

بررسی رشد ترک در لوله جدار نازک تحت بارگذاری انفجاری گازی به روش اجزای محدود

رضا کریمی^۱، مجید میرزائی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا (طراحی سازه‌های هوافضایی)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشیار مهندسی هوافضا، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

*تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵

mmirzaei@modares.ac.ir

(دریافت مقاله: تیر ۱۳۸۵، پذیرش مقاله: فروردین ۱۳۸۶)

چکیده- این تحقیق به تحلیل رشد ترک در لوله جدار نازک به روش المان محدود می‌پردازد. لوله موردنظر حاوی ترک اولیه سطحی در راستای محوری است که تحت بارگذاری انفجاری گازی قرار دارد. بارگذاری انفجاری به صورت شوک داخلی موضعی با فشار بیشینه ۶ مگاپاسکال است که با سرعت ۲/۴ کیلومتر بر ثانیه در طول لوله حرکت می‌کند. حل عددی پاسخ سازه‌ای به بارگذاری، توسط WARP3D، که نرم‌افزاری تحقیقاتی برای تحلیل سه‌بعدی مکانیک شکست غیرخطی دینامیکی به روش المان محدود است، انجام و از معیار CTOA به عنوان پارامتر شکست برای شبیه‌سازی رشد ترک در لوله جدار نازک استفاده شده است. در این تحقیق رشد ترک در بارگذاری‌های مختلف شبه‌استاتیکی نیز شبیه‌سازی شده است. بخش آخر به مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی رشد ترک به روش عددی و نتایج حاصل از آزمایشهای تجربی که در مطالعات سایر محققان موجود است، می‌پردازد و اثر تحلیل کامل دینامیکی در رشد ترک در مقایسه با تحلیل استاتیکی ارائه می‌شود.

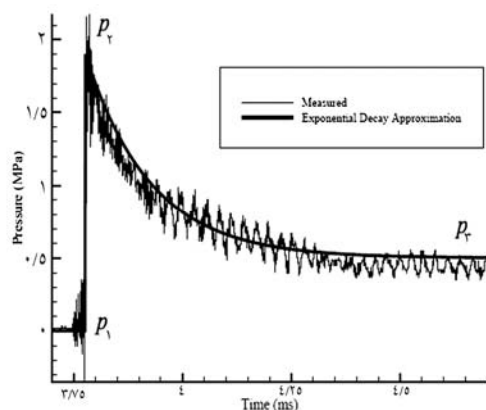
کلید واژگان: لوله انفجار، پاسخ الاستودینامیک، المان محدود، رشد ترک، WARP3D، بارگذاری متحرک.

۱- مقدمه

شکست مخازن تحت فشار و لوله‌ها به دلیل اهمیت مهندسی و پیچیدگی‌های فیزیکی، مورد توجه محققان مکانیک شکست قرار گرفته است. از مهمترین عوامل پیچیدگی که ذهن محققان را به خود مشغول کرده، به شدت مرتبط بودن مسائل سیال، سازه و شکست با یکدیگر است. از میان کاربردهای غیرنظامی و نظامی بررسی شکست مخازن تحت فشار و لوله‌ها می‌توان به خطوط انتقال روغن، گاز و آب،

بدنه هواپیمای تحت فشار داخلی، بدنه راکت، اتاقک ایستگاه فضایی و لوله توپ اشاره کرد. تحقیقات سایر محققان در زمینه شکست لوله‌ها و مخازن تحت فشار، بیشتر در حالت بارگذاری شبه‌استاتیکی یا خستگی انجام شده است [۱، ۲]. بخشی از این تحقیقات که در مورد اثر بارگذاری استاتیکی بوده را می‌توان در [۳-۹] یافت. بررسی شکست لوله تحت بارگذاری انفجاری از دو جنبه با مسأله استاتیکی متفاوت

بین 1300 m/s تا 3000 m/s است. فشار جلوی پیشانی موج انفجار به ۲۰ تا ۳۰ برابر فشار اولیه محیط می‌رسد. منحنی واقعی و معادل ایدئال آن برای فشار انفجار بر حسب زمان در شکل ۱ ترسیم شده است. البته در لوله حاوی ترک تحت بارگذاری انفجار، با گذشت زمان افت فشار بیشتری ملاحظه می‌شود.



شکل ۱ منحنی واقعی اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و معادل ایدئال آن. نوسانات ناشی از ارتعاش سازه است که به دهانه سنسور فشارسنج منتقل شده است [۱].

تغییرات فشار موج با رابطه کاهش نمایی بر اساس مدل تیلور - زلدویچ تقریب و مدل سازی می‌شود [۱۶]. بدین ترتیب موج انفجار، با ۵ پارامتر فشار اولیه p_i ، بیشینه فشار p_r (فشار چاپمن - ژوکت)، فشار محصولات بعد از موج p_m (طبق شکل ۱)، سرعت پیشانی موج V_{ej} (سرعت چاپمن - ژوکت) و ضریب کاهش نمایی T به‌طور کامل مشخص می‌شود:

$$p(t) = (p_i - p_{atm}) + \left[(p_r - p_i) + (p_r - p_r) e^{-\frac{t}{T}} \right] [1 - H(x - V_{ej}t)] \quad (1)$$

که در آن p_{atm} فشار محیط، x متغیر طولی مکان، t متغیر زمان و H تابع پله است.

است: الف- انفجار گازی درون لوله منجر به نوعی بارگذاری متحرک داخلی می‌شود که در نتیجه آن، تغییر شکلهای گذرا در لوله به‌وجود می‌آید. امواج خمشی حاصل از این بارگذاری، کرنش‌هایی بسیار بالاتر از معادل استاتیک آن پدید می‌آورد که به سرعت موج انفجار وابسته است. ب- پارامترهای مکانیک شکست دینامیکی در بخشهایی دارای تفاوت‌هایی مهم با نوع استاتیکی آن است.

مسئله خاصی که در اینجا مورد مطالعه قرار گرفته همچنین به علت وجود ترک یا عیب اولیه با مطالعات پیشین متفاوت است. اگر ترک اولیه وجود نداشته باشد، ممکن است در هر قسمتی از لوله ترک ایجاد شده و موجب از هم گسیختگی اتفاقی^۱ لوله شود که این با تحلیل مکانیک شکست قطعی^۲ در تضاد است. تحقیقات متعددی در زمینه پاسخ سازه‌ای پوسته‌ها به بارگذاری شوک و انفجاری انجام شده است. [۱۰ - ۱۹]، اما از آنجاکه نمونه‌ها حاوی ترک اولیه نبوده‌اند، شامل مکانیک شکست نمی‌شدند. به‌تازگی تحقیقات آزمایشی گسترده‌ای در زمینه شکست لوله تحت بار انفجاری توسط Chao و Shepherd انجام شده [۱، ۲] که مبنای مقایسه نتایج المان محدود تحقیق حاضر نیز هست.

۲- انفجار گازی و پاسخ سازه‌ای

انفجار گازی یک موج احتراق ماورای صوت است که شامل یک موج شوک در جلو و یک منطقه واکنش در پشت آن می‌شود که به‌شدت با یکدیگر مرتبطند. امواج انفجار گازی سرعت مشخصه‌ای به نام چاپمن - ژوکت دارند که برای نسبت‌های استوکیومتری سوخت - اکسیژن،

1. Random Rupture
2. Deterministic Fracture Mechanic

لوله با اندازه‌های مختلف ترک اولیه همراه با مشخصه‌های مختلف انفجار گازی در سرعتهای فوق بحرانی صورت گرفت. همانطور که از شکل ۳ مشخص است، لوله انفجار دارای سه تکه لوله جدار نازک از جنس آلومینیوم ۶۰۶۱-T۶ است. در تکه اول به طول ۱/۵۲ متر موج انفجار شکل می‌گیرد، تکه دوم لوله، لوله موردنظر به طول ۰/۶۱ متر است که ترک سطحی نیم بیضوی طولی دارد و تکه سوم طول ۰/۳۰۵ متر دارد. ویژگی‌های هندسی و همچنین مادی لوله انفجار مورد آزمایش در جدول ۱ آورده شده است.

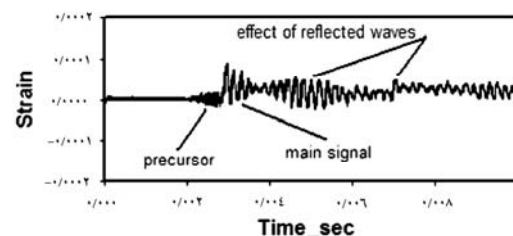
در آزمایش‌های انجام شده سرعت موج انفجار حدود 2400 m/s است. مطالعات قبلی [۱۵، ۱۶] نشان داده است که ۴ سرعت بحرانی برای سرعت موج وجود دارد. تشدید کرنش محیطی فقط در سرعت بحرانی اول اتفاق می‌افتد، در حالی که در نزدیکی سرعت بحرانی دوم تشدید مشاهده نشده است. سرعت بحرانی دوم ($V_c = \sqrt{KG/\rho}$) به نام سرعت موج اصلاح شده برشی شناخته می‌شود. به دلیل نزدیکی سرعت انفجار گازی به دو سرعت بحرانی اول، این دو سرعت از نظر مهندسی اهمیت دارند. سرعت بحرانی دوم برای لوله موردنظر برابر 2847 m/s است. مشاهده می‌شود که سرعت حرکت موج انفجار (۲۴۰۰ m/s) نزدیک به این سرعت بحرانی است.

جدول ۱ مشخصات هندسی و مواد لوله [۱]

ρ	E	ν	σ_y	h	R_{in}	L
kg/m^3	GPa		MPa	mm	mm	mm
۲۷۸۰	۶۹	۰/۳۳	۲۷۵	۰/۸۹	۱۹/۷۵	۶۱۰

در جدول ۱، L طول لوله مورد آزمایش، R_{in} شعاع داخلی لوله و h ضخامت آن است.

شکل ۲ نمونه‌ای واقعی از کرنش محیطی لوله بر حسب زمان در بارگذاری انفجاری است. مطابق این شکل وقتی موج به محل موردنظر می‌رسد، افزایش ناگهانی در کرنش محیطی روی می‌دهد. در این لحظه پیشینه کرنش محیطی چندین برابر کرنش استاتیکی معادل است. منظور از کرنش استاتیکی معادل، کرنشی است که از بارگذاری استاتیکی با فشار معادل (فشار چاپمن-ژوکت) به دست می‌آید. پیشینه کرنش در بارگذاری دینامیکی می‌تواند به ۳ تا ۴ برابر کرنش استاتیکی معادل افزایش یابد. بعد از عبور موج انفجار، کرنش با فرکانس حدود 5 kHz شروع به نوسان می‌کند. دامنه این نوسان به علت طبیعت زوال‌پذیر موج انفجار کوچک می‌شود. بعد از مدت نسبتاً طولانی تری نوسان کرنش محیطی به واسطه برگشت امواج سازه‌ای انعکاسی^۱ از فلنج‌ها و انتهای لوله ادامه می‌یابد. این زمان در شکل نشان داده شده است.



شکل ۲ کرنش محیطی بر حسب زمان (میلی‌ثانیه) در لوله تحت بارگذاری انفجاری حاصل از آزمایش [۱۶]

۳- تحلیل تجربی [۱]

Chao در سالهای ۲۰۰۲ تا ۲۰۰۴ آزمایشهای متعددی را در زمینه رشد ترک در لوله جدار نازک تحت بار انفجاری گازی انجام داد. آزمایشهای وی بر روی دو طول مختلف

1. Reflected Waves

تحلیل‌های این تحقیق به چهار آزمایش از مجموعه آزمایش‌هایی که Chao انجام داد، ارجاع داده می‌شود که مشخصات آنها در جدول ۲ و جدول ۳ آورده شده است. جدول ۴ مربوط به میزان رشد ترک آزمایش شماره ۳۴ است.

جدول ۲ مشخصات آزمایش‌های بررسی شده [۱]

شماره آزمایش	$2a_{se}$	d	h	L	P_{ej}	V_{ej}
	mm	mm	mm	mm	MPa	m/s
۳۰	۳۵/۲	۰/۶۴	۰/۸۹	۶۱۰	۴/۰	۲۳۸۴
۳۳	-	-	-	۶۱۰	۲/۶	۲۳۶۵
۳۴	۳۵/۲	۰/۶۴	۰/۸۹	۶۱۰	۶/۱	۲۴۰۴
۱۳۹	۳۷/۸	۰/۵۶	۰/۸۹	۹۱۴	۶/۱	۲۴۰۴

جدول ۴ نتیجه آزمایش ۳۴ [۱]

طول نوک ترک رشد یافته تا نوک شکاف	
نوک جلویی ترک (cm)	نوک عقبی ترک (cm)
۲۲/۷	۱۸/۶

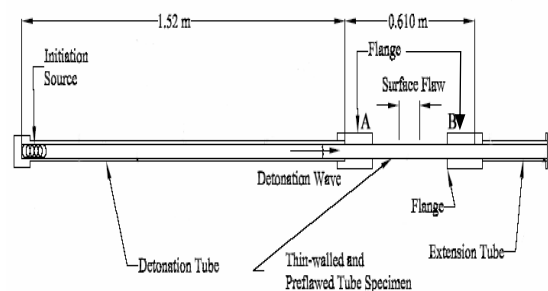
۴- مدل المان محدود

همانطور که پیشتر ذکر شد، تحلیل المان محدود در این تحقیق با استفاده از 'WARP3D' انجام شده است. WARP3D برنامه‌ای تحقیقاتی از نوع المان محدود و در حال توسعه است که برای تحلیل مدل‌های سه‌بُعدی با مقیاس بزرگ - که تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی قرار می‌گیرند - استفاده می‌شود و ویژه مدل‌سازی شکست‌های غیرخطی است.

مسائل دینامیکی در WARP3D از روش غیرصریح^۲ و برای انتگرال‌گیری تاریخیچه زمانی معادله حرکت از روش نیومارک استفاده می‌شود [۲۱].

قبل از بررسی رشد ترک در لوله، ابتدا باید پاسخ سازه‌ای لوله جدار نازک بدون ترک اولیه به موج انفجاری با سرعت بسیار بالاتر از سرعت بحرانی اول مورد بررسی قرار گیرد تا از صحت شبیه‌سازی موج در این سرعت اطمینان حاصل شود.

h ضخامت لوله، d عمق ترک نیم بیضوی، $2a_{se}$ طول ترک نیم بیضوی و L طول لوله است

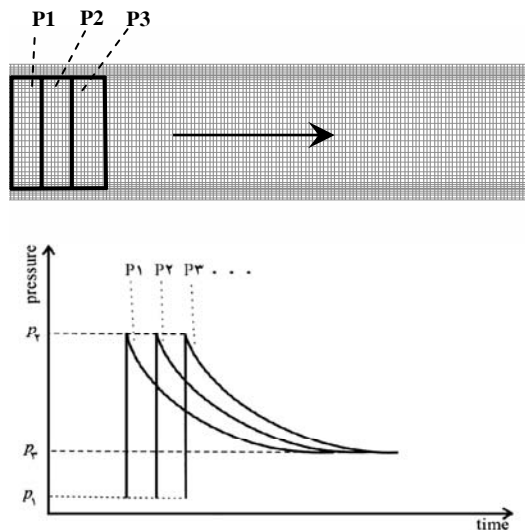


شکل ۳ لوله انفجار [۱]

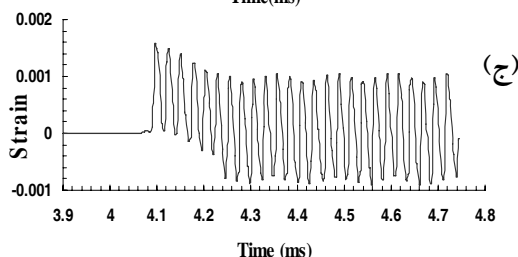
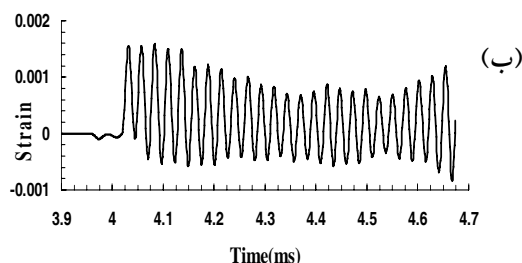
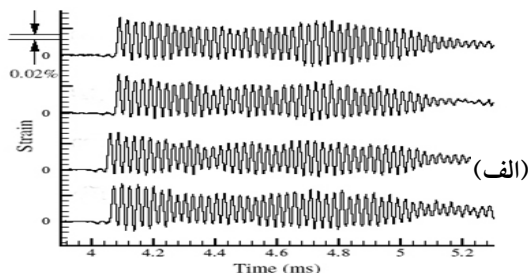
جدول ۳ رفتار شکست آزمایش‌های جدول ۲ [۱]

شماره آزمایش	رفتار شکست
۳۰	توقف ترک در شکاف
۳۳	بدون شکاف، کرنش‌های الاستیک
۳۴	رشد طولی به سمت جلو و عقب
۱۳۹	رشد طولی به سمت جلو و عقب

۱. این کد توسط یک تیم در دانشگاه ایلینویز امریکا با حمایت سازمانهای انرژی اتمی، مرکز تحقیقات ناسا و مرکز پرواز فضایی ناسا نوشته شده و در حال گسترش است.



شکل ۴ شبیه‌سازی موج انفجار به صورت فشار متحرک



شکل ۵ - الف) نتایج تجربی سه مرتبه همراه با چرخش ۹۰

درجه‌ای لوله نسبت به محور ب) نتایج المان محدود

WARP3D ج) نتایج تحلیلی [۱۹]

۴-۱- پاسخ الاستیک لوله به سرعت انفجار نزدیک

به سرعت اصلاح شده برشی

در این مدل سرعت موج انفجار گازی برابر 2365 m/s بیشینه فشار (p_r)، برابر $2/6 \text{ MPa}$ و ضریب کاهش نمایی برابر $T = 0/15 \text{ ms}$ است (آزمایش ۳۳ از جدول ۲). فشار اولیه برابر صفر و فشار نهایی برابر $0/5 \text{ MPa}$ است. شبیه‌سازی المان محدود در زمان $2L/V$ انجام شده که در واقع شامل عبور موج و دو انعکاس امواج خمشی از فلنج‌ها می‌شود. مشخصات هندسی و خصوصیات مواد در جدول ۱ آورده شده است. تاریخچه کرنش در نقطه‌ای به طول $0/2822 \text{ متر}$ از ورودی لوله محاسبه شده است.

با استفاده از صفحه تقارن طولی لوله با استفاده از المان‌های مکعبی هشت گرهی، نیمی از لوله مدل‌سازی شد. یکی از نکات مهم در مش‌بندی لوله در بارگذاری انفجاری، تعداد المانها در راستای طولی است به‌طوری‌که بتوانند امواج خمشی را مدل‌سازی کنند. تعداد المان‌ها در راستای طولی برابر ۲۸۰، تعداد المان در راستای محیطی برابر ۲۱ و در راستای شعاعی برابر ۵ در نظر گرفته شد که در این حالت اثر برش عرضی و اینرسی دورانی نیز مدل‌سازی می‌شود. در مجموع ۲۹۴۰۰ المان و ۳۷۰۹۲ گره به‌کار رفته است.

به‌طور عمومی بارگذاری انفجاری گازی، با بارگذاری فشاری متحرک وابسته به زمان شبیه‌سازی می‌شود به‌صورتی‌که ۱۴۰ بار فشاری P_1, P_2, P_3, \dots مطابق شکل ۴ در طول لوله تعریف می‌شود که هر یک از این بارها از فشار p_1 به فشار p_2 افزایش پیدا کرده و بر طبق مدل تیلور - زلدویچ رابطه ۱، به‌صورت نمایی کاهش پیدا می‌کند و اختلاف فاز ایجاد شده، موجب حرکت بار خواهد شد.

شکل ۵ مقایسه نتایج المان محدود با نتایج تجربی و تحلیلی را نشان می‌دهد. در هر پاسخ، نتایج تجربی لوله ۹۰ درجه نسبت به محور چرخیده است. همانطور که از شکل ۵ مشخص است، همخوانی مناسبی بین نتایج المان محدود WARP3D و نتایج تجربی وجود دارد. شایان ذکر است که دلیل پایین‌تر بودن متوسط کرنش در حل المان محدود بعد از زمان ۴/۲ میلی‌ثانیه نسبت به نتایج تجربی، وجود فشار نهایی بسیار بیشتر از ۵۰ MPa در تحلیل تجربی است. برای حل تحلیلی از روابط [۱۹] استفاده شد. دامنه نتایج تحلیلی در قسمتی که موج از لوله عبور می‌کند (حدود ۴ تا ۴/۲۶ میلی‌ثانیه) از تطابق مناسبی برخوردار است اما بعد از این مرحله - که امواج انعکاسی بر سیگنال کرنش تأثیر می‌گذارد - دامنه کرنش نسبت به نتایج تجربی و المان محدود افزایش پیدا کرده که این موضوع ممکن است ناشی از اثر تکیه‌گاه بر روی امواج انعکاسی باشد. زیرا تکیه‌گاه‌ها در حل تحلیلی ساده در نظر گرفته شده است، در حالی که تکیه‌گاه‌ها در حل المان محدود و تحلیل تجربی گیردار است.

۴-۲- روش CTOA^۱ به منظور مطالعه رشد ترک

روشهای کلی برای مدلسازی رشد ترک داکتایل به روش المان محدود شامل دو شیوه اصلی می‌شود: روشهایی بر پایه مکانیک آسیب^۲ که در آن مجموع آسیبهای جبهه ترک به عنوان معیار رشد در نظر گرفته می‌شود و روشهایی که در آن رشد ترک توسط تغییر مکان ماکروسکوپی کنترل می‌شود. در حال حاضر در تحقیقات در زمینه روشهای اول، اغلب از مدل ساختاری گورسن - تی ورگارد^۳ برای ایجاد رشد و به هم پیوستن حفره‌ها - که باعث رشد ترک می‌شود - استفاده می‌شود.

بر طبق [۲۰] روشهای بر پایه گورسن - تی ورگارد کاربرد کمتری برای قطعات نازک دارد. مدل‌های بر پایه تغییر مکان‌های ماکروسکوپی، مانند زاویه بازشدگی نوک ترک CTOA، معیار مناسبتری برای رشد در قطعات نازک است. هر چند صفحه ترک در واقع پس از کمی رشد در قطعات نازک شیبدار^۴ شده و زاویه ۴۵ درجه حول محور طولی ترک پیدا می‌کند، اما روش CTOA صفحه میانی (صفحه تقارن) را در نظر گرفته و سطح صفحه ترک رشد یافته را مسطح در نظر می‌گیرد.

برای مسائل دو بُعدی (شکل ۶) CTOA به سادگی از زاویه‌ای که تغییر مکان گره نوک ترک ایجاد می‌کند، مشخص می‌شود. توجه شود که میزان CTOA در WARP3D اگر چه از صفحه تقارن استفاده می‌کند اما زاویه کامل بین یک صفحه ترک تا صفحه دیگر آن است نه نصف زاویه، که در شکل ۶ نشان داده شده است.

برای مسائل سه بُعدی در کُد WARP3D همانطور که در [۲۱] توضیح داده شده، امکان دیگری تعبیه شده که جبهه ترک ثابت^۵ نام دارد. همانطور که در شکل ۶ پیداست، این روش، تغییر مکان‌های محلی سه بُعدی جبهه ترک را می‌تواند مدلسازی کند. از آنجاکه محاسبه CTOA مستقل از اندازه مش است و از طول مشخص L_c استفاده می‌کند، نسبت به روشهای دیگر برتری دارد که این باعث همگرایی^۶ بهتری نیز می‌شود. اما تحلیل جبهه ترک ثابت اجازه مدلسازی جبهه تونلی شکل را نمی‌دهد و به علت جدار نازک بودن مدل تحلیل حاضر (ضخامت لوله ۸۹/۰ میلی‌متر) رفتار تونلی شکل دارای اهمیت نیست و این روش بهترین گزینه است.

4. Slant

5. Constant Crack Front

6. Convergency

1. Crack Tip Opening Angle

2. Damage Mechanics

3. Gurson-Tvergaard

به‌طوری‌که این تغییر مکانها از میزان بحرانی CTOA خیلی بیشتر شوند؛ این پدیده اضافه جهش^۲ نام دارد. در WARP3D دستوری برای کنترل خودکار این پدیده تعبیه شده که در آن میزان بار در مرحله بعدی با توجه به میزان CTOA در مرحله قبلی تعیین می‌شود. این روشها کاهش خودکار بار و کنترل‌کننده اضافه جهش نام دارند. اما این روشها در این تحلیل قابل استفاده نیستند، زیرا در این جا انفجار گازی توسط بار فشاری متحرک شبیه‌سازی شده است و ایجاد تغییر در میزان بار در هر مرحله از بارگذاری باعث ناهنجاری در شبیه‌سازی انفجار می‌شود. بنابراین برای اجتناب از پدیده اضافه جهش، میزان بار در هر مرحله از پیش باید به میزانی مناسب کاهش یابد که این به سعی و خطای فراوان نیاز دارد. قابل ذکر است که WARP3D توانایی مدلسازی رشد ترک با استفاده از المانهای چسبنده^۳ را نیز دارد.

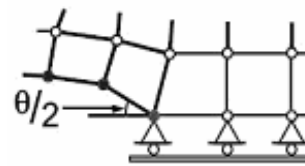
۴-۳- مدل المان محدود لوله با ترک اولیه

۴-۳-۱- ملاحظات در باره مش

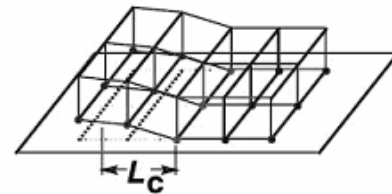
در مدل المان محدود تحلیل شکست لوله تحت بار انفجاری ملاحظات را باید در نظر گرفت:

الف) به‌علت استفاده از روش CTOA، در جبهه ترک نمی‌توان از المانهای تغییر شکل یافته یکتا^۴ که در تحلیل‌های مکانیک شکست مرسوم است، استفاده کرد. در نتیجه المانهای نزدیک جبهه ترک باید به اندازه کافی کوچک باشند تا بتوانند پلاستیسیته جبهه ترک و صحت نتایج CTOA را تأمین کنند.

ب) تعداد المانها باید به اندازه‌ای باشد که بتوانند امواج خمشی را که باعث کرنش‌های محیطی می‌شود، به درستی شبیه‌سازی کنند به‌طوری‌که نتایج تاریخچه کرنش با نتایج تجربی، تطابق مناسبی داشته باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۶ طرز تعیین CTOA در WARP3D (الف) دو بُعدی

(ب) سه بُعدی، جبهه ترک ثابت

رشد ترکی که توسط CTOA کنترل می‌شود، بدین‌گونه عمل می‌کند که وقتی CTOA در فاصله مشخصی به اندازه بحرانی می‌رسد، ترک رشد می‌کند. پیشروی ترک از طریق فرایند آزاد شدن گره انجام می‌شود به‌طوری‌که گره‌های روی صفحه تقارن آزاد شده و ترک برای مثال به اندازه طول المان پیش می‌رود. در روش رشد ترک آزادسازی گره، WARP3D قید موجود بر روی گره‌های جبهه ترک را وقتی که به تغییر مکان مشخص شده توسط کاربر می‌رسد، برمی‌دارد. در نتیجه یک صفحه ترک جدید بدون تنش را ایجاد می‌کند. این عمل می‌تواند توسط قانون جداسازی خطی کشش^۱ انجام شود. محاسبه نیروی آزاد شده در مدل المان محدود در WARP3D نیز می‌تواند توسط همین دستور انجام شود. این دستور میزان آزاد شدن نیرو را بر پایه تغییر مکان نسبی، نسبت به ارتفاع المان محاسبه می‌کند.

اما میزان باری که در هر مرحله اضافه می‌شود نباید باعث تغییر مکان‌های خیلی بزرگ در المان‌های نوک ترک شود

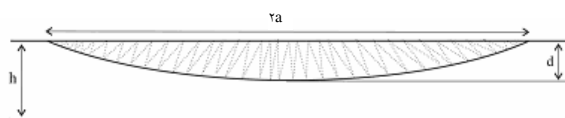
2. Overshoot
3. Cohesive
4. Singular

1. Traction-Separation

نحوه اعمال بارگذاری انفجاری مشابه آنچه در بخش ۴-۱ آورده شده و بازه زمانی^۱ در بیشتر زمان حل برابر $0/128\text{ns}$ است که در بخش آغازین حل به علت عدم رشد ترک و غیرضروری بودن استفاده از بازه‌های بسیار کوچک - به منظور کاهش زمان کل حل - برابر $2/56\text{ns}$ در نظر گرفته شده است به طوری که موجب تغییر تاریخچه کرنش نسبت به حالتی که بازه‌های زمانی کوچکتر است، نمی‌شود.

۴-۳-۲- شبیه‌سازی جبهه ترک در مدل المان محدود

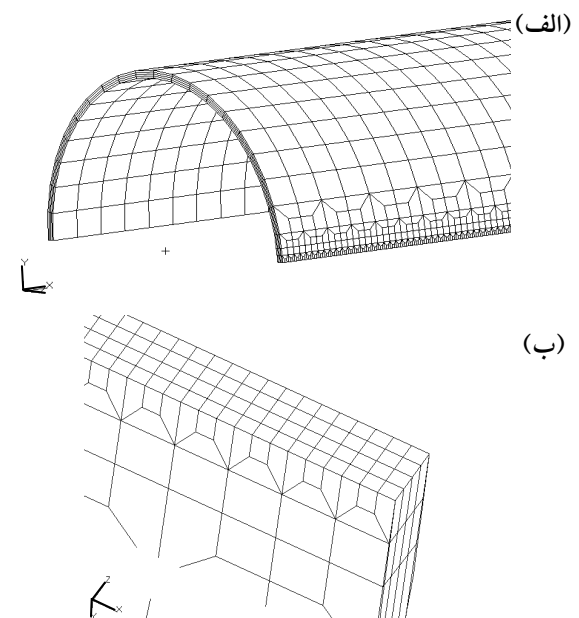
در آزمایش‌های انجام شده [۱] شکاف به صورت طولی و نیم‌بیضی خارجی است. شکل ۸ طرحواره این ترک را نشان می‌دهد.



شکل ۸ طرحواره شکاف

ایجاد مدل المان محدود برای ترک نیم‌بیضی با طول $2a=35/2\text{mm}$ عمق $d=0/64\text{mm}$ در ضخامت دیوار برابر $h=0/89\text{mm}$ باعث ایجاد مشکلات متعددی در نسبت طول به عرض^۲ و رشد ترک با روش CTOA به ویژه در روش جبهه ترک ثابت می‌شود و از آنجاکه طول نهایی ترک رشد یافته بسیار بیشتر از طول اولیه است، با در نظر گرفتن استدلالی که در پیوست الف آورده شده، از ترک راه بدر^۳ معادل استفاده شد. بدین منظور ضریب شدت تنش به روشی که در پیوست ب آمده، در عمیق‌ترین قسمت جبهه ترک نیم‌بیضی - که ضریب شدن تنش بیشینه است - محاسبه شد، سپس طول ترک

حد پایین این محدوده را می‌توان با استفاده از طول موج خمشی به دست آورد. در این تحلیل امواج خمشی با فرکانس 37kHz تا 40kHz کیلوهرتز با طول موج 55mm تا 97mm در حال حرکت هستند. در شکل ۷ هندسه مش‌بندی نشان داده شده است. در این مدل از المان‌های سه‌بندی مکعبی هشت‌گره‌ای استفاده شده است. بخش غالب مدل دارای 200 المان در راستای طولی و لبه المان در این راستا برابر $3/05\text{mm}$ است. در واقع 20 تا 30 المان در هر طول موج و طول لبه المان بر روی صفحه ترک برابر $0/254\text{mm}$ است. شکل ۷ المان‌های سطح ترک را نیز نشان می‌دهد. در راستای شعاعی از چهار المان و در راستای محیطی از 20 المان و در مجموع از 37600 المان و 53615 گره استفاده شده است. همانطور که در شکل مشخص است از یک صفحه تقارن به منظور کاهش تعداد المان‌ها استفاده شده است.

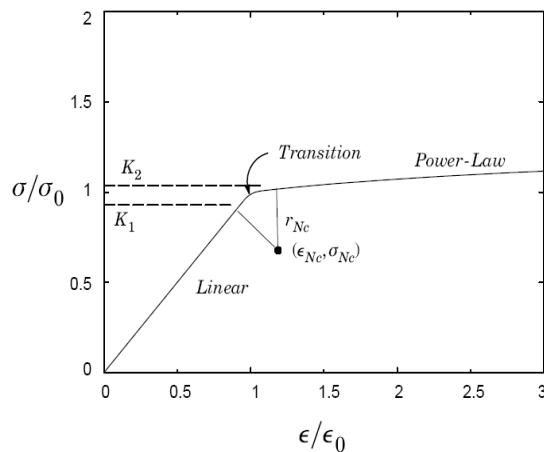


شکل ۷- الف) هندسه مش‌بندی برای مدل‌سازی لوله ترک‌دار

ب) طرز قرارگیری المان‌ها در صفحه حاوی ترک

1. Time Step
2. Aspect Ratio
3. Through Thickness

که در آن کرنش تسلیم، ϵ_y توان سخت‌شوندگی^۵ ناحیه قانون توانی^۶، K_1, K_2 حد پایین، بالا تنش در ناحیه‌گذار^۷، σ_{Nc} ، مرکز منحنی دایروی ناحیه‌گذار، r_{Nc} شعاع منحنی دایروی ناحیه‌گذار است.



شکل ۹ منحنی تنش - کرنش تک‌محوری مدل تغییر شکل [۲۱]

K_1 برابر ۰/۹۵ است و K_2 توسط نرم‌افزار محاسبه می‌شود. n از بانک اطلاعات مواد AFGROW^۸، ۱۸/۸۷ برای آلومینیم 6061-T6 با خصوصیات مواد جدول ۱ استخراج شد.

۴-۵- محاسبه CTOA بحرانی

همانطور که گفته شد ترک هنگامی پیشروی می‌کند که بازشدگی نوک ترک به حد بحرانی برسد. این حد CTOA یکی از خصوصیات مواد است و مقاومت شکست نام دارد. مقاومت شکست ماده ثابت نیست و با نرخ بارگذاری، سرعت رشد ترک، دما، ضخامت، حالت تنش، ... تغییر می‌کند.

راه بدری که دارای چنین ضریب شدت تنشی است، به‌دست آمد. با توجه به این محاسبات طول ترک راه بدر معادل برابر ۸/۱۱۵mm محاسبه شد.

۴-۴- مدل ماده

برای مدلسازی گرادیان بالای کرنش در نوک ترک، به مدل ماده غیرخطی نیاز است. بدین‌منظور از مدل تغییر شکل^۱ WARP3D استفاده شده است. این مدل از تئوری پلاستیسیته^۲ تغییر شکل پیروی می‌کند.

تئوری پلاستیسیته تغییر شکل نسبت به تئوری نمودی پلاستیسیته^۳، از نظر هزینه‌های محاسباتی^۴ مناسبتر است. در واقع از مراحل بارگذاری بزرگتری می‌توان استفاده کرد در حالی که تعداد تکرار کمتری برای همگرایی در هر مرحله بارگذاری نیاز دارد. در مقایسه با تئوری نمودی پلاستیسیته، تعداد محاسبات در مدل ماده بسیار کاهش پیدا می‌کند. وقتی ناحیه‌ای از ماده حاوی گرادیان بالای کرنش است، مانند نوک ترک، حل تمایل به پایداری زیادی نسبت به تئوری نمودی نشان می‌دهد. در محاسبات انتگرال J اغلب از این مدل استفاده می‌شود. منحنی تنش - کرنش تک‌محوری این مدل بر طبق شکل ۹ از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} \quad \sigma / \sigma_y \leq K_1 \quad (2)$$

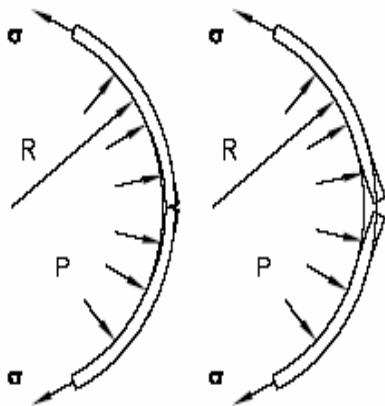
$$\frac{\epsilon}{\epsilon_y} \epsilon_{Nc} - \sqrt{r_{Nc}^2 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} - \sigma_{Nc} \right)^2} \quad K_1 \leq \sigma / \sigma_y \leq K_2 \quad (3)$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_y} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad \sigma / \sigma_y \leq K_2 \quad (4)$$

5. Hardening
6. Power-Law
7. Transition
8. Air Force's Crack Growth Analysis

1. Deformation
2. Deformation Plasticity Theory
3. Incremental Plasticity Theory
4. Computational Cost

کششی به حالت فشاری تبدیل کرده است. این امر ناشی از ایجاد اثر برآمدگی^۲ لبه ترک (شکل ۱۱) و نشان از رشد آن بعد از ۰/۲ms است.

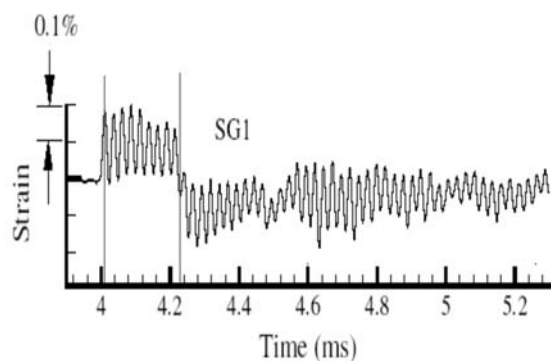


شکل ۱۱ اثر برآمدگی لبه ترک که موجب تغییر محلی انحنای پوسته می شود

در این آزمایش ترک کمی پیشروی می کند اما در شکاف متوقف می شود، که رشد آن شامل آغاز و کمی پیشروی است. در عمل میزان CTOA آغاز بیشتر از CTOA پیشروی است اما به دو دلیل می توان از این آزمایش - که تأثیر ضخامت و نرخ کرنش در آن لحاظ شده است - به منظور تعیین CTOA بحرانی برای پیشروی ترک استفاده کرد و همان مقدار را نیز می توان به عنوان CTOA رشد در نظر گرفت. الف) برای قطعات نازک می توان از مقدار متوسطی برای هر دو مقدار CTOA آغاز و پیشروی ترک استفاده کرد [۲۳] ب) به علت مدل نشدن کندشدگی^۳ نوک ترک به طور کامل در مدل المان محدود، مقدار به دست آمده برای CTOA را

نرخ کرنش بالا باعث افزایش تنش سیلان در ماده می شود. اثر تنش سیلان بر مقاومت شکست بستگی به مکانیزم و ماندگی^۱ دارد. نرخ کرنش بالا باعث کاهش مقاومت شکست ترد می شود، اما در شکست های داکتایل، افزایش نرخ کرنش باعث افزایش مقاومت شکست می شود [۲۲].

یکی از مهمترین بخشهای تحلیل مکانیک شکست، تعیین مقاومت شکست است و از آنجاکه در مسأله حاضر نرخ بارگذاری بسیار بالا است، باید مقاومت شکست دینامیکی را در این نرخ کرنش به دست آوریم. بدین منظور از آزمایش شماره ۳۰ مندرج در جدول ۲ و ۳ استفاده شده است. شکل ۱۰ نمودار تاریخچه کرنش مربوط به آزمایش شماره ۳۰ در محل ۰/۲۸۲۲m ورودی لوله است.



شکل ۱۰ تاریخچه کرنش مربوط به آزمایش شماره ۳۰ [۱]

همانطور که ملاحظه می شود، بعد از گذشت ۰/۲ms از رسیدن موج انفجار به محل گیج، تغییراتی ناگهانی در تاریخچه کرنش دیده می شود که کرنش را از حالت

2. Bluing
3. Blunting

1. Failure

۴-۶- تحلیل رشد ترک

در این بخش تحلیل رشد ترک با دو نوع بارگذاری (الف) تحلیل رشد ترک تحت بارگذاری انفجاری گازی (ب) تحلیل رشد ترک تحت بارگذاری شبه‌استاتیک انفجاری انجام و نتایج آن بررسی می‌شود.

در شبیه‌سازی از ۱۰۰ بارگذاری فشار استفاده شده و بر طبق جدول ۲ سرعت انفجار برابر 2404 m/s است. در مجموع حدود ۴۰۰۰ بازه زمانی، کل زمان حل را پوشش می‌دهد. فشار بیشینه برابر 71 MPa ، فشار اولیه و نهایی صفر در نظر گرفته شد. زیرا به‌علت پیشروی ترک بعد از گذر زمان به صفر می‌رسد. پارامترهای رشد ترک نیز که بخش‌های پیشین به تفصیل شرح داده شد، چنین انتخاب شد: L_c برابر 0.763 mm ، طول لبه المان روی صفحه ترک برابر 0.254 mm ، مقدار $4/74$ درجه برای CTOA بحرانی، برای کنترل آزاد شدن نیروی قید گره‌ها در هنگام رشد از مدل جداسازی کشش استفاده و ضریب آن برابر 0.3 انتخاب شد. برای جلوگیری از اضافه جهش، اندازه مراحل بارگذاری به مقدار مناسبی کاهش پیدا کرد.

برای تحلیل رشد ترک تحت بارگذاری شبه‌استاتیک انفجاری، تغییراتی در فایل ورودی ایجاد شد به این‌صورت که پارامترهای چگالی و بازه زمانی حذف و سپس تحلیل تکرار شد. این تغییرات، تحلیل رشد ترک بر اثر حرکت موج انفجار بدون آثار دینامیکی را امکان‌پذیر می‌کند.

۵- نتایج و بحث

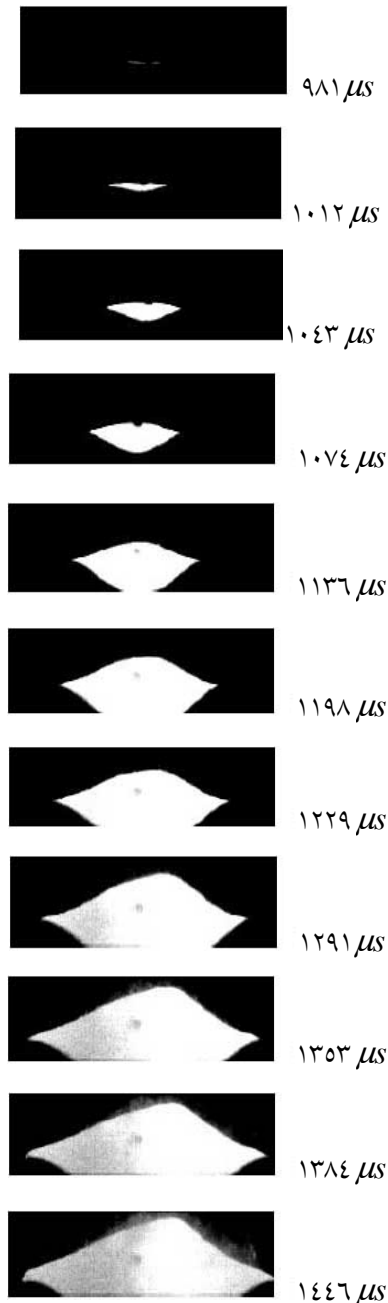
شکل ۱۲ تصاویری از رشد ترک در لوله تحت بارگذاری انفجار گازی مربوط به آزمایش شماره ۱۳۹ است، مشخصات این آزمایش شباهت بسیاری با آزمایش شماره ۳۴ دارد.

می‌توان به‌عنوان CTOA پیشروی در نظر گرفت. زیرا با صرف‌نظر کردن از انرژی جنبشی حاصل از سرعت رشد ترک در هنگام پیشروی بر طبق [۲۲]، کندشدگی نوک ترک، عامل غالب در اختلاف بین CTOA بحرانی مرحله آغاز با مرحله پیشروی است.

با شبیه‌سازی المان محدود این آزمایش می‌توان CTOA و L_c مربوط به آن را به‌دست آورد. از آنجاکه L_c در درجه اول فاصله‌ای در پشت جبهه ترک است که CTOA در آن محاسبه می‌شود و در درجه دوم میزان رشد ترک در هر بازه‌ای است که CTOA به‌میزان بحرانی می‌رسد، در نتیجه نقش بسیار مهمی در این مسأله ایفا کرده و باید به‌درستی محاسبه شود. شایان ذکر است که به‌علت مدل شدن کندشدگی موضعی نوک ترک با تغییر L_c ، CTOA تغییر می‌کند. در مسائل المان محدود، L_c تقریباً برابر 1 mm در نظر گرفته می‌شود و البته در مسائل مختلف کمی تغییر می‌کند. در این مسأله بزرگترین L_c که با استفاده از آن در مدل‌سازی، آزمایش شماره ۳۰ به‌درستی شبیه‌سازی شود، مقدار بهینه آن است. مقادیر بزرگتر از این، موجب می‌شود که ترک بعد از چند مرحله رشد متوقف نشده و به رشد خود ادامه دهد که در این‌صورت با نتایج تجربی مربوط به این آزمایش که پیشتر توضیح داده شد مغایرت دارد. انتخاب مقادیر کوچکتر L_c باعث به‌وجود آمدن اضافه جهش و افزایش تعداد بازه‌های زمانی می‌شود.

با چند بار شبیه‌سازی المان محدود این آزمایش به‌منظور به‌دست آوردن مقدار صحیح و بهینه CTOA بحرانی و L_c مربوط به آن، مقدار بحرانی CTOA، $4/74$ درجه در فاصله 0.763 mm که همان L_c می‌باشد به‌دست آمد.

مشاهده می‌کنیم که ترک از دو نوک با سرعت مساوی به رشد خود ادامه می‌دهد.



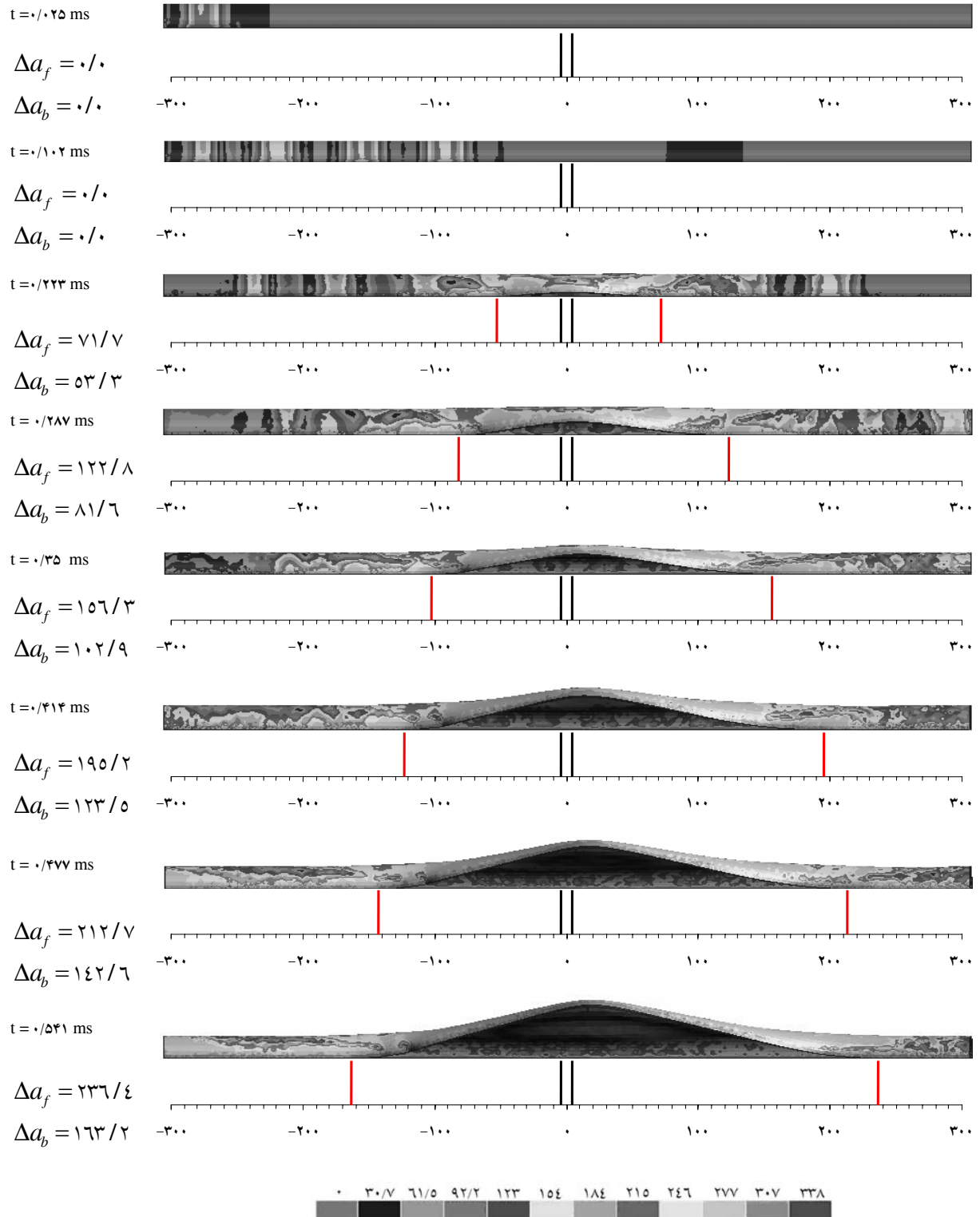
شکل ۱۲ تصاویری از رشد ترک مربوط به آزمایش شماره ۱۳۹ [۱]

منحنی‌های شکل ۱۳ توزیع تنش ون - مایسز را در لوله تغییر شکل یافته با مقیاس واقعی، در چند مرحله از تحلیل نشان می‌دهد. این منحنی‌ها مربوط به تحلیل رشد ترک بر اثر موج انفجار است.

نمودار زیر هر یک از منحنی‌ها محل نوک‌های ترک را با توجه به طول لوله مشخص می‌کند. در سه منحنی اول پیشانی موج خمشی کاملاً واضح است. در منحنی‌های دیگر توزیع تنش، حاصل تداخل تنش‌های ناشی از دنباله موج انفجار، امواج انعکاسی، اثرات نوک ترک و آثار دینامیکی باز شدن لبه‌های ترک است.

نوع تغییر شکل لبه ترک از مطابقت مناسبی برخوردار است. ترک از جلو به اندازه ۲۳/۶cm و از عقب به اندازه ۱۶/۳cm رشد می‌کند که مطابقت مناسبی با نتایج تجربی جدول ۴ دارد.

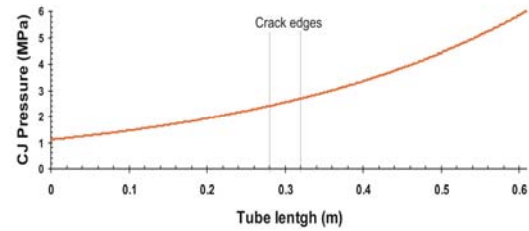
دلیل اینکه ترک از قسمت جلو بیشتر از قسمت عقب رشد می‌کند، عدم توزیع یکنواخت بار فشاری در راستای طولی است. شکل ۱۴ توزیع فشار را در راستای طول لوله - زمانی که پیشانی موج به انتهای لوله می‌رسد - نشان می‌دهد. روشن است که با پیشروی نوک جلویی ترک، نوک ترک به بخش پرفشار لوله وارد می‌شود، در نتیجه ضریب شدت تنش بزرگتری را بدون در نظر گرفتن اثر افزایش طول ترک در شدت تنش متحمل می‌شود. در حالی که با پیشروی نوک عقبی ترک، نوک ترک به قسمت کم فشار وارد می‌شود و ضریب شدت تنش کمتری نسبت به نوک جلویی ترک را تجربه می‌کند، در نتیجه در این برهه ترک از جلو بیشتر از عقب رشد می‌کند. بعد از عبور کامل موج انفجار و خروج کامل دنباله آن از لوله



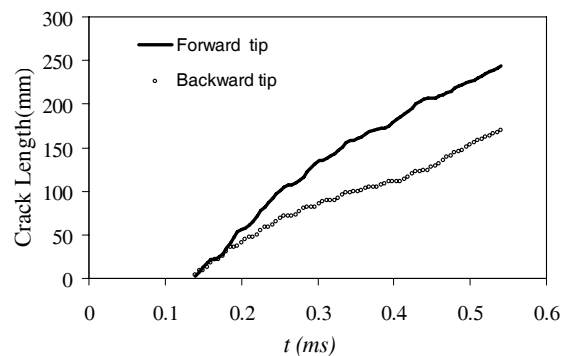
شکل ۱۳ توزیع تنش ون - مایسز بر حسب مگاپاسکال در لوله تغییر شکل یافته با مقیاس واقعی، در مراحل مختلف تحلیل. زاویه دید بر طبق شکل ۷ برابر YX و طول ترک بر حسب میلی متر است.

در تحلیل حاضر کل مسیر رشد صفحه ترک ثابت^۱ در نظر گرفته شده است. در حالی که نتایج تجربی آزمایش ۳۴ که پایه حل المان محدود حاضر نیز هست، نشان می‌دهد که ترک در هنگام رشد فاصله‌ای را تا صفحه ترک ثابت رشد طی می‌کند و سپس در مسیری منحنی شکل با شعاع زیاد منحرف شده و متوقف می‌شود. بر طبق [۱] عامل عمده این پدیده می‌تواند وجود تنش T باشد. تنش T ناشی از اثر وزن محصولات احتراق و تکیه‌گاه‌ها است که موجب می‌شود لوله مانند تیر تحت خمش عمل کند و قسمت بالایی لوله تحت فشار و قسمت زیر آن تحت کشش در راستای طولی لوله قرار گیرد. با توجه به آزمایشهای متعدد انجام شده و آورده شده در [۱] تأثیر آن بر جهت چرخش مسیر ترک نشان داده شده به صورتی که در تمام آزمایشهای این مرجع، ترک به سمتی که لوله تحت کشش است تغییر مسیر می‌دهد. هر چند از آثار تغییرات ضخامت در راستای محیطی، توزیع غیریکنواخت فشار در طول لوله و عدم تقارن محوری خصوصیات مواد و بارگذاری انفجاری بر مسیر رشد ترک، نمی‌توان صرف‌نظر کرد.

نمودارهای شکل ۱۶ تغییرات CTOA را نسبت به موقعیت پیشانی انفجاری حاصل از تحلیل رشد ترک تحت بارگذاری شبه‌استاتیکی انفجاری نشان می‌دهد. همانطور که در نمودار ردیف اول شکل ۱۶ مشخص است، CTOA به میزان بحرانی خود نرسیده و ترک آغاز به رشد نمی‌کند. پله‌ای بودن این نمودار ناشی از ضرائب تقویتی است که برای شبیه‌سازی انفجار استفاده شده است. نمودار ردیف دوم شکل ۱۶ روند باز شدن نوک جلویی و عقبی ترک را نسبت به موقعیت پیشانی انفجار نشان می‌دهد.



شکل ۱۴ توزیع فشار در راستای طول لوله زمانی که پیشانی موج انفجار به انتهای لوله می‌رسد



شکل ۱۵ تغییرات طول ترک نسبت به زمان

شکل ۱۵ نمودار طول ترک در حال رشد نسبت به زمان است. همانطور که در شکل پیدا است، نوک جلویی ترک میزان و سرعت بیشتری نسبت به نوک عقبی ترک دارد. البته با گذر زمان سرعت هر دو رو به کاهش بوده و روند کاهشی در مورد نوک عقبی ترک با شدت بیشتری اتفاق می‌افتد.

نکته قابل توجه افزایش سرعت رشد نوک عقبی ترک بعد از زمان 0.43 ms است که سرعت آن با نوک جلویی ترک برابر می‌شود. دلیل این موضوع، رسیدن امواج انعکاسی به نوک عقبی ترک در این زمان است که باعث تقویت نیروی محرک عقبی ترک می‌شود. روابط زیر، توابع رشد ترک استخراج شده از شکل ۱۵ است.

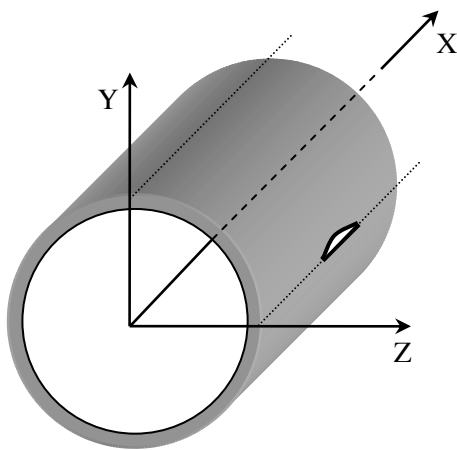
$$\Delta \alpha_b = 114 / 87 \ln(t) + 224 / 56 \quad (5)$$

$$\Delta \alpha_f = 182 / 8 \ln(t) + 351 / 73$$

شده^۴ دارد. استفاده از این روشها مدت زمان اجرا را به طور چشمگیری می تواند کاهش دهد.

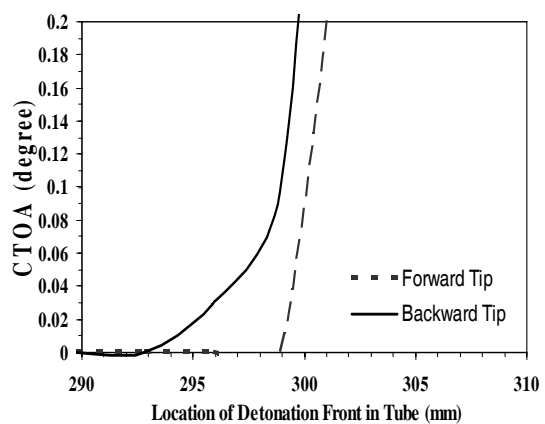
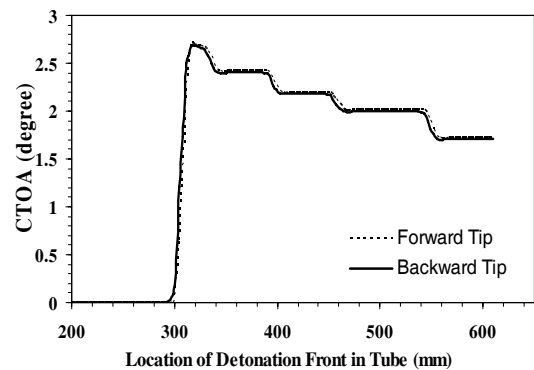
۵-۲- اثر صفحه تقارن

در تحلیل رشد ترک بخش های پیشین از صفحه تقارن XZ مطابق شکل ۱۷ استفاده شده است. اگر در مدل YX و XZ دو صفحه تقارن و YX استفاده کرد، هزینه محاسباتی با کاهش المانها به طور چشمگیری کاهش می یابد. اما موضوع حائز اهمیت در این رابطه، صحت نتایج حاصل از به کارگیری صفحه تقارن YX است. هر چند بارگذاری به صورت متقارن اعمال می شود، اما هندسه اولیه با وجود ترک نسبت به صفحه YX متقارن نبوده و قابل پیش بینی است که با رشد ترک - با توجه به مقدار بالای تغییر شکل - هندسه تغییر شکل یافته در دو سمت صفحه YX به طور کامل متفاوت باشند.



شکل ۱۷ موقعیت صفحه های تقارن در مدل

بدین منظور تحلیل رشد ترک لوله جدار نازک تحت بارگذاری بخش ۴-۶- الف با استفاده از دو صفحه تقارن



شکل ۱۶ تغییرات CTOA نسبت به موقعیت پیشانی انفجار

۵-۱- مدت زمان اجرا

تحلیل شکست توسط WARP3D روی کامپیوتر تک پردازنده AMD-64 bit با سرعت پردازش ۳۲۰۰ MHz، حافظه جانبی ۱GB و سیستم عامل ویندوز ۶۴ بیتی انجام شد. مدت زمان اجرا برای رشد ترک تحت بار دینامیکی انفجاری حدود ۱۲۰ ساعت بود. شایان ذکر است که امکان تحلیل موازی^۱ نیز در این کُد وجود دارد که انواع مختلفی مانند حافظه جانبی تسهیم شده^۲، حافظه جانبی توزیعی^۳، حافظه جانبی توزیعی - تسهیم

1. Parallel
2. Shared Memory
3. Distributed Memory

4. Shared-Distributed Memory

می‌توان توجیه کرد که استفاده از صفحه تقارن در روش المان محدود غیر از متقارن بودن بارگذاری نسبت به آن صفحه، لزوماً به معنای تقارن هندسه تغییر شکل یافته نیست. هر چند در بیشتر مواقع چنین است. زیرا صفحه تقارن در تحلیل المان محدود به این معنا است که گره‌های روی این صفحه در واقع نباید حرکت خارج از صفحه داشته باشند و فقط بر روی صفحه می‌توانند حرکت کنند. در نتیجه اگر در مسأله‌ای صفحه‌ای وجود داشته باشد که گره‌های روی آن بر اثر بارگذاری، حرکت خارج از صفحه نداشته باشند، می‌توان شرایط صفحه تقارن در المان محدود را اعمال و فقط بخش حائز اهمیت را مدلسازی کرد تا موجب کاهش چشمگیر هزینه محاسباتی شود.

۶- نتیجه‌گیری

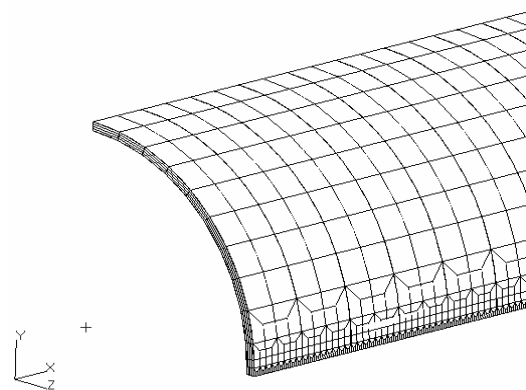
۱- شبیه‌سازی واقعی رشد ترک در لوله تحت بارگذاری داخلی انفجاری به تحلیل کامل دینامیکی در بخش سازه و شکست نیاز دارد، که موجب در نظر گرفتن امواجی با تمام طیف‌ها و تمام پارامترهای مورد نیاز در مکانیک شکست دینامیکی می‌شود.

۲- در نظر نگرفتن سرعت بار متحرک و آثار دینامیکی آن در تحلیل مکانیک شکست بسیار غیر محافظه‌کارانه و خطرناک است.

۳- اگر در مسأله‌ای صفحه‌ای وجود داشته باشد که نقاط روی آن بر اثر بارگذاری، حرکت خارج از صفحه نداشته باشند، می‌توان شرایط صفحه تقارن را در المان محدود اعمال و فقط بخش حائز اهمیت را مدلسازی کرد تا موجب کاهش هزینه محاسباتی شود.

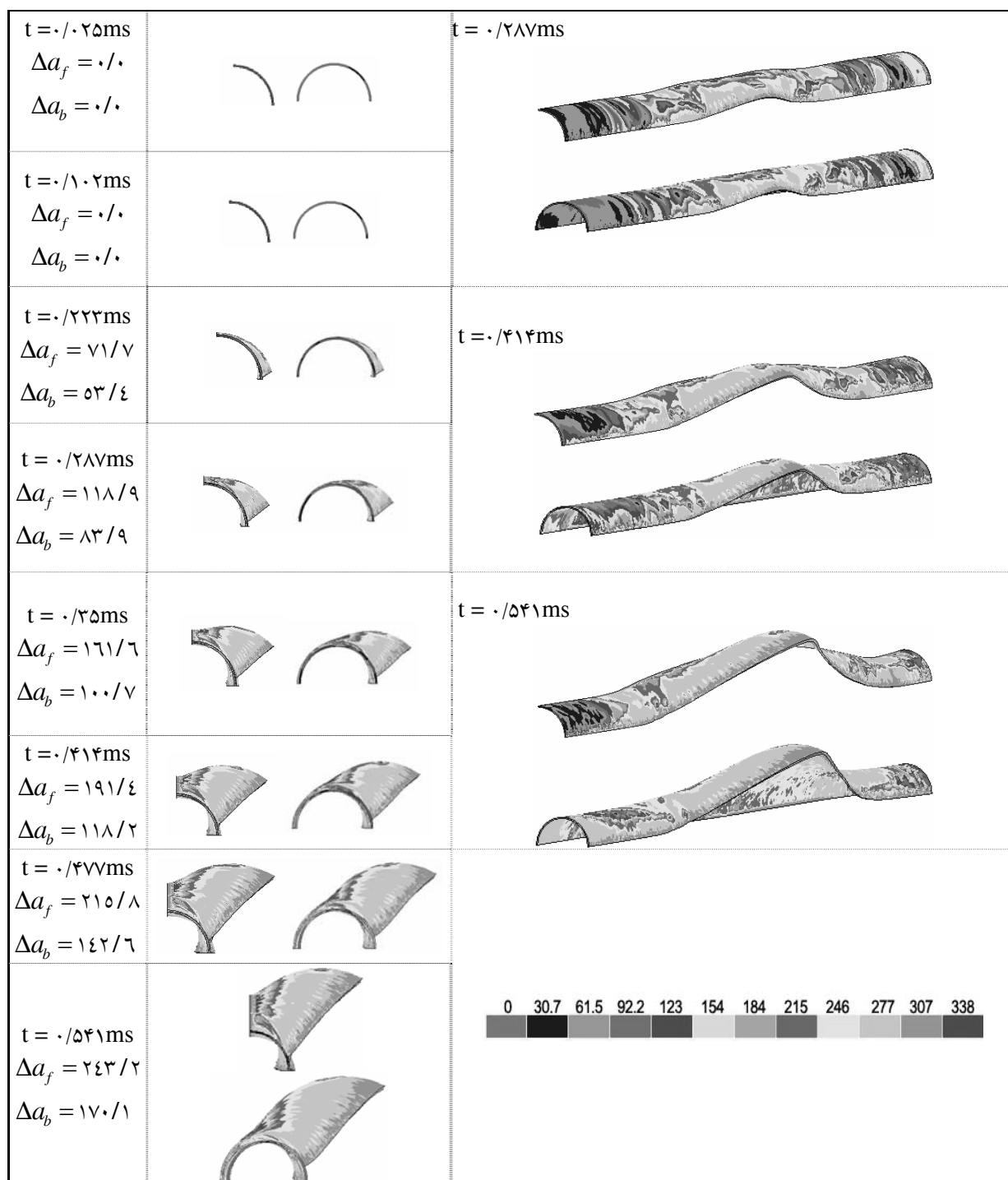
YX و XZ - که منجر به مدل شدن $\frac{1}{4}$ لوله می‌شود - تکرار و نتایج حاصل با نتایج تحلیل با استفاده از یک صفحه تقارن مقایسه شد.

شکل ۱۸ مدل المان محدود این تحلیل را نشان می‌دهد. تعداد المان‌ها و گره‌ها به ترتیب برابر ۲۹۶۰۰ المان مکعبی هشت گرهی و ۴۳۵۶۵ گره است. مش‌بندی مشابه آنچه پیشتر شرح داده شد است. مقدار بحرانی $CTOA$ با استفاده از این مدل $4/61$ درجه با در نظر گرفتن L_c برابر $0/763mm$ به دست آمد.



شکل ۱۸ هندسه مش‌بندی با استفاده از دو صفحه تقارن

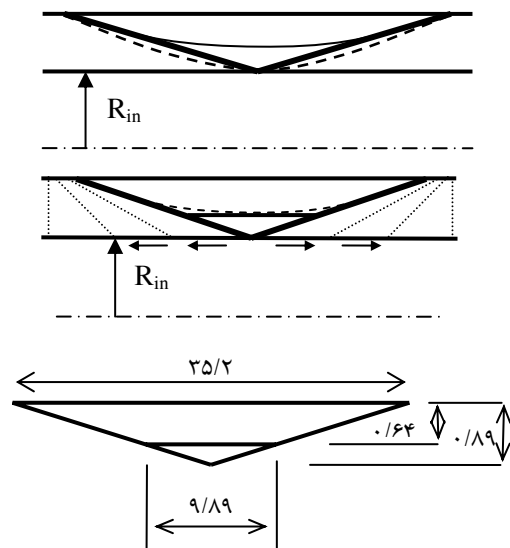
شکل ۱۹ توزیع تنش ون - مایسز در لوله تغییر شکل یافته را با مقیاس واقعی در زمانهای مختلف نشان می‌دهد. در این شکل، تغییر شکل حاصل از هر دو تحلیل از نمای YZ و سه نمای ۳ بُعدی نشان داده شده است. در هر مرحله طول ترک رشد یافته حاصل از تحلیل با استفاده از دو صفحه تقارن قید شده است. همانطور که از شکل ۱۹ مشخص است، طول ترک رشد یافته حاصل از تحلیل این مسأله با نتایج حاصل از تحلیل با یک صفحه تقارن (شکل ۱۳) مطابقت دارد. در حالی این تطابق نتایج صورت گرفته که هندسه تغییر شکل یافته در دو سمت صفحه YX کاملاً متفاوت هستند. این موضوع را چنین



شکل ۱۹ توزیع تنش ون - مایسز بر حسب مگاپاسکال در لوله تغییر شکل یافته با مقیاس واقعی، در مراحل مختلف تحلیل. زاویه دید بر طبق شکل ۷، برابر YZ است و طول ترک حاصل از تحلیل با دو صفحه تقارن بر حسب میلی متر داده شده است

پیوست (الف)

موضوع حائز اهمیت در این بخش دلیل یکسان گرفتن رشد ترک راه بدر و ترک نیم‌بیضوی، در مراحل اولیه رشد است؛ زیرا رشد ترک راه بدر به صورت طولی و رشد ترک نیم‌بیضوی در مراحل اولیه به سمت عمق است. شکل ۲۰ ترک نیم‌بیضوی را در جدار لوله نشان می‌دهد که به طول $35/2\text{mm}$ و عمق $0/64\text{mm}$ در ضخامت دیوار $0/89\text{mm}$ قرار دارد. این ترک بعد از یک یا دو مرحله رشد از سمت عمق به جدار می‌رسد. ترک رشد یافته را می‌توان یک ترک راه بدر مثلثی شکل در نظر گرفت که در یک سمت، طول آن همان طول اولیه است و سمت دیگر آن که دارای طول صفر است روی جدار داخلی لوله قرار دارد.



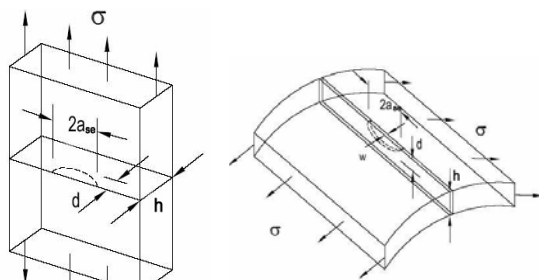
شکل ۲۰ ترک نیم‌بیضوی رشد یافته که به صورت ترک راه بدر مثلثی شکل در نظر گرفته شده است (اندازه‌ها به میلی‌متر)

همانطور که در شکل ۲۰ ملاحظه می‌شود، در مراحل دیگر رشد، طول صفر ترک راه بدر رشد کرده و به ترک راه بدر نرمال تبدیل می‌شود. هنگامی که ترک

اولیه به جدار می‌رسد، طول پاره خطی که دو ضلع مثلث را در محل عمق ترک نیم‌بیضوی اولیه به هم می‌رساند یعنی دقیقاً محلی که به عنوان مبنای ضریب شدت تنش برای محاسبه ترک راه بدر معادل استفاده شد، از تشابه هندسی $9/89\text{mm}$ به دست می‌آید. اگر از این مقدار به اندازه یک یا دو مرحله رشد کم شود، تقریباً ترک اولیه راه بدری که $8/115\text{mm}$ محاسبه شد حاصل می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد که محاسبه طول ترک راه بدر معادلی که ضریب شدت تنشی برابر با ضریب شدت تنش در عمق ترک نیم‌بیضوی ایجاد می‌کند، صحیح است.

پیوست (ب)

لوله جدار نازک با ترک نیم‌بیضوی محوری در سطح خارجی تحت فشار داخلی را می‌توان به عنوان صفحه‌ای بزرگ حاوی ترک مشابه - که تحت تنش عمودی یکنواخت است - در نظر گرفت. از نتایج تحلیل سه‌بعدی استاتیک المان محدود - که برای صفحه بزرگ توسط newman و raju در سال ۱۹۸۱ انجام شده - استفاده می‌شود [۱].



$$K_{I(se)} = \sigma \sqrt{\frac{\pi d}{Q}} H \quad (6)$$

که در آن،

$$H = M_1 + M_2 \left(\frac{d}{h} \right)^2 + M_3 \left(\frac{d}{h} \right)^4, \quad (7)$$

$h=0/89\text{mm}$ و $d=0/64\text{mm}$, $2a_{se}=35/2\text{mm}$ معادل راه بدر که در تحلیل حاضر استفاده شده، $8/115$ به دست می آید.

۷- منابع

- [1] Tong Wa Chao. "Gaseous Detonation-Driven Fracture of Tubes". Ph. D. thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, March 2004.
- [2] T. Chao and J. E. Shepherd. "Detonation loading of tubes in the modified shear wave regime" In Z. Jiang, editor, Proceedings of the 24th International Symposium on Shock Waves, volume 2, pages 865-870. Springer, 2005.
- [3] Folias, E. S., 1965. "A finite crack in a pressurized cylindrical shell". International Journal of Fracture Mechanics, 1, pp. 104-113.
- [4] Maxey, W. A., Kiefner, J. F., Eiber, R. J., and Duffy, A. R., 1971. "Ductile fracture initiation, propagation, and arrest in cylindrical vessels". In ASTM STP 514, Fracture Toughness, Proceedings of the 1971 National Symposium on Fracture Mechanics PART II.
- [5] Kiefner, J. F., Maxey, W. A., Eiber, R. J., and Duffy, A. R., 1973. "Failure stress levels of flaws in pressurized cylinders". in ASTM STP 536, Progress in Flaw

$$Q = 1 + 1/46 \left(\frac{d}{a_{se}} \right)^{1/60}, \quad (8)$$

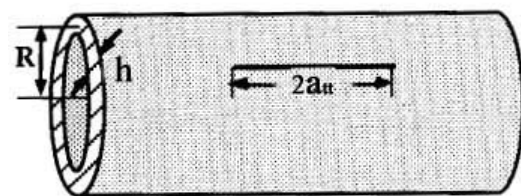
و

$$M_1 = 1/13 - 0/09 \left(\frac{d}{a_{se}} \right), \quad (9)$$

$$M_2 = \frac{0/89}{\left[0/2 + \left(\frac{d}{d_{se}} \right) \right]} - 0/54, \quad (10)$$

$$M_3 = 0/5 - \frac{1/0}{\left[0/60 + \left(\frac{d}{d_{se}} \right) \right]} + 1/4 \left[1/0 - \left(\frac{d}{a_{se}} \right) \right]^{7/4} \quad (11)$$

$K_{I(se)}$ که از رابطه بالا به دست می آید، ضریب شدت تنش در عمیق ترین نقطه ترک نیم بیضوی است. در [۲۴] برای استوانه جدار نازک حاوی ترک راه بدر طولی حلی برای ضریب شدت تنش ارائه شده است. این رابطه فقط برای $R \gg h$ صادق است.



شکل ۲۲ لوله جدار نازک همراه با ترک راه بدر طولی [۲۴]

$$K_{I(tt)} = \sigma \sqrt{\pi a_{tt}} \sqrt{1 + 0/52 \chi + 1/29 \chi^2 - 0/074 \chi^3} \quad (12)$$

که در آن،

$$\chi = \frac{a_{tt}}{\sqrt{Rt}} \quad (13)$$

$K_{I(tt)}$ ضریب شدت تنش در جبهه ترک راه بدر است. با مساوی قرار دادن $K_{I(se)}$ و $K_{I(tt)}$ جایگذاری

- [11] Reismann, H., 1965. "Response of a pre-stressed cylindrical shell to moving pressure load". In Eighth Midwest Mechanics Conference, S. Ostrach and R. Scanlon, Eds., Pergamon Press, pp. 349–363.
- [12] de Malherbe, M., Wing, R., Laderman, A., and Oppenheim, A., 1966. "Response of a cylindrical shell to internal blast loading". Journal of Mechanical Engineering Science, 8 (1), pp. 91–98.
- [13] Simkins, T., 1987. "Resonance of flexural waves in gun tubes". Tech. Rep. ARCCB–TR–87008, US Army Armament Research, Development and Engineering Center, Watervliet, N. Y. 12189–4050, July. PVT-03-1045 18.
- [14] Thomas, G., 2002. "The response of pipes and supports generated by gaseous detonations". Journal of Pressure Vessel Technology, 124, pp. 66–73.
- [15] Beltman, W., Burcsu, E., Shepherd, J., and Zuhail, L., 1999. "The structural response of cylindrical shells to internal shock loading". Journal of Pressure Vessel Technology, 121, pp. 315–322.
- [16] Beltman, W., and Shepherd, J., 2002. "Linear elastic response of tubes to internal detonation loading". Journal of Sound and Vibration, 252 (4), pp. 617–655.
- Growth and Fracture Toughness Testing, Proceedings of the 1972 National Symposium on Fracture Mechanics.
- [6] Ives, K., Shoemaker, A., and McCartney, R., 1974. "Pipe deformation during a running shear fracture in line pipe". Journal of Engineering Materials and Technology, 96 (4), pp. 309–317.
- [7] Emery, A. F., Kobayashi, A. S., Love, W. J., Place, B. W., Lee, C., and Chao, Y. H., 1986. "An experimental and analytical investigation of axial crack propagation in long pipes". Engineering Fracture Mechanics, 23 (1) , pp. 215–226.
- [8] Kobayashi, A. S., Emery, A. F., Love, W. J., and Chao, Y. H., 1988. "Subsize experiments and numerical modeling of axial rupture of gas transmission lines". Journal of Pressure Vessel Technology, 110, pp. 155–160.
- [9] Zhuang, Z., and O'Donoghue, P., 2000. "Determination of material fracture toughness by a computational/experimental approach for rapid crack propagation in PE pipe". International Journal of Fracture, 101 (3) , pp. 251–268.
- [10] Tang, S., 1965. "Dynamic response of a tube under moving pressure". In Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 5, Engineering Mechanics Division, pp. 97–122.

- validation. Engng Fract Mech 1999; 63:347-74.
- [21] Koppenhoefer K, Gullerud A, Ruggieri C, Dodds Jr RH, Healy B. WARP3D Release-15.3 manual. Structural Research Series (SRS) 607, UILU-ENG-95-2012, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2005.
- [22] L. B. Freund. Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge University Press, 1998.
- [23] Roy W. Hampton and Drew Nelson "growth and instability prediction in thin plates and cylinders" Engineering Fracture Mechanics, Volume 70, Issues 3-4, February-March 2003, Pages 469-491.
- [24] Anderson T. L. "Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications".
- [17] W. M. Beltman, J. E. Shepherd, The Structural Response of Tubes to Detonation and Shock Loading, Parts I and II, Technical Report FM98-3, California Institute of Technology, Pasadena, CA. April, 1998.
- [18] Mirzaei, M., Mazaheri, K., Biglari, H., 2005. "Analytical Modeling of the Elastic Response of Tubes to Internal Detonation Loading, "International Journal of Pressure Vessels and Piping", Vol. 82, No. 12, pp. 883-895.
- [19] Mirzaei, M. K., Biglari, H. M. Salavatian, Analytical and Numerical Modeling of the Transient Elastio-Dynamic Response of a Cylindrical Tube to Internal Gaseous Detonation, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2006; 83 (7): 531-9.
- [20] Gullerud AS, Dodds Jr RH, Hampton RW, Dawicke DS. "Three-dimensional modeling of ductile crack growth in thin sheet metals": computational aspects and