



## تعمیم معیار حداکثر تنش محیطی به مواد اورتوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی با در نظر گرفتن تنش T

شهاب زارع حسین آبادی<sup>1</sup>، مهدی فکور<sup>2\*</sup>، رهام رفیعی<sup>2</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 1561-14395 mfakoor@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 اردیبهشت 1396

پذیرش: 02 مهر 1396

ارائه در سایت: 05 آبان 1396

کلید واژگان:

معیار شکست مود ترکیبی

ماده ایزوتروپیک تقویت شده

معیار حداکثر تنش محیطی

ترم تنش T

### چکیده

در این مقاله یک معیار کلی برای پیش‌بینی شکست تحت بارگذاری مود ترکیبی  $I/II$  برای مواد اورتوتروپیک ارائه شده است. تست‌های مختلف صورت پذیرفته در قطعات اورتوتروپیک نشان می‌دهد که همواره ترک در راستای الیاف و در بستر ایزوتروپیک رشد می‌کند. با استفاده از مدلی به نام مدل ایزوتروپیک تقویت شده معادل می‌توان به بررسی و تعمیم معیارهای مواد ایزوتروپیک به مواد اورتوتروپیک بهره برد. با استفاده از این واقعیت، این ایده القاء می‌شود که شکست مواد اورتوتروپیک ترک‌دار باید از معیارهای شکست مواد ایزوتروپیک تبعیت نماید. این معیار جدید از توسعه معیار ماکزیمم تنش محیطی که در مواد ایزوتروپیک کاربرد فراوان دارد به محیط ایزوتروپیک تقویت شده بهره برده شده است. همچنین در این پژوهش نقش ترم تنش T در شکست این مواد مورد بررسی قرار گرفته شده است. از بررسی نتایج این معیار و مقایسه آن با داده‌های تجربی موجود، نشان داده می‌شود که در این معیار هم جهت رشد ترک و هم لحظه رشد ترک را به درستی پیش‌بینی می‌نماید. همچنین نشان داده شده است که تنش غیرسینگولار T بر روی شکست مواد اورتوتروپیک تأثیر بسزایی دارد، خصوصاً زمانی که مود دوم غالبی باشد. در این مقاله بیان می‌شود که برخلاف مواد ایزوتروپیک، چقرمگی شکست مواد اورتوتروپیک در مود I نشان دهنده حداکثر تحمل ماده ترک‌دار در مود I نیست و بر این اساس یک خاصیت جدید برای این گونه مواد تعریف می‌شود. با توجه به سهولت دسترسی، از چوب به عنوان ماده آزمایشگاهی برای بررسی و مقایسه نتایج استفاده شده است.

## Extension of Maximum Tensile Stress Criterion to Mixed Mode Fracture of Orthotropic Materials Considering T-stress

Shahab Zare Hossein Abadi<sup>1</sup>, Mahdi Fakoor<sup>2\*</sup>, Roham Rafiee<sup>2</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14395-1561, Tehran, Iran, mfakoor@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 27 April 2017

Accepted 24 September 2017

Available Online 27 October 2017

#### Keywords:

Mixed mode Fracture criterion

Reinforced isotropic material

Maximum tangential stress criterion

T-stress term

### ABSTRACT

In this research, a general mixed mode  $I/II$  fracture criterion is developed for fracture investigation of orthotropic materials. Various experimental tests show that cracks always propagate in an isotropic medium and along fiber direction in orthotropic materials. With a novel material model titled an Equivalent Reinforced Isotropic Model (ERIM), fracture criterion can be extended for investigation of fracture in orthotropic materials. This inspires that fracture in orthotropic materials follows the fracture mechanism in isotropic materials. This new criterion is developed based on extension of MTS which is widely used for isotropic materials. Also in this research the effects of T-stress in fracture of some specimens has been studied. A comparison between available experimental observations and theoretical estimation implies on capability of developed criterion for predicting both crack propagation direction and fracture instance, wherein the achieved fracture limit curves are also compatible with fracture mechanism of orthotic materials. It is also shown that non-singular T-stress term has a significant impact on orthotropic material failure, especially when the second mode is dominant mode. It is shown that unlike isotropic materials, fracture toughness of orthotic materials in mode I ( $K_{IC}$ ) cannot be introduced as the maximum load bearing capacity and thus new fracture mechanics property, named here as maximum orthotropic fracture toughness in mode I ( $K_{IC}|_{ortho}$ ) is defined. Considering ease of access, wood is used as experimental specimen for the purpose of comparing the results.

### 1- مقدمه

قرار گرفته می‌شوند، همان‌طور که می‌دانیم، یکی از عوامل اصلی افزایش

سرعت شکست در مواد اورتوتروپیک<sup>1</sup>، ایجاد شکاف در قطعات یا شروع ترک

سازه‌های کامپوزیتی در طول عمر خود مرتباً تحت بارگذاری مود ترکیبی  $I/II$

<sup>1</sup> orthotropic

#### Please cite this article using:

Sh. Zare Hossein Abadi, M. Fakoor, R. Rafiee Kivi, Extension of Maximum Tensile Stress Criterion to Mixed Mode Fracture of Orthotropic Materials Considering T-stress, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 292-300, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مطالعه‌ی تجربی و عددی، تأثیر زاویه‌ی بین ترک و الیاف ماده‌ی کامپوزیتی بر پارامترهای شکست به‌دست آمد و یک تابع مناسب برای تغییرات پارامترهای شکست برحسب زاویه‌ی بین ترک و الیاف ارائه شد. بوژک و همکاران [14] معیاری براساس نسبت تنش محیطی به مقاومت کششی غیرایزوتروپیک روی صفحات دلخواه اطراف نوک ترک، ارائه کرده اند. گرگوری و هراکوچ [15]، برای رسیدن به فهم درست از پارامترهایی که بر جهت رشد ترک تأثیر می‌گذارند، اثرات غیرایزوتروپیک و بارگذاری دو محوره مورد بررسی قرار داده شدند. در این پژوهش دو روش الاستیسیته‌ی ناهمسانگرد و روش المان محدود و همچنین سه معیار نسبت تنش محیطی، معیار تانسور چندجمله‌ای و معیار چگالی انرژی کرنشی برای بررسی میدان تنش نوک ترک مورد بررسی قرار گرفت. ساؤما و همکاران [16]، یک تئوری براساس تئوری حداکثر تنش محیطی ارائه دادند که بتواند برای مواد اورتوتروپیک قابل استفاده باشد. آن‌ها با در نظر گرفتن این‌که، ضرایب شدت تنش  $K_{Ic}^2$  و  $K_{IIc}^2$ ، به ترتیب ضرایب شدت تنش مود یک در جهت محورهای الاستیک 1 و 2 در نظر گرفته شود، ضریب شدت تنش بحرانی در راستای  $\theta$  را معرفی کردند. نوییل و کارلونی [17]، در سال 2004 با استفاده از دو تئوری می‌نیم چگالی انرژی کرنشی<sup>7</sup> و تئوری حداکثر تنش محیطی<sup>8</sup>، و با تعمیم دادن آن‌ها به مواد اورتوتروپیک سعی در رسیدن به معیاری برای شکست این مواد داشته‌اند. لیم و همکاران [18] به‌منظور بدست آوردن جهت رشد ترک از روش نسبت تنش نرمال استفاده کردند و به بررسی اثر دو محوره بودن بارگذاری، روی رشد ترک پرداختند. نویسندگان مختلفی هم به بررسی و مطالعه‌ی تأثیر ترم غیرسینگولار تنش T روی شکست مواد مختلف پرداخته‌اند که از آن جمله می‌توان به کارهای آقای کوتزل [19] اشاره کرد که از تنش T برای پیش‌بینی مسیر رشد ترک تحت بارگذاری مود خالص یک روی فلزات بهره برده است. تئوری او برای پیش‌بینی پایداری مسیر رشد ترک بود که آن را از روی علامت تنش T متوجه شد. شری [20] روش‌های تحلیلی برای محاسبه‌ی ترم تنش T ارائه داد. چن [21] نیز روش معادلات انتگرالی را برای محاسبه‌ی این تنش به کار برد. آقای ماتوینکو [22] زاویه‌ی شکست را با استفاده از ترم تنش T پیش‌بینی کرد و به تطابق خوبی با داده‌های تجربی حاصل از بررسی روی نوعی سنگ آهک دست یافت. کی [23] نیز با مطالعه‌ی معیارهای مختلف برای بررسی پدیده‌ی چرخش ترک و با انجام یک سری تست روی قطعات آزمایشگاهی، به این نتیجه رسید که در معیار حداکثر تنش محیطی با در نظر گرفتن اثر تنش T، می‌توان نقطه شروع چرخش ترک را تعیین کرد. ویلیامز و اوینگ [24] نشان دادند که ترم‌های غیرسینگولار در بسط سری تنش‌های نوک ترک، تأثیر بسزایی روی شکست مود ترکیبی مواد تحت الاستیک خطی دارند. لارسون و کارلسون [25] نیز نشان دادند که برای مود یک، مقادیر مثبت و منفی ترم تنش T، روی اندازه و شکل ناحیه‌ی پلاستیک اطراف نوک ترک تأثیر می‌گذارند. اسمیت و همکاران [26]، در سال 2001 معیار حداکثر تنش محیطی را با در نظر گرفتن ترم تنش T برای بررسی شکست مود ترکیبی روی مواد شکننده اعمال کردند. از بررسی مراجع فوق نتیجه می‌شود، معیاری جامع و کامل برای بررسی شکست مود ترکیبی III قطعات اورتوتروپیک ارائه نشده است. لذا در این پژوهش، با در نظر گرفتن این مهم که شکست قطعات اورتوتروپیک در راستای الیاف و در یک بستر ایزوتروپیک اتفاق می‌افتد، مفهومی جدید برای پیش‌بینی لحظه شکست مواد اورتوتروپیک با عنوان "ماده ایزوتروپیک تقویت

و رشد آن در طول عمر قطعه می‌باشد. در نتیجه رسیدن به یک معیار مناسب شکست که بتواند لحظه شکست و جهت رشد آن را در این مواد پیش‌بینی نماید لازم و ضروری بنظر می‌رسد.

در سال 1971، مکینی [1] با انجام آزمایشاتی روی کامپوزیت‌های تک چپته گرافیت-اپوکسی و با استفاده از روش حداقل مربعات معیاری آزمایشگاهی به‌دست آورد. هو [2] در سال 1973، از نتایج آزمایشگاهی شکست قطعات چوب بالسا و کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف شیشه برای ارائه یک معیار شکست مود ترکیبی برای مواد اورتوتروپیک استفاده کرد. در سال 1982، هانت [3]، با استفاده از نتایج تست روی قطعات چوب سرخ بالتیک<sup>1</sup> و برای ترک‌های در صفحات RL، و با فیت کردن منحنی روی این نتایج به معیاری جدید رسید. اما در سال 1982، مال و مورفی [4] با استفاده چوب صنوبر قرمز شرقی<sup>2</sup> و با استفاده از قطعات تست ترک میانی و ترک لبه‌ای به بررسی مکانیک شکست در حالت مود ترکیبی پرداخت و معیار مود ترکیبی مناسب بر پایه‌ی داده‌های آزمایشگاهی معرفی کرد. در سال 2001، ژرنکوئیست [5] با تعمیم معیارهای شکست پرکاربرد برای مواد ایزوتروپیک<sup>3</sup> به مواد اورتوتروپیک، معیار شکست مود ترکیبی خود را معرفی کرد. کاربرد بودن این معیارها با آزمایش روی چوب درخت صنوبر اعتبارا سنجی شد. ژرنکوئیست در همان سال [6] با آزمایش روی چوب صنوبر نروژی<sup>4</sup> با قطعات تست DCB و SENT، به این نتیجه رسید که ترک‌ها همیشه در جهت الیاف چوب رشد می‌کنند و این نتیجه، صحت معیار معرفی شده توسط خودش را تأیید کرد. این معیارها برای ترک‌های در راستای الیاف تا زمانی قابل قبول است که  $K_{II}/K_I < 3$  باشد، که این نکته منفی این معیار است. معیار ژرنکوئیست به دلیل خطی فرض کردن تحلیل، معیاری محافظه‌کارانه بود و روی منحنی داده‌های آزمایشگاهی منطبق نشد. اما در سال 2006، ون در پوت [7] معیاری براساس یک تبدیل جدید اورتوتروپیک-ایزوتروپیک با استفاده از تابع تنش ایری ارائه داد. نتیجه‌ی این تحقیق به‌دست آمدن رابطه‌ی تحلیلی بین ضرایب شدت تنش و نرخ کاهش انرژی بود. در سال 2007، رومانویچ و سوورین [8] با استفاده از روابط تنش غیرمحلی<sup>5</sup> و براساس مدل تخریب یک جسم جامد الاستیک شامل میکروتُرک‌های در حال رشد یک معیار شکست مود ترکیبی روی مواد اورتوتروپیک ارائه دادند. معیار ارائه شده در مقاله مذکور دارای یک ضریب آسیب بود که نویسندگان این مقاله نتوانستند روش مناسبی را برای برآورد این ضریب ارائه دهند. در سال 2010، گوهری و فکور [9] معیاری برای شکست مواد اورتوتروپیک مثل چوب تحت مود ترکیبی یک و دو ارائه دادند. این روش که روش میکروتُرک تقویت شده<sup>6</sup> نامیده شد برای در نظر گرفتن اثرات ناحیه‌ی تخریب محلی نوک ترک ارائه شده است. در همان سال گوهری و فکور [10] یک معیار کلی برای بررسی شکست مواد اورتوتروپیک در مود ترکیبی III ارائه داده‌اند. در این معیار آن‌ها اثر ترم تنش T را مورد بررسی قرار گرفته شد. در سال 2011 نیز گوهری و فکور [11] معیاری جدیدی براساس مقاومت استحکامی مواد ارائه دادند. در سال 2013، فکور و رفیعی [12] معیاری براساس توزیع بیشترین تنش برشی در اطراف نوک ترک ارائه دادند که بتواند لحظه شروع ترک و جهت رشد ترک را روی قطعات تحت تست مود ترکیبی پیش‌بینی کند. در پژوهش فکور و همکاران [13] با

<sup>1</sup> Baltic red wood

<sup>2</sup> eastern red spruce

<sup>3</sup> Isotropic

<sup>4</sup> Norway spruce wood

<sup>5</sup> non-local stress

<sup>6</sup> Reinforced microcrack system

<sup>7</sup> Minimum Density of Strain Energy

<sup>8</sup> Maximum Tangential Stress Criteria

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{21}\sigma_x}{E_x};$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad (5)$$

تابع تنش ایری<sup>۴</sup> که معادلات تعادل را ارضا می کند به شکل "معادله ۶" است:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

با جایگذاری توابع تنش ایری در "معادله ۲" و در نظر گرفتن معادله سازگاری خواهیم داشت:

$$C_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + (C_{66} + 2C_{12}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + C_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (7)$$

مواد اورتوتروپیک موادی هستند که الیافها داخل ماتریس قرار گرفته اند و ترک اولیه داخل ماتریس وجود دارد، بنابراین تابع تنش ایری باید برای تنش های ماتریس حل شود.

برای مواد با تقویت کننده های کششی و برشی مانند "شکل ۲" توابع تنش ایری به صورت "معادله ۸" اصلاح می شوند [7]:

$$\frac{\sigma_x}{n_1} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (8)$$

در واقع تنش های کاهش یافته در اثر استحکام بخش ها یا همان الیاف موجود در جسم، در نوک ترک یک ماده ایزوتروپیک تحلیل می شود. با جایگذاری این توابع تنش در معادله سازگاری داریم:

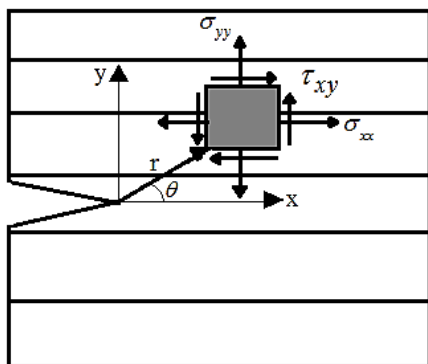


Fig. 1 Stress distribution around crack tip in orthotropic materials

شکل ۱ میدان تنش اطراف نوک ترک در مواد اورتوتروپیک

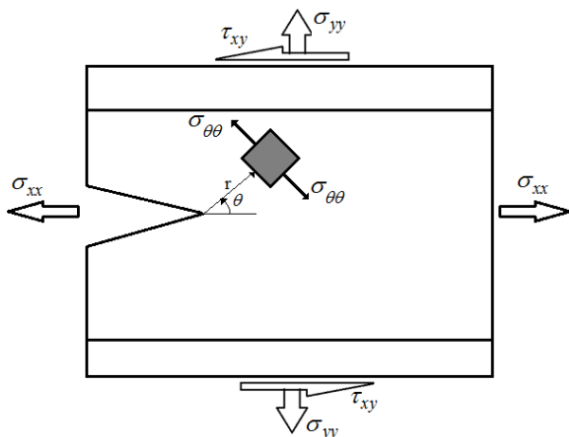


Fig. 2 Tangential stress around the crack tip of considered RVE in reinforced isotropic material

شکل ۲ میدان تنش محیطی در نوک ترک ماده ایزوتروپیک تقویت شده

شده معادل<sup>۱</sup> توسعه یافته است. مهمترین هدف در این مقاله، این است که معیاری برای بررسی شکست مواد اورتوتروپیک ارائه داده شود که بتواند جهت و لحظه ی رشد ترک را به درستی فراهم کند و اثرات ترم تنش T را در خود ببیند.

## ۲- استخراج معیار شکست مواد ترکیبی

تست های مختلف صورت پذیرفته در قطعات اورتوتروپیک نشان می دهد که همواره ترک در راستای الیاف و در بستر ایزوتروپیک رشد می کند. با استفاده از مدلی به نام مدل ایزوتروپیک تقویت شده معادل می توان به بررسی و تعمیم معیارهای مواد ایزوتروپیک به مواد اورتوتروپیک بهره برد.

از این نکته می توان بدین گونه استفاده کرد که شکست مواد اورتوتروپیک می تواند از معیارهای شکست مواد ایزوتروپیک تبعیت نماید. از آنجایی که مهمترین و جامع ترین معیار ارائه شده برای مواد ایزوتروپیک، معیار حداکثر تنش محیطی، می باشد، ایده مطرح شده در این مقاله، تعمیم دادن این معیار به مواد اورتوتروپیک می باشد که الیاف ماده ی اورتوتروپیک معادل یک سری استحکام بخش ها است که در بستر ایزوتروپیک ماتریس ماده قرار داده شده است.

همان طور که در "شکل ۱" نشان داده شده است برای ترک های در امتداد الیاف، در لحظه ی رشد ترک بستر ایزوتروپیک شکست می خورد و الیاف به طور مستقیم نقشی در رشد ترک ندارند.

در ایده مطرح شده در این مقاله، نقش الیاف در کاهش میدان تنش به وجود آمده در نوک ترک دیده شده است و معیار ماکزیمم تنش مماسی بر این اساس تعمیم یافته است.

## ۱-۲ استخراج میدان تنش

تابع تنش ایری برای ماده اورتوتروپیک، به دور از تقویت کننده ها نوشته می شود تا معادلات تعادل، سازگاری و پیوستگی را ارضا نماید. در این جا تابع تنش ایری باید برای تنش های ماتریس ایزوتروپیک در نظر گرفته شود.

برای یک لایه کامپوزیت داری ترک در حالت تنش صفحه ای<sup>۲</sup>، معادلات تعادل در غیاب نیروهای خارجی عبارتند از:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

رابطه ی تنش- کرنش در مواد اورتوتروپیک بدین صورت است:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{11} & C_{22} & C_{26} \\ C_{11} & C_{62} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (2)$$

با توجه به تقارن ماتریس نرمی<sup>۳</sup>، در مجموع شش ثابت مستقل وجود دارد. جایگزین رابطه تنش-کرنش "معادله ۲" را در معادله سازگاری داریم:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

برای مسائل ترک تخت، راه حل های دو بعدی برای مواد ناهمسانگرد اعمال می شود.

$$\varepsilon_x = C_{11}\sigma_x + C_{12}\sigma_y;$$

$$\varepsilon_y = C_{12}\sigma_x + C_{22}\sigma_y;$$

$$\gamma_{xy} = C_{66}\tau_{xy} \quad (4)$$

که به صورت "معادله ۵" نیز بیان می شوند:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{21}\sigma_y}{E_y};$$

<sup>1</sup> Equivalent Reinforced Isotropic Material

<sup>2</sup> Plane stress

<sup>3</sup> Compliance matrix

<sup>4</sup> Airy stress function

$$\begin{aligned}
 & + \frac{n_1 n_6}{4} \left( 2 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1 n_6}{16} \left( \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} - \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & - \frac{n_1}{8} \left( \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{9\theta}{2} \right) \Bigg] \\
 & + \frac{K_{II}}{n_1 n_6 \sqrt{2\pi r}} \left[ -\frac{n_6}{2} \left( 2 \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right. \\
 & + \frac{n_6}{16} \left( 3 \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} - 3 \sin \frac{5\theta}{2} + \sin \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1 n_6}{4} \left( -\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} + \sin \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1}{8} \left( \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & \left. - \frac{n_1}{2} \left( \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right] + T \sin^2 \theta \quad (15)
 \end{aligned}$$

2-2- پیش‌بینی جهت رشد ترک

با توجه به فرض رشد ترک در بستر ایزوتروپیک، این رشد هنگامی اتفاق می‌افتد که تنش محیطی در راستای  $\theta_0$  به مقدار بحرانی  $\sigma_{\theta\theta c}$  برسد.

بنابراین شکست هنگامی رخ می‌دهد که:

$$\begin{aligned}
 \theta &= \theta_0 \\
 \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{\theta\theta c} \quad (16)
 \end{aligned}$$

بنابراین در مود یک خالص خواهیم داشت:

$$\sigma_{\theta\theta c} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (17)$$

و نهایتاً با جایگذاری "معادله‌ی 17" در "معادله‌ی 15"، رابطه‌ی نهایی بین ضرایب شدت تنش و ضریب شدت تنش بحرانی بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}
 & \frac{K_I}{n_1 n_6 K_{Ic} \sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{n_6}{4} \left( 2 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} - \cos \frac{5\theta}{2} \right) \right. \\
 & - \frac{n_6}{16} \left( 3 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} - 3 \cos \frac{5\theta}{2} + \cos \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1 n_6}{4} \left( 2 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1 n_6}{16} \left( \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} - \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & \left. - \frac{n_1}{8} \left( \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{9\theta}{2} \right) \right] \\
 & + \frac{K_{II}}{n_1 n_6 K_{Ic} \sqrt{2\pi r}} \left[ -\frac{n_6}{2} \left( 2 \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right. \\
 & + \frac{n_6}{16} \left( 3 \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} - 3 \sin \frac{5\theta}{2} + \sin \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1 n_6}{4} \left( -\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} + \sin \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & + \frac{n_1}{8} \left( \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{9\theta}{2} \right) \\
 & \left. - \frac{n_1}{2} \left( \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right] + T \sin^2 \theta = 1 \quad (18)
 \end{aligned}$$

"معادله‌ی 18" معیار شکست مود ترکیبی می‌باشد که براساس تعمیم معیار ماکزیمم تنش محیطی به یک جسم ایزوتروپیک ارائه شده است و شامل ترم تنش T نیز می‌باشد.

3- بررسی نتایج

اگر به داده‌های تجربی موجود در مراجع مختلف که برای شکست مود ترکیبی مواد ایزوتروپیک از جمله نتایج آزمایش‌های هانت [3]، ژرنکوئیست [6] و رومانویچ و سوورین [8] دقت شود، درمی‌یابیم که همواره در بارگذاری مود ترکیبی و در ناحیه‌ای که در آن منحنی حد شکست حاصل از معیار حداکثر تنش محیطی تعمیم یافته<sup>1</sup> توسعه یافته است، همواره چند داده‌ی

$$\begin{aligned}
 C_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + (n_6 C_{66} + (1 + n_1) C_{12}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} \\
 + n_1 C_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (9)
 \end{aligned}$$

برای این که تابع تنش  $U$ ، برای مواد ایزوتروپیک نیز قابل اعمال باشد مقدار  $n_1$  و  $n_6$  به شکل "معادله‌ی 10" باشند:

$$\begin{aligned}
 n_1 &= \frac{C_{22}}{C_{11}} = \frac{E_x}{E_y}; \\
 n_6 &= \left( 2 - \frac{C_{12}}{C_{22}} - \frac{C_{12}}{C_{11}} \right) \cdot \frac{C_{22}}{C_{66}} = (2 + \nu_{21} + \nu_{12}) \cdot \frac{G_{xy}}{E_y} \quad (10)
 \end{aligned}$$

حال میدان تنش در نوک ترک یک ماده ایزوتروپیک مطابق "شکل 2" در نظر گرفته می‌شود و خواهیم داشت [27]:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + T \\
 \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (11)
 \end{aligned}$$

برای تعمیم معیار حداکثر تنش محیطی، به مواد ایزوتروپیک، لازم است که اثرات الیاف به عنوان یک سری استحکام بخش در بستر ایزوتروپیک لحاظ شود. این اثرات همان پارامترهای  $n_1$  و  $n_6$  هستند که به ترتیب ضریب کاهش تنش برشی و نرمال در بستر ماتریس ایزوتروپیک می‌باشند. یعنی باید شرایط جدید که در "معادله‌ی 12" آمده است در نظر گرفته شود:

$$\sigma_x \rightarrow \frac{\sigma_x}{n_1}; \quad \tau_{xy} \rightarrow \frac{\tau_{xy}}{n_6} \quad (12)$$

بنابراین "معادلات 11"، که دسته معادلات تنش در نوک ترک یک ماده ایزوتروپیک است، به ترتیب نشان داده شده در "معادله‌ی 13" برای یک ماده ایزوتروپیک تقویت شده با الیاف ارائه خواهد شد:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{n_1 \sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 & + \frac{K_{II}}{n_1 \sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + T \\
 \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 \tau_{xy} &= \frac{K_I}{n_6 \sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 & + \frac{K_{II}}{n_6 \sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

با جایگذاری "معادله‌ی 13" در رابطه تئوری حداکثر تنش محیطی که در "معادله‌ی 14" ارائه شده است [28]:

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (14)$$

نهایتاً معادله حداکثر تنش محیطی در یک ماده ایزوتروپیک تقویت شده با الیاف بدین صورت در خواهد آمد:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta\theta} &= \frac{K_I}{n_1 n_6 \sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{n_6}{4} \left( 2 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} - \cos \frac{5\theta}{2} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{n_6}{16} \left( 3 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} - 3 \cos \frac{5\theta}{2} + \cos \frac{9\theta}{2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

<sup>1</sup> EMTS Criterion (Extension of Maximum Tensile Stress Criterion)

نروژی آمده است. برخلاف معیارهای ارائه شده برای بررسی شکست مود ترکیبی در مواد اورتوتروپیک، همان طور که در "شکل 7" مشاهده می شود در نقطه ای که با  $K_{IC|ortho}$  نمایش داده می شود، منحنی حد شکست از  $K_{IC}$  فراتر رفته و باری بیشتر از بار بحرانی در مود I خالص توسط قطعه تحمل خواهد شد.

همان طور که از "شکل 8" پیداست علاوه بر این که معیار EMTS توانایی پیش بینی این رفتار سخت شوندگی<sup>1</sup> را دارد، توانایی تخمین  $K_{IIC}$  را نیز دارد. با توجه به "شکل های 7 و 8"، در قسمتی که منحنی به سمت راست کشیده شده، با به دست آوردن مقدار ضرایب شدت تنش بحرانی و استفاده از "معادلات 19 و 20" زاویه  $\theta_{opt}$  به دست خواهد آمد.

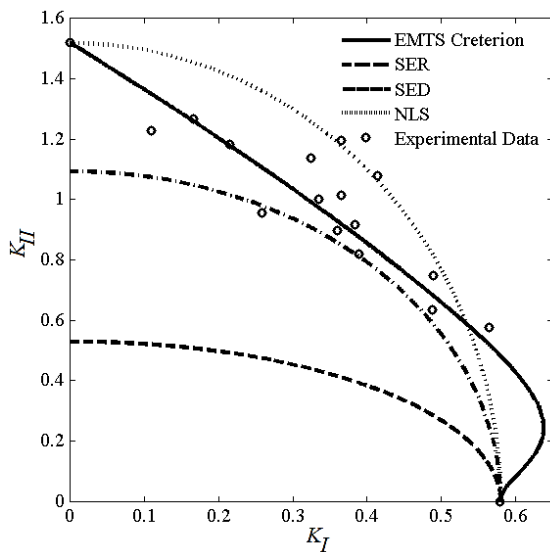


Fig. 5 Fracture limit curve utilizing EMTS in comparison with experimental data of Norway spruce wood

شکل 5 منحنی حد شکست مواد اورتوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی براساس معیار جدید برای چوب صنوبر نروژی

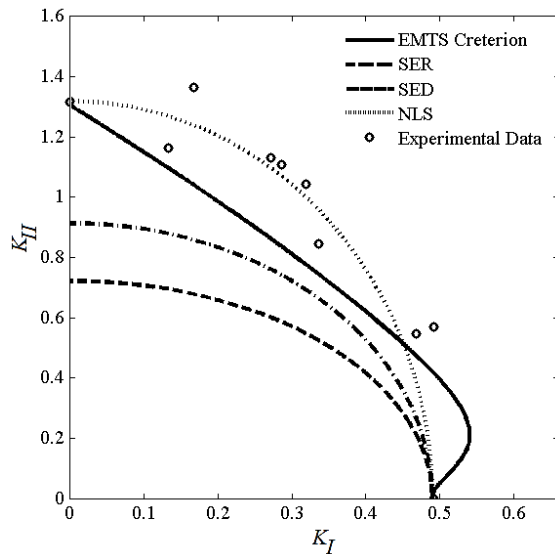


Fig. 6 Fracture limit curve utilizing EMTS in comparison with experimental data of Scot pine wood

شکل 6 منحنی حد شکست مواد اورتوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی براساس معیار جدید برای چوب صنوبر نروژی

آزمایشگاهی قابل مشاهده است. همان طور که در "شکل های 3 و 4" نشان داده شده است، هیچ کدام از معیارهای ارائه شده تاکنون نتوانسته اند این نقاط را به درستی پیش بینی و آن را پوشش دهند. در این داده های آزمایشگاهی نشان داده می شود که در حالت بارگذاری مود ترکیبی، ماده در مود II خاصیتی مستحکم تر از مود I خالص ( $K_{IC}$ ) از خود نشان خواهد داد. این رفتار نشان می دهد که می توان یک خاصیت ماده جدید برای مواد اورتوتروپیک تعریف نمود.

در این بخش به بررسی منحنی حد شکست حاصل از معیار ماکزیمم تنش محیطی توسعه یافته پرداخته خواهد شد. در "شکل های 5 و 6" منحنی حد شکست در مقایسه با نتایج تجربی برای چوب کاج اسکاتلندی و صنوبر

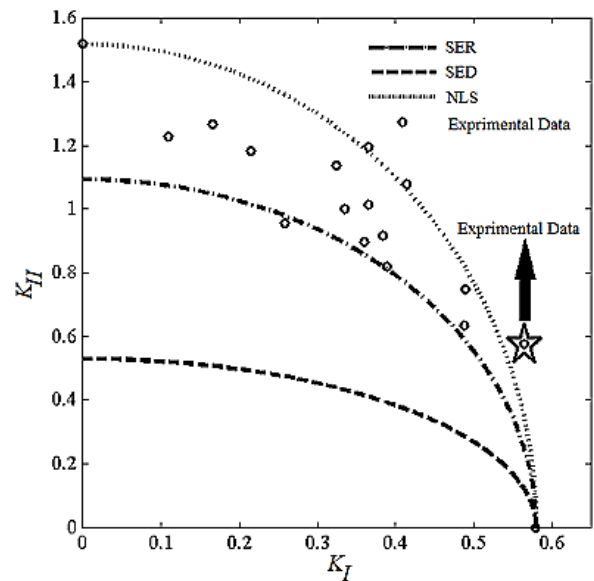


Fig. 3 Fracture limit curves for mixed mode loading of Norway spruce wood in comparison with experimental data[6]

شکل 3 منحنی های حد شکست برای ترک های تحت مود ترکیبی در مقایسه با داده های آزمایشگاهی چوب صنوبر نروژی [6]

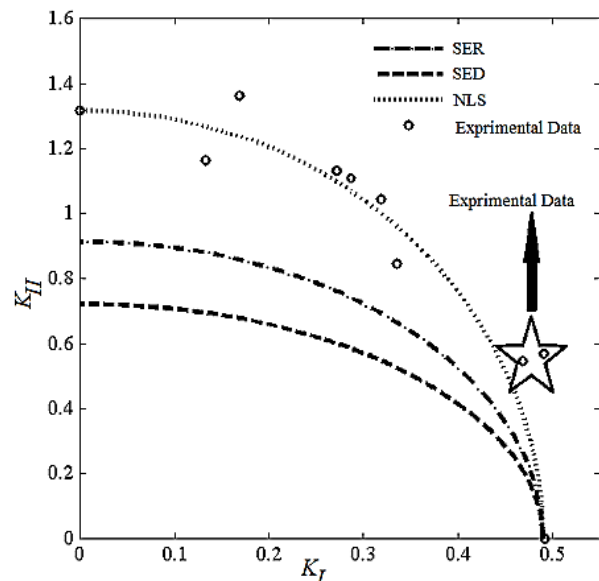


Fig. 4 Fracture limit curves for mixed mode loading of Scot Pine wood in comparison with experimental data[6]

شکل 4 منحنی های حد شکست برای ترک های تحت مود ترکیبی در مقایسه با داده های آزمایشگاهی چوب کاج اسکاتلندی [6]

<sup>1</sup> toughening

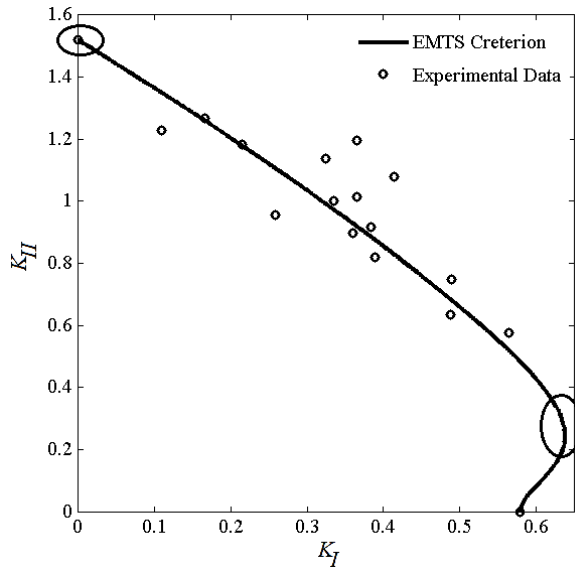


Fig. 8 EMTS fracture limit curve for Norway spruce wood subjected to mixed mode loading using ESTM with  $K_{IIC} = 1.52 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

شکل 8 منحنی حد شکست چوب صنوبر نروژی تحت بارگذاری مود ترکیبی براساس معیار جدید با  $K_{IIC} = 1.52 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

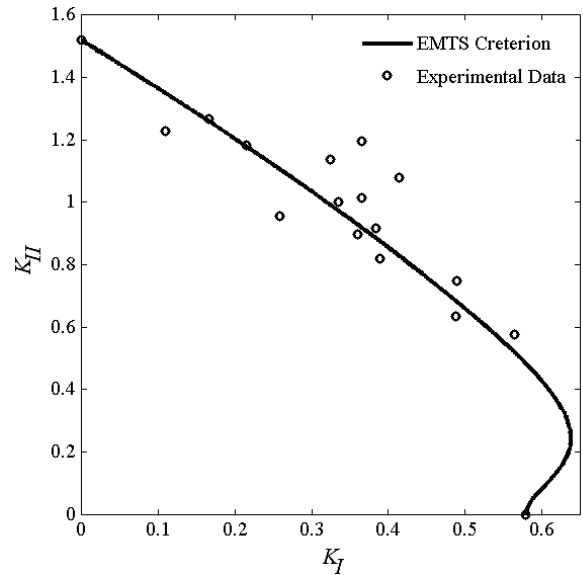


Fig. 7 Concept of maximum orthotropic fracture toughness in mode I ( $K_{IC|ortho}$ )

شکل 7 مفهوم چقرمگی شکست اورتوتروپیک ( $K_{IC|ortho}$ )

جدول 1 خواص الاستیک چوب صنوبر نروژی و کاج اسکاتلندی [8,6]

Table 1 Elastic properties of Norway spruce & Scot Pine wood [6,8]

مدول	مدول	مدول	ضریب پواسون	ضریب پواسون	ضریب	چقرمگی	چقرمگی	نوع چوب
الاستیسیتیه در راستای (GPa)L	الاستیسیتیه در راستای (GPa)R	الاستیسیتیه در راستای (GPa)T	در راستای LR	در راستای LT	پواسون در راستای RT	شکست مود دوم ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )	شکست مود اول ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )	
11.84	0.81	0.64	0.38	0.56	0.43	1.52	0.58	صنوبر نروژی
16.3	1.1	0.57	0.47	0.45	0.31	1.32	0.49	کاج اسکاتلندی

الیاف و در بستر ایزوتروپیک رشد خواهد کرد و عملاً در این حالت الیاف موجود هیچ گونه خاصیت استحکام بخشی و ممانعت از رشد ترک برای قطعه ندارند.

اما اگر بار برشی به بارگذاری این قطعه مطابق "شکل 11" اضافه شود، در این صورت بارگذاری وارد مود ترکیبی خواهد شد و عملاً الیاف در کاهش

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}f_I(\varphi)$$

$$K_{II} = \sigma\sqrt{\pi a}f_{II}(\varphi)$$

که در آن:

$$f_I(\varphi) = 3.028 - 3.22 * 10^{-3}\varphi + 3.73 * 10^{-4}\varphi^2 - 9.14 * 10^{-6}\varphi^3$$

$$f_{II}(\varphi) = \sin(2\varphi)(0.644 + 4.89) * 10^{-3}\varphi$$

بنابراین برای چوب صنوبر نروژی داریم:

$$K_I = 0.63799, \quad K_{II} = 0.241935$$

که با حل دو معادله و دو مجهول فوق زاویه مربوطه بدست خواهد آمد:

$$\theta_{opt} = 53.28^\circ$$

همچنین برای انواع دیگر چوب نیز بدست خواهد آمد که:

$$\theta_{opt} = 53.29^\circ \rightarrow \text{کاج اسکاتلندی}$$

$$\theta_{opt} = 45.43^\circ \rightarrow \text{صنوبر سرخ}$$

نتایج، این واقعیت را نشان می دهد که زاویه مطلوب بین شکاف و جهت الیاف در مواد اورتوتروپیک، برای ترک های تحت بارگذاری مود ترکیبی، تقریباً 50 درجه است که این زاویه با ادعای صورت پذیرفته در مقاله ی فکور و همکاران [13] که بین 50\_40 درجه است، مطابقت دارد. در پژوهش آنها نتایج به صورت "شکل 9" روی داده های تجربی به دست آمده است.

### 3-1- بررسی تأثیر ترم تنش T

آنچه در واقعیت در شکست قطعات اورتوتروپیک برای ترک های در امتداد الیاف رخ می دهد این است که رشد ترک در بستر ایزوتروپیک اتفاق می افتد. مطابق "شکل 10" در مود خالص I نشان داده شده است که ترک در بین

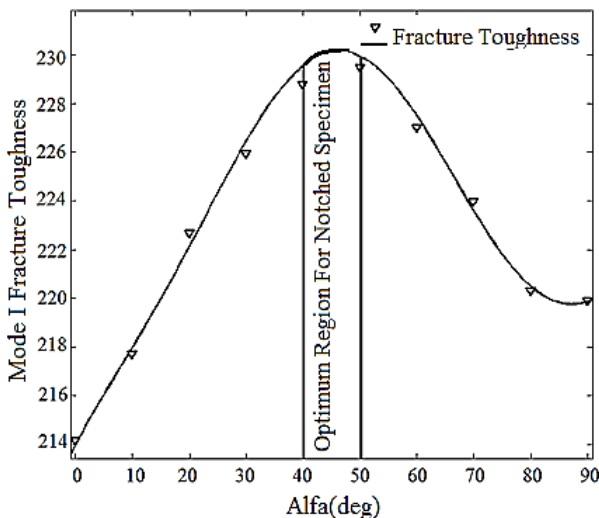
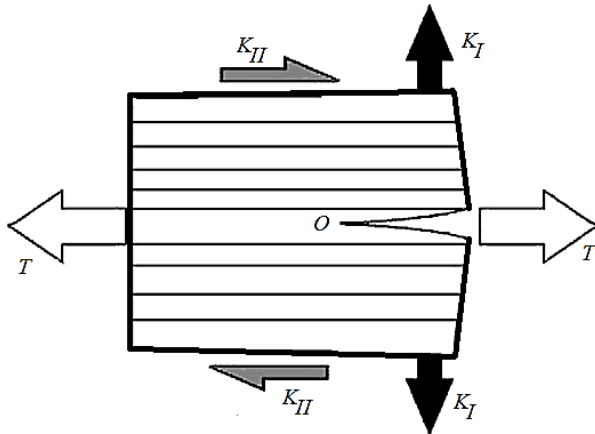


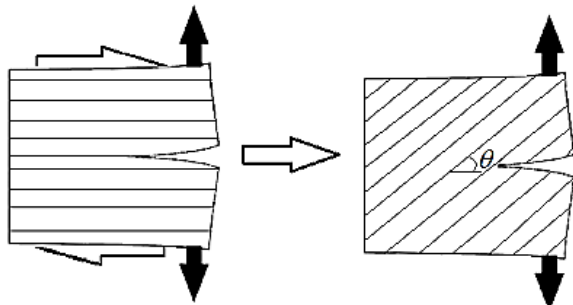
Fig. 9 Optimum region for notched specimen

شکل 9 ناحیه بهینه برای ایجاد شکاف در قطعات



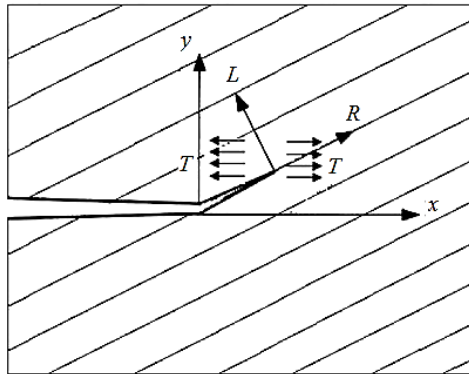
**Fig. 11** Stress state in the vicinity of a crack along the fibers of an orthotropic body.

شکل 11 صفحه‌ی اورتوتروپیک ترک‌دار تحت بارگذاری مود ترکیبی که در آن ترم تنش T وارد می‌شود.



**Fig. 12** Conversion of tensile-shear loading to pure tensile loading with fiber orientation

شکل 12 تبدیل بارگذاری کششی- برشی به تنها بار کششی همراه با چرخش الیاف



**Fig. 13** T-stress effect on the fracture of isotropic specimen under mixed mode loading

شکل 13 تأثیر ترم تنش T روی رشد ترک در حالت بارگذاری مود ترکیبی

تحمل نماید. در، در یک حالت خاص بارگذاری، قدرت باربرداری ماده در مود ترکیبی III/I بیشتر از مود I خالص می‌شود. این رفتار تاکنون با هیچ کدام از معیارهای شکست ارائه شده تاکنون قابل مشاهده نبوده است.

2- تفاوت اساسی بین شکست مواد اورتوتروپیک مانند چوب یا کامپوزیت‌ها و شکست مواد ایزوتروپیک این‌گونه تفسیر خواهد شد که در مواد ایزوتروپیک ترک تحت زاویه‌ی مشخصی رشد می‌کند که

تنش اعمالی بر نوک ترک و ممانعت از رشد ترک مؤثر خواهند بود. در معیار ارائه شده این کاهش تنش در قطعه با ضرایب  $n_1$  و  $n_6$  لحاظ شده‌اند. قطعه در این حالت نسبت به "شکل 10" مستحکم خواهد شد، به همین دلیل منحنی حد شکست در آغاز شروع به بارگذاری مود II به سمت راست کشیده شده است.

هنگامی که ترک تحت حالت مود ترکیبی III/I قرار گرفته می‌شود، نقش ترم تنش T نیز نشان داده خواهد شد. در حقیقت ترم تنش T با وارد شدن  $K_{II}$  به وجود خواهد آمد.

برای درک بهتر این امر گسترش مفهوم تبدیل بارگذاری کششی- برشی به تنها بار کششی به همراه چرخش الیاف موردنیاز است. این مفهوم در "شکل 12" نشان داده شده است.

حال با در نظر گرفتن این حالت بارگذاری مود ترکیبی در "شکل 12"، تأثیر ترم تنش T در "شکل 13" مشاهده خواهد شد.

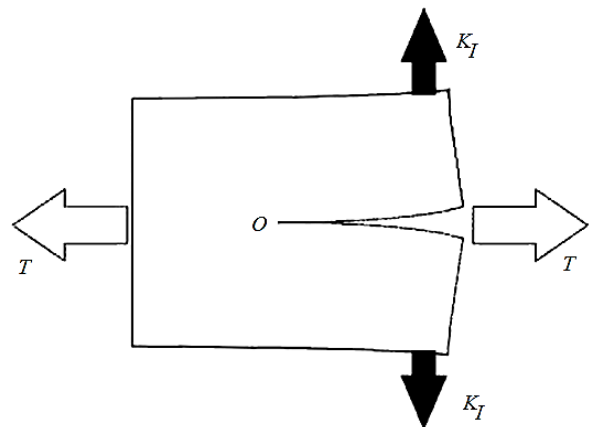
این تأثیر ترم تنش T روی منحنی حد شکست حاصل از معیار کنونی نیز در "شکل‌های 14 و 15" مشاهده خواهد شد که این تأثیر با پارامتری به نام B تعیین شده است:

$$B = T\sqrt{2\pi r} \quad (24)$$

در "شکل 15" نشان داده شده است که منحنی حد شکست برای مقادیر منفی تنش T بالاتر از حالت بدون تنش T قرار گرفته و برای مقادیر مثبت عکس این موضوع اتفاق افتاده است. با توجه به "شکل 13" می‌توان این‌گونه بیان کرد که بیشترین تأثیر ترم تنش T زمانی است که ترک عمود بر الیاف قرار گرفته باشد که این موضوع در منحنی حد شکست نیز قابل مشاهده است. از "شکل 15" نیز این نکته دریافت می‌شود که در مود یک خالص ترم تنش T تأثیری ایجاد نمی‌کند ولی به محض اعمال بارگذاری مود ترکیبی این اثر دیده می‌شود. همان‌طور که از "رابطه‌ی 24" نیز مشخص است، پارامتر B متأثر از مقدار شعاع ناحیه‌ی پلاستیک است که هرچه این شعاع بزرگتر باشد میزان تأثیر این پارامتر بیشتر خواهد بود.

#### 4- جمع‌بندی

1- همان‌طور که در شکل‌ها و نتایج مشاهده شد در نقطه‌ای که با  $K_{IC|ortho}$  نمایش داده شده است، منحنی حد شکست از  $K_{IC}$  فراتر رفته و قطعه می‌تواند باری بیشتر از بار بحرانی در مود I خالص را



**Fig. 10** T-stress has no effect on the fracture of isotropic specimen in pure mode I loading

شکل 10 صفحه‌ی اورتوتروپیک ترک‌دار تحت بارگذاری مود یک خالص که در آن ترم تنش T تأثیری در رشد ترک ندارد

چقرمگی شکست $(MPa\sqrt{m})$	$K_{Ic}, K_{IIc}$
جهت اورتوتروپی در چوب	L, R, T
اثر تقویت کننده نرمال و برشی	$n_i, i = 1, 6$
تابع تنش	<b>علایم یونانی</b>
کرنش برشی و کششی (MPa)	$\epsilon_{ij}, \gamma_{ij}$
زاویه رشد ترک	$\theta$
ضریب پواسون	$\nu_{ij}$
چگالی $(kgm^{-3})$	$\rho$
تنش برشی و کششی (MPa)	$\sigma_{ij}, \tau_{ij}$
تنش محیطی (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$

6- مراجع

[1] J. McKinney, Mixed-mode fracture of unidirectional graphite/epoxy composites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 6, No. 1, pp. 164-166, 1972.

[2] E. Wu, Application of fracture mechanics to anisotropic plates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, No. 4, pp. 967-974, 1967.

[3] D. Hunt, W. Croager, Mode II fracture toughness of wood measured by a mixed-mode test method, *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 1, No. 2, pp. 77-79, 1982.

[4] S. Mall, J. F. Murphy, J. E. Shottafer, Criterion for mixed mode fracture in wood, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, No. 3, pp. 680-690, 1983.

[5] L. O. Jernkvist, Fracture of wood under mixed mode loading: I. Derivation of fracture criteria, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, No. 5, pp. 549-563, 2001.

[6] L. O. Jernkvist, Fracture of wood under mixed mode loading: II. Experimental investigation of Picea abies, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, No. 5, pp. 565-576, 2001.

[7] T. Van der Put, A new fracture mechanics theory for orthotropic materials like wood, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, No. 5, pp. 771-781, 2007.

[8] M. Romanowicz, A. Seweryn, Verification of a non-local stress criterion for mixed mode fracture in wood, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 10, pp. 3141-3160, 2008.

[9] A. G. Anaraki, M. Fakoore, Mixed mode fracture criterion for wood based on a reinforcement microcrack damage model, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 527, No. 27, pp. 7184-7191, 2010.

[10] A. G. Anaraki, M. Fakoore, General mixed mode I/II fracture criterion for wood considering T-stress effects, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 9, pp. 4461-4469, 2010.

[11] A. G. Anaraki, M. Fakoore, A new mixed-mode fracture criterion for orthotropic materials, based on strength properties, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 46, No. 1, pp. 33-44, 2011.

[12] M. Fakoore, R. Rafiee, Fracture investigation of wood under mixed mode I/II loading based on the maximum shear stress criterion, *Strength of Materials*, Vol. 45, No. 3, pp. 378-385, 2013.

[13] M. Fakoore, R. Rafiee, M. Sheikhsari, The influence of fiber-crack angle on the crack tip parameters in orthotropic materials, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 231, No. 3, pp. 418-431, 2015.

[14] M. Buczek, C. Herakovich, A normal stress criterion for crack extension direction in orthotropic composite materials, *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, No. 6, pp. 544-553, 1985.

[15] M. Gregory, C. Herakovich, Predicting crack growth direction in unidirectional composites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 20, No. 1, pp. 67-85, 1986.

[16] V. E. Saouma, M. L. Ayari, D. A. Leavell, Mixed mode crack propagation in homogeneous anisotropic solids, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 27, No. 2, pp. 171-184, 1987.

[17] L. Nobile, C. Carloni, Fracture analysis for orthotropic cracked plates, *Composite Structures*, Vol. 68, No. 3, pp. 285-293, 2005.

[18] W. K. Lim, Mixed-mode crack extension in orthotropic materials under biaxial load, *International Journal of Fracture*, Vol. 173, No. 1, pp. 71-77, 2012.

[19] B. Cotterell, Notes on the paths and stability of cracks, *International Journal of Fracture*, Vol. 2, No. 3, pp. 526-533, 1966.

[20] A. Sherry, C. France, M. Goldthorpe, Compendium of T-stress solutions for two and three dimensional cracked geometries, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 18, No. 1, pp. 141-155, 1995.

[21] Y. Chen, Integral equation methods for multiple crack problems and related topics, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 60, No. 4, pp. 172-194, 2007.

[22] Y. G. Matvienko, Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path, *International Journal of Fracture*, Vol. 176, No. 1, pp. 113-118, 2012.

وابسته به خواص ماده و مود بارگذاری می‌باشد، اما در چوب یا

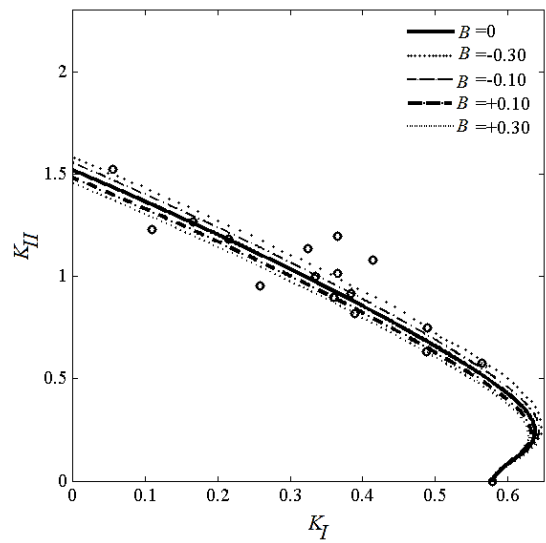


Fig. 14 Fracture limit curve by Considering T-stress effect

شکل 14 منحنی حد شکست در حضور ترم تنش T

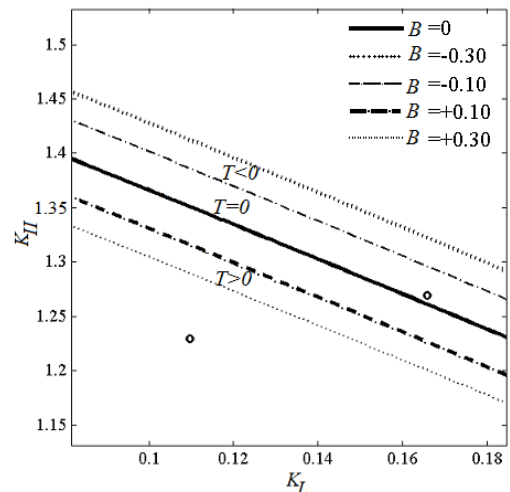


Fig. 15 T-stress effects on fracture limit curves

شکل 15 تأثیر ترم تنش T روی منحنی حد شکست

کامپوزیت‌های دارای الیاف، ترک‌های بدون وابستگی به این دو عامل و همچنین زاویه بین ترک و الیاف، در راستای الیاف رشد خواهد نمود.

3- همان‌گونه که در نمودارهای خروجی از این معیار می‌توان مشاهده نمود، این معیار، معیاری محافظه‌کارانه نمی‌باشد ولی ریسکی هم نیست.

4- طبق معیار کنونی، ترم تنش T نقش مهمی در فرآیند شکست قطعات اورتوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی ایفا می‌کند.

5- فهرست علایم

طول ترک (m)	$a$
درایه ماتریس نرمی	$C_{ij}$
مدول الاستیسیته	$E_i, i = x, y, z$
مدول برشی	$G_{i,j}, i, j = x, y, z$
ضرایب شدت تنش $(MPa\sqrt{m})$	$K_I, K_{II}$



- [26] D. Smith, M. Ayatollahi, M. Pavier, The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 24, No. 2, pp. 137-150, 2001.
- [27] J. Williams, M. Birch, Mixed mode fracture in anisotropic media, in: *Cracks and Fracture*, Vol. 601, No. 1, pp. 125-137, 1976.
- [28] F. Erdogan, G. Sih, On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, No. 4, pp. 519-527, 1963.
- [23] K. J. Kang, Criteria for kinking out of interface crack, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 49, No. 4, pp. 587-598, 1994.
- [24] J. Williams, P. Ewing, Fracture under complex stress—the angled crack problem, *International Journal of Fracture*, Vol. 8, No. 4, pp. 441-446, 1972.
- [25] S.-G. Larsson, A. J. Carlsson, Influence of non-singular stress terms and specimen geometry on small-scale yielding at crack tips in elastic-plastic materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 21, No. 4, pp. 263-277, 1973.