0$) منتقل می‌شود. مشابه پروسه تشریح شده در مثال بالا باید شرایط مرزی از متغیر اصلی به متغیر کمکی برای تمام گره‌ها منتقل شود. با این کار و مرتب‌سازی دستگاه و انتقال تمامی مجهولات به سمت چپ و معلومات به راست در نهایت به دستگاه معادلات برحسب متغیرهای کمکی و مشتقاتشان یعنی v و $\partial v/\partial n$ می‌رسیم. با حل این دستگاه مقادیر مجهول کمکی به‌دست می‌آید که از روی آن‌ها و با استفاده از روابط تبدیلی فی‌مابین متغیرهای کمکی و اصلی (رابطه (16)) مقادیر مجهول ϕ و q به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases} \phi=\dfrac{v}{\sqrt{k}} \\ q=-\sqrt{k}\left\{\dfrac{\partial v}{\partial n}-\dfrac{1}{2k}\dfrac{\partial k}{\partial n}v\right\} \end{cases} \tag{16}$$

نسخه پیش از انتشار برای تایید نویسنده

برای صحه‌گذاری کد نوشته شده در ادامه یک مثال ساده حل و نتایج آن با حل تحلیلی مقایسه می‌شود.

2-2- صحه‌گذاری کد حل مستقیم با حل مثال و مقایسه نتایج

یک صفحه مدرج دو بعدی با ابعاد واحد و با شرایط مرزی مطابق شکل 1 را در نظر می‌گیریم، به طوری که ضریب هدایت حرارتی آن در راستای عمودی (y) به صورت تابع درجه دو (به صورت رابطه (2)) تغییر می‌کند.

مسأله برای هندسه بالا با طول ضلع L دارای حل تحلیلی است و $T(y)$ یعنی مقدار دما در هر نقطه برحسب y به صورت رابطه (17) محاسبه می‌شود.

$$T(y) = 100\frac{(a+bL)y}{(a+by)L} \tag{17}$$

در این مثال a=1، L=1 و k_0=5 فرض می‌شود. b پارامتر ناهمگنی است و به ازای مقادیر 0, 0.5, 1, 1.5, 2 مسأله حل می‌شود. حالت b=0 بیانگر ماده همگن و k_0 (مقدار k به ازای b=0) بیانگر ضریب هدایت حرارتی برای ماده همگن است. با اجرای کد، مقدار دما در راستای y به ازای مقادیر مختلف b به‌دست آمده و نمودار آن در مقایسه با مقدار تحلیلی حاصل از رابطه (17) در شکل 2 ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود نتایج کد المان مرزی، انطباق بسیار خوبی با حل تحلیلی دارد.

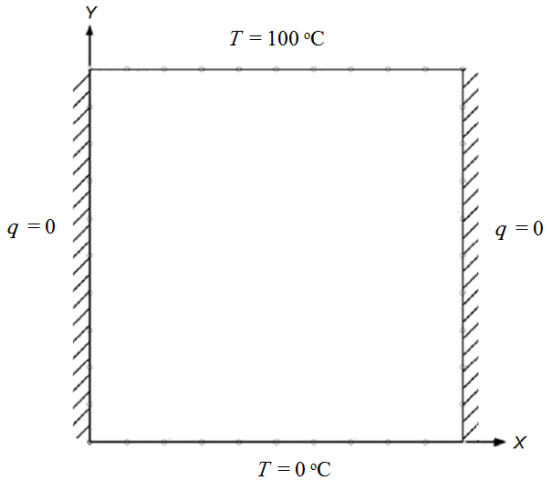

Fig. 1 geometry and boundary condition of direct example

شکل 1 هندسه (صفحه مربعی به ابعاد واحد) و شرایط مرزی مسأله مستقیم

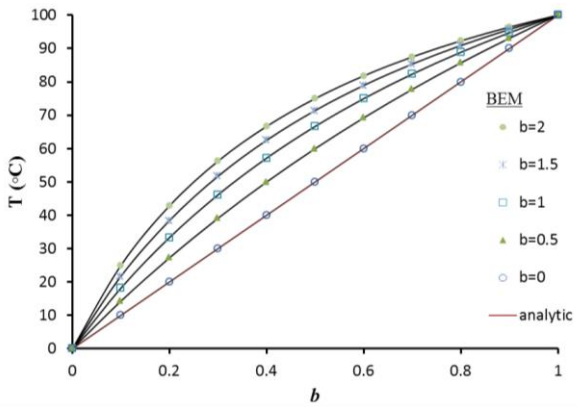

Fig. 2 Temperature diagram in y direction for a quadratic functionally graded plane at different b (BEM & analytical results comparison)

شکل 2 نمودار دما در راستای y برای صفحه مدرج با تابع درجه دو در b-های مختلف، (نتایج حل المان مرزی در مقایسه با نتایج تحلیلی)

همان طور که نمودارها نشان می‌دهند نتایج کد نوشته شده براساس المان مرزی انطباق بسیار خوبی با حل تحلیلی دارد.

مقدار تحلیلی شار نیز طبق رابطه (18) به‌دست می‌آید. ملاحظه می‌شود که شار تنها به پارامترهای ثابت k_0، a، b و L وابسته است و در این مثال مقدار شار در راستای y در تمام نقاط جسم ثابت است.

$$q = k\frac{\partial T}{\partial y} \quad \rightarrow \quad q = 100k_0 a\frac{a+bL}{L} \tag{18}$$

مقدار شار با b رابطه خطی دارد. نمودار شار برحسب b در شکل 3 نشان داده شده و همان‌گونه که ملاحظه می‌شود مقدار حاصل از حل المان مرزی کاملاً بر مقدار تحلیلی آن منطبق است.

در مجموع بررسی نتایج حاصل نشان از صحت کد مستقیم نوشته شده دارد.

3- حل مسأله معکوس با الگوریتم بهینه‌سازی رقابت استعماری

هدف اصلی مسأله مستقیم انتقال حرارت عبارت است از محاسبه میدان دمایی و شار در ماده هنگامی که تمامی خصوصیات مشخصه اعم از شرایط مرزی، شرط اولیه و خواص ترموفیزیکی ماده معلوم باشند. در مسأله معکوس هدف تخمین یک یا چند مورد از خصوصیات مشخصه یادشده با معلوم بودن دما یا شار اندازه‌گیری شده در چند نقطه از ماده است. در این‌جا ضرایب هدایت حرارتی ماده مدرج مجهول است.

امروزه با پیشرفت‌های صورت گرفته در علوم رایانه و محاسبات عددی روش‌های بهینه‌سازی که در حل مسائل معکوس نیز اغلب استفاده می‌شوند، توسعه فراوانی یافته است. این روش‌ها را می‌توان به دو دسته محلی و همگانی تقسیم‌بندی کرد. روش‌های گرادیان مزدوج، شبه نیوتن و سیمپلکس که در زمره روش‌های بهینه‌سازی محلی قرار دارند، علیرغم مزایایی مانند سرعت همگرایی خوب و بازسازی به نسبت مناسب با این عیب همراه هستند که امکان گیر افتادن در مینیمم محلی را دارند، مگر این‌که اطلاعات پیشین در مورد حدس اولیه به تعریف تابع هدف افزوده شود. برای غلبه بر این محدودیت از روش‌های بهینه‌سازی همگانی استفاده می‌شود. در این روش‌ها نیاز به تعیین حدس اولیه[1] برای حرکت به سمت مینیمم نیست، ولی محدوده پارامترها باید مشخص شود. هر گونه اطلاعات پیشین در مورد پارامترها، محدوده آن‌ها را کوچک‌تر کرده و این منجر به همگرایی سریع‌تر الگوریتم می‌شود. در این روش‌ها برای فرآیند جستجوی پاسخ مناسب به عنوان اصلی‌ترین فرآیند تاکنون تعداد زیادی الگوریتم‌های جستجو ارائه شده است. الگوریتم‌های تکاملی یک گروه مهمی از الگوریتم‌های جستجو است که در آن‌ها با استفاده از قوانین تکاملی موجود در طبیعت برای یافتن پاسخ مناسب

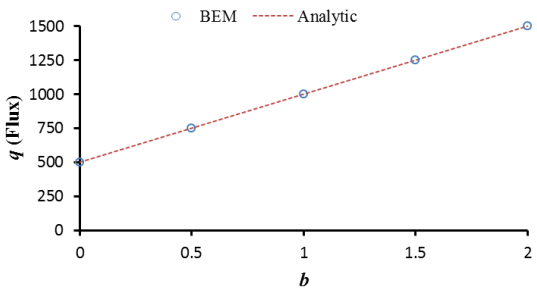

Fig. 3 Flux diagram in y direction versus b in a quadratic FG Plane

شکل 3 نمودار شار حرارتی در راستای y برحسب b در صفحه مدرج با تابع درجه دوم

[1] Initial Guess

بهره گرفته می‌شود. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان الگوریتم ژنتیک (الهام گرفته از تکامل موجودات)، کلونی مورچه‌ها (بر مبنای حرکت مورچه‌ها) و حرکت جمعی ذرات (الهام گرفته از حرکت دسته‌جمعی پرندگان و ماهی‌ها) را نام برد.

الگوریتم رقابت استعماری یک الگوریتم قدرتمند برای بهینه‌سازی که براساس پدیده اجتماعی و انسانی الهام گرفته شده است. این الگوریتم توسط آتش‌پژگرگری و لوکس در سال 2007 میلادی ارائه شد [15].

هدف در بهینه‌سازی یافتن یک پاسخ بهینه برحسب متغیرهای مسأله است. ابتدا یک آرایه از متغیرهای مسأله که باید بهینه شوند، ایجاد می‌شود. در الگوریتم ژنتیک این آرایه، کروموزوم و در این الگوریتم یک کشور نامیده می‌شود. در یک مسأله بهینه‌سازی N_{var} بعدی، یک کشور، یک آرایه $1{\cdot}N_{\text{var}}$ است. این آرایه به صورت رابطه (19) تعریف می‌شود.

$$\text{country} = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{\text{var}}}] \tag{19}$$

متغیرهای یک آرایه (کشور) یا همان متغیرهای مجهول تابع هزینه، (شامل اجزای تشکیل‌دهنده ساختار اجتماعی- سیاسی آن کشور مانند فرهنگ، زبان، مذهب، ساختار اقتصادی و سایر ویژگی‌هاست)، در طی فرآیند بهینه‌سازی، کشور را از دیدگاه اجتماعی- سیاسی به نقطه مینیمم تابع هزینه رهنمون می‌سازند. در حقیقت در حل یک مسأله بهینه‌سازی توسط الگوریتم معرفی شده، ما به دنبال بهترین کشور با بهترین ویژگی‌های اجتماعی- سیاسی هستیم. یافتن این کشور در حقیقت معادل یافتن بهترین پارامترهای مسأله است که کم‌ترین مقدار تابع هزینه را تولید می‌کنند.

در الگوریتم رقابت استعماری، ابتدا برای شروع، تعداد N_{country} کشور به عنوان جمعیت اولیه در نظر گرفته می‌شوند که انتخاب آن‌ها به صورت تصادفی است. ماتریس کل کشورها به صورت رابطه (20) تشکیل می‌شود.

$$\text{COUNTRY} = \begin{bmatrix} \text{country}_2 \\ \text{country}_2 \\ . \\ . \\ . \\ \text{country}_{N_{\text{country}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & . \; . \; . & P_{1N_{\text{var}}} \\ P_{11} & P_{12} & . \; . \; . & P_{1N_{\text{var}}} \\ & & . & \\ & & . & \\ & & . & \\ P_{N_{\text{country}}1} & P_{N_{\text{country}}2} & . \; . \; . & P_{N_{\text{country}}N_{\text{var}}} \end{bmatrix} \tag{20}$$

هزینه یک کشور نیز با ارزیابی تابع f در متغیرهای $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{\text{var}}})$ مطابق رابطه (21) محاسبه می‌شود.

$$\text{cost}_i = f(\text{country}_i) = f(p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{iN_{\text{var}}}) \tag{21}$$

در این رابطه هدف یافتن ضرایب بهینه هر یک از عوامل مؤثر در تابع هزینه است. با توجه به مقدار تابع هزینه کشورهای موجود به دو دسته استعمارگر و مستعمره تقسیم می‌شوند. N_{imp} تا از بهترین اعضای این جمعیت یعنی کشورهای دارای قدرت بیشتر یا به عبارتی کم‌ترین مقدار تابع هزینه به عنوان استعمارگر در نظر گرفته شده و سایر کشورها به صورت تصادفی به عنوان مستعمره به یکی از استعمارگرها منتسب می‌شوند. مجموعه هر یک از استعمارگرها و مستعمره‌های مربوطه‌اش امپراطوری نامیده می‌شود. یک روش تقسیم‌بندی مستعمره‌ها به هر یک از استعمارگرها هزینه نرمال شده آن‌هاست که از رابطه (22) محاسبه می‌شود.

$$C_n = \max_i\{c_i\} - c_n \tag{22}$$

در این رابطه c_n هزینه استعمارگر n-ام، $\max_i\{c_i\}$ بیشترین هزینه میان استعمارگرها و C_n هزینه نرمالیزه است. P_n قدرت نسبی نرمالیزه شده هر استعمارگر که در واقع نسبت قدرت آن استعمارگر به قدرت کل کشورهای استعمارگر است که به صورت رابطه (23) محاسبه می‌شود.

$$P_n = \left| \frac{C_n}{\sum_{i=1}^{N_{\text{imp}}} C_i} \right| \tag{23}$$

تعداد اولیه مستعمره‌های یک امپراطوری مطابق رابطه (24) محاسبه می‌شود.

$$N.C._n = round\{P_n \cdot N_{col}\} \tag{24}$$

در این رابطه N_{col} تعداد کل کشورهای مستعمره موجود در جمعیت کشورهای اولیه است؛ بنابراین برای هر امپراطوری به تعداد $N \cdot C._n$ از کشورهای مستعمره اولیه به صورت تصادفی انتخاب و به استعمارگر n-ام داده می‌شود. الگوریتم رقابت استعماری با داشتن حالت اولیه تمام امپراطوری‌ها شروع می‌شود. روند تکامل در یک حلقه قرار دارد که تا برآورده شدن یک شرط توقف ادامه می‌یابد.

در رابطه (22) هزینه نرمالیزه شده امپراطوری با هزینه ماکزیمم، صفر محاسبه می‌شود. در این صورت مقدار P_n طبق رابطه (23) برابر صفر شده و بنابراین طبق رابطه (24) هیچ مستعمره‌ای به آن تعلق نمی‌گیرد. از توزیع بولتزمان[1] برای جلوگیری از صفر شدن احتمال و محاسبه احتمال متناظر با هر یک از امپراطوری‌ها طبق رابطه (25) استفاده می‌شود. از این احتمال به‌دست آمده و رابطه (24) می‌توان مستعمرات را به نسبت احتمال بین امپراطوری‌ها تقسیم کرد.

$$P_i = \frac{e^{-C_i}}{\sum_{i=1}^{N_{\text{imp}}} C_i} \tag{25}$$

سیاست همگون‌سازی[2] (جذب) توسط کشور استعمارگر آن امپراطوری پس از انتساب مستعمره‌ها به امپراطوری‌ها انجام می‌گیرد. در حقیقت حکومت مرکزی با اعمال سیاست جذب سعی دارد تا کشور مستعمره را در راستای ابعاد مختلف اجتماعی سیاسی به خود نزدیک کند. این بخش از فرآیند استعمار در الگوریتم بهینه‌سازی به صورت حرکت مستعمرات به سمت کشور استعمارگر مدل می‌شود.

قدرت یک امپراطوری برابر با قدرت کشور استعمارگر به اضافه درصدی از قدرت کل مستعمرات آن است. به این ترتیب هزینه کل یک امپراطوری به صورت رابطه (26) قابل محاسبه است که در آن ثابت ξ عددی بین صفر و یک و نزدیک به صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$T \cdot C._n = \text{cost}(imperialist_n) + \xi \cdot \text{mean}\{\text{cost}(colonies\ of\ empire_n)\} \tag{26}$$

مستعمره‌های امپراطوری‌های ضعیف پس از محاسبه هزینه هر امپراطوری حذف و به امپراطوری‌های قوی‌تر ملحق می‌شوند. در هر مرحله از تکرار الگوریتم رقابت استعماری هر امپراطوری که قدرت کمتری دارد (ضعیف‌ترین امپراطوری) یکی از مستعمره‌های خود را از دست می‌دهد. مستعمره جدا شده دارای کم‌ترین قدرت در بین تمام مستعمره‌های مربوط به آن امپراطوری است. برای تصاحب مستعمره‌ها یک رقابتی میان کلیه امپراطوری ایجاد می‌شود. هر امپراطوری که نتواند بر قدرت خود بیافزاید به صورت تدریجی قدرت رقابت خود را از دست داده و در جریان رقابت‌های استعماری حذف خواهد شد.

برای مدل‌سازی رقابت میان امپراطوری‌ها برای تصاحب این مستعمرات

[1] Boltzmann distribution
[2] Assimilation

نسخه پیش از انتشار برای تایید نویسنده

ابتدا احتمال تصاحب هر امپراطوری که متناسب با قدرت آن امپراطوری است با در نظر گرفتن هزینه کل امپراطوری به ترتیب زیر محاسبه می‌شود. ابتدا هزینه کل نرمالیزه شده آن طبق رابطه (27) از روی هزینه کل امپراطوری محاسبه می‌شود.

$$N.T.C_{\cdot n} = \max\{T.C_{\cdot i}\} - T.C_{\cdot n} \tag{27}$$

در این رابطه $T.C_{\cdot n}$ هزینه کل امپراطوری n-ام و $N.T.C_{\cdot n}$ هزینه کل نرمالیزه شده آن امپراطوری است. هر امپراطوری که $T.C_{\cdot n}$ کمتری داشته باشد، دارای $N \cdot T \cdot C_{\cdot n}$ بیشتری است. در حقیقت $T.C_{\cdot n}$ معادل هزینه کل یک امپراطوری و $N.T.C_{\cdot n}$ معادل قدرت کل آن است. امپراطوری با کم‌ترین هزینه دارای بیشترین قدرت است. با داشتن هزینه کل نرمالیزه شده احتمال (قدرت) تصاحب مستعمره مورد رقابت توسط هر امپراطوری از رابطه (28) محاسبه می‌شود.

$$P_{p_n} = \left| \frac{N.T.C_{\cdot n}}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} N.T.C_{\cdot i}} \right| \tag{28}$$

در این مرحله از الگوریتم نیز می‌توان به جای استفاده از روابط (28,27) با استفاده از توزیع بولتزمان طبق رابطه (25) به محاسبه احتمال هر یک از امپراطوری‌ها پرداخت. با داشتن احتمال تصاحب هر امپراطوری مکانیزمی مانند چرخه رولت[1] در الگوریتم ژنتیک مورد نیاز است تا مستعمره مورد رقابت را با احتمال متناسب با قدرت امپراطوری‌ها در اختیار یکی از آن‌ها قرار دهد. عملیات این مرحله از الگوریتم با تصاحب مستعمره توسط یکی از امپراطوری‌ها به پایان می‌رسد.

در مرحله بعد کشورهای استعمارگر سعی می‌کنند کشورهای مستعمره را در راستاهای مختلف سیاسی و اجتماعی با هدف تحلیل فرهنگ و ساختار اجتماعی مستعمره‌ها به آن‌ها نزدیک کنند و مستعمره‌ها به سمت آن‌ها حرکت داده شوند. با تکرار الگوریتم فرآیند جذب در هر امپراطوری و فرآیند رقابت بین امپراطوری‌ها تکرار می‌شود و در هر مرحله ضعیف‌ترین امپراطوری‌ها یک یا چندتا از ضعیف‌ترین مستعمرات خود را از دست داده و برای تصاحب آن‌ها رقابتی میان کلیه امپراطوری‌ها ایجاد می‌شود.

حین اجرای الگوریتم ممکن است برخی از مستعمره‌ها به نقاطی در تابع هزینه برسند که هزینه کم‌تری نسبت به مقدار تابع هزینه در موقعیت استعمارگر داشته باشند. در این حالت جای مستعمره و استعمارگر عوض می‌شود و الگوریتم با کشور استعمارگر در موقعیت جدید ادامه می‌یابد و این بار کشور استعمارگر جدید شروع به اعمال سیاست همگون‌سازی بر مستعمره‌های خود می‌کند.

در مرحله بعد امپراطوری‌هایی که تمام مستعمره‌های خود را از دست داده‌اند حذف می‌شوند و به صورت یک مستعمره به استعمارگر دیگر ملحق می‌شوند. این روند تا رسیدن به یک استعمارگر دارای بیشترین قدرت ادامه می‌یابد. پس از مدتی همه امپراطوری‌ها سقوط کرده و تنها یک امپراطوری خواهیم داشت و باقی کشورها تحت کنترل این امپراطوری واحد قرار می‌گیرند. در این دنیای ایده‌آل جدید همه مستعمرات توسط یک امپراطوری واحد اداره می‌شوند و موقعیت‌ها و هزینه‌های مستعمرات برابر با موقعیت و هزینه کشور امپراطور می‌شود. برای اتمام اجرای الگوریتم شرایطی مانند تعداد تکرار معین یا زمان اجرای مشخص به عنوان شرط خاتمه در نظر گرفته می‌شود. الگوریتم با رسیدن به شرط خاتمه یا رسیدن به یک استعمارگر نهایی و برآورده شدن شرط همگرایی پایان می‌یابد.

[1] Roulette Wheel

در جدول 1 مهم‌ترین پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری، مفهوم آنها و همچنین مقادیر اختصاص یافته به آن‌ها در حل مثال‌های بخش بعد فهرست شده‌اند. همچنین شکل 4 در قالب یک فلوچارت این الگوریتم را که در این بخش به اختصار معرفی شد نشان می‌دهد.

4- تعیین ضرایب حرارتی ماده براساس داده‌های مرزی، با حل معکوس مسأله انتقال حرارت به روش المان مرزی و الگوریتم رقابت استعماری

برای پیاده‌سازی مسأله شناسایی و حل معکوس، ابتدا یک صفحه مربعی از ماده مورد شناسایی با ضرایب حرارتی مجهول را در نظر می‌گیریم که تحت شرایط مرزی خاصی قرار گرفته است. برای نمونه در مثال‌های اول تا سوم از شرایط مرزی مطابق شکل 5 و در مثال چهارم از شرایط مرزی مطابق شکل 6 استفاده شده است که در آن‌ها هر وجه شامل 4 المان و در مجموع دارای 16 المان مرزی است. به طور کلی انتخاب شرایط مرزی اختیاری است و هر نوع شرایط مرزی متفاوت دیگری نیز قابل انتخاب است.

برای به‌دست آوردن مقادیر اندازه‌گیری شده به عنوان داده‌های اضافی مسأله معکوس می‌توان جسم را تحت شرایط مرزی بیان شده قرار داد و به اندازه‌گیری دما و شار در نقاط مرزی پرداخت، اما به عنوان راه‌کاری جایگزین برای بررسی اولیه کد و روش می‌توان مقادیری برای ضرایب حرارتی اختیار کرد و با قرار دادن این مقادیر انتخابی در کد مستقیم و با حل آن دما و شار در نقاط گرهی مرزی را به‌دست آورد و به عنوان داده‌های هدف یا اندازه‌گیری در مسأله معکوس استفاده کرد. حداقل تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده ورودی بستگی به تعداد پارامترهای مجهول دارد، اما افزایش تعداد آن‌ها احتمال همگرایی به پاسخ صحیح را افزایش می‌دهد. مقادیر محاسبه شده دما و شار، با قرار دادن مقدار تخمین‌زده شده توسط الگوریتم رقابت استعماری در حل مستقیم المان مرزی مسأله به‌دست می‌آید که در هر بار تکرار الگوریتم

جدول 1 پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری به همراه معرفی و مقادیر انتخابی مورد استفاده در حل مثال‌های بعدی

Table 1 ICA parameters with explanation and selected values used in next examples

پارامترهای ورودی ICA	تعریف	مقدار انتخابی در حل مثال‌ها
nVar: Number of Decision Variables	تعداد پارامترهای مجهول	3
VaMin: Lower Bound of Variables	حد پایین بازه مقادیر	1.E-11
VarMax: Upper Bound of Variables	حد بالای بازه مقادیر	1000
Alpha: Selection Pressure	ضریب رقابت	1
Beta: Assimilation Coefficient	ضریب نزدیک‌سازی در فرآیند همگون‌سازی	2
pRevolution: Revolution Probability	احتمال چرخش مستعمره	0.1
Mu: Revolution Rate	نرخ چرخش	0.05
Zeta: Colonies Mean Cost Coefficient	ضریب‌اثر هزینه مستعمرات در هزینه کل امپراطوری	0.1
nPop: Population Size	تعداد جمعیت (تعداد کشورها)	35
nEmp: Number of Empires/Imperialists	تعداد امپراطوری یا استعمارگر	2

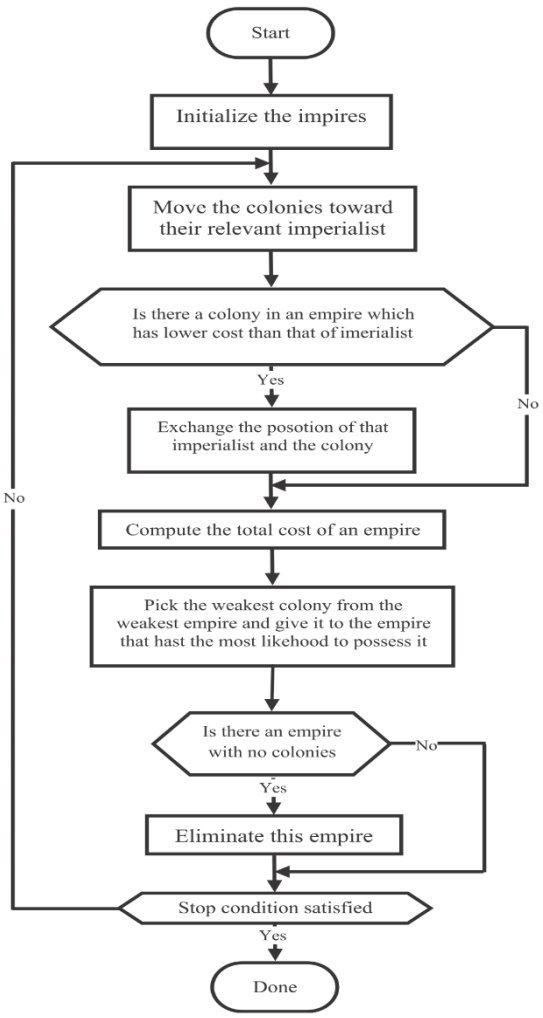

Fig. 4 Imperialist Competitive Algorithm flowchart

شکل 4 فلوچارت الگوریتم رقابت استعماری

تکرار شده و پاسخ‌ها تغییر و بهبود می‌یابند. مجموع مربعات تفاضل مقادیر محاسبه شده با مقادیر اندازه‌گیری شده (یا هدف)، تابع هدف را تشکیل می‌دهد. با تکرار الگوریتم مقادیر جمعیت تخمین زده شده اصلاح می‌شود تا به سمت مینیمم‌سازی تابع هدف پیش رود. جهت بررسی کارآیی الگوریتم رقابت استعماری و رویکرد تشریح شده در بالا (استفاده از داده‌های مرزی و کاربرد معکوس المان مرزی) در ادامه چند مثال مختلف حل می‌شود که شامل یک، دو و سه ضریب مجهول است. از آن‌جا که این الگوریتم با یک حدس اولیه شروع می‌شود، روند رسیدن به پاسخ در هر بار اجرای برنامه (Run) ممکن است متفاوت باشد. در هر مثال اجرای برنامه جهت مقایسه چندین بار تکرار شده است.

در هندسه مفروض شکل 5 (مورد استفاده در مثال‌های اول تا سوم)، شار در تمام گره‌های وجه پایین یکسان و مقدارش منفی شار گره‌های وجه بالا و دمای تمام نقاط روی یک خط افقی در ماده به دلیل تقارن یکسان است. به عنوان داده معلوم ورودی اندازه‌گیری دما در گره‌های 1-4 و شار در وجه پایین و بالا یعنی در گره‌های 7 و 15 کفایت می‌کند.

4-1- مثال اول: تعیین ضریب هدایت حرارتی ماده همگن

برای بررسی روش تشریح شده، در این مثال فرض می‌شود ماده همگن و

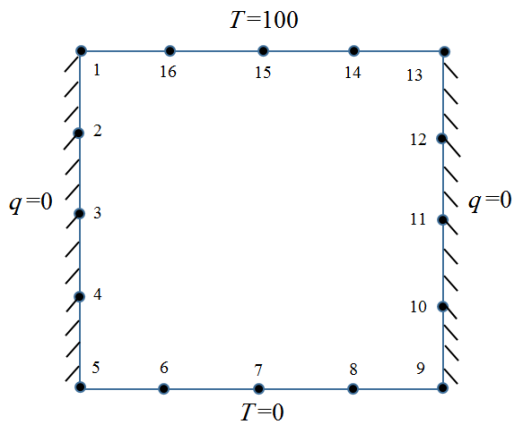

Fig. 5 geometry and boundary conditions for applying inverse problem

شکل 5 هندسه و شرایط مرزی مفروض برای اعمال حل معکوس

ضریب هدایت حرارتی در تمام جسم یکسان و ثابت است. بنابراین برای حل مستقیم از همان کد المان مرزی ماده همگن (معادله لاپلاس) استفاده می‌شود. مسأله معکوس شامل یک پارامتر مجهول که مقدار اولیه آن k_0=45 در نظر گرفته شده است. نمودار مقدار تابع هدف در هر تکرار در شکل 6 و مقدار تخمین‌زده شده ضریب هدایت حرارتی توسط الگوریتم در شکل 7 برای چند اجرای مختلف ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود با کمتر از 10 تکرار تابع هدف به کمتر از e-6 رسیده و مقدار تخمینی به مقدار واقعی آن یعنی 45 (با درصد خطای زیر 1%) همگرا می‌شود. نتایج نشان از کارآیی و سرعت بالای همگرایی الگوریتم در مسأله تک‌مجهولی دارد.

4-2- مثال دوم: ماده مدرج تابعی با دو پارامتر مجهول

می‌توان ضریب هدایت حرارتی در ماده مدرج را به صورت تابع درجه دوم در یک راستا به فرم رابطه (29) در نظر گرفت که شامل دو پارامتر مجهول A و B است که براساس رویکرد معرفی شده باید محاسبه شوند.

$$K = k(y) = (A + By)^2 \tag{29}$$

در این‌جا مقدار واقعی پارامترها A=10 و B=3 در نظر گرفته می‌شود. نمودار مقادیر تخمین زده شده پارامترهای مجهول A و B در هر تکرار توسط الگوریتم طی چهار اجرای مختلف در شکل‌های 9,8 و نیز مقدار تابع هدف در هر تکرار در این اجراها در شکل 10 ترسیم شده‌اند. نمودارها به خوبی روند همگرایی پارامترهای مجهول به مقادیر واقعی‌شان (به ترتیب عدد 10 و 3) و روند کاهشی تابع هدف را نشان می‌دهد.

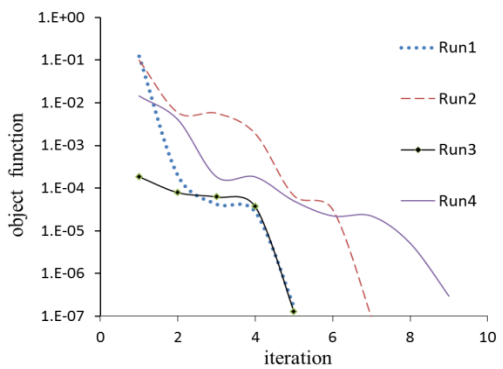

Fig. 6 object function versus iteration and decreasing trend at 4 different runs (1th example)

شکل 6 مقدار تابع هدف در هر تکرار و روند کاهشی آن در اجراهای مختلف (مثال 1)

نسخه پیش از انتشار برای تایید نویسنده

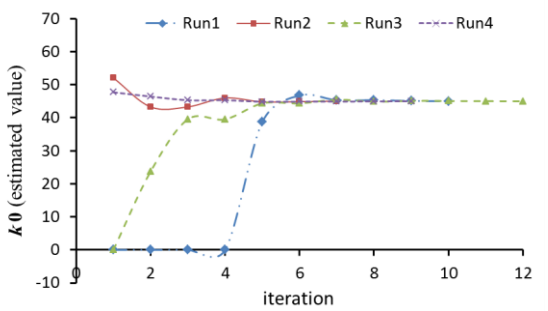

Fig. 7 estimated value of k_0 with ICA at 4 runs

شکل 7 مقدار تخمینی ضریب مجهول k_0 در هر تکرار در اجراهای مختلف با ICA

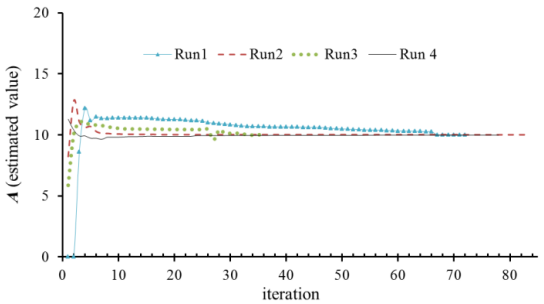

Fig. 8 estimated value of A with ICA at 4 runs with converging trend

شکل 8 مقدار تخمینی ضریب مجهول A و روند همگرایی آن در اجراهای مختلف

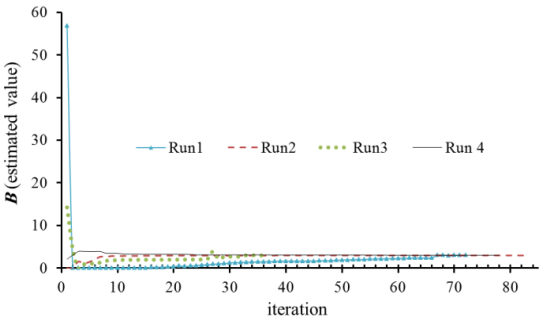

Fig. 9 estimated value of B with ICA at 4 runs with converging trend

شکل 9 مقدار تخمینی ضریب مجهول B و روند همگرایی آن در اجراهای مختلف

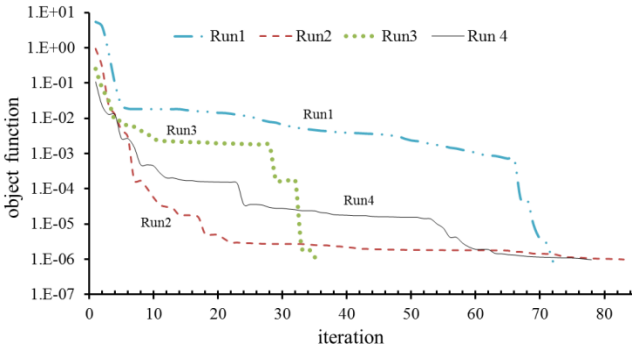

Fig. 10 object function versus iteration at 4 different runs (2th example)

شکل 10 مقدار تابع هدف در هر تکرار در چهار اجرای مختلف برنامه (مثال دوم)

برای مقایسه بهتر نتایج و جهت بررسی اثر میزان دقت تابع هدف بر اختلاف مقدار پارامترهای مجهول محاسبه شده با مقادیر واقعی و نحوه همگرایی آن‌ها و نیز اثر آن بر تعداد تکرار و زمان حل جدول‌های 3,2 به طور جداگانه به ترتیب از نتایج اجرای اول و چهارم تنظیم شده‌اند. در این جداول زمان، تعداد تکرار، مقادیر پارامترها و درصد اختلاف با مقدار واقعیشان از روی خروجی برنامه ثبت شده است.

به طور کل مقادیر محاسبه شده پارامترهای مجهول با کاهش تابع هدف توسط برنامه به مقدار واقعی خود نزدیک‌تر می‌شود. مجهولاتِ محاسبه شده با انتخاب دقت e-4 برای تابع هدف دقت خوب و قابل قبولی از نظر مهندسی دارند. نتایج پاسخ‌ها با دقت e-5 فوق‌العاده است و نیازی به افزایش بیشتر آن و افزایش هزینه محاسبات وجود ندارد و ادامه دادن دقت تا e-6 تنها برای مقایسه است. با کمتر از 100 تکرار پارامترهای تخمین زده شده به دقت بسیار بالایی رسیده‌اند.

در مجموع روند همگرایی در هر اجرا متفاوت و کاهش تابع هدف نیازمند تعداد تکرار و زمان بیشتری برای حل است.

4-3- مثال سوم: ماده مدرج تابعی با سه پارامتر مجهول

اگر ضریب هدایت حرارتی به صورت رابطه (30) در نظر گرفته شود، مسأله شناسایی ضرایب حرارتی شامل 3 پارامتر مجهول c_0، c_1 و c_2 خواهد بود.

$$K = k(y) = k_0(a + \mathrm{b}y)^2 = c_0 + c_1 y + c_2 y^2 \qquad (30)$$

مقادیر انتخابی اولیه این ضرایب به ترتیب برابر 100، 60 و 9 در نظر گرفته می‌شود. برای چهار اجرای مختلف، مقدار تابع هدف در هر تکرار در شکل 11 و نمودار روند همگرایی ضرایب c_0، c_1 و c_2 به مقدار واقعی‌شان به ترتیب در نمودارهای 12-14 نشان داده شده است.

همانطور ملاحظه می‌شود با توجه به مشابهت در ماهیت کلی مثال‌های دوم و سوم، زمان، تعداد تکرار و روند همگرایی آن‌ها نیز مشابه و هم‌مرتبه است.

4-4- مثال چهارم: تعیین ضرایب ماده مدرج تابعی با سه پارامتر مجهول با اعمال شرایط مرزی متفاوت

برای حل مسأله معکوس می‌توان شرایط مرزی مختلفی را اعمال کرد و مقادیر دما و شار در نقاط مرزی را مبنای مقایسه در تابع هدف قرار داد. در این مثال شرایط مرزی جدید و متفاوت از سه مثال پیشین مطابق با شکل 15 بر ورقی از FGM اعمال می‌شود.

ضرایب مجهول مشابه مثال پیشین جهت مقایسه به ترتیب 100، 60 و 9 در نظر گرفته می‌شوند و با این مقادیر مسأله مستقیم حل شده تا داده‌های مرزی هدف به‌دست آیند. در این مثال با توجه به شرایط مرزی تعریف شده تنها استفاده از داده‌های دما روی مرز جسم کفایت می‌کند و برخلاف مثال‌های پیشین نیازی به اندازه‌گیری یا محاسبه شار وجود ندارد. تابع هدف به صورت مجموع مربعات تفاضل دمای محاسبه شده و دماهای هدف به ازای

جدول 2 اثر دقت انتخابی تابع هدف بر اختلاف مقدار محاسبه‌شده پارامترهای مجهول با مقدار واقعی، تعداد تکرار و زمان مورد نیاز برای حل (اجرای شماره 1)

Table 2 effect of objective function's value on estimated parameter value, iteration and time of solution at 1th run

تابع هدف	پارامتر	مقدار محاسبه‌شده	درصد اختلاف با مقدار واقعی	زمان (s)	تعداد تکرار
e-3	A	10.309	3 %	102	61
	B	2.319	22 %		
e-4	A	10.005	0.05 %	112	67
	B	3.033	1.1 %		
e-5	A	9.994	0.06 %	115	69
	B	2.993	0.23 %		
e-6	A	9.992	0.08%	120	72
	B	3.019	0.63 %		

تمامی 16 گره مرزی تعریف شده است. شکل 16 نمودار تابع هدف در چهار بار اجرای برنامه را نشان می‌دهد. مقادیر تخمین زده شده ضرایب c_0، c_1 و

جدول 3 اثر دقت انتخابی تابع هدف بر اختلاف مقدار محاسبه‌شده پارامترهای مجهول با مقدار واقعی، تعداد تکرار و زمان مورد نیاز برای حل (اجرای شماره 4)

Table 3 effect of objective function's value on estimated parameter value, iteration and time of solution at 4th run

تابع هدف	پارامتر	مقدار محاسبه‌شده	درصدِاختلاف با مقدار واقعی	زمان (s)	تعداد تکرار
e-3	A	9.806	1.94 %	15	8
	B	3.484	16.13 %		
e-4	A	9.94	0.6 %	43	24
	B	3.13	4.3 %		
e-5	A	9.977	0.23 %	94	55
	B	3.06	2 %		
e-6	A	9.99	0.1 %	136	78
	B	3.022	0.73 %		

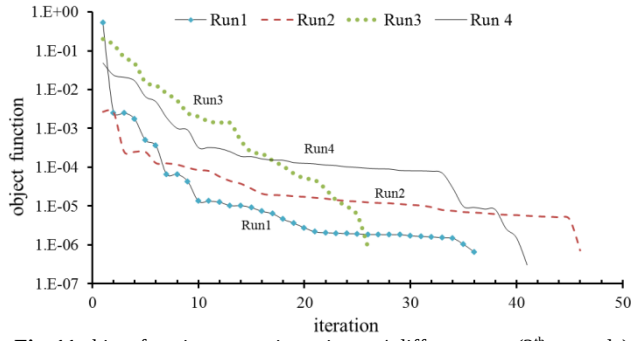

Fig. 11 object function versus itreration at 4 different runs (3th example)

شکل 11 مقدار تابع هدف در هر تکرار در چهار اجرای مختلف (مثال سوم)

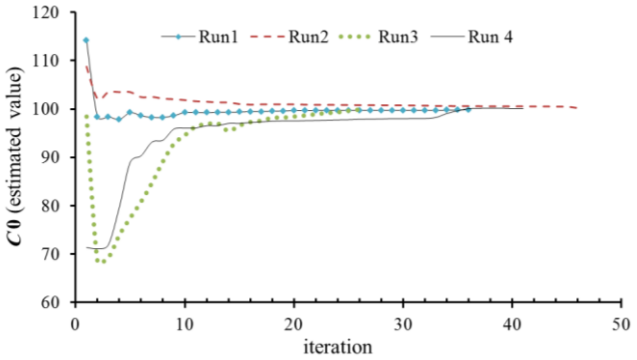

Fig. 12 estimated value of C_0 with ICA at 4 runs

شکل 12 مقدار تخمینی ضریب مجهول C_0 و روند همگرایی آن در اجراهای مختلف

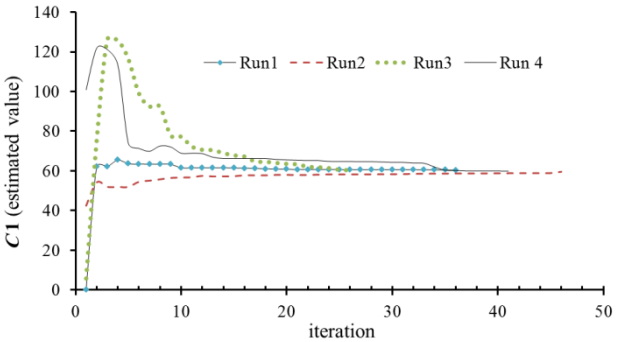

Fig. 13 estimated value of C_1 with ICA at 4 runs

شکل 13 مقدار تخمینی ضریب مجهول C_1 و روند همگرایی آن در اجراهای مختلف

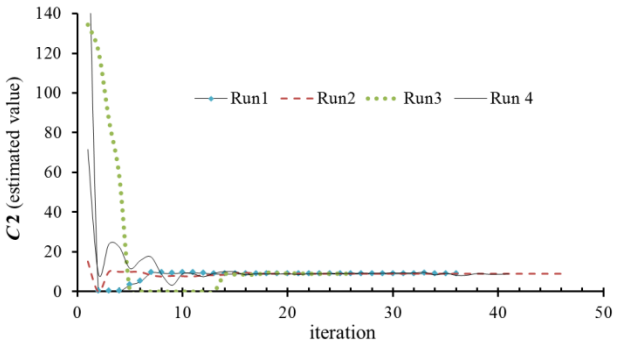

Fig. 14 estimated value of C_2 with ICA at 4 runs

شکل 14 مقدار تخمینی ضریب مجهول C_2 و روند همگرایی آن در اجراهای مختلف

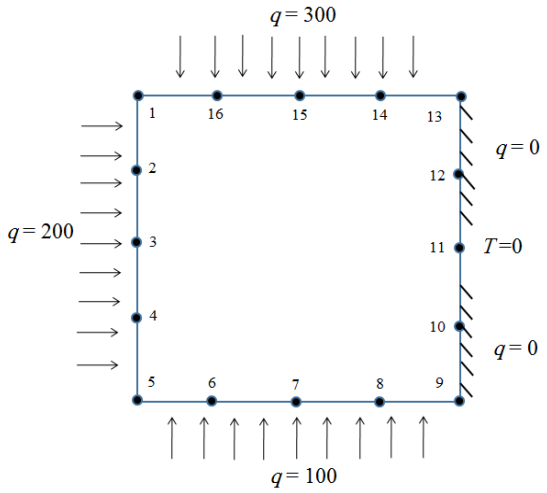

Fig. 15 geometry and boundary conditions imposed on 4th example

شکل 15 هندسه و شرایط مرزی اعمالی برای حل معکوس در مثال چهارم

c_2 بر حسب تکرار نیز به ترتیب در شکل‌های 17-19 ملاحظه می‌شود.

با توجه به عدم هرگونه تقارن در مسأله و استفاده از دمای تمامی گره‌های مرزی در تابع هدف، تعداد تکرار لازم برای رسیدن به دقت مطلوب در مقایسه با مثال پیشین افزایش چشمگیری یافته است. به عبارتی دیگر در مقایسه با مثال قبل که تنها از 5 داده مرزی مستقل استفاده می‌کند، در این مثال از 15 داده مرزی مستقل استفاده می‌شود؛ بنابراین تعداد تکرار لازم افزایش داشته است. البته در این مثال استفاده از دما در تعداد کمتری از گره‌های مرزی نیز می‌تواند منجر به پاسخ شود که به طور جداگانه قابل بررسی است.

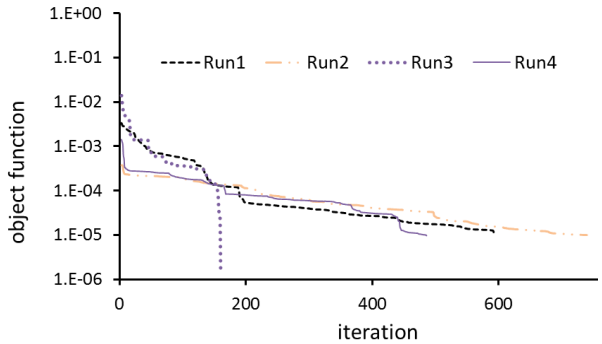

Fig. 16 object function versus iteration at 4 runs (4th example)

شکل 16 نمودار تابع هدف برحسب تکرار در چهار اجرای مختلف (مثال چهارم)

نسخه پیش از انتشار برای تایید نویسنده

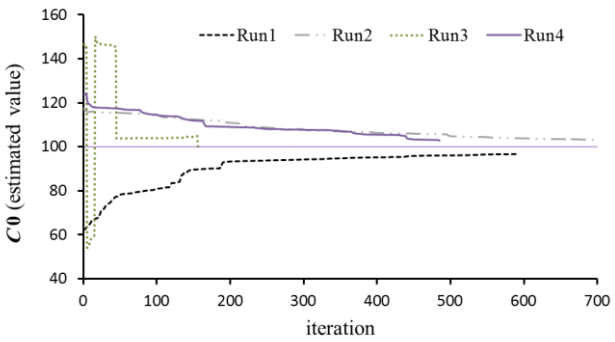

Fig. 17 estimated value of C_0 with ICA at 4 runs

شکل 17 مقدار تخمینی C_0 در چهار اجرای الگوریتم (مثال چهارم)

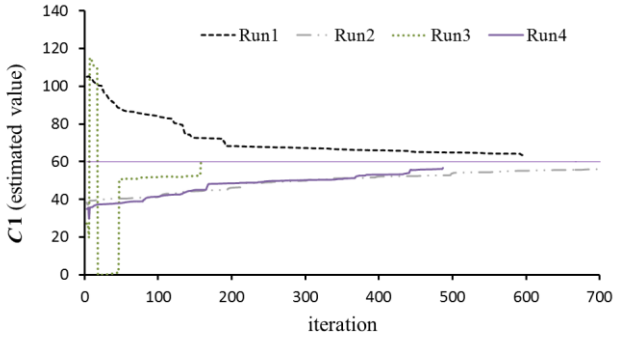

Fig. 18 estimated value of C_1 with ICA at 4 runs

شکل 18 مقدار تخمینی C_1 در چهار بار اجرای الگوریتم (مثال چهارم)

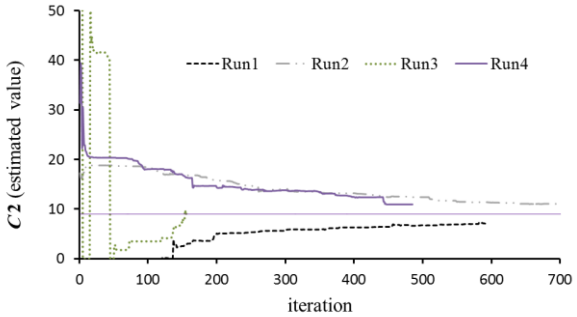

Fig. 19 estimated value of C_2 with ICA at 4 runs

شکل 19 مقدار تخمینی C_2 در چهار بار اجرای الگوریتم (مثال چهارم)

5- نتیجه‌گیری

حل مسأله معکوس شناسایی خواص در مواد مدرج تابعی به واسطه کاربردهای روزافزون این مواد اهمیت و جایگاه ویژه‌ای دارد. در این نوع مسائل به واسطه مجهول بودن خواص نیاز به اطلاعات اضافی است. از آن‌جا که اندازه‌گیری داده‌ها اغلب روی مرز جسم میسر است، در مسأله معکوس شناسایی خواص حرارتی یک ماده غیرهمگن (از نوع مدرج با تابع درجه دوم) در مقاله حاضر از داده‌های مرزی حرارتی شامل دما و شار در برخی گره‌های مرزی در رویکرد تشریح شده استفاده می‌شود تا به هدف خود یعنی تعیین ضرایب برسد. در این پژوهش با وجود اجرای این ایده بر مواد همگن برای نخستین بار بر ماده مدرج تابعی اجرا می‌شود.

برای حل مسأله معکوس ابتدا باید حل مستقیم مسأله موجود باشد. انتخاب روش المان مرزی جهت حل مسأله مستقیم به دلیل مزایای آن مانند کاهش یک بعد مسأله نیاز به تعداد المان کمتر، حجم داده‌ها و محاسبات کمتر، سرعت بیشتر تحلیل و در مجموع کارآیی بیشتر در مسائل معکوس نیازمند تکرار صورت گرفته است. از آن‌جا که حل المان مرزی انتقال حرارت در مواد مدرج در حالت کلی وجود ندارد، این پژوهش به حالت خاصی از آن (تابع درجه دوم) محدود شده و در گام نخست با رویکرد تغییر متغیر و استفاده از متغیر کمکی، حل المان مرزی مسأله ارائه و کد مربوطه توسعه و صحه‌گذاری شده است.

در حل مسأله معکوس الگوریتم رقابت استعماری که یک الگوریتم فرااکتشافی جدید و قدرتمند در بهینه‌سازی از نوع همگانی است، با حل المان مرزی تلفیق شده است. این الگوریتم تاکنون برای شناسایی خواص حرارتی با رویکرد استفاده از داده‌های مرزی و حل المان مرزی استفاده نشده که در این‌جا مورد استفاده قرار گرفته و نتایج آن نیز رضایت‌بخش است. الگوریتم‌های بهینه‌سازی بر مینیمم‌سازی تابع هدف استوار است. تابع هدف به صورت مجموع مربعات تفاضل مقدار اندازه‌گیری و محاسبه شده داده‌ها تعریف می‌شود. در این‌جا مقادیر حاصل از حل مسأله مستقیم پس از اعمال ضرایب مفروض معلوم به جای انجام آزمایشات تجربی به عنوان مقادیر اندازه‌گیری شده مورد استفاده قرار می‌گیرد.

هر چند شرایط مرزی اعمالی اختیاری است، اما نحوه انتخاب آن‌ها بر نوع داده مورد استفاده، تعداد آن‌ها و سرعت همگرایی و رسیدن به پاسخ مناسب تأثیر دارد. برای نمونه با انتخاب شرایط مرزی مطابق شکل 5 که در مثال‌های اول تا سوم از آن استفاده شده است باید از هر دو نوع داده دما و شار در تابع هدف استفاده کرد، زیرا به واسطه تقارن در مسأله تنها سه داده دمایی مستقل مؤثر خواهیم داشت و از طرفی تنها استفاده از این دماهای مرزی به پاسخ یکتا منجر نمی‌شود و پاسخ‌های مختلفی برای مسأله به‌دست می‌آید. هنگامی که از هر دو نوع داده دما و شار استفاده شود به واسطه تفاوت در مرتبه مقادیر آن‌ها و جهت همگرایی مسأله و رسیدن به پاسخ مناسب، باید ابتدا مقادیر آن‌ها نرمالیزه یا بی‌بعد شوند، سپس در تابع هدف مورد استفاده قرار گیرند. در مثال چهارم با اخذ شرایط مرزی متفاوت مطابق شکل 15 تنها استفاده از دماهای مرزی برای حل مسأله معکوس کفایت می‌کند. اعمال شرایط مرزی مطابق شکل 15 برای حل مسأله معکوس بر استفاده از شرایط مرزی مطابق شکل 5 ارجحیت دارد، زیرا از نظر تجربی اندازه‌گیری دما نسبت به شار حرارتی ساده‌تر و با دقت بیشتری همراه است.

تعداد تکرار مورد نیاز تا رسیدن به دقت مطلوب در مثال چهارم در مقایسه با مثال سوم افزایش قابل توجهی یافته و این به واسطه استفاده از دمای تمامی گره‌های مرزی است. به عبارت دیگر در حل مثال چهارم از 15 داده مرزی مستقل استفاده شده است، در حالی که مثال سوم تنها از 5 داده مرزی مستقل استفاده می‌کند. البته در مثال چهارم نیز استفاده از دمای تمامی گره‌ها ضرورتی ندارد و استفاده از تعداد کمتری از آن‌ها نیز کفایت می‌کند، ولی باید حداقل تعداد لازم برای رسیدن پاسخ به طور جداگانه بررسی شود.

در این مقاله برای بررسی رویکرد مورد استفاده و همچنین برنامه نوشته شده چندین مثال مختلف حل، نمودار مقدار تابع هدف و نیز مقدار تخمین زده شده پارامتر مجهول توسط الگوریتم در هر تکرار ترسیم شود. از آن‌جا که الگوریتم با یک حدس اولیه شروع می‌شود، برحسب آن مسیر رسیدن به پاسخ می‌تواند متفاوت باشد، بنابراین برای اطمینان خاطر و نیز مقایسه و درک بهتر، اجرای هر مثال چند بار تکرار شده و نمودارهای مربوطه نیز برای چند اجرای مختلف ترسیم شده‌اند. نمودارهای مقدار تابع هدف برحسب تکرار روند کاهشی دارد و مقدار تخمینی هر پارامتر نیز به مقدار واقعی خود همگرا

می‌شود.

حل مسأله تک‌مجهولی شامل تعیین ضریب هدایت حرارتی ماده همگن، برای الگوریتم قدرتمند رقابت استعماری به سادگی و با تعداد کمی تکرار به‌دست می‌آید. در اجراهای مختلف برنامه برای این مثال در کمتر از 10 تکرار، مقدار تابع هدف به کمتر از 10^{-6} و خطای مقدار تخمینی پارامتر مجهول به کمتر از 1% رسیده است. با افزایش تعداد پارامترهای مجهول به دو پارامتر در مثال دوم و سه پارامتر در مثال سوم و چهارم، تعداد تکرار مورد نیاز برای رسیدن به پاسخ با دقت مطلوب افزایش می‌یابد.

عوامل تأثیرگذار بر حل مسأله (دقت یا تعداد تکرار و زمان حل) دو نوع است. یک دسته عوامل مربوط به نوع مسأله است که شامل تعداد پارامترهای مجهول، تعداد توابع هدف، تعداد داده‌های معلوم ورودی است. دسته دیگر عوامل مربوط به فاکتورهای مؤثر در خود الگوریتم که شامل تعداد جمعیت، تعداد امپراطوری، بازه انتخابی مقادیر، ضریب اثر هزینه مستعمرات در هزینه کل امپراطوری، ضریب جذب یا همگون‌سازی، ضریب میانگین هزینه مستعمرات، نرخ و احتمال چرخش است. اثر هر کدام از این فاکتورها قابل بحث و بررسی است که در زمره فعالیت‌های آتی این پژوهش به شمار می‌رود.

در مجموع نتایج به‌دست‌آمده علاوه‌بر تأیید رویکرد مورد استفاده، کارآیی و قدرت الگوریتم رقابت استعماری در حل مسأله شناسایی ضرایب مجهول هدایت حرارتی را نشان می‌دهد.

6- مراجع

[1] M. Khodadad, *Application of the Characterization of the Interior of an inhomogeneous Body Using Surface Measurements*, Ph.D. Thesis, Michigan State University, East Lancing, Michigan, USA, 1990.

[2] H. S. Lee, CH. J. Park, H. W. Park, Identification of geometric shapes and material properties of inclusions in two-dimensional finite bodies by boundary parameterization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 181, No. 1, pp. 1-20, 2000.

[3] M. Khodadad, M. Dashti-Ardakani, Inclusion identification by inverse application of boundary element method, genetic algorithm and conjugate, *Applied Sciences*, Vol. 5, No. 9, pp. 1158-1166, 2008.

[4] M. Dashti-Ardakani, M. Khodadad, Identification of thermal conductivity and the shape of an inclusion using the boundary elements method and the particle swarm optimization algorithm, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 855-870, 2009.

[5] M. Khodadad, M. Dashti-Ardakani, Determination of the location, size and mechanical properties of an elastic inclusion using surface measurements, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 17, No. 5, pp. 591-604, 2009.

[6] M. Dashti-Ardakani, M. Khodadad, Shape estimation of a cavity by inverse application of the boundary elements 2D elastostatics problem, *Computational Methods*, Vol. 10, No. 06, 1350042, 2013.

[7] M. Ghasemi, M. Khodadad, Non-destructive detection of fractures, cavities and inclusions of metal casting parts using Boundary Element Method, *Proceedings of The Second International Conference on Quality Engineering*, Tehran, Iran, January 7-8, 2014. (in Persian فارسی)

[8] C. H. Huang, H. C. Bor, An inverse geometry problem in identifying irregular boundary configurations, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, No. 9, pp. 2045-2053, 1997.

[9] C. H. Huang, C. C. Shih, A shape identification problem in estimating two interfacial configurations in multiple region domains, *Proceedings of the 5th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Cambridge, UK, July 11-15, 2005.

[10] M. Khodadad, M. Dashti-Ardakani, Application of the inverse elasticity problem to identify irregular interfacial configurations, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 33, No. 6, pp. 872-879, 2009.

[11] M. H. Mozaffari, M. Khodadad, Identifying two regular interfacial boundary configurations and simultaneously estimation of mechanical properties using Imperialist competitive Algorithm and Simplex method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 71-79, 2014. (in Persian فارسی)

[12] V. Birman, L. W. Byrd, Modeling and analysis of functionally graded materials and structures, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 60, No. 5, pp. 195, 2007.

[13] A. Sutradhar, G. H. Paulino, A simple boundary element method for problems of potential in non-homogeneous media, *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 60, No. 13, pp. 2203-2230, 2004.

[14] M. Khodadad, M. Dashti, *Boundary Elements Method*, pp. 61-85, Tehran: Mogestan, 2011. (in Persian فارسی)

[15] E. Atashpaz-Gargari, C. Lucas, Imperialist competitive algorithm: An algorithm for optimization inspired by imperialistic competition, *Proceedings of 7th Congress on Evolutionary Computation*, Singapore: IEEE, pp. 4661-4667, 2007.