

# بررسی تأثیر نفوذپذیری بستر کانال مسطح بر ویژگی‌ها و ساختار متوسط جریان آشفته در تخلخل‌های گوناگون

مهدی شفیعی<sup>۱\*</sup>، مهدی عجمی<sup>۲</sup>، علی اکبر صالحی نیشابوری<sup>۳</sup>

- ۱- استاد گروه سازه‌های دریایی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس  
۲- استادیار گروه سازه‌های هیدرولیکی و دریایی، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود  
۳- استاد گروه سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست و پژوهشکده مهندسی آب، دانشگاه تربیت مدرس

shafiee@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۴/۲۰

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۸/۲۴

**چکیده-** بستر نفوذپذیر با دو ویژگی اصلی آن، قطر متوسط (نماینده درشتی ذرات) و تخلخل (نماینده درصد نفوذپذیری)، بیان می‌شود. در مقاله حاضر تأثیر نفوذپذیری بستر بر ساختار متوسط آشفته‌گی جریان بررسی شده است. جریان، روی یک بستر نفوذپذیر به روش پیوستار با بهره‌گیری از معادلات متوسط‌گیری شده حجمی ناویر استوکس مدل‌سازی شده و نتایج چهار شبیه‌سازی با تخلخل‌های گوناگون ارائه شده است. نفوذپذیری بستر را می‌توان به وسیله عدد رینولدز نفوذپذیری (نسبت قطر مؤثر حفره‌ها به مقیاس طولی گردابه‌های آشفته‌گی مجاور بستر،  $Re_k$ ) توصیف کرد. در  $Re_k$ های کوچک، بستر به صورت مرز صلب رفتار کرده و به عکس در  $Re_k$ های بزرگ، مرز میدان مانند بستری با نفوذپذیری زیاد (با اثرات لزجت قابل اغماض) رفتار خواهد کرد. در این شرایط، گردابه‌های آشفته‌گی نزدیک بستر در امتداد جریان به ندرت قابل تشخیص خواهند بود. می‌توان دلیل این امر را (۱) انتقال آزاد آشفته‌گی در مرز نفوذپذیر و/یا (۲) کاهش تنش برشی متوسط به واسطه عدم وقوع پدیده انسداد بستر و تأثیر ناچیز لزجت ناشی از حضور بستر دانست. مشخصه غالب آشفته‌گی در مجاور بستر با نفوذپذیری زیاد، ساختارهای گردابه ای نسبتاً بزرگی هستند که احتمالاً نشأت گرفته از پدیده ناپایداری کلوین-هلمهولتز جریان هستند. همین ساختارها عامل تبادل مومنتوم بین جریان عمومی کانال و جریان دوفازی داخل بستر نفوذپذیر است. این فرایند سبب افزایش اصطکاک بستر شده و در نتیجه محدوده برآزش ناحیه لگاریتمی کمی به سمت پایین منتقل می‌شود. فزون بر این مشاهده گردیده که شیب منحنی قانون لگاریتمی در حدود ۱/۰۴ برابر شیب معمول آن در جریان‌های آشفته مجاور بسترهای صاف و زیر است.

**واژگان کلیدی:** رویکرد پیوستار، بستر نفوذپذیر، جریان متوسط، معادلات ناویر-استوکس، جریان آشفته

## ۱- مقدمه

رودخانه‌ها و (۳) جریان (و امواج) روی بستر ساحل اقیانوس‌ها را شامل می‌شود. در بررسی مثال جریان رودخانه با بستر متخلخل، انتظار می‌رود که نفوذپذیری بستر بر اصطکاک و ساختار جریان رودخانه (آشفته‌گی،

بررسی جریان‌های آشفته روی بستر نفوذپذیر طیف وسیعی از کاربردهای مهندسی و روزمره مانند (۱) جریان در چاه‌ها و مخازن زیرسطحی نفت، (۲) جریان روی بستر متخلخل

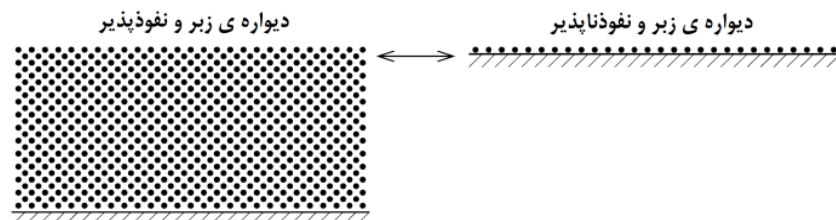
سطح آزاد) تأثیرگذار باشد. چنین تأثیر خود باعث تغییر روند فرسایش بستر، تغییر روند تبادل اکسیژن بین جریان سطحی و جریان زیر سطحی و تجزیه‌ی مواد آلی (در مباحث میکروبیولوژی سیال و جریان) و دست آخر تغییر در روند پخش آلودگی در رودخانه (در مباحث زیست محیطی سیال و جریان) خواهد شد [۱]. از دیگر کاربردهای جالب و بسیار متداول جریان آشفته روی بستر متخلخل، مدل‌های هواشناسی مناطق دارای پوشش گیاهی یا مصنوعی است که در آنها بسته به نوع کاربری و پوشش غالب منطقه، گیاهان، ابنیه یا ترکیبی از آنها با درصد وزنی و چگالی مشخص به عنوان لایه‌هایی از یک محیط متخلخل در نظر گرفته شده و شبیه سازی انجام می‌پذیرد [۲] و [۳].

علی‌رغم وجود گستره وسیعی از کاربردهای فعلی برای استفاده از نتایج مدل‌سازی جریان روی بستر نفوذپذیر، مطالعات کمی در این زمینه صورت گرفته که این کمی خاصه در مهندسی آب و زیرشاخه‌های آن بیشتر است. بستر نفوذپذیر به خاطر هیدرولیکی، یک بستر زیر هم هست؛ به این ترتیب یکی از عمده پیچیدگی‌های مدل‌سازی جریان‌ها در این روش که جداسازی تأثیر نفوذپذیری بستر از زبری آن است آشکار می‌شود، و تا به حال راهکار قابل اعتماد و استنادی برای آن ارائه نشده است [۴] و [۵]. در مدل یک رودخانه، حضور بستر شنی چند لایه‌ای حاکی از نفوذپذیری و زبری هم‌زمان آن بستر بوده اما فرض وجود تنها یک لایه مصالح در بستر، به معنی لایه‌ای زیر اما

نفوذناپذیر است (شکل ۱). در بیشتر مدل‌سازی‌ها برای هر دو نوع بستر نفوذپذیر و نفوذناپذیر، یک پارامتر زبری معادل سطح در نظر گرفته شده و با این کار تأثیر نفوذپذیری بستر در نظر گرفته نمی‌شود. البته محدود موارد استثنایی اما دقیقتری هم در برخی از مطالعات آزمایشگاهی مشاهده شده که از آنها می‌توان به کارهای زاگنی و اسمیت [۶]، زیپ و گراف [۷]، کونگ و شتز [۸] و راف و گل‌هار [۹] اشاره کرد. در مجموع آنچه از مشاهده پژوهشگران نام برده معلوم می‌شود، نشانگر تفاوت تأثیر نفوذپذیری و زبری بوده و تأثیر نفوذپذیری بستر بر دینامیک جریان و ساختار آشفتگی بسیار بیشتر است. پاسخ به این سوال که نفوذپذیری چگونه و به چه میزان آشفتگی و ساختار متوسط جریان را دستخوش تغییر قرار می‌کند، موضوعی است که در پژوهش حاضر به روش عددی و تکیه بر مشاهده آزمایشگاهی موجود به آن پرداخته شده است.

## ۲- روش‌های شبیه‌سازی عددی جریان روی بستر نفوذپذیر

دو رویکرد مختلف برای شبیه‌سازی عددی جریان روی بستر نفوذپذیر به کار گرفته می‌شود. راه اول و ساده‌تر به لحاظ محاسباتی، اعمال شرایط مرزی نفوذپذیری در بستر است. این روش اولین بار به وسیله‌ی هان و همکاران [۱۰] در شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS) جریان آشفته در کانال افقی با بستر نفوذپذیر استفاده شد. وی از شرایط مرزی اصلاح شده بیورز و جوزف [۱۱] استفاده کرد:



شکل (۱) تفاوت بستر زبر و نفوذپذیر با بستر نفوذناپذیر با زبری یکسان

چنین موقعی، نتایج روش ساده تعریف شرط مرزی قابل اطمینان نیست. بنابراین مدل‌سازی دقیق میدان جریان در  $Re_k$  های بزرگتر از طریق مدل‌سازی همزمان جریان در لایه‌های زیرین بستر ممکن است.

جریان در محیط‌های متخلخل شامل گستره‌ی وسیعی از مقیاس‌های طولی است. کوچکترین این مقیاس‌ها از درجه اندازه‌ی حفره‌ها یا اندازه‌ی ذرات جامد این محیط‌ها است. ابعاد محیط متخلخل نظیر عمق میدان به عنوان بزرگترین این مقیاس‌ها خواهد بود؛ البته گاهی جریان این مقیاس بیشینه به وسیله‌ی میدان جریان خارجی اعمال می‌شود. به هر حال مزیت شاخص و مفیدی که در این میان به چشم می‌خورد، فرق این مقیاس‌های کوچک و بزرگ، امکان جداسازی آنها و مدل‌سازی رفتارهای بزرگ مقیاس میدان است. پایه و راهکار تئوری این روش، رویکردی با عنوان متوسط‌گیری حجمی<sup>۲</sup> است که وایتاگر اولین بار آنرا بنیان گذاشت [۱۳]. در این روش میدان جریان به وسیله‌ی یک حجم فضایی (در مکان) متوسط‌گیری می‌شود. ابعاد این حجم متوسط‌گیری از قیود خاصی که تابع نوع و شرایط جریان و میدان است، تبعیت می‌کند؛ به گونه‌ای که باید دارای ابعادی به اندازه کافی بزرگ برای حذف کلیه ناهمگونی‌ها در مقیاس اندازه حفره‌ها، و از سوی دیگر دارای ابعادی کوچک برای حفظ مشخصه مورد نیاز میدان جریان باشد. از آنجا که میدان جریان متوسط‌گیری شده حجمی در هر دو فاز جامد و مایع تعریف شده، قابلیت مدل‌سازی پیوستار و همزمان محیط دوفاز را دارا است.

همان‌گونه که به وسیله‌ی وایتاگر [۱۴] نشان داده شده است، میدان جریان در این روش، به وسیله‌ی معادلات ناویر استوکس متوسط‌گیری شده در حجم<sup>۳</sup> بیان و حل می‌شود. قانون داری و رابطه آن (معادله ۲) ساده شده

$$\nabla \cdot u \cdot n = \frac{\alpha}{\sqrt{K}} (u - u_d) \quad (1a)$$

$$u \times n = 0 \quad (1b)$$

$n$  بردار نرمال عمود بر مرز بستر،  $\alpha$  ضریب تجربی و  $K$  نفوذپذیری بستر است.  $u_d$  مطابق قانون معروف داری [۱۱] و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$u_d = -\frac{K}{\mu} \nabla p \quad (2)$$

$\mu$  لزجت دینامیکی سیال و  $\nabla p$  گرادیان فشار جریان است. سافمن [۱۲] در پژوهش خود نشان داد که می‌توان شرایط مرزی بیورز و جوزف را با فرض جریان استوکس نیز به دست آورد؛ به این ترتیب شرایط مرزی را تنها می‌توان برای جریان آشفته‌ی نزدیک دیواره یعنی ناحیه زیرلایه لزج که عامل لزجت در آن غالب بوده و جریان استوکس برقرار است، به کار گرفت. همان‌گونه که هان و همکاران [۱۰] بیان کرده‌اند، شرایطی این چنین تنها با فرض کوچک بودن  $\sqrt{K}$  در قیاس با  $v/u_\tau$  قابل به دست آوردن است.  $v = \mu/\rho$  لزجت سینماتیک،  $\rho$  چگالی سیال،  $u_\tau = \sqrt{\tau/\rho}$  سرعت برشی و  $\tau$  تنش برشی بستر است). نسبت این دو مقیاس طول، نشانگر عددی است که عدد رینولدز نفوذپذیری  $(Re_k = \sqrt{K}u_\tau/v)$  نام گرفته و به لحاظ مفهومی برابر نسبت قطر مؤثر حفره‌های  $(\sqrt{K})$  به مقیاس طول ویژه گردابه‌های آشفته‌گی مجاور بستر  $(v/u_\tau)$  است. در  $Re_k$  های کوچک، گردابه‌های آشفته‌گی در مجاورت بستر کانال به وسیله‌ی بستر نفوذپذیر محدود شده و به دام انداخته می‌شوند<sup>۱</sup> و در پی آن زیرلایه‌ی لزج شکل می‌گیرد. در  $Re_k$  های بزرگ گردابه‌های آشفته‌گی به درون مرز که بستری نفوذپذیر است وارد شده و مانع تشکیل زیرلایه‌ی لزج خواهند شد. در

۱- اصطلاحاً این پدیده را "انسداد دیواره" یا wall blocking effect می‌نامند.

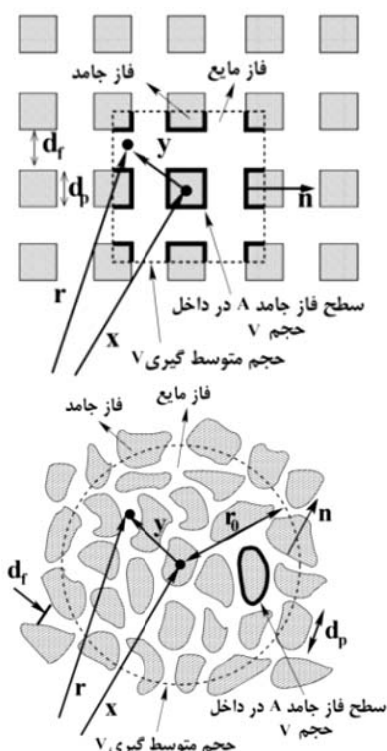
2- Volume Averaging Method

3- Volume Averaged Navier Stokes: VANS

$x$  بردار مکان مرکز ثقل حجم متوسط گیر شده  $V$ ،  $Y=r-x$  بردار مکان نسبی،  $m$  تابع وزن و  $\gamma$  تابع نمایانگر فاز است؛ هنگامی که انتهای بردار  $r$  در فاز سیال قرار گیرد مقدار آن برابر با یک و هنگامیکه  $r$  در فاز جامد قرار گیرد مقدار آن برابر صفر است. پارامترهای اولیه روش متوسط گیری حجمی در شکل (۲) نشان داده شده اند. عمل متوسط گیری حجمی عملکردی شبیه به یک فیلتر دارد که تنها پارامترها و متغیرهای ساختار بزرگ مقیاس میدان جریان را از خود عبور می دهد (فیلتر می کند). میدان جریان فیلتر شده یا متوسط گیری شده  $y$ ، به لحاظ اینکه قابل تعریف در هر دو فاز مایع و جامد است، میدانی پیوسته است.

برای معنادار بودن متوسط حجمی، تابع وزن باید شرط بی بعدسازی مطابق زیر را ارضا کند:

$$\int_V m(y) dV = 1 \quad (4)$$



شکل (۲) روش متوسط گیری حجمی برای محیط متخلخل منظم و نامنظم

معادلات VANS برای جریان یکنواخت و دائمی در محیط متخلخل همگن است. روش شبیه سازی گردابه های بزرگ نیز ساده شده روش VANS است که با فرض تخلخل ۱ (حذف فاز جامد در معادلات) در معادلات حاکم VANS، روابط LES حاصل خواهند شد [۱۵].

شبیه سازی پیوستار در ادبیات فنی دارای موارد کاربرد متعددی در مدل سازی جریان های هواشناسی مانند جریان هوا و آلودگی روی نبات، ابنیه و جنگل ها، به عنوان محیط متخلخل است (شاو و شومن [۱۶]، دوبر و همکاران [۱۷]، واتاناب [۱۸]).

در پژوهش حاضر، بستر نفوذپذیر آن است بدون تغییر که با دو مشخصه اصلی آن یعنی تخلخل و قطر میانگین ذرات جامد بیان می شود. به منظور ایجاد امکان تمایز بین تأثیر نفوذپذیری بستر از زبری آن، بهتر است مبنای کار بستری نفوذپذیر با تخلخل زیاد و متشکل از ذرات و دانه های جامد خیلی کوچک باشد [۲۰].

دو هدف اصلی پژوهش حاضر عبارتند از:

- ۱) توسعه فرمولاسیون ریاضی و عددی روش پیوستار و بیان شروط مرزی برای مدل سازی جریان آشفته در کانال نفوذپذیر،
- ۲) بررسی تأثیر نفوذپذیری بستر بر ویژگی های متوسط جریان آشفته (شکل، ساختار، سرعت و انرژی متوسط آشفته).

### ۳- فرمولاسیون پیوستار جریان در محیط متخلخل

گام نخست در به دست آوردن معادلات حاکم جریان متوسط گیری شده حجمی، معرفی متوسط حجمی ظاهری است که با نماد  $\langle \dots \rangle^s$  و به صورت زیر تعریف می شود [۱۳]:

$$\langle u \rangle_x^s = \int_V \gamma(r) m(y) u(r) dV \quad (3)$$

$$f = \frac{1}{\epsilon} \int_A mn \left[ -\frac{p}{\rho} I + v \nabla u \right] dA$$

$$= \frac{1}{\epsilon} \int_A mn \left[ -\frac{\langle p \rangle}{\rho} I + v \nabla \langle u \rangle \right] dA \quad (9b)$$

$$+ \frac{1}{\epsilon} \int_A mn \left[ -\frac{\tilde{p}}{\rho} I + v \nabla \tilde{u} \right] dA$$

صرف نظر از تابع وزن استفاده شده، روابط VANS (9a) و (9b) برای جریان‌های نیوتنی و تراکم ناپذیر در محیط‌های با ساختار تخلخل ثابت (عدم تغییر در زمان) معتبر و قابل اطمینان است.

می‌توان با فرض تغییرات اندک میدان جریان فیلتر شده در حجم متوسط‌گیری ( $\langle u \rangle \approx \langle \langle u \rangle \rangle$ )، روابط تنش زیر مقیاس فیلتر و نیروی درگ را به صورت زیر ساده‌سازی کرد ([22]):

$$\tau \approx \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle \quad (10a)$$

$$f \approx \frac{1}{\epsilon} \int_A mn \left[ -\frac{\tilde{p}}{\rho} I + v \nabla \tilde{u} \right] dA + \frac{1}{\epsilon} [\nabla \epsilon] \frac{\langle p \rangle}{\rho} - \frac{1}{\epsilon} v \nabla \epsilon \cdot \nabla \langle u \rangle \quad (10b)$$

محیط متخلخل منظم را می‌توان از تکرار تناوبی یک سلول واحد در فضا تشکیل داد. برای این نوع از محیط متخلخل، کوپینتارد و وایتاکر حجم متوسط‌گیری مکعب-مسططیلی با تابع وزن مثلی را پیشنهاد کرده‌اند:

$$m(y) = \begin{cases} \prod_{i=1}^3 (l_i - |y_i|) / l_i^2, & |y_i| \leq l_i \\ 0, & |y_i| \geq l_i \end{cases} \quad (11)$$

$l_i$  طول‌بردار پایه‌ی انتقال سلول واحد برای  $y_i$  است. در محیط متخلخل، پراکنش تنش زیر مقیاس فیلتر در مقایسه با نیروی درگ و تنش برشی رینولدز میدان جریان متوسط‌گیری شده حجمی قابل چشم‌پوشی است. برای بسته‌سازی رابطه‌ی تنش از در معادلات VANS از پیشنهاد وایتاکر [14] استفاده شده است:

گزینش این تابع به گونه‌ای است که میدان جریان فیلتر شده، تغییراتی قابل چشم‌پوشی در مقیاس‌های کوچکتر از ابعاد حجم متوسط‌گیری داشته باشد.

سرعت در یک نقطه از محیط متخلخل مجموع دو مقدار سرعت میدان متوسط‌گیری شده حجمی در آن نقطه ( $\langle u \rangle$ ) و سرعت زیر مقیاس فیلتر در آن نقطه ( $\tilde{u}$ ) است:

$$u = \langle u \rangle + \tilde{u} \quad (5)$$

$\langle u \rangle = \langle u \rangle^s / \epsilon$  عمل متوسط‌گیری حجمی واقعی و  $\epsilon$  تخلخل محیط است. تخلخل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\epsilon(x) = \int_V \gamma(r) m(y) dV \quad (6)$$

رابطه (5) مشابه ترکیب مولفه‌های سرعت در معادلات متوسط‌گیری زمانی است که در آن دو جزء سرعت متوسط‌گیری شده رینولدز (یا متوسط زمانی) و سرعت نوسانی با یکدیگر ترکیب شده و سرعت کل میدان در هر نقطه را تشکیل می‌دهند [21]:

$$u = \bar{u} + u' \quad (7)$$

معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده حجمی (VANS) در فرم اولیه خود به صورت زیر خواهند بود [13]:

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot [\epsilon \langle u \rangle \langle u \rangle] + \frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot [\epsilon \tau] = -\frac{1}{\epsilon \rho} \nabla [\epsilon \langle p \rangle] + \frac{\nu}{\epsilon} \nabla^2 [\epsilon \langle u \rangle] + f \quad (8a)$$

$$\nabla \cdot [\epsilon \langle u \rangle] = 0 \quad (8b)$$

تنش زیر مقیاس فیلتر است.  $f$  نیروی درگ واحد جرم است که فاز جامد بر فاز مایع وارد می‌کند. روابط ارائه شده برای  $\tau$  و  $f$  عبارتند از:

$$\tau = \langle uu \rangle - \langle u \rangle \langle u \rangle$$

$$= \langle \langle u \rangle \langle u \rangle \rangle - \langle u \rangle \langle u \rangle + \langle \tilde{u} \langle u \rangle \rangle + \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle \quad (9a)$$

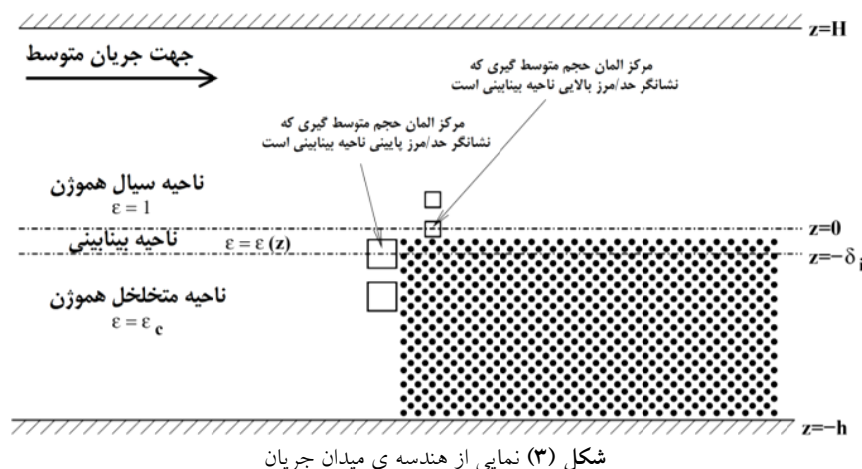
$$\frac{1}{\epsilon} \int_A mn \left[ -\frac{\tilde{p}}{\rho} I + \nu \nabla \tilde{u} \right] dA = -\nu K^{-1} \epsilon \langle u \rangle - \nu K^{-1} F \epsilon \langle u \rangle \quad (12)$$

K و F به ترتیب تانسورهای نفوذپذیری و فورچهیمر است. عبارت اول در سمت راست رابطه (۱۲)، نیروی درگ در صورت وجود جریان استوکس در حفره‌ها بوده و عبارت دوم تصحیح آثار اینرسی در اعداد رینولد بزرگ است. تانسور نفوذپذیری به هندسه محیط متخلخل وابسته است. تانسور فورچهیمر به عدد رینولد جریان  $|u|d_f/v$  (د $f$  قطر حفره‌ها)، پارامترهای هندسی محیط متخلخل و به زاویه قرارگیری ذرات جامد محیط نسبت به راه جریان متوسط‌گیری شده بستگی دارد. به دلیل ارتباط تنگاتنگی که این دو تانسور با هندسه‌ی محیط متخلخل و عدد رینولدز جریان دارند، رابطه‌های عمومی برای آنها قابل تعریف نیست. مطمئن‌ترین روش برای آگاهی از مقادیر آنها، انجام آزمایش‌های فیزیکی یا مدل‌سازی‌های عددی، خاص نوع و شرایط جریان تحت بررسی است. در سال‌های اخیر برای بازه وسیعی از شرایط جریان و محیط‌های متخلخل، آزمایش‌هایی توسط زیگ و هامسی [۲۳]، لارسن و هیگدن [۲۴] و [۲۵]، کویانی و سهروی [۲۶]، لی و یانگ [۲۷]، مک دونالد و همکاران [۲۸]، لیگ [۲۹]، بروگم و همکاران [۳۰] انجام شده است. محاسبه‌ی عددی تانسور

#### ۴- هندسه‌ی جریان و مدل نیروی درگ در ناحیه بینابینی

هندسه‌ی جریان مطابق شکل (۳) در نظر گرفته شده است. مرز بالایی میدان، دیواره‌ای نفوذناپذیر (جریان بدون سطح آزاد) خواهد بود؛ مرز مشترک دو محیط (بستر جریان) به صورت دیواره‌ای نفوذپذیر با تخلخل، شکل و ساختار ثابت مدل می‌شود؛ مرز انتهایی میدان در منتهی الیه پایینی محیط متخلخل، به وسیله‌ی دیواره‌ای نفوذناپذیر مدل می‌شود.

شکل (۳):



همگن استفاده شود برآورده نخواهد شد. یکی از اهداف اولیه پژوهش حاضر، شناخت کامل جریان در ناحیه کانال بوده و بر این اساس ابعاد/فواصل سلولهای محاسباتی ( $\Delta$ ) در شبکه محاسباتی جریان کوچک خواهند بود. پس اگر انتخاب طول فیلتر در این ناحیه تابع قید کوچکتر یا مساوی بودن از/با ابعاد سلولهای شبکه باشد، با دقت خوبی می‌توان فرض کرد که پراکنش زیرمقیاس فیلتر در این ناحیه قابل چشم‌پوشی بوده و نیازی به تعریف جملات جدید در معادلات تخفیف یافته‌ی جریان (reduced-VANS) نیست.

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle u \rangle \langle u \rangle = -\frac{1}{\rho} \nabla \langle p \rangle + \nu \nabla^2 \langle u \rangle - \nu K^{-1} \epsilon \langle u \rangle \quad (14b)$$

#### ۴-۳- ناحیه مرزی، بینابینی

در این ناحیه ذرات جامد حضور دارند با این تفاوت که تخلخل مقدار ثابتی نداشته و در طول ناحیه از ۱ تا مقدار ثابت  $\epsilon$  متغیر است. در این ناحیه نیز (به تقریب) پراکنش زیر مقیاس فیلتر قابل اغماض بوده و عامل حاکم، نیروی درگ است. نیروی درگ با معادله ارگان و بهره‌گیری از مدل تخلخل متغیر مدل سازی می‌شود. ایده یاد شده (استفاده از تخلخل متغیر جهت حفظ پیوستاری مدل) پیش‌تر به وسیله‌ی وایتاکر و اُچاتاپیا ([۴] و [۴۲]) در مدل‌سازی جریان لایه‌ای روی بستر نفوذپذیر به کار گرفته شده است.

مطابق شکل (۳)، مرز بالایی ناحیه بینابینی ( $z=0$ ) مرکز حجم متوسط‌گیری است که وجه پایینی آن مماس بر سطح بالاترین ردیف ذرات جامد محیط متخلخل است. در این فاصله بسیار کوچک  $\epsilon=1$  است. به تدریج که حجم متوسط‌گیری به سمت دیواره نفوذپذیر حرکت می‌کند، مقدار تخلخل کاهش پیدا می‌کند تا به مقدار حدی و ثابت

۱. ناحیه سیال همگن (منطقه جریان کانال) در فاصله‌ی بین  $z=0$  و  $z=H$  قرار می‌گیرد و تخلخل در آن برابر یک است،

۲. ناحیه مشترک مرزی (منطقه بینابینی) که در تراز بین  $z=0$  و  $z=-\delta_1$  قرار گرفته و تخلخلی متغیر دارد،

۳. ناحیه‌ی متخلخل همگن که در فاصله‌ی بین  $z=-h$  و  $z=-\delta_1$  قرار داشته و تخلخل در آن ثابت است.

#### ۴-۱- ناحیه متخلخل همگن

از ترکیب معادلات (۸a)، (۱۰b) و (۱۲) معادله اولیه انتقال جریان در ناحیه متخلخل همگن به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle u \rangle \langle u \rangle = -\frac{1}{\rho} \nabla \langle p \rangle + \nu \nabla^2 \langle u \rangle - \nu K^{-1} \epsilon \langle u \rangle - \nu K^{-1} F \epsilon \langle u \rangle \quad (14a)$$

مقادیر  $K$  و  $f$  پیش‌تر در روابط (۱۳a) و (۱۳b) معرفی شده‌اند.

#### ۴-۲- ناحیه‌ی سیال همگن یا جریان کانال

در این ناحیه ذرات جامد وجود نداشته ( $\epsilon=1$ ) و وجود نیروی درگ منتفی است ( $1/K=0$ )؛ بنابراین معادلات حاکم VANS به معادلات LES کاهش پیدا می‌کند. در این ناحیه، عبارت پراکنش زیر مقیاس فیلتر که در بخش قبل (در مقایسه با نیروی درگ) از آن چشم‌پوشی شده بود، باید در معادلات جای گیرد. بدین ترتیب در معادله (۸) جمله حاوی نیروی درگ ( $f$ ) و جمله حاوی تنش زیر مقیاس فیلتر ( $\tau$ ) حفظ می‌شود. اما در این ناحیه باز هم می‌توان به شرط کوچک بودن طول فیلتر از عبارت تنش زیر مقیاس فیلتر چشم‌پوشی کرد. این فرض، هنگامی که طول فیلتر یکسانی برای ناحیه‌ی کانال و ناحیه‌ی متخلخل

## ۵- مشخصات میدان جریان در مرزها

مشخصات دیواره نفوذپذیر در قالب سه مقیاس طولی مختلف این گونه است: ضخامت دیواره ( $h$ )، قطر متوسط ذرات ( $d_p$ ) و جذر نفوذپذیری ( $\sqrt{K_c} = \sqrt{K (\epsilon = \epsilon_c)}$ ) که معیاری فرضی است. برای بیان قطر مؤثر خلل و فرج میدان ضخامت ناحیه بینابینی ( $-\delta_i$ ) به طول فیلتر و به تبع آن به  $d_p$  بستگی دارد و نمی‌توان آن را مقیاس طولی مستقلی دانست. ضخامت لایه نفوذپذیر ( $h$ ) برای اطمینان از عدم تأثیر بستر نفوذناپذیر (در تراز  $z = -h$ ) بر جریان کانال، بسیار بزرگتر از عمق نفوذ آشفتگی در بستر نفوذپذیر فرض می‌شود. با وجود این فرض، ضخامت  $h$  نیز به اندازه ای نخواهد بود که بتوان از آن به عنوان مقیاسی مناسب و جداگانه نام برد.

دیواره نفوذپذیر زبر هم هست. به عنوان ساده‌ترین روش، مقدار تأثیر اضافی زبری سطح را می‌توان با مقایسه جریانی مشابه، یکبار روی بستری نفوذپذیر و زبر و بار دیگر روی بستری نفوذناپذیر و با همان درجه زبری اندازه‌گیری کرد. تفاوت ظاهری این دو نوع بستر در شکل (۱) نشان داده شده است. زبری دیواره را با ارتفاع المان های زبری می‌سنجند؛ به تبعیت از این روند در این پژوهش، ذرات جامد به عنوان المان‌های زبری و قطر آنها ( $d_p$ )، ارتفاع زبری در نظر گرفته شده است. تأثیر زبری با عدد رینولدز زبری بیان می‌شود:

$$Re_d = \frac{d_p u_\tau}{\nu} \quad (17)$$

هینز براساس آزمایش‌های نیکورادزه، بستر  $Re_d > 55$  را دیواره کاملاً زبر دانسته است. در این‌گونه بستر، زیرلایه لزج نمی‌تواند روی المان‌های زبری شکل گیرد. بر اساس تقسیم‌بندی وی، تأثیر زبری بستر در محدوده  $Re_d < 5$  قابل گذشت است. اگرچه این تقسیم بندی برپایه آزمایش های

خود ( $\epsilon = \epsilon_c$ ) در تراز  $z = -\delta_i$  برسد. در محیط متخلخل، مقادیر تخلخل در ترازهای مختلف از معادله (۶) به دست می‌آید؛ اما در واقعیت و حتی برای ساده‌ترین ساختارهای تعریف شده برای یک محیط متخلخل (مانند شکل (۳)) انجام این محاسبات، ساده و مقرون به صرفه نیست. تخلخل متغیر تابعی است با مقدار یک در مرز بالایی ناحیه ( $\epsilon = \epsilon_c, z = 0$ ) و مقدار ثابت در مرز پایینی آن ( $z = -\delta_i$ )، از طرفی مبنای روش پیوستار، پیوستگی معادلات حاکم VANS در مرزهای این ناحیه با ناحیه سیال هموزن و متخلخل هموزن است. بدین ترتیب ارضای قیود دیگری برای تابع تخلخل ضروری است که پیوسته بودن مشتقات اول و دوم آن تابع از آن جمله اند. توزیعی که در نهایت (بعد از آزمون گزینه های متعدد موجود) به عنوان بهترین گزینه در اینجا مورد استفاده قرار گرفته و هر ۶ شرط مذکور را برآورده می‌سازد، چندجمله ای مرتبه ۵ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \epsilon(z) = & -6(\epsilon_c - 1) \left(\frac{z}{\delta_i}\right)^5 - 15(\epsilon_c - 1) \left(\frac{z}{\delta_i}\right)^4 \\ & - 10(\epsilon_c - 1) \left(\frac{z}{\delta_i}\right)^3 \\ & + 1, -\delta_i \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

در این رابطه، ضخامت لایه بینابینی از مرتبه طول فیلتر است. از ترکیب معادلات (۸a)، (۱۰b) و (۱۲) معادله انتقال حاکم در ناحیه بینابینی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot [\epsilon \langle u \rangle \langle u \rangle] \\ = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (p) + \nu \nabla^2 \langle u \rangle \\ - \frac{\nu}{\epsilon} \nabla \epsilon \cdot \nabla \langle u \rangle + \frac{\nu}{\epsilon} [\nabla^2 \epsilon] \langle u \rangle \\ - \nu K^{-1} [I + F] \epsilon \langle u \rangle \end{aligned} \quad (16)$$

مقادیر تانسورهای نفوذپذیری، فورچهیمیر و تابع تخلخل از روابط (۱۳) و (۱۴) قابل محاسبه است.



$$\begin{aligned} \frac{\tau_{xz}}{\rho} &= -\overline{u'w'} + \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \\ &= -\left[(u_t^p)^2 + (u_t^t)^2\right] \frac{z}{H} \\ &\quad + (u_t^p)^2, 0 \leq z \leq H \end{aligned} \quad (19)$$

با دیواره‌های زیر اما نفوذناپذیر انجام گرفته، اما می‌تواند با تقریب خوبی برای بستر زیر و نفوذپذیر به کار رود. مشابه رابطه (۱۷)، عدد رینولدز نفوذپذیری به عنوان شاخص نفوذپذیری دیواره به صورت زیر تعریف می‌شود:

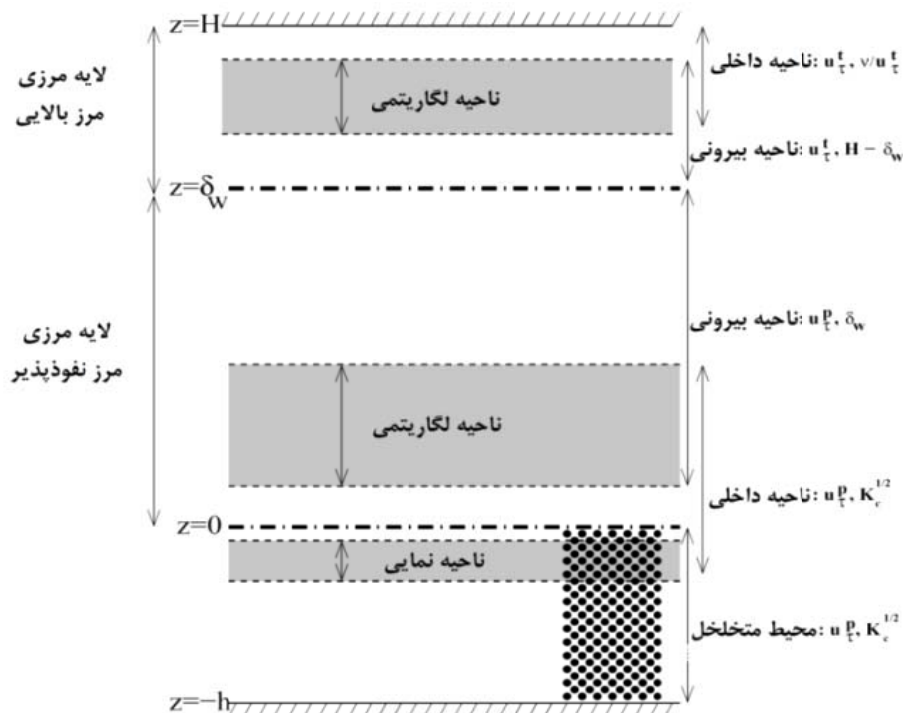
$$Re_K = \frac{\sqrt{K_c} u_t}{\nu} \quad (18)$$

با استفاده از این دو شاخص (روابط رینولدز ۱۷ و ۱۸) و تغییر در مقادیر  $d_p$  و  $\epsilon_c$  می‌توان محدوده وسیعی از بسترها (به لحاظ زبری و نفوذپذیری) را پوشش داد.

در شکل (۴) میدان جریان مطالعه شده است. در ناحیه جریان کانال دو لایه مرزی تشکیل شده‌اند: یکی در کنار بستر نفوذپذیر و دیگری در کنار مرز بالایی. فضای بین دو لایه مرزی محل وقوع بیشینه سرعت متوسط یا وقوع تنش برشی صفر ( $\tau_{xz} = 0$  در  $z = \delta_w$ ) است. از انتگرال‌گیری معادله مومنتوم متوسط‌گیری شده رینولدز، رابطه‌ی تنش برشی کل به دست می‌آید:

$$\frac{\delta_w}{H} = \frac{(u_t^p)^2}{(u_t^p)^2 + (u_t^t)^2} \quad (20)$$

در لایه مرزی روی مرز صلب بالا، یک ناحیه درونی و یک ناحیه بیرونی قابل تفکیک است. سرعت اصطکاکی ( $u_t^t$ ) به عنوان سرعت مشخصه در هر دو ناحیه قابل استفاده است.  $v/u_t^p$  برای ناحیه درونی و ضخامت لایه مرزی ( $H - \delta_w$ ) برای ناحیه بیرونی به عنوان مقیاس طولی آشفتگی در نظر گرفته می‌شوند.



شکل (۴) نواحی مختلف جریان آشفته در مدل پیوستار کانال مسطح

انتگرال گیری از تساوی نخست معادله (۲۳)، قانون لگاریتمی مورد نظر را نتیجه خواهد داد:

$$\frac{\bar{u}}{u_t^p} = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{z+d}{z_0} \right) \quad (24)$$

$z_0$  متناسب با  $\sqrt{K_c}$  است. بر اساس تساوی سمت راست معادله (۲۳) و عدم وابستگی توزیع ناحیه نقصان سرعت به  $\sqrt{K_c}$ ، مقدار  $\lambda$  برابر با  $\kappa$  است. ضخامت جابه‌جایی ( $d$ ) به عدد رینولدز نفوذپذیری ( $\sqrt{K_c} u_t^p / \nu$ ) بستگی دارد. هنگامی که  $\sqrt{K_c} u_t^p / \nu \rightarrow 0$  (بستر صاف و نفوذناپذیر)،  $d = 0$  بوده و هنگامی که  $\sqrt{K_c} u_t^p / \nu \rightarrow \infty$  (بستر کاملاً نفوذپذیر)،  $d = h$  می‌باشد. در این حالت آشفتگی تا انتهای ناحیه متخلخل ( $z = -h$ ) نفوذ می‌کند.

در ناحیه متخلخل همگن معادلات متوسط گیری شده رینولدز VANS در فرم ساده شده عبارتند از (دوبراکاوا، [۱۹]):

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{p}}{dx} - \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\nu \epsilon_c}{K_c} \bar{u} - \frac{\nu \epsilon_c \bar{F}_c}{K_c} |\bar{u}| \bar{u} = 0 \quad (25a)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{p}}{dz} - \frac{\partial \bar{w}'w'}{\partial z} - \frac{\nu \epsilon_c \bar{F}_c}{K_c} |\bar{u}| \bar{w} = 0 \quad (25b)$$

اندیس  $c$  نشانه تخلخل ثابت است؛  $\bar{F}_c = \bar{F}(\epsilon = \epsilon_c)$  در معادله (۱۳b) تعریف شده است.

در  $Re_K$  کوچک، معادلات (۲۵a) و (۲۵b) به معادله برینکمن ساده می‌شوند:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{p}}{dx} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\nu \epsilon_c}{K_c} \bar{u} = 0 \quad (26a)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{p}}{dz} = 0 \quad (26b)$$

حل این دو معادله، تابعی نمایی-کاهشی است که ارتباط دهنده سرعت  $U_i$  (در  $z = -\delta_i$ ) به سرعت داری  $U_d$  درون بستر است:

$$\bar{u} = U_d + (U_i - U_d) \exp \left[ z \sqrt{\frac{\epsilon_c}{K_c}} \right], z \leq -\delta_i \quad (27a)$$

نواحی درونی و بیرونی قدری هم پوشانی دارند. در این فاصله، که از یک سو به منطقه تابع قانون بستر و از سویی به منطقه تابع قانون نقصان سرعت محدود می‌شود، قانون لگاریتمی حاکم خواهد بود.

مشابه این شرایط در لایه مرزی مجاور مرز نفوذپذیر نیز وجود دارد. سرعت اصطکاکی ( $u_t^p$ ) به عنوان سرعت مشخصه یکسان در هر دو ناحیه ی درونی و بیرونی قابل استفاده است. با فرض  $Re_K \gg 1$  تأثیر لزجت ناچیز است. مقیاس‌های طولی آشفتگی برای نواحی بیرونی و درونی به ترتیب  $\delta_w$  و  $\sqrt{K_c}$  است.

با قبول جذر نفوذپذیری ( $\sqrt{K_c}$ ) به عنوان مقیاس طولی آشفتگی در ناحیه درونی، فرمولاسیون قانون بستر در نزدیک بستر نفوذپذیر ( $Re_K \gg 1$ ) بصورت زیر تغییر می‌کند:

$$\frac{\bar{u}}{u_t^p} = p \left( \frac{z+d}{\sqrt{K_c}} \right) \quad (21)$$

$p$  تابع بدون بعد و  $d$  ضخامت جابه‌جایی لایه مرزی است.

انتخاب ضخامت لایه مرزی  $\delta_w$  به عنوان مقیاس طولی آشفتگی در ناحیه بیرونی، منجر به تغییر فرمولاسیون محدوده تابع قانون نقصان سرعت به صورت زیر می‌شود ( $q$  تابع بدون بعد):

$$\frac{U_m - \bar{u}}{u_t^p} = q \left( \frac{z+d}{\delta_w} \right) \quad (22)$$

مانند مرز بالا، نواحی درونی و بیرونی لایه مرزی بستر نیز با یکدیگر هم‌پوشانی دارند. به شرط آنکه  $\delta_w / \sqrt{K_c} \gg 1$  باشد، از برازش و تطبیق امتداد خطوط مجانب منحنی‌های توزیع سرعت در این دو محدوده، می‌توان توزیع سرعت لگاریتمی مناسبی برای ناحیه هم‌پوشانی به صورت زیر به دست آورد:

$$\lim_{\left(\frac{z+d}{\sqrt{K_c}}\right) \rightarrow \infty} \left[ \left( \frac{z+d}{\sqrt{K_c}} \right) p' \left( \frac{z+d}{\sqrt{K_c}} \right) \right] = \frac{1}{\lambda} \quad (23)$$

$$= \lim_{\left(\frac{z+d}{\delta_w}\right) \rightarrow 0} \left[ - \left( \frac{z+d}{\delta_w} \right) q' \left( \frac{z+d}{\delta_w} \right) \right]$$

سرعت  $u$  با  $u_t^p$  مقیاس شده است. عامل مقیاس  $u_t^p$  در معادله (۲۸a)،  $K_c / (v \epsilon_c \bar{F}_c)$  است، زیرا نیروی درگ داری با نیروی درگ فورچه‌یمر جایگزین شده است.

## ۶- روش شبیه‌سازی عددی

شکل کلی معادلات VANS برای ناحیه متخلخل هموزن، ناحیه بینابینی و ناحیه سیال هموزن به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot [\epsilon u u] - \nabla p + \frac{1}{Re_b} \nabla^2 u + \frac{1}{\epsilon Re_b} \nabla \epsilon \cdot \nabla u - \frac{1}{Re_b} \frac{Fo}{Da} \epsilon |u| u + \frac{1}{Re_b} \left[ \frac{\nabla^2 \epsilon}{\epsilon} - \frac{\epsilon}{Da} \right] u \quad (30a)$$

$$\nabla \cdot [\epsilon u] = 0 \quad (30b)$$

$Re_b = U_b H / \nu$  عدد رینولدز جریان و  $U_b$  سرعت جریان در کانال است (در فاصله  $z = 0$  و  $z = H$ ).  $Da = K / H^2$  عدد داری و  $Fo = \bar{F} U_b$  عدد فورچه‌یمر است. تخلخل ( $\epsilon$ ) در منطقه سیال هموزن برابر یک، در ناحیه بینابینی با معادله (۱۵) و در ناحیه متخلخل هموزن برابر مقدار ثابت ( $\epsilon_c$ ) و تانسورهای نفوذپذیری و فورچه‌یمر به ترتیب با معادلات (۱۳a) و (۱۳b) قابل جایگزینی است. شرایط مرزی سرعت در  $z = -h$  و  $z = H$ ، شروط عدم لغزش و نفوذناپذیری است. حل معادلات (۳۰a) و (۳۰b)، در کانالی متناهی صورت می‌پذیرد. معادلات در فضای 3D و در شبکه محاسباتی کارتزین غیر یکنواخت و متناوب در جهت  $z$  گسسته سازی شده‌اند. تمامی گره‌های شبکه مابین ترازهای  $z = 0$  (بستر نفوذپذیر) و  $z = H$  (مرز بالایی) قرار گرفته‌اند. فاکتور کشش شبکه، یعنی اختلاف عرض سلول‌های محاسباتی مجاور همواره کمتر از  $1/3$  است. مقدار این ضریب در  $z = -h$  و  $z = H/2$  بیشینه بوده و به تدریج در نزدیکی  $z = 0$

$$U_d = -\frac{1}{\mu} \frac{K_c}{\epsilon_c} \frac{d\bar{p}}{dx} \quad (27b)$$

$\delta_i$  ضخامت ناحیه بینابینی است (شکل ۳). معادله (۲۶a) نشانگر تعادل بین پخشیدگی لزج مومنتوم به دیواره نفوذپذیر و نیروی درگ داری است. برای مقادیر  $Re_K$  بزرگ، پخش به واسطه آشفتگی و نیروی درگ فورچه‌یمر حاکم خواهند بود. تحت این شرایط، ارائه حل تحلیلی و پروفیل توزیع سرعت آن از طریق حل رابطه (۲۶a) بسیار مشکل است. در مواردی روش پیوستار (جریان اتمسفر روی پوشش گیاهی به عنوان محیط متخلخل) سرعت متوسط با یک تابع نمایی بیان شده که برای سایر کاربردها از جمله جریان کانال، نقطه خوبی برای ادامه کار است:

$$\bar{u} = U_d + (U_i - U_d) \exp \left[ \alpha z \sqrt{\frac{\epsilon_c}{K_c}} \right], z \leq -\delta_i \quad (28a)$$

$\alpha$  یک ضریب تجربی (و منشا خطا و تقریب در این رابطه) است. سرعت  $U_d$  از موازنه گرادین فشار و دو نوع درگ در معادله (۲۵a) حاصل می‌شود:

$$U_d = \frac{\left( 1 - \frac{4}{\mu} \frac{\epsilon_c}{K_c} \frac{d\bar{p}}{dx} \bar{F}_c \right)^{1/2} - 1}{2\bar{F}_c} \quad (28b)$$

در محدوده اعداد  $Re_K$  کوچک و به ازای  $\alpha = 1$  معادله (۲۸a) به (۲۷a) ساده می‌شود. در مقادیر بسیار بزرگ  $Re_K$ ، پخشیدگی مومنتوم به واسطه آشفتگی فقط با نیروی درگ فورچه‌یمر متعادل می‌شود. در این حالت مقدار  $\alpha$  از موازنه زیر قابل تخمین است:

$$\frac{\left[ -\frac{\partial u'w'}{\partial z} \right]}{\left[ -\frac{v \epsilon_c \bar{F}_c}{K_c} |u| u \right]} \sim \frac{\left[ \alpha \sqrt{\frac{\epsilon_c}{K_c}} (u_t^p)^2 \right]}{\left[ v \frac{\epsilon_c}{K_c} \bar{F}_c (u_t^p)^2 \right]} \sim 1 \Rightarrow \alpha \sim \sqrt{\frac{\epsilon_c}{K_c} \bar{F}_c} \quad (29)$$

برای روش آدامز- بشفورث برای حفظ پایداری عددی، محاسبه شده است.

جدول (۱) شامل مشخصات اصلی شبیه سازی‌های انجام شده است که در آن  $Da_c = K_c/H^2$  و  $K_c = K(\epsilon = \epsilon_c)$  و  $Fo_c = \bar{F}_c \cdot U_b$  و  $\bar{F}_c = \bar{F}(\epsilon = \epsilon_c)$  و  $Re_t^* = u_t^* H/v$  و  $\Delta x^{t+}$  و  $\Delta y^{t+}$  فواصل شبکه در جهت جریان و جهت عمود بر صفحه آن می باشند و به وسیله  $v/u_t^*$  بی بعد شده‌اند.  $\Delta z_c^{t+}$  و  $\Delta z_p^{t+}$  فواصل بی بعد شبکه در جهت عمود بر بستر به ترتیب در کانال و محیط متخلخل و  $\Delta t^+$  گام زمانی که با  $v/(u_t^*)^2$  بی بعد شده است.  $\Delta T_b$  فاصله‌ی زمانی است که در آن بازه، داده‌ها در غالب واحد  $H/U_b$  به دست آمده‌اند و  $N$  تعداد میدان‌های داده‌ی لحظه‌ای است.

شرایط و فرضیه‌ی عددی و هندسی میدان حل عبارتند از:

- ۱- قطر متوسط ذرات  $d_p/H = 0.01$  است،
- ۲- ضخامت ناحیه بینابینی  $\delta_i/d_p = 2$  است.
- ۳- ضخامت ناحیه متخلخل نفوذپذیر برابر  $h/H = 1$  است،
- ۴- ابعاد افقی میدان  $L_x/H = 5$  و  $L_y/H = 3$  است،
- ۵- تعداد نقاط شبکه در جهت جریان  $(x)$ ، عمود بر صفحه جریان  $(y)$  و عمود بر بستر  $(z)$ ، ۲۵۶، ۱۹۲ و  $(128 \times 192)$  است.

- ۶- عدد رینولد جریان برابر با  $Re_b = 5500$  و ثابت است. شرایط اولیه جریان برای شبیه سازی، میدان سرعت تصادفی با پروفیل توزیع سرعت متوسط معلوم است.

## ۷- مشاهده و نتایج

شکل (۵) توزیع سرعت متوسط میدان را به ازای مقادیر مختلف تخلخل بستر ( $\epsilon_c$ ) نشان می‌دهد. مشخصات جریان‌های شبیه‌سازی شده در جدول (۲) آمده‌اند. در این جدول، اندیس‌های  $p$  و  $t$  برای فرق مشخصات میدان جریان لایه مرزی در بستر نفوذپذیر و مرز صلب بالا به کار رفته‌اند.

$z = H$  کوچک می‌شود. برای گسسته سازی مشتقات مکانی و موازی با بستر جریان، روش شبه طیفی<sup>۱</sup> و برای مشتقات عمود بر مرزها، روش حجم محدود (با طرح تفاضل مرکزی)<sup>۲</sup> به کار رفته است. پیشروی حل معادلات در گام‌های زمانی به روش اصلاح فشار<sup>۳</sup> انجام شده است. تمامی جملات سمت راست معادله (۱۳a) به جز جمله آخر، به روش صریح مرتبه دوم آدامز- بشفورث انتگرال‌گیری زمانی شده و برای جمله آخر، از روش ضمنی درجه دو کرانک- نیکلسون استفاده شده است. بدین ترتیب از بروز گام‌های زمانی کوچک در نفوذپذیری‌های کم جلوگیری خواهد شد. بدین ترتیب:

$$\frac{\hat{u}_i - u_i^n}{\Delta t} = \frac{3}{2} R_i^n - \frac{1}{2} R_i^{n-1} - \frac{dP}{dx} \delta_{i1} + \frac{1}{2} S_i (\hat{u}_i + u_i^n) \quad (31a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \epsilon \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \epsilon \hat{u}_i}{\partial x_i} \quad (31b)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \quad (31c)$$

$$p^{n+1} = \hat{p} + 2p^n - p^{n-1} \quad (31d)$$

$\hat{u}_i$  و  $\hat{p}$  به ترتیب سرعت پیش بینی شده و اصلاح فشار هستند؛  $dP/dx$  گرادیان فشار متوسط و عامل برقراری جریان است؛  $R_i$  و  $S_i$  به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$R_i = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon u_i u_j}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{\epsilon Re_b} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{Re_b} \frac{Fo}{Da} \epsilon |u| u_i \quad (32a)$$

$$S_i = \frac{1}{Re_b} \left( \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_j^2} - \frac{\epsilon}{Da} \right) \quad (32b)$$

در روش کرانک- نیکلسون، سرعت در گام زمانی  $n+1$  ام با استفاده از سرعت پیش بینی شده تخمین زده می‌شود، اما با این وجود، روش اصلاح فشار از دقت درجه دو برخوردار است. مقدار گام زمانی  $\Delta t$  با لحاظ داشتن قیود وسلینگ

1- Pseudo-spectral method

2- Finite volume method with central differencing scheme

3- Pressure correction method

جدول (۱) مشخصات اصلی شبیه‌سازی‌های ۴ گانه انجام شد

Simulation	$\epsilon_c$	$Da_c$	$Fr_c$	$Re_\tau^t$	$\Delta x^{t+}$	$\Delta y^{t+}$	$\Delta z_\tau^{t+}$	$\Delta z_p^{t+}$	$\Delta t^{t+}$	$\Delta T_b$	$N$
a	0.95	$1.9 \times 10^{-4}$	10.5	407	7.9	6.4	0.5 - 5.3	0.5 - 8.5	0.014	53	60
b	0.80	$7.1 \times 10^{-6}$	2.2	354	6.9	5.5	0.4 - 4.6	0.4 - 7.4	0.015	65	100
c	0.60	$7.5 \times 10^{-7}$	0.83	350	6.8	5.5	0.4 - 4.6	0.4 - 7.3	0.017	66	86
d	0.00	0	0	350	6.8	5.5	0.4 - 4.6	--	0.017	89	58

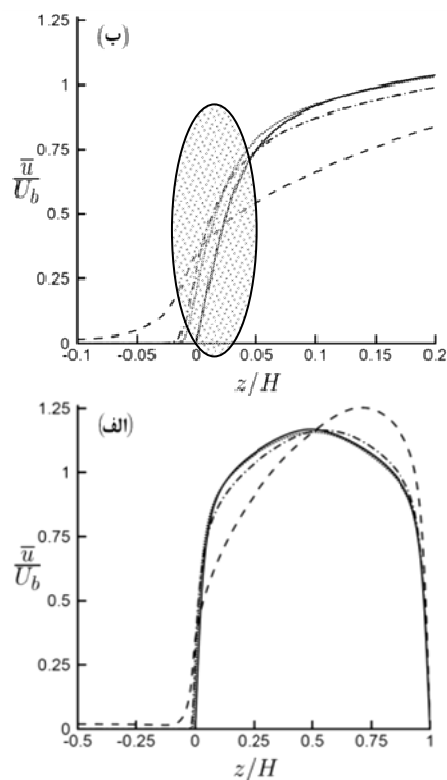
جدول (۲) مشخصات تکمیلی جریان‌های بررسی‌شده

simulation	$\epsilon_c$	$Re_\tau^p$	$Re_k$	$Re_d$	$\delta_w/H$	$Re_\delta^p$	$Re_\delta^t$	$C_f^t$	$C_f^p$
a	0.95	678	9.35	6.78	0.74	498	108	$10.9 \times 10^{-3}$	$30.4 \times 10^{-3}$
b	0.80	398	1.06	3.98	0.56	222	156	$8.3 \times 10^{-3}$	$10.5 \times 10^{-3}$
c	0.60	353	0.31	3.53	0.50	176	175	$8.1 \times 10^{-3}$	$8.2 \times 10^{-3}$
d	0.00	352	0	0	0.50	176	175	$8.1 \times 10^{-3}$	$8.2 \times 10^{-3}$

مجاورت بستر نفوذپذیر و  $\delta_w$  از رابطه (۲۰) معین است.  
 $Re_\delta^t = (H - \delta_w)u_\tau^t/\nu$  عدد رینولدز جریان در مجاورت مرز  
 صلب بالایی و  $G_f = 2(u_\tau/U_b)^2$  است.

شرایط جریان از جمله توزیع سرعت در تخلخل ۶۰٪  
 مشابه بستر نفوذناپذیر (تخلخل صفر) بوده و بستر متخلخل  
 رفتاری شبیه بستر نفوذناپذیر از خود نشان داده است. در  
 تخلخل‌های بیشتر، منحنی‌های توزیع سرعت دارای انحنا  
 بیشتری بوده و در تخلخل‌های ۸۵٪ و ۹۵٪، بیشینه‌ی  $U_m$ ،  
 نزدیک‌تر به مرز بالایی میدان رخ داده است. با توجه به  
 رابطه (۲۰) می‌توان نتیجه گرفت که ضریب اصطکاک  
 $G_f = 2(u_\tau/U_b)^2$  با افزایش نفوذپذیری مرز جریان، بزرگتر  
 خواهد شد. این اختلاف در ضریب اصطکاک در تخلخل  
 ۹۵٪، چشمگیر بوده و افزایشی در حدود ۳ برابر داشته  
 است (جدول ۲). بزرگی اصطکاک در بستر نفوذپذیر در  
 تخلخل ۹۵٪، موجب افزایش قابل ملاحظه‌ی نسبت  
 $U_m/U_b$  (در مقایسه با تخلخل صفر) شده است. دلیل آن را  
 می‌تواند لزوم ارضای شرط  $\frac{1}{H} \int_0^H \frac{\bar{u}}{U_b} dz = 1$  دانست. با این  
 افزایش نسبت سرعت‌ها، رشد ۳۵٪ در ضریب اصطکاک  
 مرز بالا مشاهده می‌شود.

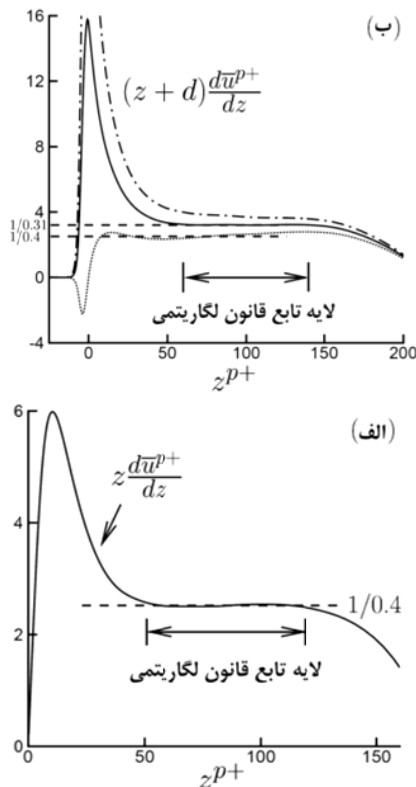
در شکل (۵-ب) یک نقطه‌ی عطف ( $d^2\bar{u}/dz^2 = 0$ ) در



شکل (۵) (الف) توزیع سرعت متوسط در تخلخل مختلف ( $\epsilon_c$ ). جریان  
 در  $-1 \leq z/H \leq -0.5$  یک‌نواخت است. (ب) بزرگ‌نمایی منحنی سرعت  
 در بستر. تخلخل صفر: —، تخلخل ۶۰٪: ....، تخلخل ۸۰٪: -.-،  
 تخلخل ۹۵٪: ---

$Re_k = \sqrt{K_c}u_\tau/\nu$  رینولدز نفوذپذیری،  $Re_d = \frac{d_p u_\tau^p}{\nu}$  رینولدز  
 زبری،  $Re_\tau^p = u_\tau^p H/\nu$  و  $Re_\delta^p = \delta_w u_\tau^p/\nu$  رینولدز جریان در

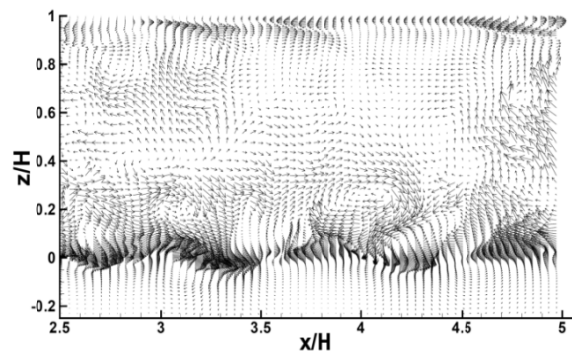
مختلف  $d^{p+}$ ، تعیین شود ( $\bar{u}^{p+} = \bar{u}/u_t^p$ ). درون لایه لگاریتمی، مقدار این کمیت باید ثابت و برابر  $1/8$  باشد (روابط (۲۳) و (۲۴)). در تخلخل‌های صفر و  $80\%$  این نمودارها در شکل (۷) رسم شده‌اند.



شکل (۷) (الف) نمودار  $(z+d)d\bar{u}^{p+}/dz = f(z^{p+} = zu_t^p/v)$  با تخلخل صفر ( $d^{p+} = 0$ ). (ب) نمودار  $(z+d)d\bar{u}^{p+}/dz = f(z^{p+} = zu_t^p/v)$  با تخلخل  $80\%$  ( $d^{p+} = 0$ ، ...،  $d^{p+} = 21$ ، —،  $d^{p+} = 40$ ).

در تخلخل صفر،  $d = 0$  بوده و لایه لگاریتمی (تقریباً) در محدوده  $z^{p+} = [50 \sim 120]$  قابل تشخیص است. از مماس نمودار، مقدار  $\lambda$  حدوداً  $0.4/0$  حاصل شده که برابر با مقدار تقریبی ثابت وُن-کارمن ( $K$ ) و در تایید مطالب تحلیلی بخش ۵ است. در تخلخل  $80\%$  و در  $d^{p+} = 21$  لایه لگاریتمی در محدوده  $z^{p+} = [60 \sim 140]$  مشاهده می‌شود. همان‌گونه که از شکل هم معلوم است، پس از آزمون و خطای متعدد هم امکان یافتن  $d^{p+}$  به گونه‌ای که به ازای آن

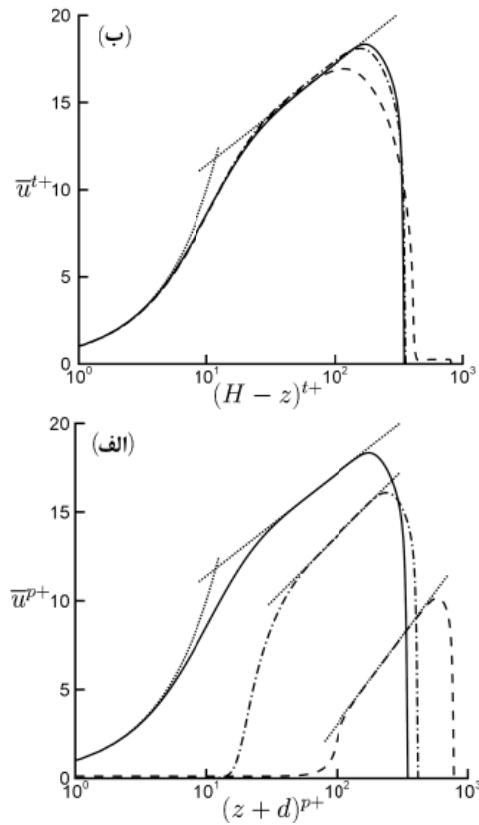
منحنی‌های توزیع سرعت متوسط، قبل از تقاطع آنها با خط مرز نفوذناپذیر مشاهده می‌شود. وقوع این تغییر انحنا، پیشتر در تحلیل‌های انجام شده در بخش ۵ پیش‌بینی شده بود: سرعت متوسط در بخشی از لایه مرزی بالای بستری نفوذپذیر توزیعی لگاریتمی (افزایشی) داشته و بلافاصله درون بستر متخلخل به صورت نمایی رو به کاهش می‌گذارد. معیار رایلی [۳۵] که معتقد است «وقوع نقطه عطف در منحنی توزیع سرعت در جریان آرام یکسویه در ناحیه سیال هموزن، شرط لازم برای وقوع ناپایداری لزج جریان و ورود آن به حیطه آشفتگی است» هم وقوع این نقطه عطف را تایید می‌کند.



شکل (۶) نمای میدان سرعت لحظه‌ای جریان  $(u', w')$  در تخلخل  $95\%$ .

شکل (۶)، نمایی از میدان جریان لحظه‌ای در تخلخل  $95\%$  است. در نزدیکی بستر نفوذپذیر، ساختارهای گردابه‌ای نسبتاً بزرگی قابل مشاهده‌اند، حضور این گردابه‌ها را می‌توان ناشی از وقوع ناپایداری کلون-هلمهولتز در این منطقه دانست. تفاوت در ساختار آشفتگی لایه مرزی بالای بستر نفوذپذیر در مقایسه با لایه مرزی پایین آن پیدا است. برای بررسی میدان جریان متوسط در لایه تابع قانون لگاریتمی، قانون لگاریتمی (معادله (۲۷a)) بر منحنی توزیع سرعت متوسط برازش داده شده است. برای این منظور ابتدا لازم است امتداد لایه لگاریتمی به کمک ترسیم نمودار تابع  $(z+d)d\bar{u}^{p+}/dz = f(z^{p+} = zu_t^p/v)$  برای مقادیر

هم، نشان از عدم تأثیر حضور بستر نفوذپذیر بر میدان جریان در این ناحیه است.



شکل (۸) (الف) سرعت متوسط  $\bar{u}^{p+}$  در لایه مرزی روی بستر نفوذپذیر، تابع ارتفاع جابه‌جا شده بدون بعد  $(z+d)^{p+}$ . (ب) سرعت متوسط  $\bar{u}^{t+} = \bar{u}/u_t^p$  در لایه مرزی مجاور مرز بالایی میدان، تابعی از فاصله از مرز بالایی  $(H-z)^{t+}$ . تخطیل صفر: —، تخطیل ۶۰٪: -.-، تخطیل ۸۰٪: -.-. تخطیل ۹۵٪: ---. خطوط نقطه چین مستقیم، برازش قانون لگاریتمی بر منحنی سرعت متوسط و خطوط نقطه چین منحنی، مقادیر  $\bar{u}^{p+} = z^{p+}$  و  $\bar{u}^{t+} = (H-z)^{t+}$  است.

$\lambda$  (حتی) به  $0.4$  نزدیک هم شود، فراهم نشد. انحراف  $\lambda$  از ثابت وُن-کارمن در تخلخل‌های زیاد، بیشتر بوده و نزدیک‌ترین مقدار حاصل شده،  $0.23$  بوده است. مقدار  $d^{p+}$  در تخلخل  $60\%$  به قدری کوچک است که نمی‌توان مقداری قطعی و قابل قبول برای آن ارائه داد و مقدار صفر برای آن در نظر گرفته شده است. به این ترتیب رفتار میدان در این تخلخل، مشابه رفتار آن در تخلخل صفر بوده و مقدار  $\lambda$  برابر  $0.40$  است. مقادیر  $d$ ،  $z_0$  و  $\lambda$  با برازش حداقل مربع‌های رابطه (۲۴) بر منحنی توزیع سرعت لایه مرزی به دست آمده و در جدول (۳) ارائه شده‌اند. در این جدول،  $d$  و  $z_0$  مقیاس‌های طول در رابطه قانون لگاریتمی (رابطه ۲۴) هستند که با  $\sqrt{K_c}$ ،  $d_p$ ،  $\delta_w$  و  $v/u_t^p$  بی بعد شده‌اند. مقدار  $d^{p+}$  در ستون ما قبل آخر از مدل جکسون ([۳۶]) به دست آمده است.  $\alpha$  از برازش حداقل مربع‌های رابطه (۲۹a) بر منحنی توزیع سرعت متوسط میدان جریان محیط متخلخل همگن در محدوده  $z/H = [-0.85 \sim -0.02]$  به دست آمده است.

منحنی تغییرات سرعت متوسط در لایه مرزی، روی بستر نفوذپذیر در شکل (۸-الف) نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، محدوده صحت قانون لگاریتمی با افزایش عدد نفوذپذیری بستر کاهش یافته ولی هم‌زمان و برخلاف انتظار، شیب  $1/\lambda$  افزایش یافته است. شکل (۸-ب)، نمودار تغییرات سرعت متوسط در لایه مرزی مرز بالایی میدان را نشان می‌دهد. انطباق منحنی‌ها بر

جدول (۳) توضیح:  $\lambda$  برابر با ثابت وُن-کارمن ( $K \approx 0.4$ ) برای بستر نفوذناپذیر یا با تخلخل کم.

simulation	$\lambda$	$z_0/\sqrt{K_c}$	$z_0/d_p$	$z_0/\delta_w$	$z_0^{p+}$	$d/\sqrt{K_c}$	$d/d_p$	$d/\delta_w$	$d^{p+}$	$d^{p+} (JM)$	$\alpha$
a	0.23	5.30	7.32	0.10	49.6	11.3	15.6	0.21	105.6	16.7	0.70
b	0.31	1.33	0.35	0.006	1.41	20.0	5.3	0.10	21.2	4.7	0.99
c	0.40	0.35	0.03	0.0006	0.11	0.0	0.0	0.00	0.0	3.4	---
d	0.40	$\infty$	$\infty$	0.0006	0.11	0.0	0.0	0.00	0.0	0.0	---

در بسترهای زبر، ارتفاع جابه‌جایی در لایه مرزی تابع قانون لگاریتم، با قطر متوسط ذرات بستر ( $d_p$ ) طبق  $d/d_p \approx 0.3$  در ارتباط است (جکسون [۳۶]). مطابق نتایج حاصل (جدول ۳) در تخلخل  $15.6\%$  و  $d/d_p = 15.6$  در تخلخل  $80\%$  این نسبت برابر  $5/3$  بوده که بسیار بزرگتر از  $3/4$  است. نسبت  $z_0/d_p$  هم در تخلخل‌های  $80\%$  و  $95\%$  بسیار بزرگتر از معیار تقریبی نیکورادزه ( $\frac{1}{30}$ ) برای جریان‌های با بستر کاملاً زبر به دست آمده است.

به این ترتیب، رفتار متفاوت بستر نفوذپذیر (در تخلخل‌های  $80\%$  و  $95\%$ ) با بسترفقط زبر مشهود است. مطابق دسته‌بندی هینز (رابطه ۱۷) می‌توان از تأثیر زبری سطح در هر دو تخلخل  $80\%$  ( $Re_d = 4 < 5$ ) و تخلخل  $95\%$  ( $Re_d = 6.8 \approx 5$ ) چشم‌پوشی کرد. نتیجه دیگری هم که پیشتر هم به آن اشاره شد، کاهش غیرمنتظره مقدار  $\lambda$  با افزایش تخلخل است (جدول ۳، ستون ۱ و شکل ۸-الف) به گونه‌ای که در تخلخل  $90\%$  به میزان قابل توجهی کوچکتر از  $4/5$  شده است. این نتیجه در تضاد با فرض «عدم تأثیرپذیری مستقیم میدان جریان در ناحیه بیرونی لایه مرزی از وجود بستر» است که در بخش ۴ طی روند استخراج قانون لگاریتم، مورد توجه قرار گرفت. بیان ریاضی این فرض همان قانون نقصان سرعت در ناحیه بیرونی (رابطه ۲۲) است که تنها مقیاس طولی مناسب را ضخامت لایه مرزی ( $\delta_w$ ) دانسته و دلالت بر لزوم ثابت بودن  $\lambda$  را دارد. شاید هم باید از این مشاهده (بسیار کوچکتر بودن  $\lambda$  از  $4/5$ )، ثابت وُن-کارمن) نتیجه گرفت که رابطه (۲۲) برای بسترهای با درجه نفوذپذیری بالا (مانند  $80\%$  و  $95\%$ ) درست نیست. برای بررسی صحت و سقم این ادعا و در صورت لزوم اصلاح قانون لگاریتم، مشاهده و نتیجه حاصل از شکل (۹) می‌تواند کارگشا باشد. توزیع سرعت در ناحیه تابع قانون نقصان سرعت

در بسترهای زبر، ارتفاع جابه‌جایی در لایه مرزی تابع قانون لگاریتم، با قطر متوسط ذرات بستر ( $d_p$ ) طبق  $d/d_p \approx 0.3$  در ارتباط است (جکسون [۳۶]). مطابق نتایج حاصل (جدول ۳) در تخلخل  $15.6\%$  و  $d/d_p = 15.6$  در تخلخل  $80\%$  این نسبت برابر  $5/3$  بوده که بسیار بزرگتر از  $3/4$  است. نسبت  $z_0/d_p$  هم در تخلخل‌های  $80\%$  و  $95\%$  بسیار بزرگتر از معیار تقریبی نیکورادزه ( $\frac{1}{30}$ ) برای جریان‌های با بستر کاملاً زبر به دست آمده است.

به این ترتیب، رفتار متفاوت بستر نفوذپذیر (در تخلخل‌های  $80\%$  و  $95\%$ ) با بسترفقط زبر مشهود است. مطابق دسته‌بندی هینز (رابطه ۱۷) می‌توان از تأثیر زبری سطح در هر دو تخلخل  $80\%$  ( $Re_d = 4 < 5$ ) و تخلخل  $95\%$  ( $Re_d = 6.8 \approx 5$ ) چشم‌پوشی کرد. نتیجه دیگری هم که پیشتر هم به آن اشاره شد، کاهش غیرمنتظره مقدار  $\lambda$  با افزایش تخلخل است (جدول ۳، ستون ۱ و شکل ۸-الف) به گونه‌ای که در تخلخل  $90\%$  به میزان قابل توجهی کوچکتر از  $4/5$  شده است. این نتیجه در تضاد با فرض «عدم تأثیرپذیری مستقیم میدان جریان در ناحیه بیرونی لایه مرزی از وجود بستر» است که در بخش ۴ طی روند استخراج قانون لگاریتم، مورد توجه قرار گرفت. بیان ریاضی این فرض همان قانون نقصان سرعت در ناحیه بیرونی (رابطه ۲۲) است که تنها مقیاس طولی مناسب را ضخامت لایه مرزی ( $\delta_w$ ) دانسته و دلالت بر لزوم ثابت بودن  $\lambda$  را دارد. شاید هم باید از این مشاهده (بسیار کوچکتر بودن  $\lambda$  از  $4/5$ )، ثابت وُن-کارمن) نتیجه گرفت که رابطه (۲۲) برای بسترهای با درجه نفوذپذیری بالا (مانند  $80\%$  و  $95\%$ ) درست نیست. برای بررسی صحت و سقم این ادعا و در صورت لزوم اصلاح قانون لگاریتم، مشاهده و نتیجه حاصل از شکل (۹) می‌تواند کارگشا باشد. توزیع سرعت در ناحیه تابع قانون نقصان سرعت

$$\frac{U_m - \bar{u}}{u_\tau^p} = q \left( \frac{z + d - d}{\delta_w} \right) = q \left( \frac{z + d}{\delta_w}, \frac{d}{\delta_w} \right) \quad (33)$$

$q$  تابعی بدون بعد از  $(z + d)/\delta_w$  و  $d/\delta_w$  است. مشابه معادله (۲۴)، با امتداد خطوط مجانب منحنی‌های توزیع سرعت نواحی بیرونی و درونی و سپس انطباق آنها، رابطه (۳۴) برای توزیع سرعت در ناحیه همپوشانی به دست می‌آید:

$$\lim_{\left(\frac{z+d}{\delta_w}\right) \rightarrow 0} \left[ - \left( \frac{z+d}{\delta_w} \right) q' \left( \frac{z+d}{\delta_w}, \frac{d}{\delta_w} \right) \right] = \frac{1}{\lambda} \quad (34)$$

مشتق رابطه (۳۴) نسبت به  $(z + d)/\delta_w$  انجام می‌شود. انتگرال‌گیری از این معادله، شکلی متفاوت از قانون لگاریتم را (نسبت به معادله ۲۴) به دست می‌دهد که در آن  $\lambda$  ثابت نبوده و تابعی از  $\frac{d}{\delta_w}$  است. بدین ترتیب چرایی و چگونگی تناقض‌های مشاهده شده‌ی اخیر (شکل‌های (۸) و (۹) و جدول (۳) پیدا شده و نتایج به خوبی قابل توجیه خواهند بود. در تخلخل‌های کم (نظیر  $60\%$  و صفر) مقادیر  $\frac{d}{\delta_w}$  بسیار کوچک بوده و  $\lambda$  به سمت ثابت وُن-کارمن ( $K = 0.4$ ) میل می‌کند؛ اما برای مقادیر بزرگ  $\frac{d}{\delta_w}$  که در تخلخل‌های زیاد مشاهده می‌شود ( $\frac{d}{\delta_w} = 0.1$ ) در  $\epsilon = 0.8$  و  $\frac{d}{\delta_w} = 0.1$  در

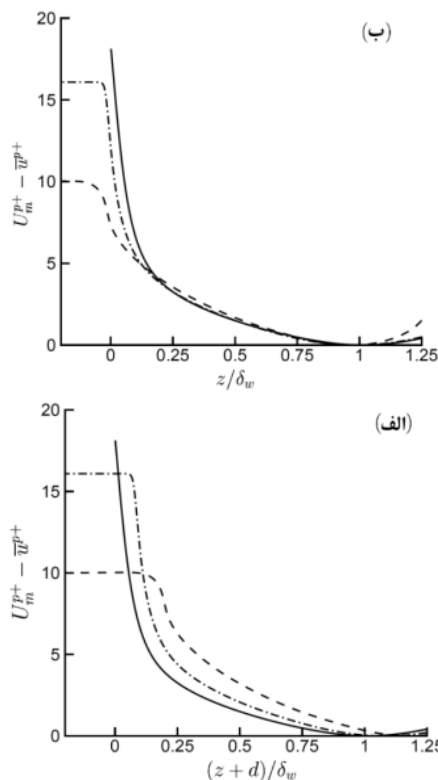


تنها عامل جذب ممتوم نبوده و گرادیان فشار متوسط هم به عنوان جاذب ممتوم در کنار آن قرار می‌گیرد. در این شرایط  $f_e = f - \frac{d\bar{p}}{dx}$  به عنوان درگ مؤثر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_e = f - \frac{d\bar{p}}{dx} = -\frac{1}{Re_b} \frac{\epsilon}{Da} \bar{u} - \frac{1}{Re_b} \frac{\epsilon Fo}{Da} |u|u - \frac{1}{Re_b} \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{d\bar{p}}{dx} \quad (37)$$

و معادله (35) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$d = d_1 + d_2; \quad d_2 = -\frac{\int z f_e(z) dz}{\int f_e(z) dz}, \quad z < -d_1 \quad (38)$$



شکل (۹) توزیع سرعت در ناحیه تابع قانون نقصان. (الف)  $U_m^{p+} - \bar{u}^{p+} = f[(z+d)/\delta_w]$ , (ب)  $U_m^{p+} - \bar{u}^{p+} = f[z/\delta_w]$ . ---: تخلخل ۹۰٪، -.-: تخلخل ۸۰٪، —: تخلخل ۹۵٪.

با این اصلاح، هنگامی که  $K_c \rightarrow 0$  یا  $K_c \rightarrow \infty$ ،  $d$  به سمت مقادیر صحیح میل می‌کند. در تخلخل ۹۵٪ منحنی تغییرات

$\lambda$  بسیار کوچکتر از  $0.4$  است. با توجه به این نکته، طرح این پرسش که «چرا در بسیاری از تحقیقات پیشین همواره  $\lambda \approx 0.4$  بوده؟!» مناسب و به جا باشد. پاسخ این سوال را می‌توان به راحتی در نوع بستر و محیط متخلخلی که در غالب آن پژوهش‌ها فرض بوده جست: در تمامی آنها یا بستر کاملاً زبر و نفوذناپذیر بوده یا نوع پوشش گیاهی به گونه‌ای بوده که  $\frac{d}{\delta_w} \sim \frac{d_p}{\delta_w} \ll 1$

پیشنهاد جکسون در رابطه با ضخامت جابه‌جایی هم جای تأمل دارد [۳۶]. وی در جریان لایه مرزی،  $d$  را با نقطه‌ای که نیروی درگ متوسط‌گیری شده (در ارتفاع) اثر می‌کند، مرتبط می‌داند. بر اساس این ایده، در غیاب گرادیان فشار متوسط و حضور بستر نفوذپذیر می‌توان  $d$  را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$d = -\frac{\int z f(z) dz}{\int f(z) dz} \quad (35)$$

$f$  نیروی درگ ارتفاعی است. انتگرال روی کل ارتفاع بستر نفوذپذیر انجام می‌شود.

روش جکسون بر اساس ایده ارتباط بین  $d$  و عمق نفوذ جریان متوسط در بستر نفوذپذیر است. او معتقد است که ضخامت جابه‌جایی از برقراری تعادل میان پخشیدگی ممتوم درون بستر نفوذپذیر به واسطه لزجت و آشفتگی از یک سو و جذب آن به وسیله نیروی درگ در محیط متخلخل از سوی دیگر، شکل می‌گیرد.

با استفاده از شکل متوسط‌گیری شده رینولدز معادلات حاکم (۳۰a)، می‌توان این رابطه تعادلی را به صورت زیر نوشت:

$$-\frac{1}{Re_b} \frac{\epsilon}{Da} \bar{u} - \frac{1}{Re_b} \frac{\epsilon Fo}{Da} |u|u - \frac{1}{Re_b} \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{d\bar{p}}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \epsilon u'w' - \frac{1}{Re_b} \frac{\partial \epsilon \bar{u}}{\partial z} \right] \quad (36)$$

مدل جکسون با فرض عدم حضور گرادیان فشار صادق است. در حضور گرادیان فشار متوسط، دیگر نیروی درگ

نفوذپذیر مورد استفاده قرار گرفته است. حل عددی معادلات VANS، منجر به بسته سازی معادلات نیروی درگ و تنش زیرمقیاس فیلتر می شود.

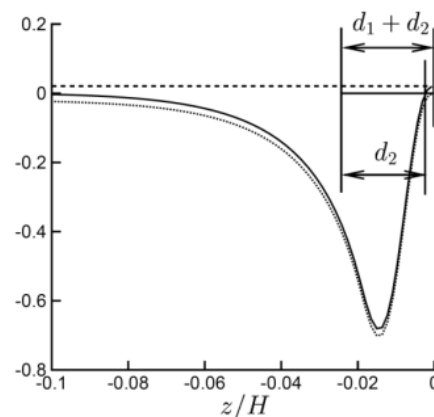
نتایج حل عددی حاصل از چهار دسته شبیه سازی با مقادیر متفاوت تخلخل بستر ( $\varepsilon_c$ ) نشانگر آن است که عدد رینولدز نفوذپذیری ( $Re_K$ )، پارامتری کلیدی در محاسبات است.

در تمامی شبیه سازی ها، لایه ای لگاریتمی در لایه مرزی بالای بستر نفوذپذیر قابل مشاهده است. علاوه بر جابه جایی رو به پایین و قابل انتظار مرز ناحیه تابع قانون لگاریتم (در بسترهای بسیار نفوذپذیر)، برخلاف انتظار افزایش محسوسی نیز در مقدار شیب منحنی تغییر این منطقه ( $1/\lambda$ ) مشاهده شده است. مطابق نتایج به دست آمده از مشاهده در منطقه بیرونی، قانون نقصان سرعت به جای  $(z+d)/\delta_w$  با  $d/\delta_w$  مقیاس می شود، بنابراین می توان کاهش  $\lambda$  را به مقدار نسبتاً بزرگ  $d/\delta_w$  مرتبط دانست. در بازه  $1 \gg d/\delta_w$ ، مقدار  $\lambda$  با ثابت ون-کارمن (تقریباً  $0.4$ ) برای جریان های روی بستر صلب) برابر است. ملاحظه شد که مدل جکسون نمی تواند توجیه و توضیحی برای بروز  $d/\delta_w$  های بزرگ در تخلخل های زیاد ( $80\%$  و  $95\%$ ) داشته باشد.

تفاوت چشمگیر ساختار جریان آشفته در مجاورت بستر نفوذپذیر و بستر نفوذناپذیر در تمام شبیه سازی ها قابل ملاحظه و تامل است. در بالای بستر با نفوذپذیری زیاد و در جهت جریان عمومی، شبه گردابه ها که از شاخصه های اصلی جریان آشفته روی بستر صلب و غیرقابل نفوذ است، دیده نشدند. این پدیده را می توان ناشی از کاهش شدید تنش متوسط دانست که خود ناشی از تخفیف شرط عدم لغزش است. تضعیف اثر بسته شدن بستر و بعد از آن، قابلیت انتقال آزاد آشفتگی در طول فصل مشترک (بستر جریان)، از تشکیل و توسعه این گردابه ها و جریان های موضعی جلوگیری می کند.

کمیت های  $f_e$ ،  $f$ ،  $-d\bar{p}/dx$  و تغییرات  $d = d_1 + d_2$  (معادله ۳۸) در شکل (۱۰) نشان داده شده اند. مطابق شکل، مجموع  $d_1$  و  $d_2$  ( $dp^{++} = 16.7$ ) بیش از ۶ برابر کوچکتر از مقدار تخمین زده شده از برآزش منحنی لگاریتمی بر نمودار توزیع سرعت است! اگرچه مطابق مدل جکسون روند افزایشی این کمیت ( $d$ ) با افزایش عدد نفوذپذیری بستر در تمامی شبیه سازی ها صحیح و در جدول (۳) قابل مشاهده است؛ اما از این واقعیت نمی توان به راحتی گذشت که تمامی آنها خیلی کمتر از مقادیر واقعیشان پیش بینی شده اند.

بدین ترتیب در این تحقیق فرض اولیه ی جکسون مبنی بر اینکه  $z = -d$  ترازوی است که در آن نیروی درگ متوسط گیری شده (در ارتفاع) اثر می کند، خیلی صحیح و قابل اتکا نیست.



شکل (۱۰) منحنی تغییرات گرادین فشار، نیروی درگ و نیروی درگ موثر در تخلخل  $95\%$  که هر سه با  $\rho U_b^2/H$  بی بعد شده اند.  $f$ : ---،  $-dp/dx$ : - - -،  $f_e$ : —.  $d_1$  و  $d_2$  مولفه های ارتفاع جابه جایی بر اساس مدل جکسون

## ۸- نتیجه گیری

در این پژوهش روندی پیوستار بر اساس حل معادلات VANS برای تحلیل میدان جریان، درون و بیرون بستر

## ۹- منابع

- [13] Whitaker S., "The method of volume averaging", Kluwar, Dordrecht, 1999.
- [14] Whitaker S., "A theoretical development of the Forchheimer equation", *Transport in Porous Media*, 25: 27-61, 1996.
- [15] Lesieur M. & Mtais O., "New trends in Large-Eddy-Simulations of turbulent flows", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 28: 45-82, 1996.
- [16] Shaw R.H. & Shumann, "Large-Eddy-Simulation of turbulent flow over and within the forests", *Boundary Layer Meteorology*, 61: 47-64, 1992.
- [17] Dwyer M.J. & Shaw R.H., "Turbulent kinetic energy budgets from a Large-Eddy-Simulation of airflow above and within a forest", *Boundary Layer Meteorology*, 84: 23-43, 1997.
- [18] Watanabe T., "Large-Eddy-Simulation of coherent turbulence structures over plant canopies", *Boundary Layer Meteorology*, 112: 307-341, 2004.
- [19] Pokrajak D., "Momentum transfer between a free-surface turbulent flow and turbulent flow within a porous medium", *International Journal of Geophysic, Poland Academi of Science*, E7 (401): 208-221, 2007.
- [20] Whitaker S., "Advances in theory of fluid motion in porous medium", *Industrial and Engineering Chemistry*, 121: 14-28, 1979.
- [21] Lumley J.L., "The online open course on turbulence", MIT Open Course Ware website, MIT Press, 2006.
- [22] Quintard M. & Whitaker S., "Transport in ordered and disordered porous media", *Transport in Porous Media*, 15: 51-70, 1994.
- [23] Homsy G.M. & Zick A.A., "Stokes flow through periodic layers of spheres", *Journal of Fluid Mechanics*, 115: 13-26, 1982.
- [24] Larson R.E & Higdon J.J.L., "Macroscopic flow near the surface of 2D porous medium, part1. Axial flow", *Journal of Fluid Mechanics*, 166: 449-472, 1986.
- [25] Larson R.E & Higdon J.J.L., "Macroscopic flow near the surface of 2D porous medium, part1. Axial flow", *Journal of Fluid Mechanics*, 178: 119-136, 1988.
- [1] Richardson, S., "A new model for the boundary condition of a porous media", *Journal of Sluid Mechanics*, 49: 327-336, 1991.
- [2] Finnigan, J., "Turbulent in plant canopies", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32: 519-571, 2000.
- [3] Margerit, J., "Forest fires' modeling, part 1- Thermodynamics equations", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45: 1705-1722, 2002.
- [4] Whitaker, S. & Ochoa-Tapia J.A., "Momentum transfer at the boundary condition between a porous medium and fluid region, part 1- Theoretical developmet", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38: 2635-2646, 1998.
- [5] Vafai, K. & Kim S.J., "An exact Solution to the interface region between a porous medium and a fluid region", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 11: 254-266, 1990.
- [6] Zagni, A.F.E & Smith, K.V.H., "Channel flow over permeable bed of graded sphers", *Journal of the Hydraulics Devision*, 102: 207-222, 1976.
- [7] Zippe H.J. & Graf, W.H., "Turbulent boundary layer flow over permeable and non-permeable rough beds", *Journal of Hydraulic Research*, 21(1): 51-65, 1983.
- [8] Schets J.A. & Kong F.Y., "Turbulent boundary layer flow over porous beds with different surface geometries", *Proceedings of the AIAA 20<sup>th</sup> Aerospace Science Meeting*, AIAA-82-0030, 1982.
- [9] Ruff J.F. & Gelhar L.W., "Turbulent shear flow in the porous mediums", *Journal of the Engineering Mechanics Devision*, 98: 975-991, 1982.
- [10] Hahn, S. "Turbulent channel flow with permeable walls", *Journal of Fluid Mechanics*, 450: 259-285, 2002.
- [11] Bear, J., "Dynamics of fluids in porous media", Dover Publications, New York, 1988.
- [12] Suffman, P.G., "On the boundry condition at the surface of porous mediums", *Studies in Applied Mathematics*, L(2): 93-101, 1981.

- [31] Lage J.L. & Nield D.A., "Two type of pressure drop observed for saturated porous media", *Journal of Fluids Engineering*, 119: 700-706, 1997.
- [32] Weinbaum S., "Lubrication theory in high compressible porous media", *Journal of Fluid Mechanics*, 422: 281-317, 2000.
- [33] Bird R.B. & Stewart W.E., "Transport Phenomena", John Wiley and Sons Publication, New York, 2002.
- [34] Whitaker, S. & Ochoa-Tapia J.A., "Momentum transfer at the boundary condition between a porous medium and fluid region, part 1- Some applications", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38: 2647-2655, 1998.
- [35] Wesseling, P., "Principles of Computational Fluid Dynamics", Springer Verlag Publication, Berlin, 2001.
- [36] Jackson P.S., "On the displacement hight in the logarithmic velocity profile", *Journal of Fluid Mechanics*, 111: 15-25, 1981.
- [26] Sahraoui, M. & Kaviani M., "Slip and non-slip boundary conditions at the interface of porous medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35: 927-943, 1992.
- [27] Lee S.L. & Yang J.H., "Modeling of Forchheimer drag in the fluid flow within a bank of circular cylinders", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40: 3149-3155, 1997.
- [28] McDonald I.F., "The basic Ergun equation for flow through porous media", *Industrial and Engineering Chemistry*, 18: 199-208, 1979.
- [29] Lage J.L., "The fundamental theory of flow through permeable media", *Transport Phenomena In Porous Media*, Oxford, pp: 1-30, 1998.
- [30] Breugem W.P. & Boersma B.J., "DNS of channel flow over 3D grid of cubes", *Applications of Porous Media*, Evora Geophysics Center, pp: 27-35, 2004.

## An investigation on Effects of Bed Permeability on Characteristics of Turbulent Flow in Various Porosities

M. Shafieefar<sup>1\*</sup>, M. Adjami<sup>2</sup>, S.A.A. Salehi Neyshabouri<sup>3</sup>

1- Professor of Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- M.Sc. Student of School of Civil Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

3- Professor of Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

shafiee@modares.ac.ir

### Abstract:

The two main characteristics of a porous bed are the bed material diameter – representing its coarseness - and the porosity which represents its permeability. In this paper the effect of bed permeability on the average structure of flow turbulence is investigated. Flow is modeled using an innovative continuum approach based on Volume Averaged Navier-Stokes Equations in several different channel bed porosities. Results of four different simulations with various porosities are presented. Bed permeability can be represented by the permeability Reynolds number,  $Re_k$ , which is the ratio of effective diameter of porosity and the length scale of eddies near the bed. The Reynolds permeability number ( $Re_k$ ) is the best expression for the bed permeability quantity. In small  $Re_k$  the bed acts as a solid/rigid boundary and in large  $Re_k$ , the bed will behave as a high permeable boundary with negligible viscosity effects. Under these conditions, the turbulence eddies along the flow are rarely observable. The reasons can be due to: 1) the mechanism of free turbulence transfer through permeable layer and/or 2) a considerable decrease in the average shear stress due to no wall-blocking and low-viscosity effects. The dominant characteristic of turbulence near a high permeable bed is relatively large eddy structures, probably originating from so-called Kelvin-Helmholtz instabilities. Such flow pattern with large vortexes leads to high momentum exchange between the free channel flow and the two-phase flow in porous media below permeable bed. This process also increases the friction between flow and the substrate and therefore will result in moving the Logarithmic-low region slightly downward. In addition, it is observed that the log-low curve near a high permeable bed is 4% steeper than in solid and rough bed.

**Keywords:** Continuum approach, Permeable bed, Porosity, Average flow, Navier-Stokes equations, Turbulence flow.